evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

ACTA UNIVERSITATIS PALACKIANAE OLOMUCENSIS

FACULTAS PAEDAGOGICA
MATHEMATICA IX

MATEMATIKA 6

UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI ∗ OLOMOUC 2014

ACTA UNIVERSITATIS PALACKIANAE OLOMUCENSIS

FACULTAS PAEDAGOGICA
MATHEMATICA IX

MATEMATIKA 6

Matematické vzdělávání v primární škole – tradice, inovace

Sborník přspěvků z konference s mezinárodní účastí

Mathematics education in primary school – tradition, inovation

The Conference Proceedings

OLOMOUC 2014

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Rozšíření profesních kompetencí absolventů matematických studijních oborů prostřednictvím implementace výuky v cizím jazyce.
Reg. č. CZ.1.07/2.2.00/28.0177

Anotace

Sborník obsahuje příspěvky účastníků vědecké konference s mezinárodní účastí *Elementary Mathematics Education 2014*, která se pod názvem "Matematické vzdělávání v primární škole - tradice, inovace“ konala ve dnech 23. - 25. 4. 2014 na Pedagogické fakultě UP v Olomouci. Výsledky vědeckovýzkumné, odborné a pedagogické činnosti účastníků konference jsou zaměřeny na aktuální problémy matematické přípravy učitelů primárních škol i školské praxe.

Cíl a zaměření konference

Prezentace původních výsledků v oblasti elementární matematiky a didaktiky matematiky, zaměřené k využití v teorii i praxi primární školy a v pregraduální přípravě učitelů. Teoretické reflexe i výstupy výzkumů na pracovištích v ČR a zahraničí v souvislosti se změnami v kurikulu i metodách vyučování matematice.

Hlavní témata konference

- Současnost a perspektivy matematické přípravy učitelů primárních škol
- Matematické vyučování orientované na žáka
- Matematické vzdělávání v cizím jazyce
- Média v primárním matematickém vzdělávání

Abstract

The proceedings contain contributions from all the participants of the scientific conference *Elementary Mathematics Education 2014*, with international participation that took place 23.-25. 4. 2014 at the Faculty of Education Palacký University in Olomouc. The results of scientific research, professional work and pedagogical activities of conference participants are focused on current problems in the mathematical preparation of primary school teachers and school practice.

Aims of the conference

Presentation of previous results in elementary mathematics and mathematical didactics focused on its usage in primary school theory and practice and in the mathematical preparation of primary school teachers. Theoretical reflection and research outputs at workplaces to the Czech Republic and abroad in connection with changes in curriculum and teaching mathematics methods.

Za původnost a správnost jednotlivých příspěvků odpovídají jejich autoři. Příspěvky neprošly *redakční ani jazykovou úpravou.*

ISBN 978-80-244-4062-0
ISSN 0862-9765

Obsah

ÚVODEM

Ambicí dalšího ročníku konference EME s názvem ***Matematické vzdělávání v primární škole - tradice, inovace*** je potvrdit význam primárního a preprimárního matematického vzdělávání v dnešním světě. Po loňské zdařilé akci v Prešově se místem konání konference stává opět Olomouc. Katedra matematiky Pedagogické fakulty Univerzity Palackého nabízí znovu prostor pro plodnou prezentaci výstupů vědeckovýzkumné i pedagogické aktivity učitelů vysokých i základních škol a dalších odborníků. V letošním roce v prostředí nového Výzkumně vzdělávacího areálu Pedagogické fakulty UP, pod záštitou jejího děkana doc. Ing. Čestmíra Serafína, Dr. Ing-Paed., u příležitosti 50. výročí začlenění fakulty do svazku Univerzity Palackého v Olomouci.

Letošní konference se koná s podporou projektu ESF OP VK *Rozšíření profesních kompetencí absolventů matematických studijních oborů prostřednictvím implementace výuky v cizím jazyce (INTERMA)* a ve spolupráci se Společností učitelů matematiky Jednoty českých matematiků a fyziků.

Hlavní témata letošní konference, která považujeme z řady důvodů za velmi aktuální - současnost a perspektivy matematické přípravy učitelů primárních škol, matematické vyučování orientované na žáka, matematické vzdělávání v cizím jazyce, média v primárním matematickém vzdělávání - jsou obsažena v téměř 50 příspěvcích účastníků ze šesti zemí ve sborníku konference, vydaném Vydavatelstvím UP.

Přáním mezinárodního programového výboru i organizátorů je, aby letošní ročník ve shodě s jeho názvem navázal na dosavadní tradici a dále přispěl k inovaci primárního matematického vzdělávání zaměřené na zvýšení jeho kvality.

V Olomouci dne 7. 3. 2014 Bohumil Novák

PLENÁRNÍ PŘEDNÁŠKY

BADATELSKY ORIENTOVANÁ VÝUKA MATEMATIKY NA 1. STUPNI ZŠ A PŘÍPRAVA UČITELŮ

Alena HOŠPESOVÁ

Abstrakt

Příspěvek je zaměřen na vytváření profesních kompetencí budoucích učitelů 1. stupně ZŠ prostřednictvím vlastní zkušenosti s badatelsky orientovaným vyučováním matematiky (BOVM). Hlavními tématy budou: 1) Vyjasnění konceptu BOVM v českém kontextu. 2) Rozbor toho, jak jsou studenti schopni rozvinout svoji zkušenost do vlastních úloh, vysvětlení a analogií, tedy jak jsou schopni transformovat znalost matematického obsahu do didaktické znalosti obsahu.

Klíčová slova: badatelsky orientovaná výuka matematiky, příprava budoucích učitelů, 1. stupeň základního vzdělávání

INQUIRY BASED MATHEMATICS EDUCATION ON PRIMARY SCHOOL LEVEL AND TRAINING OF FUTURE TEACHERS

Abstract

The paper will focus on the opportunities to influence professional competences of future primary mathematics teachers through experiencing inquiry based mathematics education (IBME). The study contained: (1) Clarifying the concept of IBME in the Czech context. (2) Analyzing how students are able to use their knowledge of mathematics in elaboration of particular learning environment (number triangles) for IBME, that is how students are able to transform their knowledge into the subject didactic competence.

Key words: inquiry based mathematics education, primary school level, training of future teachers

1. Badatelsky orientovaná výuka v českém vzdělávacím kontextu

Badatelsky orientovaná výuka (BOV) již nějakou dobu vzbuzuje zájem učitelské veřejnosti i badatelů v oborových didaktikách. Tento termín shrnuje širokou škálu přístupů k vyučování, které mají potenciál zlepšit učení žáků i zvýšit jejich motivaci k učení. Týká se zatím především přírodovědných předmětů a matematiky a je zajímavé, že různé školní předměty chápou takto zaměřenou výuku různým způsobem. Zjednodušeně se dá říci, že v BOV se snažíme, aby žáci používali postupy známé z vědeckého bádání v běžné školní práci; konkrétněji: zapojili se do kladení otázek, uvažování, argumentace, hledání relevantních informací, pozorování, diskuze, sběru dat a jejich interpretace, výzkumné praktické práce, společného diskutování a řešení problémů, které často vycházejí ze skutečného života, resp. jsou v něm aplikovatelné.

Ropohl a kol. (2013) doporučují pro přírodovědné předměty využívat definici „bádání“ navrženou Linnovou, Davisovou a Bellem (Linn, Davis, Bell 2004, s. 4):

> “Bádání je záměrný proces diagnostikování problémů, kritického experimentování, a rozpoznávání alternativ, plánování bádání, zkoumání hypotéz, hledání informací, konstruování modelů, diskuze s vrstevníky a formování srozumitelných argumentů.“

Ropohl a kol. (2013) dále uvádějí činnosti zahrnuté v BOV:

- autentické aktivity založené na řešení problému, které nutně nemusí vést ke správné odpovědi,
- experimentální postupy a praktické aktivity, včetně vyhledávání informací,
- autoregulační procesy učení žáka podporující jeho samostatnost,
- bohatá argumentace a komunikace s vrstevníky – „vědecká diskuze“.

Schematicky lze BOV znázornit jako průnik čtyř charakteristik: záměrů kurikula, žákovských a učitelových aktivit specifických pro takto orientovanou výuku a kultury vyučování (schéma 1).

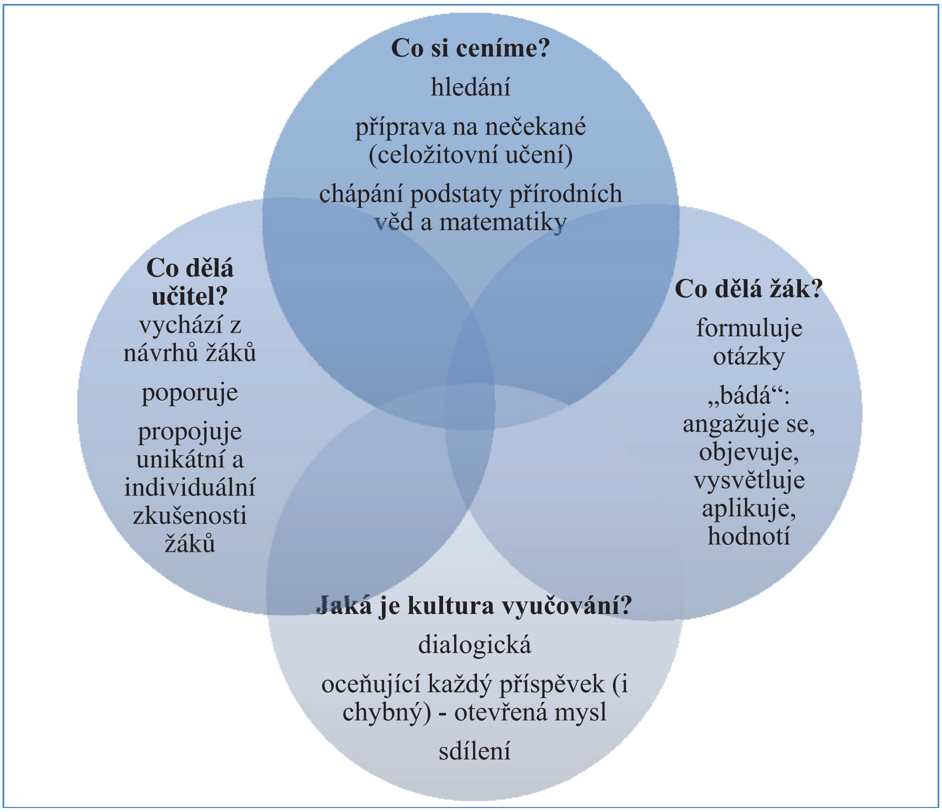


Schéma 1 Charakteristiky BOV

V českém vzdělávacím kontextu se někdy setkáváme s vágními až naivními představami o badatelských přístupech k výuce. Slova „badatelsky orientovaná“ výuka vyvolávají (zejména u neučitelské veřejnosti) představu, že se jedná o zprostředkování posledních poznatků vědy do školního vzdělávání, což se jeví v matematice jako nemožné. Termín „inquiry“ (= bádání) není obvykle používán v oborových didaktikách přírodovědných předmětů a matematiky shodně. Zatímco v přírodovědných předmětech je pojem *bádání* rozšířený více než 20 let, v matematice se mnohem častěji setkáme s „řešením problémů“ (Ropohl et al., 2013). Školský terén také namísto „bádání“ spíše užívá termíny, které vycházejí z toho, co se uskutečňuje během „inquiry“: řešení problému, kritické myšlení, realistické vyučování, situační učení, atd. (blíže vysvětluje Stuchlíková 2010). Tento nepřesný koncept někdy způsobuje zkreslené chápání BOV jako laboratorního experimentování, což vede k názoru, že badatelsky zaměřená výuka v matematice (BOVM) je nemožná. Řada autorů ale zařazení BOVM silně podporuje, např.

> “Při badatelsky orientované výuce není matematika prezentována žákům jako hotová struktura určená k osvojení. Spíše se nabízí příležitost zažít, jak se tvoří znalosti v matematice osobními a kolektivními pokusy o odpovědi na otázky vznikající v rozmanitých oblastech, z pozorování přírody stejně jako z potřeb matematiky samotné… (Artique, Baptist, Dillon, Harlen a Léna 2011, s. 10, vlastní překlad)

V matematice je za nejpřesnější definici považována formulace zpracovaná v rámci projektu FIBONACCI:

> „… bádání v matematice začíná otázkou nebo problémem, přičemž odpovědi hledáme pozorováním a zkoumáním; realizujeme mentální, skutečné nebo virtuální experimenty; vytváříme spojení s otázkami, které nabízejí zajímavé shody s těmi, které řešíme, a těmi již zodpovězenými; používáme a přizpůsobujeme, je-li to potřeba, známé matematické techniky. Proces bádání je veden, nebo vede, k hypotetickým odpovědím – často označovaným jako domněnky – které je potřeba ověřit.“(Artigue & Baptist 2012, s. 4; ve vlastním překladu)

Můžeme říci, že BOVM je v souladu s požadavky českých kurikulárních dokumentů. Např. RVP ZV požaduje v souvislosti se zařazením nestandardních úloh:

> “Důležitou součástí matematického vzdělávání jsou Nestandardní aplikační úlohy a problémy, jejichž řešení může být do značné míry nezávislé na znalostech a dovednostech školské matematiky, ale při němž je nutné uplatnit logické myšlení. … Žáci se učí řešit problémové situace a úlohy z běžného života, pochopit a analyzovat problém, utřídit údaje a podmínky, provádět situační náčrty, řešit optimalizační úlohy.” (RVP ZV, s. 29, 2007)

Také pokud se podíváme do minulosti, nalezneme empirický výzkum, který zkoumal otázky blízké BOVM: řízené znovuobjevování (Vyšín 1976), posilování kontaktu školní matematiky se skutečným životem a ostatními školními předměty (Koman a Tichá 1988).

2. Badatelsky orientovaná výuka a příprava budoucích učitelů

Častějšímu využití BOVM ve školské praxi brání nedostatečné rozvíjení přístupů k výuce zaměřených na vytváření kompetencí. Dřívější výzkum ukazuje, že kvalita matematického vyučování závisí ve velké míře na oborově didaktické kompetenci učitele (ve významu užívaném Helusem 2001, tj. znalosti obsahu spolu s různými možnostmi jeho didaktického rozpracování). Je nepochybné, že badatelsky orientované vyučování znamená pro učitele výzvu, přinejmenším ve směrech, které uvádí schéma 1. Naskýtá se otázka, zda je možné na ně připravovat učitele už v pregraduálním stupni. Pokud souhlasíme s názorem, že příprava učitelů by měla zahrnovat i BOV, je třeba řešit otázku, jakým způsobem to uděláme.

V poslední době se v rámci řešení projektu GACR *Zkvalitňování znalostí matematického obsahu u budoucích učitelů 1. stupně*, zaměřujeme na implementaci metod BOVM do přípravy budoucích učitelů.

Přístup, který začínáme testovat je založen na:

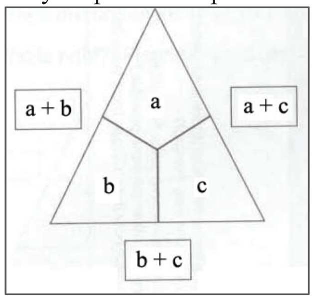
- vlastním prožitku studentů s badatelskými aktivitami,
- společné reflexi těchto aktivit,
- tvoření úloh.

Na ukázce rozpracování jednoho výukového prostředí, které vytváří, dle našeho soudu, prostor pro „bádání“, ilustrujme náš přístup.

3. Cíle a průběh studie

Studie, kterou zde ve stručnosti uvádím, je součásti výše zmíněného projektu. Cílem bylo zjistit, jak vlastní zkušenost s BOVM ovlivní jejich schopnost rozpracovat vhodné výukové prostředí do vlastních úloh, které je možné řešit se žáky na prvním stupni ZŠ.

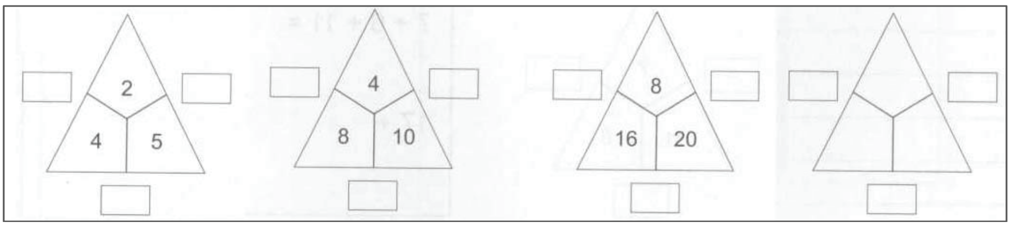
Přístup budeme ilustrovat na rozboru aktivit studentů, kteří rozpracovávali v semináři z didaktiky matematiky výukové prostředí nazvané *číselné trojúhelníky.* Jde o trojúhelníková schémata, ve kterých čísla na obvodu trojúhelníka jsou získávána součtem odpovídajících čísel uvnitř trojúhelníka (obr. 1). Wittmann tyto trojúhelníky označuje slovem *arithmogons* (např. ve Wittmann 2005). Některé zkušenosti s číselnými trojúhelníky v přípravě učitelů byly již publikovány (Hošpesová 2012).



Obr. 1

Studenti měli za úkol vyřešit samostatně úlohu:
„Vnější čísla“ v trojúhelnících vznikají jako součet dvou odpovídajících „vnitřních čísel“.

1. Doplň chybějící čísla v trojúhelnících na obr. 2. V posledním trojúhelníku pokračuj v naznačené pravidelnosti.
2. Prohlédni si čísla v trojúhelnících. Existuje nějaký vztah mezi „vnitřními“ a „vnějšími čísly“ v každém trojúhelníku? Pokud ano, popiš jej a zdůvodni.
3. Vytvoř úlohu pro žáky na 1. stupni ZŠ.
4. Doplň „vnitřní čísla“, jestliže jsou zadána „čísla vnější“ (úlohy obdobné té na obr. 3).



Obr. 2

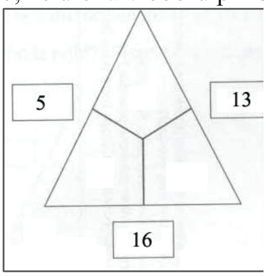
Vyučovací experiment se uskutečnil se skupinou budoucích učitelů prvního stupně (38 účastníků) ve třetím roku jejich studií. Na PF JU studenti v tomto ročníku absolvují dvousemestrový kurz didaktiky matematiky. V předchozích kurzech se studenti seznamovali s poznatkovou bází učiva matematiky na 1. stupni základního vzdělávání. Ve vhodných tématech byla využita BOVM. V kurzu didaktiky matematiky řešili studenti opakovaně úlohy ve výukových prostředích, která umožňovala implementaci BOVM a diskutovali o různých aspektech takto chápané výuky. Studenti byli vedeni k tomu analyzovat matematický obsah výukových prostředí a možná didaktická rozpracování pro různé ročníky. Společné diskuse se zaměřovaly na možnosti obohacení tradičního vyučování pomocí BOVM, jeho limity a výhody.

Při kvalitativní obsahové analýze studentských řešení úloh jsme použili otevřené kódování. Cílem bylo zjistit, jak se projevuje oborově didaktická kompetence studentů, neboli jak se jejich znalost obsahu transformuje do didaktického zpracování sekvence úloh.

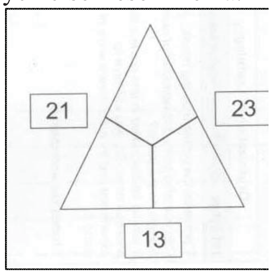
4. Některá zjištění a diskuse

Všichni studenti našli řešení prvního úkolu (obr. 2). Ve druhém úkolu studenti obvykle popsali svůj postup: co dělali, jak počítali. Zaregistrovali, že změny velikosti vnitřních čísel se odrážejí ve změnách velikosti vnějších čísel. Většinou ale popisovali to, že čísla se v trojúhelnících postupně zvětšují, např. „čísla v trojúhelnících jsou násobena dvěma." Malé množství studentů si všimlo, že: „součet vnitřních čísel je polovinou součtu vnějších čísel". Úlohy, které pak studenti tvořili ve třetím úkolu, většinou také přinášely sekvenci za sebou jdoucích trojúhelníků.

Nejčastějším postupem řešení čtvrtého úkolu byl pokus – omyl. Počáteční čísla byla volena nahodile, ne všichni studenti byli schopni postupovat systematicky. Ukázalo se, že objevení vztahu mezi čísly (ve 2. úkolu) nemělo většinou vliv na řešení tohoto úkolu. Pokus a omyl je nepochybně strategie, která je pro žáka prvního stupně základního vzdělávání vhodným postupem řešení těch úloh, kde řešitel nezná postup. Není to ale „bezpečná" metoda pro (budoucí) učitele. To se také ukázalo, protože někteří studenti si nebyli v následné diskusi jisti, zda našli všechna řešení úlohy na obr. 3 (tj. nebyli schopni rozhodnout, zda úloha nemá více řešení), ani zda jejich neschopnost najít řešení úlohy na obr. 4 opravdu vyplývá z toho, že úloha v oboru přirozených čísel řešení nemá.



Obr. 3



Obr. 4

Studenti nepoužívali při řešení úloh algebru, ačkoli v předchozích společných rozborech obdobných úloh bylo algebraické řešení využíváno. Je otázkou, zda jejich přístup nebyl důsledkem toho, že úlohy řešili v kurzu didaktiky a chtěli proto použít pouze takových metod řešení, které mají k dispozici žáci. Spíše se ale zdá, že nebyli schopni uplatnit znalosti, které získali ve svém předchozím studiu (a školní docházce). Matematizace problému s použitím neznámých (proměnných) pro ně není přirozenou cestou řešení – důvodem možná je to, že své dovednosti řešení rovnic nepovažuji za spolehlivé. V tomto smyslu se někteří vyjádřili v závěrečné diskusi.

Při tvoření úloh museli studenti uvažovat o tom, kolik čísel musí být dáno a jaké vztahy mezi nimi musí být, aby úloha měla (jednoznačné) řešení – zde menšina studentů formulovala pravidlo o paritě čísel v trojúhelníku. Studenti většinou tvořili úkoly obdobné tomu, který je zde uveden na obr. 2. Žádný student nevytvořil úkol, který by vedl k více řešením (např. jen se dvěma zadanými čísly) nebo úkol s použitím jiné matematické operace či jiného geometrického tvaru (např. čtverce).

5. Závěry

Předložená studie otvírá problém, jak připravit budoucím učitele na BOVM. Zatím se domníváme, že řešení vhodných úloh a propojování s didaktickými otázkami ukáže studentům, jak důležitá je jejich znalost matematiky a jak je nutné (a potřebné) ji využívat při přípravě a realizace výuky matematiky. Zkušenosti ukazují, že studenti považují BOVM za užitečné a jsou motivováni zúčastnit je činností, které jsou na něm založeny. Jedním z důležitých problémů je selhávání studentů v propojování toho, co se naučili v teoretických kurzech s potřebami, které na ně klade praxe. V této studii se to projevilo zejména tím, že studenti jednoznačně preferovali aritmetiku při řešení zadaných úloh.

Jestliže uvažujeme o reformě matematické vzdělávání, ve kterém mají být žáci a studenti zapojeni do samostatného „bádání“, musíme reformovat i vzdělávání učitelů. Naše studie ukazuje, že používání znalostí matematiky, které student má, pro řešení úloh pro své (budoucí) žáky, není samozřejmostí. Je nutné postupně budovat propojení mezi učebními obsahy 1. stupně základního vzdělávání a matematikou v kurzech pro budoucí učitele, a naopak ukazovat pomocí vhodných témat užitečnost matematiky. Využívání BOVM v kurzech matematiky i její didaktiky vytváří porozumění roli uvažování ve vzdělávání (nejen matematickém) a souvisejících generalizací, hledaní shod a rozdílností, objevování pravidelností, vzorů, dovednosti vizualizovat, najít vhodnou reprezentaci a objasnit ji. Také se podpoří povědomí studentů o vhodné argumentaci a různých možnostech, jak dospět k závěrům.

Jak budeme dále postupovat ve výzkumu, který byl zmíněn výše? Zaměříme se na hlubší propracování výukových prostředí vhodných pro BOVM do úloh pro studenty a formou případových studií budeme sledovat studenty při řešení těchto úloh i v jejich výukové praxi. Praktické výstupy budeme natáčet na video a posléze analyzovat, abychom zjistili, jak se předchozí osobní zkušenost s BOVM promítla do vyučování, které realizovali. Současně je budeme žádat, aby reflektovali svoji výuku a řekli nám, jakou podporu by potřebovali (od učitele cvičné školy, učitelů pedagogické fakulty, svých spolužáků, učebních materiálů). Doufáme, že porovnáním těchto požadavků a závěrů z videí budeme schopni přispět ke specifikování toho, jaké znalosti (budoucí) učitel pro vedení výuky potřebuje; jak položit základy jeho oborově didaktické kompetence.

Pozn.: Výzkum byl uskutečněn s částečnou podporou projektu GA ČR 14-01417S Zkvalitňování znalostí matematického obsahu u budoucích učitelů 1. stupně.

Literatura

1. ARTIGUE, M., BAPTIST, P. *Inquiry in Mathematics Education (Resources for Implementing Inquiry in Science and in Mathematics at School).* 2012 [online]. [cit. 15. 3. 2014]. Dostupné z: http://www.fibonacci-project.eu/
2. ARTIQUE, M., BAPTIST, P., DILLON, J., HARLEN W., LÉNA, P. (2011) Learning through inquiry. The Fibonacci Project Resources, [online]. [cit. 15. 3. 2014]. Dostupné z: fibonacci-project.eu
3. HELUS, Z. Čtyři teze k tématu „změna školy“. *Pedagogika,* 51 (1), 2001, 25-41.
4. HOŠPESOVÁ, A. Substantial learning environments in pre-service teacher training. In Tso, T. Y. (Ed.) *Proceedings of the 36th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 4.* Taipei, Taiwan: PME, 2012, ISSN 0771-100X, 277.
5. KOMAN, M., TICHÁ, M. (1998) On Travelling Together and Sharing Expenses. In D. Burghes (ed.) *Teaching Mathematics and its Applications.* Oxford University Press, vol. 17, 1998, no. 3, 117-122. ISSN 0268-3679.
6. LINN, M. C., DAVIS, E. A., BELL, P. (Eds.) *Internet environments for science education*. Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates Publishers. 2004 [online]. [cit. 15. 3. 2014]. Dostupné z: http://f3.tiera.ru/1/genesis/645-649/649000/e3914554debcad2ca0810c46716a87a4

7. *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání.* Prague: Research Institute of Education in Prague, 126 p, [online]. [cit. 15. 3. 2014]. Dostupné z: www.vuppraha.cz/wp-content/uploads/2009/12/ RVPZV_2007-07.pdf.
8. ROPOHL, M., RÖNNEBECK, S., BERNHOLT, S., KÖLLER, O. *A definition of inquiry-based STM education and tools for measuring the degree of IBE (No. D2.5).* 2013 Kiel.
9. STUCHLÍKOVÁ, I. O badatelsky orientovaném vyučování. In M. Papáček (Ed.) Didaktika biologie v České republice 2010 a badatelsky orientované vyučování. DiBi 2010, s. 129-135, České Budějovice: Jihočeská univerzita.
10. VYŠÍN, J. Genetická metoda ve vyučování matematice. *Matematika a fyzika ve škole*, 6, 1976, s. 582-593.
11. WITTMANN, E. Mathematics as the Science of Patterns - A Guideline for Developing Mathematics Education from Early Childhood to Adulthood. Plenární přednáška na mezinárodním kolokviu Mathematical Learning from Early Childhood to Adulthood, 2005. [online]. [cit. 15. 3. 2013]. Dostupné z: http://irem.u-strasbg.fr/php/publi/annales /sommaires/11/WittmannA.pdf

Kontaktní adresa
doc. PhDr. Alena Hošpesová, Ph.D.
Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, Pedagogická fakulta
Jeronýmova 10, 37115 České Budějovice
Telefon: +420 387 773 231
E-mail: hospes@pf.jcu.cz

ABILITY OF BUILDING AN INDIVIDUAL STRATEGY BY 8-9 YEAR OLD STUDENTS WHILE SOLVING NON-TYPICAL MATHEMATICAL TASKS

Ewa SWOBODA

Abstract

From the very beginning the student should build his or her own mathematics. Presented examples show that children are able to build their own strategies while solving various mathematical tasks. They are critical, creative. In a situation when they are not pressed to implement imposed procedure they can deal with a problem in own way.

Key words: independent thinking, strategy, early education, solving strategy

1. Is the math education available to every child?

The key to success in knowing mathematics is the regular development of mathematical skills, since the very beginning of education. The first encounter with mathematics should be not only in an area of learning the basic mathematical concepts. Here is the place for shaping attitudes towards mathematics - to show mathematics as a human activity (Freudenthal, 1978). From the very beginning the student should build his or her own mathematics. Therefore it is worth not only to learn what is permanent as the result of mathematical thought (ready mathematics), but to be able to see mathematics in the world around him, to learn to solve problems using mathematical tools, to organize the process of solving, to draw conclusions and so on (Hejný M., Kurina F. 2001).

Observation of young children shows that such an attitude is inherent in our "being human". Small children are not only fascinated by numbers and (learnt by observing the adults' procedure) by counting, but they from their own interest pay attention to the rhythms, shapes, relationships, symmetries. While solving life's problems they intuitively apply the procedures underlying the mathematical activities, they watch the world with wondering and they draw conclusions. Here are some examples:

Example 1

a. Zuzia, 16-moths-old girl

The girl was with her mother when she was hanging the laundry. When mother was busy, Zuzia "played" an electric piano, standing next to her. Suddenly she struck the keys three times and then hit the basket three times in with dryer-clips. She had to be fascinated to hear the result, because she repeated this sequence three times, hitting three times alternately in the piano and with the dryer-clips in the basket.

b. Wojtuś, 2,5 years old boy.

Wojtek plays with his truck on which he places two containers. Into one he puts all little toy cars, and into the other Lego - blocks. His older brother takes the two toy cars and a pair of blocks from containers, plays with them, and then sends the borrowed toys to random containers. Wojtuś notes this situation and moves a toy car that fells into container for blocks to the proper container – the same he does with Lego blocks.

c. Szymon, 4-years old boy

Szymon, who was going with his parents on a plane trip, helped to pack the suitcases. Grandfather says: Szymon, now need to weigh our suitcases. We have to know the luggage weight. They put all suitcases on the weight. Then the grandfather says: Szymon, look what this weight shows, because I don't have my glasses and cannot see anything.

After a moment boy replied:

- This weight shows the number as I push on the remote control to watch cartoons on TV.

d. Kinga 4 years old girl

Kinga got a pack of small, colorful candies. In the package there were the following colors: red, green, orange, purple and yellow. Kinga took all the goodies from the pack and grouped them by colors. Then she noticed that in each group there is a different number of candies: in one group there were five candies, and in the other six or seven candies. King ate the candies, so that the number of them in each group was the same.

e. 5 –years old boy (in the street) January, the period of frozen days starts, the boy, walking close to his mother, says:

-probably it is a minus, because when it would be plus it would be warm, and when would be zero it would be neither cold nor warm.

(according to his mother, the boy probably listened to his older sister who learned at home about scale of the thermometer).

Perhaps similar examples have led A. W. Krutieckij (1968) to the conclusion that the innate mathematical giftedness can be seen in children's behavior. However, he did not specify, whether he meant about preschool-aged or school children. He also claims that when these abilities are properly developed, it will take the form described in his model of mathematical giftedness. This is a clear directive indicating that mathematical talents can be flourished. On the other hand, the lack of teachers' knowledge on how to work with mathematically gifted students is emphasized in many publications. This problem is particularly acute in the relation to preschool and early school years. Zazkis (2008), citing the Usiskin (1999) emphasizes that

> traditional teaching of mathematics does not encourage the development of fundamental components of mathematical ability identified by Krutetskii. He further claims that "qualities that make mathematical giftedness are ignored by the curriculum or negatively reinforced by teachers" (p. 59)

In the years 2007 – 2010 E. Gruszczyk-Kolczyńska has conducted the research on a group of 182 preschoolers and younger school classes students, to check their math abilities. Her research was inspired by the Krutietskij theory. E. Gruszczyk-Kolczyńska wanted to see how the characteristics of mathematical talent, highlighted by Krutietski, relate to children in the preschool and early school education level. The research tool was a set of 13 packages related to the specific areas of school mathematics (eg, spatial orientation, classification, counting, measuring fluids, geometry, problem solving, unusual task, etc.). In each package there were the tasks of varying difficulty, to help to further evaluate the feature of child's behavior: the grade of ease in learning, perseverance, the ability to capture the mathematical structure of the problem, the critical thinking. She decided that the mathematical abilities of the child is proved by the fact, that in at least one area of mathematical activity he/she shows high competence. The results of her research shows that about two thirds of the children met this criterion. This means that the vast majority of older preschoolers and young students are gifted with mathematical abilities. In this group there are also highly gifted children.

Areas of high competences	Age			
No, of areas	4 year old n = 41	5 year old n = 40	6 year old n = 59	7 year old n = 32
1	17	6	11	32
2	7	2	7	7
3		4	3	3
5 and more	2	8	14	4
5 and more, in %	5%	20%	19%	12,5%

Table 1. Manifesting mathematical abilities in different age groups

Unfortunately, teachers are not able to recognize the competence of their pupils, which is a further application of the research conducted by E. Gruszczyk-Kolczyńska. Such a result is consistent with the statements of other researchers (Hong, E., Milgram, RM ,2008) This is a very disturbing phenomenon. Milgram (2008) writes:

> Talent loss is affected by the difference between the definition of giftedness in children and in adults because the identification and selection procedures used in most school systems are based on measures of IQ or standardized tests and school grades. Children whose potential talent is unconventional, that is, different from the abilities measured by school grades and IQ tests, may not be identified as gifted and not given the opportunities that might help to develop their potential talent. They may be systematically excluded and not provided with special educational experiences that could enhance their potential talent and prevent it from being lost.

It is a reason, why children's willingness to take unusual tasks, critical thinking, curiosity and perseverance in the search for their own solutions, observed by E. Gruszczyk-Kolczyńska, disappears after a few months of schooling.

Perhaps, for the purpose of school work it is not necessary to conduct a deep analysis of the mathematical predispositions of students with whom we work. Perception of the typical student does not have to run through the prism of special abilities. According to Piaget, every child that has no identified developmental disorders should attend mathematics classes without any problem, because .... mathematics is nothing else like a logic, acting as the most natural extension of the logic in the colloquial sense, and as logical basis for all developed manifestations of scientific thought. Failure in mathematics mean so shortcomings in the same mechanisms of mental development (Piaget, 1979).

But it is certainly worth emphasizing the teacher's awareness of stopping student's creativity, forced adoption of templating solutions, avoiding situations when discussing different strategies of solutions makes that the students not develop mathematically.

In the 2011 - 2012 in the framework of the project "School of Independent Thinking" Institute for Educational Research in Poland led the diagnosis of students' mathematical competences (students 10 - 19 years old, this means class IV basic school up to matriculation classes). The aim of the diagnosis was to see whether and how students are doing within the complex mathematical skills such as: reasoning and argumentation, the use of appropriate mathematical tools for solving problems, the use of mathematical methods in everyday situations, as well as the skill to describe and interpret in the mathematics language various phenomena observed in the reality[1]. The research report shows two faces of the Polish school. On the one hand - teaching still occurs with a focus on mastering algorithms by administration of ready-made solutions. On the other hand, report has provided evidence that students who are in the open situation, unrecognizable as a school assignment, are well able to cope using their non-formal knowledge. I'm afraid that similar conclusions could be formulated if the survey was conducted in other countries. So - why schools still do not have permission for unconventional student solutions, why - regardless of the years of working with teachers - they are still convinced of the need “to show" how to solve the task?

2. What some school textbooks teach

The assumption that the student solving the task has the right and obligation to follow their own path should be accepted without any doubt. However, the reality of school, especially in the early teaching often contradicts this thesis. Many times the student is forced to copy certain patterns, to follow algorithms. The consequences are dire: the student ceases to believe that his own activity is noticed and appreciated, so he/she decides to copy, often without understanding why it has to proceed.

Look at the example on the fig 1. (example 2)

Example 2.

In the first task a student is to explain how to carry out calculations.

6 + **8** = 6 + **4** + **4** = 10 + ……….

8 + **6** = 8 + **2** + **4** = 10 + ……….

These tasks are probably clear for the teacher - it is completion of the first component to tens, requiring prior break of the second component into two parts in such a way that one of them fits as a supplement to ten. In the second line, the same procedure is performed on the numbers from the first example, but in a different order - there is no doubt for the teacher that additionally the commutative law of addition is used here.

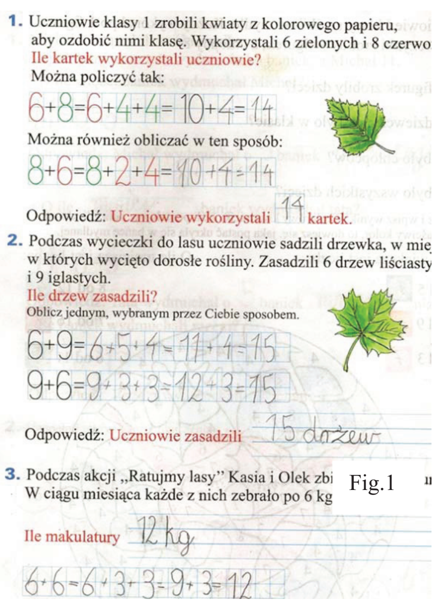

1. Uczniowie klasy 1 zrobili kwiaty z kolorowego papieru, aby ozdobić nimi klasę. Wykorzystali 6 zielonych i 8 czerwo
Ile kartek wykorzystali uczniowie?
Można policzyć tak:
6+8=6+4+4=10+4=14
Można również obliczać w ten sposób:
8+6=8+2+4=10+4=14
Odpowiedź: Uczniowie wykorzystali 14 kartek.
2. Podczas wycieczki do lasu uczniowie sadzili drzewka, w mie w których wycięto dorosłe rośliny. Zasadzili 6 drzew liściasty i 9 iglastych.
Ile drzew zasadzili?
Oblicz jednym, wybranym przez Ciebie sposobem.
6+9=6+5+4=11+4=15
9+6=9+3+3=12+3=15
Odpowiedź: Uczniowie zasadzili 15 drzew
3. Podczas akcji „Ratujmy lasy" Kasia i Olek zbi W ciągu miesiąca każde z nich zebrało po 6 kg
Ile makulatury 12 kg
6+6=6+3+3=9+3=12

Fig.1

But - what does a pupil understand, who has a copy of conducted manner? Next task, solved by a pupil shows that children read this example not in a manner expected by the teacher. Task 6 + 9 student counts: 6 + 5 + 4 = 11 + 4 = 15 and 9 + 6 = 9 + 3 + 3 = 12 + 3 = 15 Does the student act incorrectly? Of course he does it correctly, but it is absolutely senseless. I am convinced that the child feels this nonsense because the next task (task 3) firstly he has reported response (without any calculations), and then (because it was necessary to fill in the blank line) he inscribed calculation, again breaking number 6 into two threes. It seems that what the student was taking from the presented examples is the belief that teacher expect him, while adding two number, to break the second

[1] http://eduentuzjasci.pl/pl/publikacje-ee-lista/raporty/184-raport-z-badania/szkola-samodzielnego-myslenia/967-szkola-samodzielnego-myslenia-raport.html

component into two equal (or almost equal) parts. I do not think he believes that this treatment makes the addition more easy.

In the curriculum for mathematics at all educational levels there are recommendations that students should possess the ability to use the basic mathematical tools in everyday life and could lead elementary mathematical reasoning2. When these two goals do not become in a contradiction, it is necessary that the student not only learned the basic mathematical tools, but tried to also tried to use them. This teaches the mathematical reasoning but it is insufficient. It is necessary to put the student in a situations in which he must decide on the procedure for the solution – to choose the strategies for organizing data, to decide on the method for encoding. A good way to realize this aim is to analyze various solutions for the same task. Each lesson gives a plenty opportunity for this. Textbooks should also promote this attitude, by presenting different solutions. Here is an example (fig. 2)

Książka Ali ma 90 stron. Ala przeczytała pierwszego dnia 26 stron, a drugiego dnia - 24 strony. Ile stron zostało jej jeszcze do przeczytania?

Popatrz na rozwiązania dzieci. Które jest podobne do twojego? Które najbardziej ci się podoba? Czy wszystkie rozwiązania są poprawne?

Tomek:	$90 - 26 = 64$	$64 - 24 = 40$
Gosia:	$90 - 24 = 66$	$66 - 26 = 40$
Ola:	$26 + 24 = 50$	$90 - 50 = 40$
Ania:	$90 - (26 + 24) = 90 - 50 = 40$	
Grześ:	$90 - 27 - 24 = 64 - 24 = 40$	

Fig.2

This example is typical so that it does not require too many comments. Discussion of these solutions can build a good intuition for the laws related to addition and subtraction.

3. Individual building mathematics by pupils

Often, it is believed that the initial grade students are not able to work independently and creatively on math classes, that basically everything is needed to be shown to them. This view is false and deeply unfair. I'll show examples from different educational levels together with an analysis of the solutions. The analysis shows that students approach the tasks individually, using various knowledge and skills. This is clearly consistent with the theories about building individual cognitive networks (Hejny3). However, the most important is that the examples show independence of students, willingness and ability to cope with the problem. Students are creative in mathematizing

[2] *Podstawa programowa wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół* z dnia 27 sierpnia 2012 r.

[3] M. Hejný (2001, p.15-16) writes: In our understanding, IMS [Inner Mathematical Structure] is a dynamic set of networks with different pieces of knowledge like ideas, concepts, facts, relations, examples, solving strategies, arguments, algorithms, procedures, hypotheses, . as centroids of these networks. IMS binds all these networks together and equipped this set with an organization. *Networks may be structured like vertical hierarchies, or, they may be structured like webs. A mathematical idea or procedure or fact is understood if it is part of an internal network. The degree of understanding is determined by the number and the strength of the connections.*

real situations which compounds coding skills, building their own strategies. Working in this way they build confidence in your own abilities, too.

Example34. Students from 1st grade solved the task (fig.3):

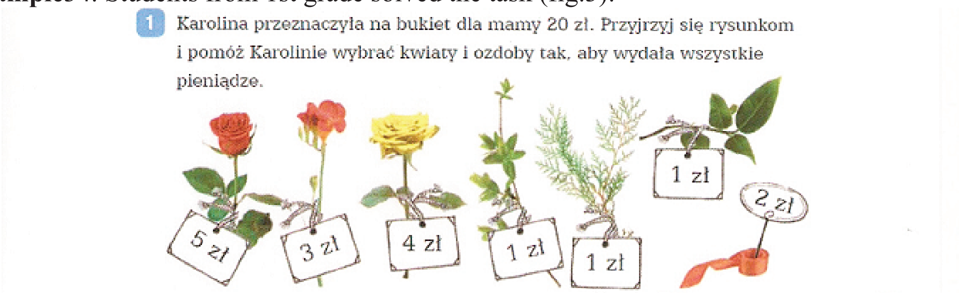


Fig.3

Example of solution of the task 1, given by Julia (fig.4). Here is the description:

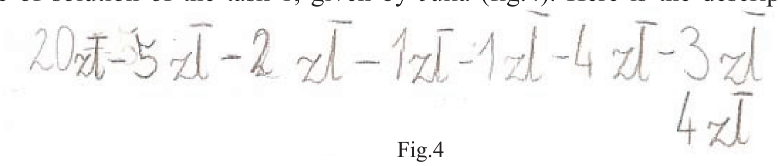
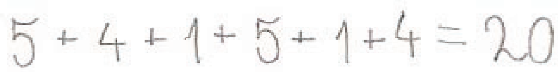


Fig.4

She did a mathematisation in a very interesting way. Rather than making addition, Julia subtract from 20 PLN price of flowers, simulated "spending money". Following the order of the numbers written out it can be seen that the initial phase of the work was connected with a layer of narrative task. Julia first "bought" the rose, then the ribbon, then green ornaments. All the time she controlled in mind her bills. She had to do to the conclusion that she still had a lot of money and decided on the "expensive shopping": a flower for 4 PLN, then for 3 PLN, and then again for 4 PLN (fig.4).

Solution of the same task, done by Paweł (boy). He wrote down:



The student solved the task in memory. He created record just to fulfill teacher' expectation. You can see that he began the process of solving by checking prices, with the aim – how to create a sum in the easiest way. Analysis record indicates that the boy has focused on mathematical layer, cleverly combining the numbers. He began from 5, then added the sum of 4 and 1, means another five. The thus obtained a value of 10. Now he repeat the same numbers, which gave him another ten (fig.5). There is no doubt that he knew that in this way he built the value of 20PLN. He was not too much interested in how a bouquet, for which he paid, would look like.

Those students approached the task in a unique way. Both have achieved a success, both correctly solved them. Both did mathematisation of the given situation, but each did it in their own way. The girl saw the task dynamically, the mathematical notation was the exact code of the actual situation related to the choosing flowers for the bouquet. The boy was able to go straight to the mathematical model and relate it to his own skills in counting.

[4] Example from the bachalar thesis written by Anna Skotnicka (2012) under auspicious E.Swoboda

The possibility of an individual approach to the task meant that it was close to every child, gave the opportunity to use these layers of understanding of the problem, which was important for the child.

Example 45.

Jaś, pupil of 2nd grade, has solved the following task:

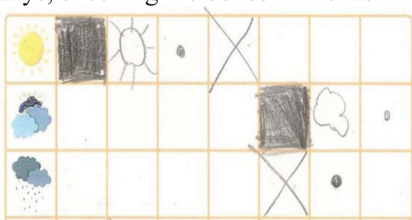
Here is a shot script from the meeting:

A boy began to paint over the first box, without any hesitation.

Jaś: And all of them need to look the same?

Teacher: Of course they do not have to.

Then he starts to paint the next boxes on sunny days, using various codes. Then went to cloudy days, checking the boxes in the last three columns.



The boy logically concluded that when the sun is shining at the same time cannot be a shortage of sun - that is overcast sky. The logic can also be seen in the performance of the third row. When it rains, generally there is no sun, otherwise sunny day usually means a day without rain. Therefore, rainy days Jaś noted in these boxes that were not occupied by sunny days. Additionally he decided (perhaps unconsciously) that basically he does not know which days were cloudy and rainy day at the same time, so rainy days marked under the first days of cloud (fig.7).

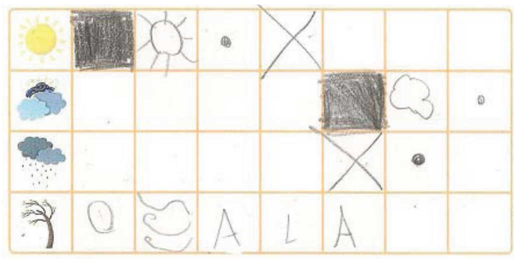
The problem came when he has started to mark the wind. The first information occured about the simultaneous of two conditions - sun and wind, so the line "wind" of the first two boxes is pointed at those that correspond to the days of the sun. After marked these grids he counted on his fingers that he must select 3 more windy days.

Jaś: Can I use a letter instead of pictures?

Teacher: Of course.

Automatically he starts to write letters A, L, A. Comprehensive student's solution looked so follows (fig.8) :

[5] Example from the bachalar thesis written by Beatę Walczak (2013) under auspicious E.Swoboda



Jaś: It is done, I drew a square, sunshine, dot, cross and even wrote the name of my sister Ala.

Teacher: Very nice Jaś, we can check together.

Jaś: Well, Karolina wrote that the sun was shining four days - Monday, Tuesday, Wednesday, Thursday. Then she wrote that there were clouds three days - Friday, Saturday, Sunday. Cloudy and rain two days, it was on Friday and Saturday because on Sunday it did not raining.

After this there was a moment of silence, a moment of concentration. This moment of reflection shows that Jaś realized that he couldn't select five boxes corresponding to both: sunny and windy days - these days was only two.

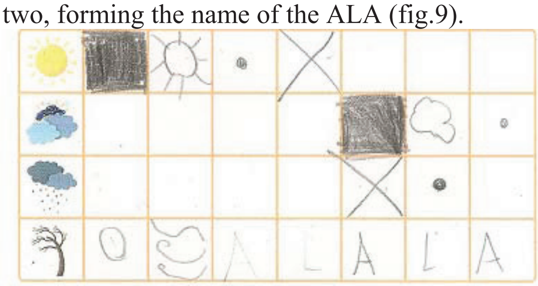
Jaś: Can I wipe out something?

Teacher: Of course, what you would like to wipe out?

Jaś: Because the wind was blowing with the sun only on Tuesday and Monday.

Teacher: You're right, of course, you can improve.

Without any hesitation he erased two letters from the third and fourth boxes and entered the last two, forming the name of the ALA (fig.9).



He looked at the card and said: Now all is well, I still have the name of my sister, do you have anything else?

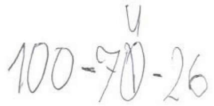
Jaś was able not only to make use of the information given in the task. He noted the relationship between the described phenomena, ordered them in the table. Independently and with great freedom he used symbols, being aware of its conventionality. He was disciplined in your thinking, critical to his own solution - he found errors and was able to improved own solution. It is visible that he treated this task as a puzzle that made him great pleasure, he did not feel weary of its solving.

Example 5. Task solved by 10 years old Zuzia – pupil from 3th grade

Write the digit in the box, to obtain a right equation.

$$\boxed{}\,6 + 7\,\boxed{} = 100$$

The girl thought for a moment and after that she wrote: 100 - 70 – 26. Her next step was to cross the 0 in the number 70 and to write digit 4 the over the deleted digit (fig.10).



Then she stopped writing on a paper, turned it on counting on his fingers under the table saying something to yourself in whispers. The only what can be heart was the phrase "for a full ten". After a certain time, devoted to analyzing the recorded action, Zuzia said: "74 + 26 - then come out well."

Schoolgirl knew perfectly well that the first component can't be digit 3, because then the result would be too big - would exceed 100. Therefore assumed that there must be a digit smaller than 3, which together with the existing digit gave her the number 26. Now she deal with the second number. The girl knew that the "round" number 70 is not enough, it must be greater, however, to accurately determine the value she wrote subtraction (100 - 70 - 26). This record had probably help her to determine how much is still missing. By checking your solution Susan probably added first units, and then tenth. Further action was not a problem for her, as operated at full tenths.

Conclusion

Presented examples show that children are able to build their own strategies while solving various mathematical tasks. They are critical, creative. In a situation when they are not pressed to implement imposed procedure they can deal with a problem in own way.

Let create a short list of arguments, contained reason why children should create their own strategies for solving problems, even unusual. On this list should appear such arguments:

- They strengthen the network of its own IMS (by using prior knowledge to new situations for themselves),
- They learn to use mathematical symbols to encode real-world phenomena,
- They independently build a mathematical model of the real situation,
- They learn to think critically,
- They feel responsible for their own solution (because they make it up)
- They build confidence in their own abilities.

And certainly it is not a finite list.

References

1. ABDULLAH, M., AYOUB, A., ELDIN, A. The Effect of an Enrichment Program on Developing Analytical, Creative, and Practical Abilities of Elementary Gifted Students. *Journal for the Education of the Gifted*. 2012, Vol.35 no.2 pp.153-174.
2. ASSOULINE, S., LUPKOWSKI-SHOPLIK, A. *Developing mathematical talent: A guide for challenging and educating gifted students*. 2003. Waco, TX: Prufrock Press.
3. BRANDL, M. High Attaining Versus (Highly) Gifted Pupils In Mathematics: A Theoretical Concept and an empirical survey, *Proceedings of CERME7, Rzeszów*, 2011. http://www.mathematik.uni-dortmund.de/~erme/doc/cerme7/CERME7.pdf

4. DIMITRIADIS, Ch. How Are Schools in England Addressing the Needs of Mathematically Gifted Children in Primary Classrooms? A Review of Practice. *Gifted Child Quarterly*. Vol.56 no.2 pp.59-76.
5. GRUSZCZYK-KOLCZYŃSKA, E., KOTARBA-KAŃCZUGOWSKA, M. Dzieci uzdolnione matematycznie: problemy, wyniki badań, interpretacje i wnioski. 2011. *paper presented during The Israeli - Polish Mathematical Meeting, Lodz*.
6. FREUDENTHAL, H. *Wedding and Sowing*. 1978. D. Reidel Publ. Co., Dordrecht.
7. HEJNÝ, M., Creating Mathematical Structure. *Proceedings of CERME2*, (ed.) Jarmila Novotna, 2001. Marianske Lazne, pp. 14-24.
8. HEJNÝ, M., KURINA, F. *Dítě, škola a matematika. Konstruktivistické přistupy k vyučování.* 2001. Portal, s.r.o., Praha.
9. HONG, E., MILGRAM, R.M. *Preventing Talent Loss*. 2008. New York: Routledge.
10. http://eduentuzjasci.pl/pl/publikacje-ee-lista/raporty/184-raport-z-badania/szkola-samodzielnego-myslenia/967-szkola-samodzielnego-myslenia-raport.html
11. http://serwisy.gazetaprawna.pl/edukacja/artykuly/703149,szkola_to_rzeznia_talento w_blyskawicznie_zabija_matematyczne_zdolnosci.html
12. KATTOU, M., KONTOYIANNI, K., PITTA-PANTAZI, D., CHRISTOU, C. Does mathematical creativity differentiate mathematical ability? *Proceedings of CERME7, Rzeszów*. 2011. http://www.mathematik.uni-dortmund.de/~erme/doc/cerme7/CERME7.pdf
13. KONTOYIANNI, K., KATTOU, M., PITTA-PANTAZI, D., CHRISTOU, C. Unraveling mathematical giftedness. *Proceedings of CERME7, Rzeszów*. 2011. http://www.mathematik.uni-dortmund.de/~erme/doc/cerme7/CERME7.pdf
14. KRUTETSKII, V.A. *Psichołogia matiematiczeskich sposobnostiej szkolnikow*. Izdatielstwo „Prosfieszczenieje", 1968. Moskwa.
15. KRUTETSKII, V.A. *The psychology of mathematical abilities in schoolchildren.* Translated from Russian by J. Teller. Edited by J. Kilpatric and I. Wirzup. 1976. Chicago: University of Chicago Press.
16. LEWIS, S. *Jak wychować dolne dziecko*. z ang. tłumacz. Katarzyna Górska-łazarz, Państwowy Zakład Wydawnictw Lekarskich. 1988. Warszawa.
17. MANN, E.L. Creativity: The essence of mathematics. *Journal for the Education of the Gifted.* 2006. 30(2), pp. 236-262.
18. NEVO, B. Definitions (axioms), values, and empirical validation in the education of gifted children, *Proceedings of the 5th International Conference on Creativity in Mathematics and the Education of Gifted Students.* Haifa, Israel, February 24-28, 2008. http://cmeg-5.edu.haifa.ac.il/
19. PIAGET, J. Nauczanie matematyki a rozwój dziecka, *Wiadomości Matematyczne*, XXII.1, 1979. pp.143 – 154.
20. Podstawa programowa wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół z dnia 27 sierpnia 2012 r.
21. RENZULLI, J. The three-ring conception of giftedness: A developmental model for creative productivity. In R. J. Sternberg & J. E. Davidson (Eds.), *Conceptions of Giftedness.* 1986. New York: Cambridge University Press. pp. 51-92.
22. SKOTNICKA, A. *Różne metody rozwiązywania zadań tekstowych stosowane przez dzieci.* 2012, bachalar thesis writen under auspicious E.Swoboda.
23. SHEFIELD, L.J. Questioning mathematical creativity – questions may be the answer, *Proceedings of the 5th International Conference on Creativity in Mathematics and the Education of Gifted Students*. Haifa, Israel, February 24-28, 2008. http://cmeg-5.edu.haifa.ac.il/

24. USISKIN, Z. The mathematically promising and the mathematically gifted. In L. J. Sheffield (Ed.). *Developing mathematically promising students.* Reston, Virginia. 1999. National Council of Teachers of Mathematics.
25. WALCZAK, B. *Umiejętność budowania matematycznego modelu w sytuacjach realnych*, 2013, bachalar thesis writen under auspicious E.Swoboda.
26. ZAZKIS, R. Conceptions of mathematical giftedness: a Hollywood perspective. *Proceedings of the 5th International Conference on Creativity in Mathematics and the Education of Gifted Students*. Haifa, Israel, February 24-28, 2008. http://cmeg-5.edu.haifa.ac.il/

Contact address

Dr. Ewa Swoboda
University of Rzeszów
Katedra Równań Różniczkowych i Statystyki
35 328 Rzeszów
Poland
eswoboda@ur.edu.pl
Phone: +48 609 735450

A FEW REMARKS ON THE WISE USAGE OF ICT IN TEACHING AND LEARNING ELEMENTARY MATHEMATICS

Timo TOSSAVAINEN

Abstract

Technology provides us with several possibilities to enrich the learning and teaching of mathematics but the benefits of using ICT are not achieved trivially. In this paper, I demonstrate the challenges and possibilities related to using ICT in mathematics education by surveying the teaching of integers using MathIsFun.com and GeoGebra as exemplar tools. It turns out that the contemporary applications for primary mathematics do not necessarily acknowledge the abstract nature of mathematics but avoid problems, e.g., by focusing only on suitable small numbers. Also more sophisticated and advanced software may have serious weaknesses in taking into account the linguistic and conceptual aspect of mathematics. However, with wise pedagogical solutions even simple interactive ICT applications may remarkably enhance the learning of mathematics.

Key words: cognitive load, GeoGebra, ICT, learning and teaching of mathematics, MathIsFun.com

1. Introduction

During this millennium, the use of Information and Communications Technology (ICT) in the teaching of mathematics has become one of the central topics in research in mathematics education. Especially the extensive sales of iPads have increased the number of applications for educational purposes in mathematics, too, but already in 2003, British Educational Communications and Technology Agency analyzed a remarkable set of research documents supporting the hypothesis that the use of ICT can have positive effects on the learning of mathematics (Becta 2003).

However, it has also been verified that the use of ICT in mathematics does not automatically lead to success in learning mathematics. Bos (2009) has listed six different formats how ICT is used in mathematics classroom which she finds useful to varying degree. Especially, five of them, the game format, informational format, quiz format, virtual manipulatives, and static tools that generate calculations or graphs easily strengthen superficial and poor understanding of mathematics at the cost of a deeper conceptual understanding. Using these formats cleverly is possible but it requires a lot of instruction and control from a teacher.

However, according to Bos (2009), the sixth format, interactive mathematics objects "is an excellent way for showing relationships based on increasing or decreasing values, changing frequencies, or other variations. The math object uses multiple representations that are interactive and change with the given input. In this format, patterns can be observed and manipulated. Conjectures can be made and then tested. Mathematical patterns emerge intuitively and can be replicated. The end result is not a given right or wrong answer, but a deeper understanding of a mathematical property in the form of a predictable mathematical pattern discovered and owned by the student".

Some students and teachers may find interactive mathematics objects difficult to apply if they are used to work under direct instructions. It also takes time to develop meaningful ideas with trial and error, hence, both students and a teacher must be motivated to use them properly.

Another aspect to the evaluation of usability of ICT applications is how they take into account the cognitive load inherent in the provided interface, i.e., how much the using of the application burdens our short time working memory, see Sweller (1988). For example, Tossavainen (2009) showed that the cognitive load related to solving linear equations may remarkably vary depending on the chosen approach.

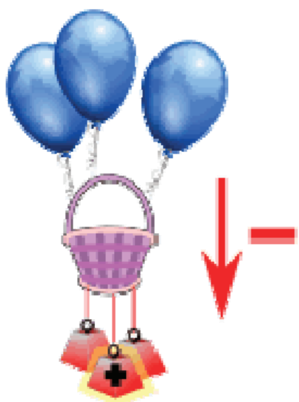
In this paper, I demonstrate with a few exemplar ICT applications that even advanced contemporary technological tools allowing the usage of several or all of the six formats above may have certain weakness and limitations that a teacher must acknowledge in order to contribute to the learning of mathematics in an effective way. I do this by surveying the teaching and learning of integers, especially negative numbers. However, it also turns out that if we shift from traditional instruction based teaching of mathematics to a more constructive and open problems orientated activity, then even simple interactive format tools may be very helpful in mathematics classroom.

2. Learning negative numbers with MathIsFun.com and GeoGebra

MathIsFun.com (www.mathisfun.com) is a typical contemporary e-learning material that is shared free in Internet (and funded by selling space for advertisements). It supports the usage of all of the above formats, yet it especially contributes to informational and game formats and contains only some interactive elements. At first glance, the interface of this application is well designed, it clearly aims at decreasing the cognitive load to learning conceptual knowledge, for example, by limiting number of elements showing on the screen simultaneously to a quite small number and by providing plenty of visualizations and internal links to the definitions of the central concepts.

In Mathisfun.com/positive-negative-integers.html, the positive numbers are visualized as balloons and the negative numbers as weights; the number line is also introduced but merely as a secondary representation of integers. Figure 1 demonstrates how addition and subtraction are introduced is this approach.

FIGURE 1. Adding a negative number is adding a number of weights.



This representation of integers relies heavily on the experience from a real world and it has got certain advantages, e.g., the visualization of the concept of additive inverse is informative. It also works well with subtraction of positive numbers in cases where minuend is greater or equal to subtrahend.

However, cognitive conflicts with the real world experiences begin to occur when we consider zero: the basket without balloons and weights falls down. Further, it is not trivial to see why adding a negative number is equal to subtracting a positive number, e.g., 3+(-2) =3–2; the application does not explain this at all. In fact, balloons and weights are different kind of objects, yet positive and negative numbers should ultimately be similar elements of the same Abelian group.

The most problematic calculations are now those where subtracting a negative number results into a positive difference, for example, -1 – (-3) = 2. Indeed, how one should be able to remove three weights and end up with two balloons if there only is one weight in the first place? Another fundamental weakness is limiting to small numbers; balloons and weights do not provide any practical help for calculating, say, 1234–(-567).

A fundamental reason for these problems is that, de facto, it is not possible to visualize the cardinality of negative numbers in any concrete manner. In other words, there are no way to depict minus three balloons etc. In this approach, a heavy commitment to a realistic representation of integers now seems to lead to several paradoxes or blind alleys. Although there are several examples and common sense explanations for addition and subtraction, the given information does not provide any help for solving the above problems. This produces only unnecessary cognitive load.

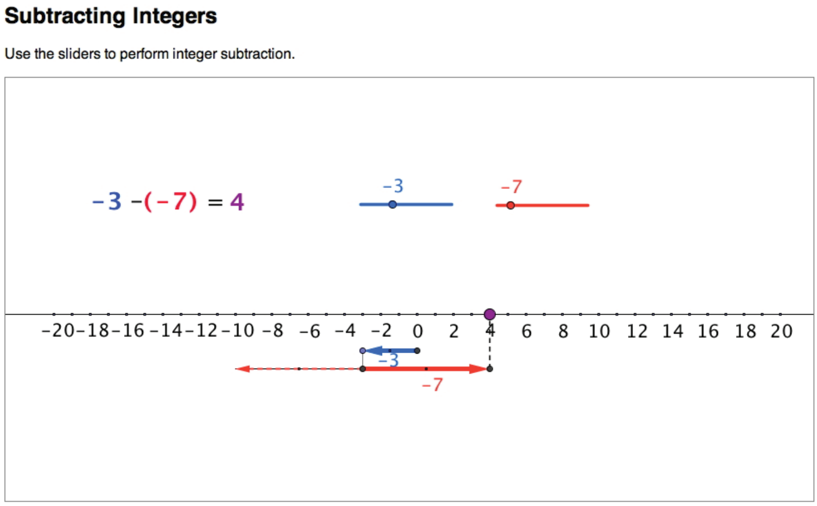
GeoGebra (www.geogebra.org) is probably the most generally used dynamic geometry software that can also be widely used in other areas of mathematics, too. It is a freeware package. A typical GeoGebra worksheet contains both graphic and algebraic interactive inputs. The cognitive load related to a worksheet depends completely on that how well it is designed. There are a large number of worksheets (to be more precise, at the moment of writing this article, 86 707 free worksheets at www.geogebratube.org alone) that users share in Internet; the inherent cognitive load varies significantly between individual worksheets but many of them are quite reasonably realized.

Naturally, there are several GeoGebra worksheets for studying integers, too. In most cases, if not in all, they illustrate integers with a number line, see Figure 2 below.

Interestingly, at first sight, this approach seems to have the same strengths and weaknesses as the balloons and weights above: It supports well the visualization of the concept of inverse but it does not separate “-" (inverse) and “–“ (subtraction) and, hence, it does not provide direct instructions how to interpret addition and subtraction visually. It also focuses only on small numbers and does not give any practical advice for calculations with larger numbers.

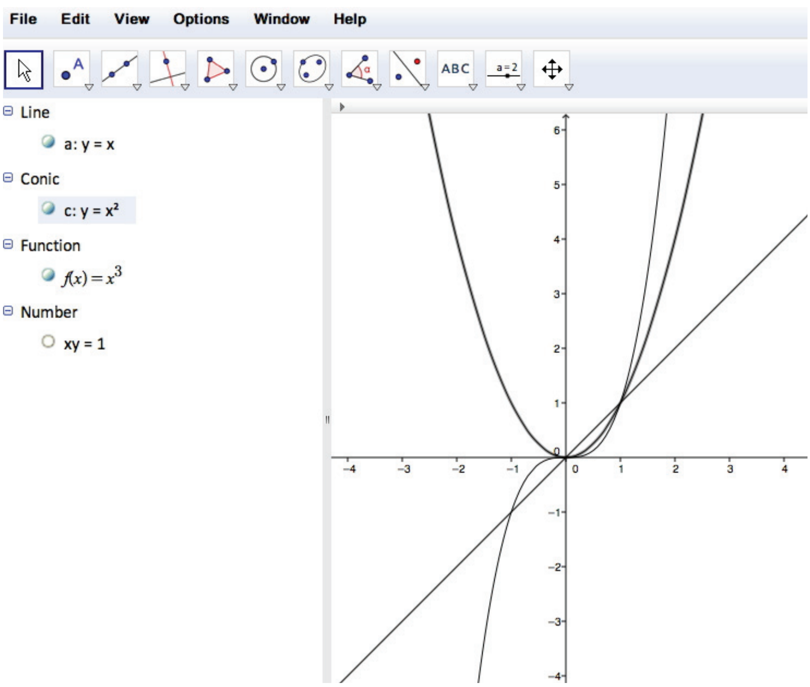
However, this is a typical interactive format tool and, therefore, the purpose is that a user herself discovers the dual role of the minus sign and the rules to interpret addition and subtraction visually. In Figure 2, the blue and red line segments are interactive sliders that a user can adjust for performing the desired subtraction. The worksheet automatically provides the result of the subtraction and draws the corresponding arrows below the number line. The use of the colours for indicating the relationship between the sliders and effects on the arrows and the equation of subtraction is a clever way to decrease the inherent cognitive load.

FIGURE 2. The illustration of the subtraction of integers in GeoGebra.



The fundamental difference between the MathIsFun.com application and this GeoGebra worksheet is that the previous one supports a traditional instruction based teaching by being informative, representative and explanatory (with several weaknesses), the latter one is simplified to minimize the cognitive load, less informative and explanatory but more interactive supporting the trial and error method.

FIGURE 3. Four equations interpreted by GeoGebra.



Although GeoGebra provides a plausible platform to develop interactive tools for teaching mathematics, Figure 3 reveals that there still is demand for certain improvements. For example, GeoGebra does not support very well the learning of the correct usage of language in mathematics. If the equations $y=x$, $y=x^2$, $y=x^3$, and $xy=1$ are entered in a plain worksheet, GeoGebra calls the first one as a line, the second one as a conic, the third one as a function and the last one as a number! Again, this kind of problems induce unnecessary cognitive load.

3. Discussion and concluding remarks

For example, Attorps, Björk, Radic and Tossavainen (2013) showed that GeoGebra can significantly improve students' conceptual understanding in mathematics if it is used wisely. Tossavainen (2007) has proposed that if a mathematical concept can be dismantled and transformed into a set of procedural steps, it should contribute to the adoption of the concept. The idea in this kind of approach is that, for instance, determining whether a given function is continuous is same as performing a set of procedural tests which reveal whether the given function has got the properties which constitute the concept of continuity.

Like in the example above, GeoGebra worksheets provide support for this kind of surveying of mathematical concepts. Above, a learner can develop deep and coherent understanding about the concept of subtraction already with trial and error method *if she is instructed to test relevant hypotheses*. In other words, the wise usage of a worksheet or an application is essentially dependent on teacher's actions in a learning situation.

Recent research (e.g. Tossavainen, Attorps & Väisänen, 2011; Viirman, Attorps & Tossavainen, 2011) has revealed that even prospective mathematics teachers quite generally have incorrect view of fundamental mathematical concepts. This is a real challenge for using ICT in the above way. The examples we discussed in the previous section showed that typical ICT applications do not necessarily provide strong direct support for learning the conceptual knowledge of mathematics.

There are no easy solutions for compensating teachers' insufficient knowledge if the development of the ICT applications is concerned. In order to keep the cognitive load of the interface of an application within reasonable limits, the number of informative elements must be kept small. Illustrations and representations may be used to reduce the cognitive load but, as we saw above, they easily backfire if they do not take into account all fundamental aspects of the concepts to be learnt.

A main conclusion of this article is that, if we want to use ICT wisely in mathematics education, then we must pay more attention to supporting our teachers to gain a sufficient conceptual understanding in mathematics. Relevant and usable applications we already have available.

References

1. ATTORPS, I., BJÖRK, K., RADIC, M., and TOSSAVAINEN, T. Varied ways to teach the definite integral concept. *International Electronic Journal of Mathematics Education*. 2013, Vol. 8(2-3), pp. 81-99.
2. BECTA. *What the research says about using ICT in Maths*. British Educational Communications and Technology Agency. On line [22.3.2014] https://www.education.gov.uk/publications/eOrderingDownload/15014MIG2799.pdf

3. BOS, B. Technology with Cognitive and Mathematical Fidelity: What it Means for the Math Classroom. *Computers in the Schools.* 2009, Vol. 26 (2), pp. 107-114.
4. SWELLER, J. Cognitive load during problem solving: effects on learning. *Cognitive Science*. 1988. Vol. 12(1), pp. 257-285.
5. TOSSAVAINEN, T. Who can solve 2x=1? An analysis of cognitive load related to learning linear equation solving. *The Montana Mathematics Enthusiast*. 2009, Vol. 6(3), pp. 435-448.
6. TOSSAVAINEN, T. ATTORPS, and VÄISÄNEN, P. On mathematics students' understanding of the equation concept. *Far East Journal of Mathematical Education*. 2011, Vol. 6(2), pp. 127-147.
7. TOSSAVAINEN, T. Proceduralising conceptual knowledge of mathematics – or the other way around. In O. Eskilsson & A. Redfors (eds.), *Ämnesdidaktik ur nationellt och internationellt perspektiv* Kristianstad: Kristianstad University Press. 2007, pp. 285–292.
8. VIIRMAN, O., ATTORPS, I. and TOSSAVAINEN, T. Different views – some Swedish mathematics students' conception about function. *Nordisk Matematik Didaktik*. 2011, Vol. 15(4), pp. 5-24.

Contact address
Timo Tossavainen, Docent, Ph.D.
University of Eastern Finland
P.O. Box 86, FI-57501 Savonlinna, Finland
Phone: +358 50 321 8972
E-mail: timo.tossavainen@uef.fi

PŘÍSPĚVKY

ACTA UNIVERSITATIS PALACKIANAE OLOMUCENSIS
FACULTAS PAEDAGOGICA 2014 MATHEMATICA IX

CLIL - INTEGROVANÁ VÝUKA MATEMATIKY A ANGLIČTINY V PŘÍPRAVĚ BUDOUCÍCH UČITELŮ 1. STUPNĚ ZÁKLADNÍCH ŠKOL NA PEDAGOGICKÉ FAKULTĚ UNIVERZITY PALACKÉHO V OLOMOUCI

Zuzana BARTSCH VESELÁ

Abstrakt

Příspěvek se zabývá problematikou přípravy studentů oboru Učitelství pro 1. stupeň ZŠ na Pedagogické fakultě Univerzity Palackého v Olomouci v kontextu postupného zavádění metody CLIL (Content and Language Integrated Learning) do českých škol. Popisuje vzájemnou spolupráci kateder anglického jazyka a matematiky směřující k vytváření odborných, jazykových a didaktických kompetencí budoucích učitelů v oblasti integrované výuky matematiky a angličtiny na 1. stupni základních škol.

Klíčová slova: integrovaná výuka, angličtina, matematika, příprava učitelů prvního stupně ZŠ, učitelské kompetence

CLIL - INTEGRATION OF MATHEMATICS AND ENGLISH IN TEACHER TRAINING COURSES FOR PRIMARY TEACHERS AT THE FACULTY OF EDUCATION, PALACKÝ UNIVERSITY IN OLOMOUC

Abstract

This paper deals with the implementation of CLIL (Content and Language Integrated Learning) in the pre-service teacher training courses for primary teachers at the Faculty of Education, Palacký University in Olomouc. It describes the teaching competences neccessary for the integration of mathematics and English at primary schools.

Key words: CLIL, English, mathematics, integration, teacher training, primary teachers

1. Úvod

Je všeobecně známo, že jazyková politika ČR vychází z jazykové politiky Rady Evropy a Evropské unie. V rámci ní byla realizována řada opatření směřující ke zlepšení jazykového vzdělávání v naší zemi. CLIL se stal součástí jazykové politiky ČR a byl oficiálně představen v Akčním programu 2004-2006. V roce 2005 byl vládou schválen *Národní plán výuky cizích jazyků s akčním plánem na období 2005-2008* (2007) s cílem zvýšit jazykové znalosti a jazykové kompetence obyvatelstva České republiky v cizích jazycích tak, aby každý občan byl schopen komunikovat alespoň ve dvou cizích jazycích. *Národní plán výuky cizích jazyků* vyzývá k aplikaci moderních výukových metod, včetně metody CLIL a metodického postupu „*napříč předměty 1. stupně*“.

2. Pojem CLIL

Pojem CLIL (Content and Language Integrated Learning) byl vytvořen v roce 1994 a je používán Radou Evropy jako zastřešující termín pro různé formy vyučování nejazykových předmětů nebo jejich částí v cizím jazyce. Žáci na 1. stupni základních škol se například v matematice učí číslovky, ve výtvarné výchově barvy, v tělesné výchově pokyny, v prvouce zvířata apod.

MŠMT se snažilo přispět k rozšíření CLILu na školách vydáním metodické příručky, kterou vypracoval tým VUP Praha - *Cizí jazyky napříč předměty 1. stupně* (2007). Systematické vzdělávání učitelů v metodě CLIL však začalo až v roce 2010 v rámci projektů ESF (Vojtková, 2011). CLIL se postupně stal i důležitou součástí osnov v pregraduálním vzdělávání učitelů. Nejdelší zkušenost se vzděláváním učitelů v metodě CLIL má Pedagogická fakulta UK v Praze. Katedra matematiky a didaktiky matematiky PdF UK zajišťuje volitelný předmět *Integrovaná výuka matematiky a angličtiny*, který je kromě budoucích učitelů matematiky otevřen i studentům učitelství pro 1. stupeň ZŠ (CLIL, 2012).

3. CLIL v přípravě učitelů 1. stupně ZŠ na Pedagogické fakultě Univerzity Palackého

Od roku 2011 je na Pedagogické fakultě Univerzity Palackého v Olomouci v rámci dalšího vzdělávání pedagogických pracovníků nabízen metodický kurz *CLIL pro učitele na 1. a 2. stupni ZŠ*, který je garantován Katedrou anglického jazyka PdF UP. Na Katedře anglického jazyka je CLILu věnovaná velká pozornost i v pregraduální přípravě učitelů 1. stupně základních škol jak v prezenční, tak kombinované formě studia. V rámci předmětu *Didaktika angličtiny* se budoucí učitelé seznamují se zásadami a metodologií metody CLIL. Jsou vedeni k tomu, aby sami vytvářeli vhodné aktivity a realizovali je ve výuce na školách většinou během pedagogických praxí.

Studenti oboru Učitelství pro 1. stupeň základních škol si své znalosti a dovednosti získané v předmětu *Didaktika angličtiny* mohou prohloubit v novém volitelném předmětu *Aplikace angličtiny ve výuce primární matematiky,* který byl vytvořen na Katedře matematiky PdF UP v Olomouci v rámci projektu FRVŠ *Jazykově integrovaná výuka primární matematiky se zaměřením na angličtinu*. Katedra anglického jazyka PdF UP zde participuje jako spoluřešitel projektu. Studenti jsou v obou předmětech vedeni k tomu, aby si postupně osvojili metodiku CLIL a aby vytvářeli vhodné metodické materiály s cílem aplikovat metodu CLIL v hodinách matematiky na 1. stupni ZŠ.

4. Integrovaná výuka matematiky a angličtiny na 1. stupni ZŠ

O výhodách vyučovacího předmětu *matematika* v souvislosti s CLILem se vedou spory (CLIL, 2012). Je otázkou, jestli zavedení CLILu v matematice může přispět ke zlepšení úrovně angličtiny jako v jiných předmětech. Ačkoli výsledky výzkumů prokázaly pozitivní vliv CLIL výuky na cizojazyčné kompetence studentů (Skořepová, 2012), slovenský výzkum zaměřený na zlepšení jazykových dovedností žáků 4. ročníku ZŠ prostřednictvím CLILu v hodinách matematiky toto tvrzení nepotvrdil (Kubeš, 2012). Na druhé straně bylo zjištěno, že částečná výuka matematiky v angličtině (tj. v poměru 1:3 k hodinám vedených ve slovenském jazyce) nemá za následek zhoršení matematických vědomostí a dovedností.

Mnohé domácí zkušenosti ale dokazují, že děti na prvním stupni nemají s touto formou výuky žádné potíže. Zdá se, že menší děti přijímají CLIL zcela přirozeně. I pro učitele na 1. stupni je využívání CLILu zřejmě snazší než jinde, už proto, že učitel vyučuje ve své třídě většinu předmětů, žáky ve své třídě velmi dobře zná a může CLIL zařazovat flexibilně tam, kde je to nejvhodnější (Vojtková, 2011).

5. Kompetence učitele pro CLIL

Jednou z nejdůležitějších otázek pro realizaci vyučování formou CLILu je otázka kompetencí učitelů pro CLIL. V České republice zatím nejsou stanovena žádná kvalifikační omezení pro učitele. Rozhodnutí o tom, kdo může prostřednictvím CLILu vyučovat, je zcela v kompetenci ředitele dané školy. Hlaváčová (2011) však upozorňuje, že výuka nejazykového předmětu prostřednictvím cizího jazyka vyžaduje od učitele řadu profesních znalostí a pedagogických dovedností. Ideálním učitelem pro CLIL se jeví ten, kdo má požadované vzdělání jak pro výuku příslušného cizího jazyka, tak i pro výuku daného nejazykového předmětu.

Domníváme se, že pro úspěšnou aplikaci metody CLIL na 1. stupni ZŠ musí učitelé získat kompetence spadající do třech základních oblastí: odbornost **v nejazykových předmětech**, **jazykové kompetence** (doporučujeme jazykovou kompetenci minimálně na úrovni B2 dle SERR) a **didaktické dovednosti se zaměřením na CLIL.**

6. Závěr

Závěrem lze konstatovat, že na PdF UP v Olomouci byly pro studenty oboru Učitelství pro 1. stupeň ZŠ vytvořeny optimální podmínky pro získání potřebných učitelských kompetencí nezbytných pro úspěšnou aplikaci metody CLIL na primárním stupni základních škol.

Literatura

1. BALADOVÁ, G., FASTOVÁ, I., FOLTOVÁ, H. *Cizí jazyky napříč předměty 1. stupně ZŠ.* Praha: VÚP, 2007. ISBN 978-8087000-15-1.
2. BALL, P., KLEČKOVÁ, G., NOVOTNÁ, J. *CLIL Cizí jazyky napříč předměty 2. stupně ZŠ a odpovídajících ročníků víceletých gymnázií*. Praha: NÚV, 2012. [cit. 2014-21-02] Dostupné na <http://clil.nuv.cz>
3. *Národní plán výuky cizích jazyků* [online]. Praha: MŠMT, 2005, 2009 [cit. 2014-03-03]. Dostupné na <http://aplikace.msmt.cz/PDF/JT010NPvyukyCJnaNet.pdf>
4. HLAVÁČOVÁ, M. a kol. *Seznamte se s CLILem. Getting to know CLIL practices.* Praha: NÚV, 2011. ISBN 978-80-87063-52-1.
5. KUBEŠ, M. Aplikácia prístupu CLIL na hodinách matematiky v 4. ročníku ZŠ. In: Rozvíjanie cizojazyčných zručností u detí v školskom a rodinnom prostredí [online]. Bratislava: Havava, 2012, s.49-63. ISBN 978-80-971123-0-1. [cit. 2014-01-03].Dostupné na <http://www.bilfam.eu/content/accounts/Zlatica/zbornik_Konferencia_Rozvoj_cudzojazycnych_zrucnosti_2012.pdf>
6. SKOŘEPOVÁ, T. Aktuální výzkumy integrované výuky cizího jazyka a nejazykového předmětu - přehledová studie. In: JANÍKOVÁ, V., PÍŠOVÁ, M., HANUŠOVÁ, S. *Výzkum výuky cizích jazyků II.* Brno: Masarykova univerzita, 2012, s. 61-75. ISBN 978-80-210-6108-8.
7. VOJTKOVÁ, N., HANUŠOVÁ, S. *CLIL v české školní praxi.* Praha: NÚV, 2011. ISBN 978-80-87063-52-1.

Kontaktní adresa
Mgr. Zuzana Bartsch Veselá, Ph.D.
Katedra anglického jazyka
Pedagogická fakulta UP v Olomouci
Žižkovo nám. 5
771 40 Olomouc
Telefon: +420 585635904
E-mail: zuzana.bartsch@upol.cz

ELEKTRONICKÝ PODPORNÝ KURZ V PREDMETE EDUKAČNÉ KONCEPCIE ROZVOJA MATEMATICKEJ GRAMOTNOSTI

Mária BENIAČIKOVÁ, Jaroslava BRINCKOVÁ

Abstrakt

Príspevok prezentuje elektronický kurz vytvorený v prostredí LMS MOODLE na podporu predmetu Edukačné koncepcie rozvoja matematickej gramotnosti (EDUKO), nakoľko je to jediný predmet zaoberajúci sa matematikou v magisterskom študijnom programe Predškolská pedagogika. Stručne opisujeme prípravu budúcich učiteľov predprimárneho vzdelávania v oblasti matematiky. V príspevku ponúkame ukážku elektronického kurzu predmetu EDUKO.

Kľúčové slova: ISCED 0, kľúčové kompetencie, elementárna matematika, príprava učiteľov materských škôl a školských klubov

ELECTRONIC AIDS COURSE IN TEACHER EDUCATION DEVELOPMENT CONCEPT NUMERACY

Abstract

This paper presents an electronic course created in LMS Moodle Course Educational support numeracy development concept, because it is the only subject of mathematics concerned with the Master's degree program Preschool Education. Briefly describe the preparation of future teachers of pre-primary education in mathematics. In this paper we offer a preview of electronic course syllabus EDUKO.

Keywords: ISCED-0, keycompetenes, Elementary math, preparation of kindergarten teachers and school clubs

1. Úvod

Význam matematickej gramotnosti stále narastá, pretože narastá množstvo a rôznorodosť kvantitatívnych a matematických informácií, s ktorými sa stretávame v súkromnom a pracovnom živote. Každý z nás sa musí neustále rozhodovať a svoje rozhodnutia zdôvodňovať. Získanie matematickej gramotnosti znamená, že sa jedinec naučí zdôvodnene sa rozhodnúť, používať matematiku a zaoberať sa ňou spôsobmi, ktoré zodpovedajú potrebám života konštruktívneho, zaujatého a rozmýšľajúceho občana.

Matematická gramotnosť sa u jedinca postupne rozvíja už od detského veku, kedy dieťa pozoruje svoje okolie, snaží sa napodobňovať rodičov, súrodencov, kamarátov. Začína triediť hračky pri upratovaní, pomáha mame s nakupovaním, učí sa detské „vypočítavanky“, hrá sa hry, pri ktorých využíva matematiku. Veľký vplyv na rozvoj matematickej gramotnosti má aj učiteľ materskej školy. Podľa ISCED 0 získa dieťa v predprimárnom vzdelávaní kompetencie: psychomotorické, osobnostné, sociálne, komunikatívne, kognitívne, učebné a informačné kompetencie. Kognitívne kompetencie v sebe zahŕňajú tri časti:

- *základy riešenia problémov* – dieťa hľadá a objavuje súvislosti medzi jednotlivými informáciami, objavuje tie, ktoré sú nápomocné pri riešení problému, rieši samostatne, alebo pomocou učiteľa problémy v osobnej a spoločenskej rovine, rieši jednoduché problémové úlohy, uplatňuje v hre a rôznych situáciách matematické myslenie,
- *základy kritického myslenia* – porovnávanie podobností a rozdielov predmetov, javov, osôb, dieťa odôvodňuje svoje názory, prejavuje postoje, vyslovuje jednoduché úsudky, hodnotí spontánne a samostatne vo svojom bezprostrednom okolí, čo sa mu páči, alebo nepáči, čo je správne a nesprávne, čo je dobré a zlé na osobách, veciach, názoroch,
- *základy tvorivého myslenia* – rozvíjajú u dieťaťa predškolského veku uplatňovanie vlastných predstáv pri riešení problémov, nachádzanie neobvyklých odpovedí alebo riešení, objavovanie a nachádzanie funkčnosti vecí, predstáv, myšlienok, dieťa si uvedomuje ich zmeny a objavuje algoritmus riešenia úloh pokusom a omylom, alebo podľa zadaných inštrukcií, odstraňuje prípadnú chybu. (Gerová, Ľ., 2013)

2. Príprava budúcich učiteľov predprimárneho a primárneho vzdelávania na UMB v Banskej Bystrici

Na to, aby sa u detí správne rozvíjali matematické predstavy je potrebné, aby učiteľ materskej školy bol dostatočne pripravený na rozvoj matematickej gramotnosti u detí predškolského veku. Univerzita Mateja Bela v Banskej Bystrici pripravuje budúcich učiteľov materských škôl na Pedagogickej fakulte, na katedre Predškolskej a elementárnej pedagogiky. V bakalárskom štúdiu si učitelia vyberú odbor Predškolská a elementárna pedagogika a po získaní titulu Bakalár si môžu zvoliť jeden z dvoch magisterských študijných programov – Učiteľstvo pre primárne vzdelávanie alebo Predškolská pedagogika.

Tabuľka 1: *Prehľad predmetov venujúcich sa matematike v štúdiu Predškolskej a elementárnej pedagogiky, ponúkaných na PdF UMB*

	Bakalársky stupeň	**Magisterský stupeň**
Povinné predmety	Matematická gramotnosť I (3 hod.)	
	Matematická gramotnosť II (5 hod.)	
Povinne voliteľné predmety	Metodika riešenia matematických úloh (2 hod.)	Edukačné koncepcie rozvoja matematickej gramotnosti (2 hod.)
	Metodika rozvíjania mat. predstáv (2 hod.)	
Voliteľné predmety	Elementárne matematické zručnosti (2 hod.)	
	Matematika a práca s informáciami (2 hod.)	
	Hry a matematika (2 hod.)	

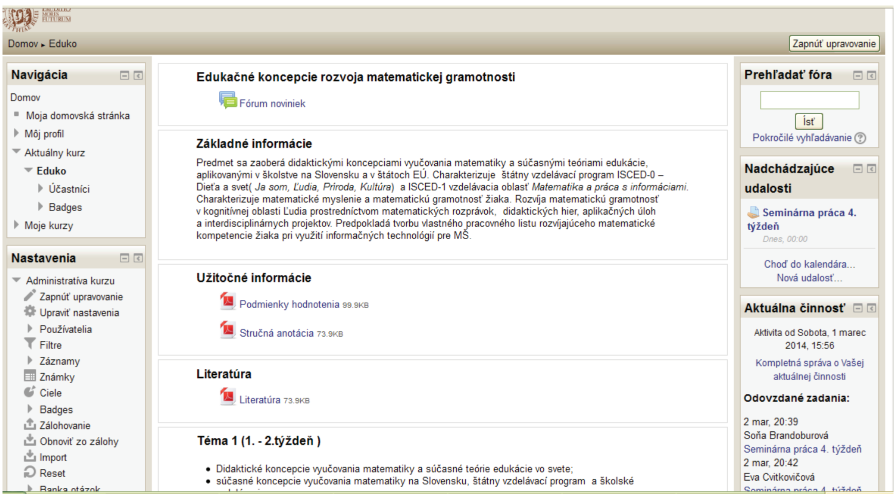
Študenti, ktorí sa rozhodnú v magisterskom štúdiu pokračovať v odbore Učiteľstvo pre primárne vzdelávanie majú niekoľko hodín matematiky do týždňa. Ak sa však rozhodnú pre študijný program Predškolská pedagogika, môžu si vybrať len jeden povinne voliteľný predmet s názvom Edukačné koncepcie rozvoja matematickej gramotnosti.

Absolvent magisterského študijného programu Predškolská pedagogika je spôsobilý vykonávať profesiu: na úrovni predprimárneho vzdelávania v materských školách a v zariadeniach pre deti predškolského veku, metodika pre oblasť predprimárneho vzdelávania, špecializovaného pracovníka štátnej správy pre oblasť výchovy a vzdelávania detí predškolského veku, pracovníka v sektore vzdelávania detí s kultúrnym hendikepom, výskumného pracovníka pre oblasť predprimárneho vzdelávania a pre oblasť výchovy a vzdelávania detí predškolského veku.

3. Podpora predmetu EDUKO e- kurzom

Cieľom predmetu Edukačné koncepcie rozvoja matematickej gramotnosti je poukázať na možnosti rozvoja schopností (kompetencií), ktoré treba aktivovať pre také prepojenie reálneho sveta s matematikou, ktoré vedie k danému riešeniu problému. Obohatia sa vedomosti študentov a rozvinú ich schopnosti tvorivo využívať a posúdiť vhodnosť prvkov netradičného vyučovania, s cieľom zvýšiť efektívnosť vyučovania. Cieľom je tiež potlačiť stereotyp a rutinu, ukázať možnosti rôznych štruktúr vyučovania, podporiť tvorivosť a vynaliezavosť a tak vzbudiť záujem študentov o tvorivý prístup k rozvoju matematickej gramotnosti.

Nakoľko časová dotácia predmetu je veľmi malá a je to počas magisterského štúdia daného odboru jediný predmet venujúci sa rozvoju matematickej kompetencie, rozhodli sme sa využiť aj iné vhodné prostriedky podporujúce rozvoj matematickej gramotnosti. Jedným z možných prostriedkov je využitie Learning Management System (ďalej LMS). V prostredí LMS MOODLE sme vytvorili podporný e-kurz s rovnakým názvom ako predmet – Edukačné koncepcie rozvoja matematickej gramotnosti – v skratke EDUKO (viď. Obrázok 1).



Obrázok 1 *Ukážka e-kurzu Edukačné koncepcie rozvoja matematickej gramotnosti*

Celý kurz je rozdelený na 5 častí (tém) po niekoľkých týždňoch. Obsah jednotlivých tém je nasledovný:

Téma 1 (1. – 2. týždeň)

- Didaktické koncepcie vyučovania matematiky a súčasné teórie edukácie vo svete

- Súčasné koncepcie vyučovania matematiky na Slovensku, štátny vzdelávací program, školské vzdelávacie programy
- Novelizácia osnov a obsahu vyučovania matematiky ISCED 0 a ISCED 1
- Rozvoj matematického myslenia skladaním trojuholníkov zo „zápaliek“

Téma 2 (3. – 4. týždeň)

- Pojmotvorný proces v matematike
- Matematické myslenie a matematická gramotnosť
- Inovácia základných stratégií a metód vyučovania matematiky

Téma 3 (5. – 8. týždeň)

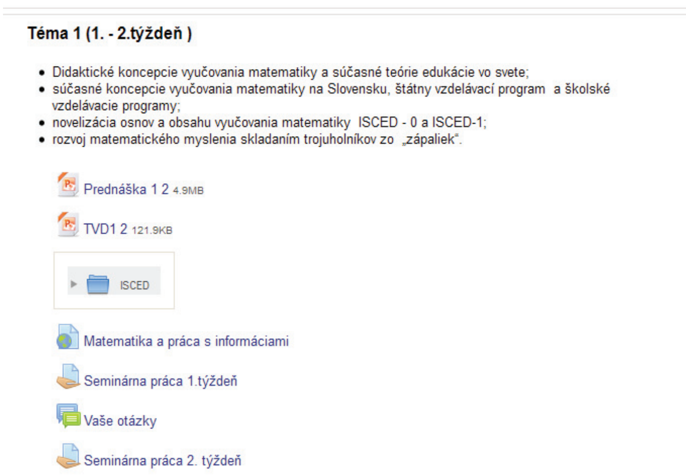
- Matematické rozprávky a hry
- Tvorba aplikačných úloh diferencujúcich dosiahnuté úrovne matematickej gramotnosti žiaka v kognitívnej oblasti Ľudia
- Umenie vidieť v matematike – mozaiky, detské stavebnice
- Učebné pomôcky a využitie IKT pri rozvíjaní matematickej gramotnosti

Téma 4 (9. – 10. týždeň)

- Problémové vyučovanie matematiky – bludiská
- Projektové vyučovanie v matematike

Téma 5 (11. – 12. týždeň)

- Tvorba a prezentácia vlastného pracovného listu rozvíjajúceho matematickú gramotnosť detí predškolského veku.



Obrázok 2: *Ukážka Témy1 v prostredí LMS MOODLE*

Každá téma obsahuje okrem stručného prehľadu danej témy aj powerpointovú prezentáciu k prednáške a k tvorivým dielňam, stručné ukážky projektu, prípadne študijnú literatúru a zadanie pre domácu seminárnu prácu (viď. Obrázok 2). Študenti po vypracovaní seminárnej práce túto prácu vložia do LMS MOODLE a učiteľ prácu ohodnotí.

Vytvorený e-kurz bude použitý ako podporný kurz aj pre externé štúdium študijného programu.

Jednotlivé hodiny sú rozdelené do dvoch etáp. V prvej časti hodiny je prednáška, pri ktorej využívame PPT prezentáciu. Počas prednášky študenti riešia niekoľko úloh, či už samostatne, alebo frontálne. Danú prednášku si tiež môžu študenti pozrieť po vyučovaní, prihlásením sa do kurzu. Druhá časť hodiny je tvorivá dielňa, kde študenti aktívne a tvorivo pracujú na riešení jednotlivých úloh. Výučba pokračuje formou domácej seminárnej práce. Seminárne práce spravidla obsahujú 3 úlohy, ktoré študenti vypracujú a odovzdajú prostredníctvom LMS MOODLE.

Jednou z takých úloh bolo doplnenie „Herkulesovej“ tabuľky, ktorá skúma podľa J. Brinckovej (2013, s.145) *schopnosť študenta vnímať trojuholníkovú nerovnosť v číselnej trojici danej obvodom trojuholníka.* Využíva pri tom manipuláciu s predmetmi, ktoré podľa K. Žilkovej (2013, s.30) *umožňujú posun z konkrétnych skúseností k abstraktnému mysleniu.* Úlohu začali študentky riešiť na vyučovaní. Z daného počtu zápaliek vytvárali trojuholníky, pričom ich mali roztriediť podľa toho, o aký trojuholník išlo – ostrouhlý, pravouhlý, tupouhlý, rovnoramenný, rovnostranný, rôznostranný. Do tabuľky potom zapisovali obvody trojuholníkov, číselné trojice – dĺžky strán trojuholníkov a zaradenie trojuholníkov. Na vyučovaní sme tabuľku doplnili do počtu 12 zápaliek. Úlohou študentiek na seminárnej práci bolo doplniť tabuľku do počtu 16 zápaliek. Štyri aktívne študentky však doplnili tabuľku do počtu 33 zápaliek. Iba jedna študentka z deviatich prišla na to, že tabuľku bolo možné doplniť na základe algoritmu, bez modelovania trojuholníkov. Niektoré študentky napísali veľmi pekné závery, ku ktorým dospeli po vypracovaní úlohy. Na ďalšej hodine sa vyjadrili, že úloha pre ne bola časovo náročná, ale zaujímavá.

Záver

Elektronický kurz je pre študentov Predškolskej pedagogiky nápomocný, pretože umožňuje komunikáciu medzi študentom a vyučujúcim aj mimo vyučovania. Študentom v externom štúdiu e-kurz umožňuje doplniť si vedomosti, ktoré sa nedajú získať v 8-hodinovom bloku seminára počas jedného piatkového popoludnia. V súčasnosti pripravujeme v rámci e-kurzu aj elektronické testy, ktoré vychádzajú z prebraných tém v predmete EDUKO a overujú vedomosti získané študentmi v rámci predmetu.

Príspevok vznikol z podporou grantu KEGA - 020UMB-4/2013 Rozvíjanie matematickej gramotnosti prostredníctvom elektronicky podporovanej výučby v odbore Predškolská a elementárna pedagogika.

Literatúra

1. BRINCKOVÁ, J.: *Vyučovanie matematiky z pohľadu súčasnej školskej reformy: (tvorivá práca učiteľa matematiky)*. 1. uprav. vyd. Banská Bystrica : Univerzita Mateja Bela, Fakulta prírodných vied, 2013. 145 s. ISBN 978-80-557-0459-3.
2. GEROVÁ,Ľ.: *Matematická gramotnosťII*. Banská Bystrica:PdF UMB, 2013. s.59, 2013. ISBN9788055705262
3. ŽILKOVÁ, K.: *Teória prax geometrických manipulácií v primárnom vzdelávaní*. Praha: Powerprint, 2013. ISBN 978-80-87415-84-9

Kontaktní adresa

Doc. RNDr. Jaroslava Brincková, CSc.
Katedra matematiky FPV UMB
Tajovského 40, 974 01 Banská Bystrica
Telefón: +421484467 223
E-mail: jaroslava.brinckova@umb.sk

Mgr. Mária Beniačiková
Katedra matematiky FPV UMB
Tajovského 40, 974 01 Banská Bystrica
Telefón: +421 484 467 122
E-mail: maria.beniacikova@umb.sk

ACTA UNIVERSITATIS PALACKIANAE OLOMUCENSIS
FACULTAS PAEDAGOGICA 2014 MATHEMATICA IX

ŘETĚZOVÉ ZLOMKY A QUASIPYTHAGOREJSKÉ TROJICE

Jaroslav BERÁNEK

Abstrakt

V příspěvku je popsána možnost aproximace racionálních a iracionálních čísel pomocí řetězových zlomků. Na základě této aproximace jsou odvozena přibližná vyjádření hodnot goniometrických funkcí některých úhlů pomocí zlomků, následně je pak tohoto vyjádření využito k zavedení tzv. quasipythagorejských trojic. Je tedy možné sestrojit trojúhelník, který není pravoúhlý, ale od pravoúhlého trojúhelníka se téměř neliší.

Klíčová slova: reálná čísla, řetězové zlomky, pythagorejské trojice

CONTINUED FRACTIONS AND QUASI-PYTHAGOREAN TRIPLES

Abstract

The article describes the possibility of rational and irrational numbers approximation with the help of continued fractions. Based on this approximation, there are derived approximate values of goniometric functions of some angles with the aid of fractions and consequently such formulation is used for the introduction of quasi-Pythagorean triples. Thus it is possible to construct a triangle which is not a rectangular one, but does not nearly differ from a rectangular one.

Key words: real numbers, continued fraction, Pythagorean triples

1. Úvod

Jednou z nejdůležitějších součástí obsahu matematických disciplín ve studiu učitelství pro 1. stupeň ZŠ je studium konstrukce a vlastností základních číselných oborů. Toto téma je však řadou studentů považováno za příliš abstraktní a téměř zbytečné. S argumentací, že přirozená čísla, celá čísla a zlomky jsou dostatečně známé a žádná teorie není potřeba, se řada vysokoškolských učitelů určitě setkala. V tomto příspěvku ukážeme, že i v teorii číselných oborů jsou témata, která běžně známá nejsou a která mohou u studentů se zájmem o matematiku působit jako motivace pro její další studium. Velmi výhodná je v tomto smyslu teorie řetězových zlomků, která umožňuje přibližná vyjádření racionálních i iracionálních čísel. Tuto teorii stručně popíšeme včetně zajímavé aplikace, kdy budeme hledat trojice přirozených čísel, které tvoří délky stran quasipravoúhlého trojúhelníka (který není sice pravoúhlý, ale téměř se od něj neliší) a určíme přibližná vyjádření hodnot některých goniometrických funkcí pomocí zlomku. Taková objevitelská činnost v matematice, byť získané výsledky nemají z hlediska odborné matematiky větší význam, může u studentů působit jako silný motivační faktor k dalšímu studiu. Poznamenejme, že vzhledem k rozsahu a účelu příspěvku nebudou v teorii uváděny důkazy. Lze je nalézt např. v publikacích [1] a [3].

2. Řetězové zlomky

Nejprve se budeme zabývat řetězovými zlomky racionálních čísel. Řetězovým zlomkem budeme rozumět výraz tvaru

$$q_1 + \cfrac{1}{q_2 + \cfrac{1}{q_3 + \cfrac{1}{\ddots + \cfrac{1}{q_n}}}} \tag{1}$$

kde $q_2, q_3, , \dots , q_n \in \boldsymbol{N}$. Pro q_1 budeme pro zjednodušení předpokládat obecně $q_1 \in \boldsymbol{N_0}$. Čísla $q_1, q_2, \dots, q_n$ nazýváme **prvky řetězového zlomku** (1) neboli **neúplné podíly.** Úpravami (1) dostáváme kladné racionální číslo $\frac{p}{q}$. Lze dokázat, že $\frac{p}{q}$ je dokonce zlomek v základním tvaru, tzn. p, q jsou čísla nesoudělná.

Příklad 1:

$$1 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{4}}}} = \frac{61}{47}, \qquad \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{5 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{4}}}} = \frac{69}{151}.$$

Při úpravě řetězového zlomku dostáváme postupně zlomky:

$$q_1 = \frac{q_1}{1} = \frac{P_1}{Q_1},\ \ q_1 + \frac{1}{q_2} = \frac{P_2}{Q_2},\ \ q_1 + \cfrac{1}{q_2 + \cfrac{1}{q_3}} = \frac{P_3}{Q_3}, \text{ atd.} \tag{2}$$

Tyto zlomky $\frac{P_1}{Q_1}, \frac{P_2}{Q_2}, \dots, \frac{P_n}{Q_n}$ nazýváme **sblížené zlomky** řetězového zlomku (1).

Sblížený zlomek $\frac{P_i}{Q_i}$ $(1 \le i \le n)$ nazýváme sblížený zlomek i-tého řádu.

Příklad 2:

Určete sblížené zlomky řetězových zlomků z příkladu 1:

Postupným výpočtem dostaneme pro zlomek $\frac{61}{47}$ posloupnost sblížených zlomků:

$1, \frac{4}{3}, \frac{9}{7}, \frac{13}{10}, \frac{61}{47}$, pro zlomek $\frac{69}{151}$ pak posloupnost $\frac{1}{2}, \frac{5}{11}, \frac{16}{35}, \frac{69}{151}$.

Vzorce (2) nejsou pro rostoucí index příliš vhodné a počítání s nimi je velmi pracné. Pro výpočet sblížených zlomků zavedeme později jednoduché rekurentní vzorce. Poznamenejme, že řetězové zlomky budeme zapisovat ve tvaru

$$(q_1, q_2, \dots, q_n), \tag{3}$$

kde $q_1, q_2, \dots, q_n$ je posloupnost neúplných podílů. Od zápisu (3) můžeme kdykoli snadno přejít k zápisu (1) a naopak. Např. zápisy řetězových zlomků z příkladu 1 jsou tvaru $(1, 3, 2, 1, 4)$, $(0, 2, 5, 3, 4)$.

Doposud jsme hledali k řetězovému zlomku příslušné racionální číslo. Nyní budeme řešit obrácenou úlohu. Kladné racionální číslo $\frac{p}{q}$ chceme vyjádřit ve tvaru řetězového zlomku. Bez důkazu (viz [1]) uvedeme početní postup. Je-li $p > q$, jsou čísla $q_1, q_2, \ldots, q_n$ neúplnými podíly Eukleidova algoritmu při určování největšího společného dělitele čísel p, q. V případě $q > p$ je postup analogický; pouze platí $q_1 = 0$ a Eukleidův algoritmus začínáme dělením čísla q číslem p.

Příklad 3:

Vyjádřete racionální číslo $a = \frac{61}{11}$ jako řetězový zlomek:

Postupným dělením podle Eukleidova algoritmu pro určení největšího společného dělitele čísel 61 a 11 obdržíme neúplné podíly $5, 1, 1, 5$. Výsledný řetězový zlomek je tedy tvaru $5 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{5}}}$, jeho zkrácený zápis je $(5, 1, 1, 5)$.

Jak plyne z předchozího textu, řetězové zlomky racionálních čísel jsou konečné. Pokud vyjádříme řetězovým zlomkem iracionální číslo, bude toto vyjádření nekonečné. K jeho určení nelze použít Eukleidův algoritmus; je nutný přímý výpočet. Připomeneme pouze označení $[\alpha]$ celé části libovolného reálného čísla $\alpha \in \boldsymbol{R}$. Množinu všech iracionálních čísel budeme označovat $\boldsymbol{I}$. Omezíme se opět na kladná reálná čísla.

Nechť $\alpha > 0,\ \alpha \in \boldsymbol{I}$, potom platí $\alpha = [\alpha] + \frac{1}{\alpha_1}$, $\alpha_1 > 1,\ \alpha_1 \in \boldsymbol{I}$. Označíme $q_1 = [\alpha]$, pak

$\alpha_1 = \frac{1}{\alpha - q_1}$. Nyní označíme $q_2 = [\alpha_1]$ a máme $\alpha_1 = q_2 + \frac{1}{\alpha_2}$, $\alpha_2 > 1,\ \alpha_2 \in \boldsymbol{I}$. Odtud lze psát $\alpha_2 = \frac{1}{\alpha_1 - q_2}$ a po dalším označení $q_3 = [\alpha_2]$ platí $\alpha_2 = q_3 + \frac{1}{\alpha_3}$, $\alpha_3 > 1,\ \alpha_3 \in \boldsymbol{I}$.

$$\vdots$$

Všechna $\alpha, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots$ jsou iracionální čísla, proto nemůže postup nikdy skončit. Dostaneme tedy skutečně nekonečný řetězový zlomek $(q_1, q_2, q_3, \ldots)$.

Příklad 4:

Vypočítejte nekonečný řetězový zlomek čísla a) $\alpha = \sqrt{5}$, b) $\alpha = \pi$.

a) $\sqrt{5} = 2 + \frac{1}{\alpha_1}$, $q_1 = 2$. Potom $\alpha_1 = \frac{1}{\sqrt{5} - 2} = \frac{\sqrt{5} + 2}{5 - 4} = \sqrt{5} + 2$, dále píšeme

$\sqrt{5} + 2 = 4 + \frac{1}{\alpha_2}$, $q_2 = 4$, a odtud $\alpha_2 = \frac{1}{\sqrt{5} + 2 - 4} = \frac{\sqrt{5} + 2}{5 - 4} = \sqrt{5} + 2$,

$\sqrt{5} + 2 = 4 + \frac{1}{\alpha_3}$, $q_3 = 4$, $\alpha_3 = \frac{1}{\sqrt{5} + 2 - 4} = \frac{\sqrt{5} + 2}{5 - 4} = \sqrt{5} + 2$, $\sqrt{5} + 2 = 4 + \frac{1}{\alpha_4}$, $q_4 = 4$.

Z výpočtu je již patrné, že $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \ldots = \sqrt{5} + 2$ a tedy $q_2 = q_3 = q_4 = \ldots = 4$.

$\alpha = \sqrt{5} = (2, 4, 4, 4, \ldots)$, což zapisujeme $(2, \overline{4})$. Tento řetězový zlomek je periodický.

b) Analogickým výpočtem dostaneme $\pi = (3, 7, 15, 1, 292, 1, 1, \ldots)$. Lze dokázat, že tento řetězový zlomek není periodický. Můžeme tedy psát

$$\sqrt{5} = 2 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{4 + \ldots}}}}, \qquad \pi = 3 + \cfrac{1}{7 + \cfrac{1}{15 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{292 + \ldots}}}}$$

Sblížené zlomky nekonečných řetězových zlomků jsou definovány stejným způsobem jako sblížené zlomky konečných řetězových zlomků.

Nyní následuje základní tvrzení o aproximaci reálného čísla pomocí sblížených zlomků. Podle předpokladu se omezíme pouze na kladná čísla.

Nechť $\frac{p}{q} \in \boldsymbol{Q}^+$, *nechť* $\frac{p}{q} = (q_1, q_2, \ldots, q_n)$. *Pak pro každé* $k \in \{1, 2, \ldots, n-1\}$ *platí*

$$\left| \frac{p}{q} - \frac{P_k}{Q_k} \right| < \frac{1}{Q_k Q_{k+1}}. \tag{4}$$

Vztah (4) platí i pro $\alpha \in \boldsymbol{I}^+$, v tomto případě pro každé $k \in \boldsymbol{N}$ (místo $\frac{p}{q}$ je ve (4) α).

Nyní zbývá uvést rekurentní vzorce pro určení sblížených zlomků (opět viz [1] a [3]). Definitoricky položíme neexistující sblížené zlomky nultého řádu jako $P_0 = 1$, $Q_0 = 0$. Dále položíme $P_1 = q_1$, $Q_1 = 1$. Čitatele a jmenovatele dalších sblížených zlomků určíme pro $k \geq 2$ podle vztahů

$$P_k = q_k P_{k-1} + P_{k-2}, \; Q_k = q_k Q_{k-1} + Q_{k-2}. \tag{5}$$

Závěrem uvedeme řetězové zlomky některých přirozených čísel: $\sqrt{2} = (1, \overline{2})$, $\sqrt{3} = (1, \overline{1,2})$, $\sqrt{5} = (2, \overline{4})$, $\sqrt{6} = (2, \overline{2,4})$, $\sqrt{7} = (2, \overline{1,1,1,4})$, $\sqrt{8} = (2, \overline{1,4})$, $\sqrt{10} = (3, \overline{6})$.

Nyní uvedeme příklady užití vztahů (5). Poznamenejme, že aproximace čísel pomocí sblížených zlomků s přesností určenou vztahem (4) má význam jednak pro případ racionálních čísel s příliš velkými čísly v čitateli a jmenovateli a zejména pak pro čísla iracionální, pro které je taková aproximace zlomkem nejlepší možná.

Příklad 5: Aproximujte číslo $x = \frac{28771}{39095}$ s chybou menší než $0{,}001$

Pomocí Eukleidova algoritmu určíme řetězový zlomek čísla x, který je tvaru

(0, 1, 2, 1, 3, 1, 2, 4, 3, 4, 2, 5). Pro počítání sblížených zlomků podle (5) užijeme následující tabulku:

q_n	...	0	1	2	1	3	1	2	4	3	4	2	5
P_n	1	0	1	2	3	11	14	39	170	549	2366	5281	28771
Q_n	0	1	1	3	4	15	19	53	231	746	3215	7176	39095

Pro kontrolu si povšimněme, že poslední sblížený zlomek je roven číslu x. Podle (4) postačí aproximovat x zlomkem $\frac{39}{53}$ s chybou menší než $\frac{1}{53 \cdot 231} \doteq 0{,}00008$.

Příklad 6: Aproximujte čísla $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \pi$ s chybou menší než $0{,}001$.

Platí $\sqrt{2} = (1, \overline{2})$, potom několik prvních sblížených zlomků je v tabulce:

q_n	...	1	2	2	2	2	2	2	2
P_n	1	1	3	7	17	41	99	239	577
Q_n	0	1	2	5	12	29	70	169	408

Číslo $\sqrt{2}$ lze s dostatečnou přesností aproximovat zlomkem $\frac{99}{70}$. Analogicky ze vztahu $\sqrt{3}=(1,\overline{1,2})$ zjistíme aproximaci $\sqrt{3}$ zlomkem $\frac{97}{56}$. Jako poslední uvedeme několik prvních sblížených zlomků čísla π. Platí $\pi = (3, 7, 15, 1, 292, 1, 1,\ldots)$, potom sblížené zlomky jsou $3, \frac{22}{7}, \frac{333}{106}, \frac{355}{113}, \frac{103993}{33012}$, ... Číslo π lze tedy s dostatečnou přesností aproximovat zlomky $\frac{333}{106}$ nebo $\frac{355}{113}$. Pro běžné užití ve škole však postačuje i zlomek $\frac{22}{7}$, jehož hodnota je tímto studentům zdůvodněna.

3. Quasipythagorejské trojice

Připomeňme nejprve pythagorejské trojice a jejich přesné vyjádření. Pythagorejské trojice jsou trojice přirozených čísel, které tvoří délky stran pravoúhlého trojúhelníka. Jejich možné určení je následující: Nechť u, v jsou dvě kladná lichá nesoudělná čísla, $u > v$. Pak trojice čísel $\frac{u^2+v^2}{2}$, $\frac{u^2-v^2}{2}$, uv je pythagorejská trojice.

Nyní se budeme zabývat dvěma trojúhelníky, které jsou využívány jako pomůcka k určení hodnot goniometrických funkcí úhlů $30°$, $45°$ a $60°$. Prvním z nich je rovnoramenný pravoúhlý trojúhelník s odvěsnami délky 1 a přeponou délky $\sqrt{2}$. Pokusíme se délky jeho stran přibližně vyjádřit přirozenými čísly. Víme, že $\sqrt{2}$ je přibližně rovna $\frac{99}{70}$. Délky stran tedy zvolme $70, 70, 99$. Ověříme platnost Pythagorovy věty. Po výpočtu $70^2 + 70^2 = 9800, 99^2 = 9801$. Pythagorova věta tedy neplatí, rozdíl je však tak malý, že uvedený trojúhelník je „téměř“ pravoúhlý. Můžeme jej tedy označit jako quasipravoúhlý a příslušnou trojici čísel $70, 70, 99$ jako quasipythagorejskou trojici. Vypočítáme-li podle kosinové věty hodnotu „quasipravého“ úhlu (dále jej budeme označovat α), obdržíme hodnotu $\alpha = 90{,}005°$, což je hodnota od pravého úhlu v praxi neodlišitelná. I při použití méně přesné aproximace čísla $\sqrt{2}$ zlomkem $\frac{41}{29}$ obdržíme quasipravoúhlý trojúhelník se stranami o délkách $29, 29, 41$ a „quasipravým“ úhlem o velikosti $\alpha = 89{,}966°$. Pro studenty je zajímavý i fakt, že při využití již velmi nepřesné aproximace $\sqrt{2}$ zlomkem $\frac{7}{5}$ je hodnota quasipravého úhlu $\alpha = 88{,}854°$, což je rozdíl od pravého úhlu pouze přibližně jeden a půl stupně. Hodnoty goniometrických funkcí úhlu $45°$ tedy lze pomocí zlomku přibližně určit s dostatečnou přesností jako $\sin 45° = \cos 45° = \frac{70}{99}$.

Druhým z trojúhelníků je pravoúhlý trojúhelník s odvěsnami o délkách $1, \sqrt{3}$ a přeponou délky 2. Vyjádříme opět přibližně délky jeho stran. Víme, že $\sqrt{3}$ je přibližně rovna $\frac{97}{56}$. Protože $tg60° = \sqrt{3}$, zvolíme délky „odvěsen" *97, 56* (delší strana proti úhlu *60°*). Dále platí $cos60° = \frac{1}{2}$, proto délku „přepony" zvolíme *112* (dvakrát *56*). Ověříme platnost Pythagorovy věty. Platí $97^2+56^2 = 12545$, $112^2 = 12544$. Také tento trojúhelník je quasipravoúhlý a trojice čísel *97, 56, 112* tvoří quasipythagorejskou trojici, přičemž $\alpha = 89{,}995°$. Výsledkem našich úvah je potom přibližné vyjádření pomocí zlomku $sin60° = cos30° = \frac{97}{112}$. Při využití méně přesné aproximace čísla $\sqrt{3}$ jako $\frac{71}{41}$, vychází z trojúhelníka s délkami stran *41, 71, 82* poměrně přesná hodnota quasipravého úhlu $\alpha = 90{,}020°$. Nejpřesnější vyjádření je však při aproximaci $\sqrt{3}$ zlomkem $\frac{265}{153}$. V tomto případě je v trojúhelníku s délkami stran *153, 265, 306* hodnota úhlu $\alpha = 90{,}001°$. To je od pravého úhlu v praxi nerozlišitelné, vyjádření $sin60° = cos30° = \frac{265}{306}$ je tedy velmi přesné. Objevitelská činnost studentů může spočívat nyní v tom, že se mohou oprostit od řetězových zlomků a provádět obměny výše uvedených quasipythagorejských trojic. Např. přejdou-li od posledního trojúhelníku s délkami stran *153, 265, 306* k trojúhelníku s délkami stran *15, 26, 30,* vyjádření $\sqrt{3}$ zlomkem $\frac{26}{15}$ bude velmi nepřesné, ale hodnota úhlu α se příliš nezmění, bude rovna $\alpha = 89{,}927°$.

Závěrem lze konstatovat, že užití řetězových zlomků umožňuje vyjádřit hodnoty odmocnin a vybraných goniometrických funkcí pomocí racionálních čísel s předem zvolenou přesností. Při užití dalších přesnějších aproximací odmocnin, např. $\sqrt{2} = \frac{577}{408}$, bychom dostali ještě přesnější vyjádření; čísla by však byla příliš velká. Dále můžeme říci, že studenti po seznámení s uvedenou teorií získají motivaci pro hlubší studium racionálních a iracionálních čísel. Teorie řetězových zlomků není při výuce na školách využívána, ačkoliv není příliš vzdálená od osnov školské matematiky na středních školách. Jiná situace je samozřejmě při detailním studiu uvedené teorie včetně všech důkazů; to však již přesahuje možnosti studentů učitelství pro 1. stupeň základní školy.

Literatura

1. CHINČIN, A. J. *Řetězové zlomky*: Cepnyje drobi (Orig.). 1. vyd. Praha: Přírodovědecké vydavatelství, 1952. 104 s.
2. KOSAŘ, O. [absolvent PdF MU.] *Řetězové zlomky*. Diplomová práce 2002, 46 s.
3. VÍT, P. *Řetězové zlomky*. 1. vyd. Praha: Mladá fronta, 1982. 158 s
4. ŽIVOTSKÝ, M. [absolvent PdF MU.] *Řetězové zlomky*. Diplomová práce 2003, 97 s.

Kontaktní adresa

Doc. RNDr. Jaroslav Beránek, CSc.
Katedra matematiky PdF MU
Poříčí 7, 603 00 Brno
Telefon: +420 549 491 673
E-mail: beranek@ped.muni.cz

PODPORA MATEMATICKY NADANÝCH ŽÁKU V RÁMCI INKLUZIVNÍHO VZDĚLÁVÁNÍ NA ZÁKLADNÍ ŠKOLE

Růžena BLAŽKOVÁ, Irena BUDÍNOVÁ

Abstrakt

Vzdělávání nadaných žáků pro matematiku v rámci běžné třídy základní školy vyžaduje od učitele matematiky promyšlené postupy. Žáci by se měli vzdělávat podle svých rozumových schopností a zároveň by se měl jejich talent rozvíjet. Výukových materiálů, které nabízejí obohacení matematického učiva na 1. stupni základní školy, se stále nedostává. V příspěvku uvádíme náměty několika úloh, kterých jsme při práci s matematicky nadanými žáky využívali.

Klíčová slova: inkluzivní vzdělávání, výuka matematiky na 1. stupni ZŠ, nadaní žáci, řešení nestandardních matematických úloh.

SUPPORT OF MATHEMATICAL GIFTED PUPILS IN INCLUSIVE EDUCATION OF PRIMARY SCHOOL

Abstract

Education of gifted pupils in normal classes of primary school requires ingenions methods from the teacher. Pupils shoud proced according to thrir rational abilities and st the some time thein talent should develop. There are still very few materials enriching mathematics teaching at primary schools. In the contribution we present severa tasks that we used with mathematically talented kids.

Key words: inklusive education, teaching of mathematics, primary school, gifted pupils, mathematical tasks.

1. Úvod

Současná pedagogika studuje podmínky pro inkluzivní vzdělávání žáků se specifickými vzdělávacími potřebami, mezi které řadíme žáky nadané i mimořádně nadané. Jejich vzdělávání je v kurikulárních dokumentech vymezeno v části D Rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání. Inkluzivní vzdělávání představuje vzdělávání všech žáků v běžných třídách základních škol. Žáci s předpoklady pro matematiku se vyskytují v mnoha třídách a je třeba jejich potenciál rozvíjet. Také je třeba všímat si žáků tzv. dvojí výjimečnosti, což jsou žáci mimořádně nadaní pro matematiku, avšak mají souběžně s nadáním některou ze specifických poruch učení, nejčastěji dyslexii nebo dysgrafii. Specifická porucha učení může být v pozornosti učitele více než talent žáka, a ten se pak nerozvíjí a zaniká. Přitom při promyšlené práci, zejména zaměřené na vnitřní diferenciaci, je možné nadané žáky vyhledávat a rozvíjet. I když identifikace matematického talentu je náročná a zpravidla se provádí ve specializovaných pracovištích, může je identifikovat i sám učitel sledováním myšlenkových přístupů žáků a volby strategií při řešení nestandardních úloh.

2. Úlohy pro podporu matematicky nadaných žáků

V rámci řešení projektu „Centrum MU pro rozvoj nadaných dětí v Jihomoravském kraji“, který je řešen na Fakultě sociálních studií MU a na Pedagogické fakultě MU, jsme pro žáky 4. a 5. ročníků připravili několik pracovních listů, které obsahovaly úlohy z tematických oblastí: operace s přirozenými čísly, sledování zákonitostí, logické úlohy, úlohy problémové, úlohy s náměty z kombinatoriky, úlohy z teorie grafů, úlohy a rozvoj geometrické a prostorové představivosti a početní geometrické úlohy. Uvádíme příklady několika zadávaných úloh s komentářem.

1. *Doplň čísla na prázdná místa tak, aby bylo zachováno pravidlo, jak byla čísla zapisována:*

Zadání:

3	7	11	___
47	51	___	19
43	___	59	23
___	35	31	___

Řešení:

3	7	11	***15***
47	51	***55***	19
43	***63***	59	23
39	35	31	***27***

Komentář: Úloha se liší od běžných řad na sledování zákonitostí, kdy jsou čísla zadávána vždy v řádku. V této úloze jsou čísla zapisována ve spirále. Opustit tradiční postupy a najít pravidlo pro doplnění všech čísel ve schématu se podařilo jen několika nadaným žákům.

2. *Když dvě různá čísla sečteš, dostaneš 1000. Když tato čísla od sebe odečteš, dostaneš 666. Která jsou to čísla?*

Řešení: (1000 – 666) : 2 = 167 167 + 666 = 833
Komentář: Hledaná čísla jsou 833 a 167. Děti k nim ale zpravidla dospějí metodou pokusu a omylu. Často uváděná řešení byla 666 a 334.

3. *Kapr váží 2 kilogramy a půl kapra. Kolik Kg váží kapr?*

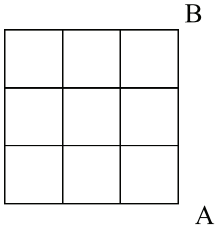
Řešení: polovina kapra odpovídá dvěma kilogramům, celý kapr váží 4 kg.
Komentář: Děti zadání úlohy nepochopily, pokud si nenakreslily obrázek, úlohu nevyřešily.

4. *V řadě stromů je deset jabloní. Mezi jednotlivými stromy je mezera 50 dm. Jaká vzdálenost v metrech je od prvního k poslednímu stromu? (Tloušťku stromu neuvažujeme.)*

Řešení: Žáci si mohou znázornit úlohu graficky nebo si musí uvědomit, že mezi 10 stromy je 9 mezer. 9 . 50 dm = 450 dm = 45 m .

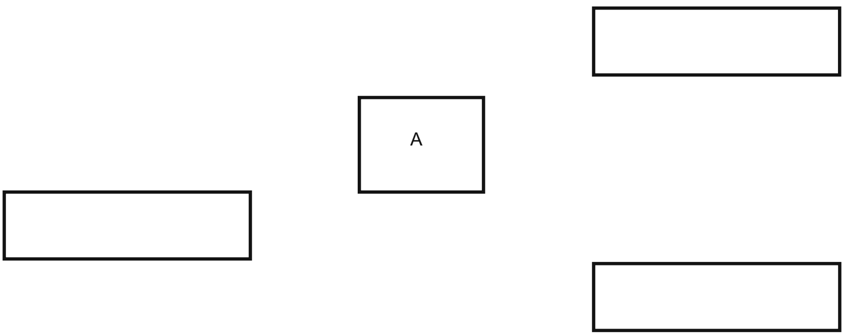
Komentář: Pokud děti pochopily, že mezi deseti stromy je 9 mezer, úlohu vyřešily správně, avšak velký problém byl s převody jednotek. Objevovala se řešení 4,5 km, 45 km, 45 cm apod.

5.*Kolik různých cest najdeš z místa A do místa B, jestliže se můžeš pohybovat jen po úsečkách v síti doprava a nahoru?*



Řešení: celkem je 20 cest.
Komentář: Úloha byla pro žáky náročná, nedokázali najít systém při hledání cest a i když našli několik řešení, ztráceli se v obrázku a barevně vyznačených cestách.

6.*Dana chodí každý den venčit pejska. Vyjde z domu A, chodí po cestičkách mezi domy a vrací se domů. Někdy obejde jeden dům, jindy dva nebo tři. Kolik různých procházek může uskutečnit? (Na směru obcházení nezáleží.) Procházky si zakresli.*



Řešení:
Dana může uskutečnit 3 procházky, když obchází jeden dům, 3 procházky, když obchází kolem dvou domů a 1 procházku, při které obejde všechny tři domy. Může uskutečnit celkem 7 různých procházek.
Komentář: Děti si nevšimly poznámky, že na směru obcházení domů nezáleží a rozlišovaly obcházení domů zleva nebo zprava. Opět se přestaly orientovat ve směsi různých barevných čar.

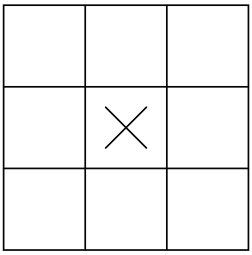
7. *Bětka navléká korálky. Má tři bílé a tři černé korálky. Nakresli co nejvíce možností, jak mohou být korálky navlečeny. Barvy korálků se mohou různě střídat.*

Řešení:		
	ooo●●●	o●●o●o
	oo●o●●	o●●oo●
	oo●●o●	o●o●o●
	oo●●●o	o●oo●●
	o●●●oo	o●o●●o

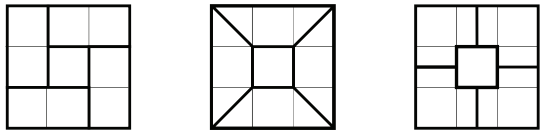
Pokud zaměníme bílé korálky za černé, dostáváme dalších 10 řešení, tedy celkem 20 řešení

Komentář: Děti většinou hledaly řešení náhodně, nevyužily systému ve vyhledávání všech možností. Pokud systému využily, zpravidla neuvedly všechna řešení. Buď k několika řešením napsaly „atd.“, nebo „nechce se mi to všechno psát“.

8. *Na obrázku je nakreslen čtverec, který je rozdělený na 9 shodných čtverečků. Když prostřední čtvereček vystřihneme, můžeme zbytek čtverce rozdělit na čtyři shodné části. Nakresli je.*



Řešení: např.



Komentář: Při řešení úlohy žáci postupovali kreativně, hledali různé možnosti útvarů. Mnoho žáků však uvedlo pouze dvě shodné části.

9. *Dědeček rozdává vnukům oříšky. Kdyby jim dával po 10 oříšcích, 4 oříšky mu budou chybět. Kdyby rozdával po 8 oříšcích, 6 oříšků mu zbude. Kolik má dědeček vnuků a kolik má oříšků? Zapiš, jak jsi úlohu řešil/a.*

Řešení: Úlohu je možné řešit experimentem. Nebo děti zapíší násobky 10 a čísla o 4 menší, dále zapíší násobky osmi a čísla o 6 větší. V příslušných řádcích najdou čísla, která se sobě rovnají.

10	20	30	40	50	60
6	16	26	36	**46**	56
8	16	24	32	40	48
14	22	30	38	**46**	54

Zkouška: 5.10 – 4 = 46   5.8 + 6 = 46   Dědeček má 46 oříšků a 5 vnuků.

Komentář: Děti řešily úlohu zkoušením některých možností. Nejčastější chybou bylo, že v obou případech počítaly s tím, že oříšky zbudou.

10. *Výměnný obchod. Dvanáct tužek vyměníš za tři pera. Dvě pera vyměníš za šest fixů. Tři fixy vyměníš za jeden bloček. Za kolik tužek je jeden bloček?*

Řešení:

12 t …. 3 p   1 pero vyměním za 4 tužky
2 p …. 6 f   1 pero vyměním za 3 fixy
3 f …. 1 b   1 bloček vyměním za 3 fixy.
3 fixy vyměním za 1 pero.
1 pero vyměním za 4 tužky.   Tedy 1 bloček vyměním za 4 tužky.

Komentář: Úloha se nadaným žákům velmi líbila a dokázali úvahou přijít na správné řešení.

3. Závěr

Úlohy byly žákům zadávány formou pracovních listů, bylo realizováno 8 lekcí každá lekce obsahovala 8 až 10 úloh. Nejvíce oblíbené byly úlohy s pomůckami (Geomag, zlomková věž, algebraická krychle), úlohy, k jejichž řešení mohli žáci využívat grafického znázornění a experimentování. Učitelé hodnotili velmi pozitivně výběr úloh, a zejména to, že je připraven materiál, který mohou nabídnout nadaným žákům v rámci běžné výuky. Cílem je, aby nadaní žáci nebyli zatěžováni kvantitativně, ale dostávali k řešení kvalitativně náročnější úlohy.

Příspěvek byl zpracován v rámci řešení projektu CZ.1.07/1.2.17/02.0040 „Centrum MU pro rozvoj nadaných dětí v JM kraji.

Literatura

1. BLAŽKOVÁ, R., SYTAŘOVÁ, I.:. *Děti s nadáním pro matematiku potřebují podnětné prostředí*. Komenský, Brno: PdF MU, 2008, roč. 132, č. 3, s. 16-20. ISSN 0323-0449.
2. BLAŽKOVÁ, R., VAŇUROVÁ, M.: *Vztah tématiky úloh a zájmu nadaných žáků o jejich řešení*. In: NOVOTNÁ, J. (ed): Motivace nadaných žáků a studentů v matematice a přírodních vědách II. Brno: Masarykova univerzita, 2013, s. 46-50. ISBN 978-80-210-6635-9.
3. BLAŽKOVÁ, R., PORTEŠOVÁ, Š., VAŇUROVÁ, M.: *Nápadné výkonové rozpory při řešení matematických úloh u nadaného žáka se souběžnou dyslexií.* In: ŠIMONÍK, O. (ed.): *Vzdělávání nadaných žáků.* Brno: Masarykova univerzita, 2010, s. 93 – 113. ISBN 978-80-210-5349-6.
4. *Centrum Masarykovy univerzity pro rozvoj nadaných dětí v Jihomoravském kraji. Nadaní žáci. Dostupné on-line* < http://www.nadanizaci.cz/>.
5. HAVEL, J.: *Vzdělávání žáků se speciálními vzdělávacími potřebami na 1. stupni základní školy jako východisko inkluzivní didaktiky.* Brno: Masarykova univerzita 2013. ISBN 978-80-210-6395-2.
6. KRATOCHVÍLOVÁ, J.: *Inkluzivní vzdělávání v české primární škole. Teorie, praxe, výzkum.* Brno: Masarykova univerzita, 2013. ISBN 978-80-210-6527-7.
7. Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání. Dostupné on-line: www.msmt.cz

Kontaktní adresa

RNDr. Růžena Blažková, CSc.
Katedra matematiky
Pedagogická fakulta MU
Poříčí 31, Brno, 603 00
Telefon: +420 549 491 678
E-mail: blazkova@ped.muni.cz

Mgr. Irena Budínová, Ph.D.
Katedra matematiky
Pedagogická fakulta MU
Poříčí 31, Brno, 603 00
Telefon: +420 549 491 678
E-mail:irena.budinova@seznam.cz

ACTA UNIVERSITATIS PALACKIANAE OLOMUCENSIS
FACULTAS PAEDAGOGICA 2014 MATHEMATICA IX

FARBA SVETLA A SCHÉMY V MATEMATIKE NA 1. STUPNI ZŠ

Jaroslava BRINCKOVÁ

Abstrakt

Príspevok pojednáva o modelovaní pojmov a mentálnych schém v kombinatorike s využitím poznatkov o farebnosti a svetle. Poukazuje na prepojenie poznatkov z predškolskej matematiky s prierezovými témami v dopravnej a výtvarnej výchove s využitím digitálnych technológií na 1. stupni ZŠ.

Kľúčové slová: modelovanie pojmov, mentálne schémy, svetelné spektrum, vizualizácia, kombinatorika, základná škola

COLOR LIGHT AND SCHEME IN MATHEMATICS FOR PRIMARY SCHOOL

Abstract

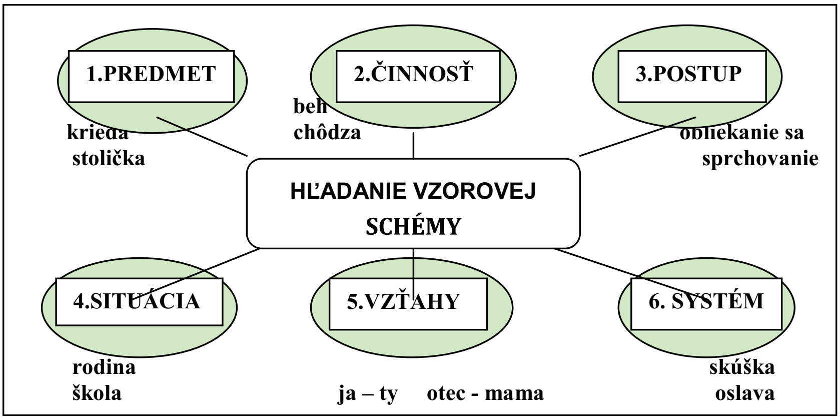
The paper discusses modeling concepts and mental schemes in combinatorics, using knowledge of the colors of light. Points to link knowledge from pre-school mathematics and cross-cutting themes in traffic and the visual arts using digital technologies at elementary school.

Key words: modeling concepts, mental schemes, light spectrum, visualization, combinatorics, elementary school

1. Pojmotvorný proces a vizualizácia schém v matematike ZŠ

Svet matematiky a v ňom používaný jazyk sa v predstavách dieťa otvára v predškolskej matematike skúmaním sveta útvarov, ich tvarov, farebnosti, orientácie a počtu. Na toto poznanie nadväzuje matematika na 1. stupni ZŠ. Dôležitou schopnosťou ovplyvňujúcou prvé porozumenie geometrii tvarov je schopnosť vidieť, mať predstavivosť. Podľa G. Pettyho (1996) *veľkému počtu pojmov porozumieme skôr vizuálne ako verbálne.* Preto sa pri riešení matematických úloh odporúča kresliť rôzne schémy, vyobrazenia úloh, grafy, diagramy. Používať v nich jednoduché geometrické tvary vo forme piktogramov. Napríklad úsečkové diagramy pri rozbore textov slovných a kombinatorických úloh. Je to preto, lebo mozog sa učí (*vytvára význam informácií*) triedením veľkého množstva vstupných podnetov, ktoré nepretržite spracováva prostredníctvom všetkých 19 zmyslov, ktoré aktivizujú nervovú sústavu. Potom začína proces hľadania vzorových schém, t.zn. spôsob, ktorým sa mozog snaží vytiahnuť z prostredia význam. Učenie sa uskutočňuje triedením vzorových schém získaných na základe minulých skúseností mozgu a priraďovaním významu poznávaného. Tieto skutočnosti je potrebné brať do úvahy pri utváraní nových pojmov, rozvíjajúcich kombinatorické myslenie žiaka 1. stupňa ZŠ

L. Hart (1983) identifikoval šesť hlavných kategórií vzorových schém, podľa ktorých mozog vyhodnocuje poznávané na základe podnetov - poznávacích kľúčov:



Aké vzorové schémy bude žiak vnímať, závisí od predchádzajúcej skúsenosti, veku a zmysluplnosti obsahu.

Podľa M. Hejného (1999):"*...Převážná většina učitelů prvního stupně si pod matematikou představuje nacvičovaní algoritmů a skutečné matematické činnosti jako je budování schémat pomocí experimentování, spekulování, hledání, analyzování situace, diskutování o pojmech apod. považuje více-méně za ztrátu času.*" Pojmotvorný proces môžeme chápať podľa M. Hejného (1999) aj ako postupnosť piatich etáp:

motivácia →	izolované modely →	**generické modely →**	abstraktný poznatok →	kryštalizácia

Kľúčovú úlohu v nich má etapa generických modelov, zjednocujúca izolované modely. V príspevku uvádzame propedeutický prístup k modelovaniu schém pre určovanie počtu všetkých prvkov bázovej množiny pri riešení kombinatorických úloh s využitím poznatkov o farbe a svetle.

2. Farba svetla v predškolskej výchove

Vo veku päť rokov sa u väčšiny predškolákov prejavuje prirodzená potreba kresliť, vymaľovať obrázky v predlohe. Pri tom sa deti učia rozoznať a pomenovať farby. Maľujú pastelkami, voskovkami aj temperovými farbami. V tematických okruhoch Príroda a Kultúra objavujú farby dúhy a rozklad svetla. Objavujú miešanie farieb a ich zmenu. Napríklad v úlohe: *S farbami je zábava! Farby sa dajú miešať!*

<u>Úloha 1.</u>*: Čo sa stane, ak zmiešame modrú a zelenú? Modrú a žltú? Teraz skús prísť na to, ako získame oranžovú. Držím ti palce. ☺*

Deti maľujú aj pomocou grafického programu RNA. Namaľovaný obrázok je pre ne pracovným listom, v ktorom spolu s učiteľkou objavujú matematické pojmy a vzťahy medzi nimi. Napríklad: *mnohosť, usporiadanie, orientáciu v rovine, geometrické tvary.* Farebnosť obrázka umožňuje rýchlu identifikáciu útvarov rôzneho druhu. Názorný materiál a jeho farba má vo vyučovaní matematiky podľa J. Brinckovej (2013) rôzne funkcie:

- *umožňuje vnímať a formovať predstavy o čísle ako mnohosti,*
- *zvyšuje motiváciu pre učenie, pôsobí na city žiaka, tým priaznivo ovplyvňuje jeho pozornosť, pochopenie a trvalejšie uchovanie vedomostí v pamäti,*
- *pomáha lepšie pochopiť podstatné znaky a vzťahy medzi číslami, napríklad v schémach.*

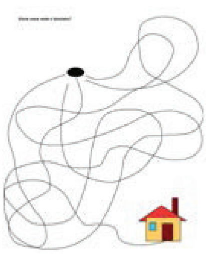
Na tieto skúsenosti nadväzuje učiteľ 1. stupňa ZŠ. Učí žiaka vnímať veci na obrázku, všímať si detaily, ktoré predtým nepostrehol. Pri opise hotového obrázka umožňuje objaviť v motivačnom rozprávaní zamlčané fakty a rozvíjať matematickú slovnú zásobu žiaka. Vedie žiaka k dôslednému pozorovaniu obrázka alebo schémy. Postupne zdokonaľuje jeho schopnosť vyhľadávať informácie. Žiak môže zvládnuť identifikovanie: *jednotlivých predmetov, činností, súvislostí, deja, uplatnenie fantázie.*

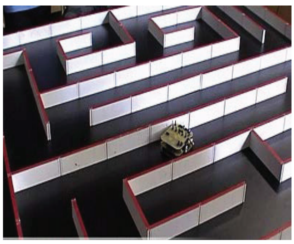
Možnosť aplikovať poznatky o farbách svetelného spektra pri objavovaní vzťahov v schémach kombinatorických úloh už od 1. ročníka ZŠ prezentujeme v nasledujúcich ***„farebných“*** *úlohách,* v ktorých využívame farby pri určovaní počtu ciest v schéme dopravnej situácie a objavujeme so žiakmi matematiku štvorcovej siete.

3. Cestujeme po štvorcovej sieti

Na objavenie vzťahov medzi objektmi v kombinatorických úlohách sa využíva vizualizácia pomocou grafov, schém alebo tabuliek. Základom pre tvorbu grafov je kreslenie čiar, analýza druhov čiar, orientácia v rovine, pochopenie systému štvorcovej siete. Táto činnosť sa postupne rozvíja už v predškolskej matematickej príprave.

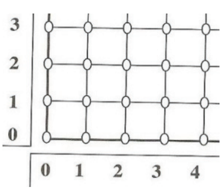
Pri nácviku orientácie v rovine analyzujeme stopy bodu, ktorý sa pohybuje po papieri-„rovine“ a kreslí rôzne druhy čiar. Predškoláci a žiaci 1. stupňa ZŠ v tejto časti geometrie riešia rôzne typy bludísk. Pozri obrázok 1 a) b). Pri určovaní polohy bodu v rovine sa v predškolskej príprave na Slovensku používa digitálna včielka, ktorá sa pohybuje po štvorcovej sieti. Hra s ňou na obr. 1c) učí deti vnímať a objavovať pravidelnosť štvorcovej siete, naprogramovať cestu včielky pomocou šípkového algoritmu a určiť tak polohu „bodu - štvorčeka“ ako usporiadanú dvojicu.

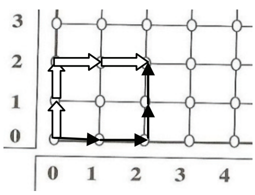




Obrázky: 1a) *Bludisko;* **1b)** *Priestorové bludisko* **1c)** *Digitálna včielka vo štvorcovej sieti*

Pri hľadaní najkratšej cesty zo štartu do škôlky, znázornenej na obr. 1c, môžu deti pre vyznačené prekážky naprogramovať včielku dvomi spôsobmi takto: ↑↑↑→→→→→; ↑↑→→→↑→. Pri rozhovore pani učiteľky, ktorá zaznamenávala program cesty jednotlivých detí na interaktívnej tabuli počas praxe, šikovnejšie deti zbadali, že počet posunov vpred a v pravo je v oboch prípadoch rovnaký, ale ich poradie nie. Položila deťom otázku: *Koľko rôznych ciest by mohla prejsť včielka ku škôlke, keby nemala prekážky?* Na určenie správnej odpovede je potrebný abstrakčný posun v mysli detí tak, že sú schopné pracovať so štvorcovou sieťou v jej uzlovej podobe a určovať polohu uzlov (križovatiek) pomocou súradníc uzlov. Pozri obrázok 2a) a 2b).

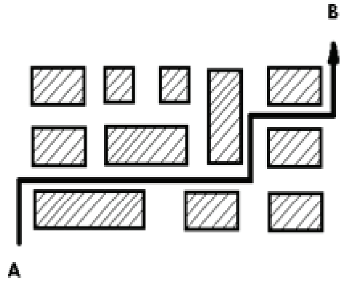




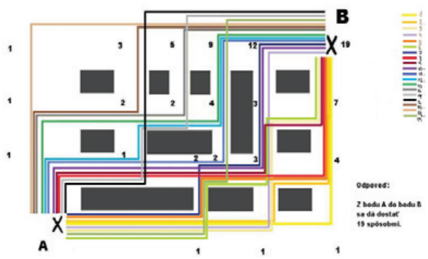
Obrázky: 2a) *Uzlová sieť* **2b**) *Rôzne cesty do bodu [2,2]*

Tento „*matematický objav*“ a získané zručnosti ďalej rozvíjame a aplikujeme so žiakmi 1. stupňa ZŠ až vo 4. ročníku pri kreslení ciest cez svetelné križovatky v prierezových témach Dopravná výchova a Výchova umením (Pozri obrázky 3 a 4).

Uvedenou tematikou sa zaoberala v záverečnej práci A. Dlhá (2014), ktorá v experimentálnom vyučovaní matematiky, informatiky a výchovy umením vo 4. ročníku ZŠ použila na určenie počtu všetkých možných ciest grafickom programe skicár ceruzky v devätnástich rôznych farbách. V pamäti si žiaci utvorili izolovaný model evidencie všetkých prvkov bázovej množiny a jej podmnožín pri riešení úloh z kombinatoriky pomocou rôznych farieb. Túto skúsenosť ďalej niekoľko žiakov z triedy rozvíjalo pri „*kreslení farebných rozborov*“ slovných úloh.



Obrázok 3:*Plán mesta v doprave*



Obrázok 4: *Plán ciest v skicári*

Skúsenosti so svetelným lúčom získavajú žiaci intuitívne, napríklad aj v projektoch „*Noc v múzeu*“, kedy spia v škole, na hrade, či múzeu a oboznamujú sa s históriou svojho regiónu. Svietia si baterkami a vnímajú svetelný lúč ako myslenú polpriamku, pozdĺž ktorej sa svetlo šíri. O tom ich presvedčí aj jednoduchý pokus A. Dlhej (2014).

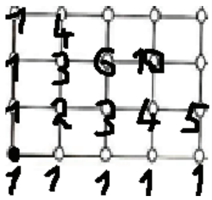
Pokus: Dve tienidlá (napr. papier s otvorom) postav pred oko tak, aby si cez ne videl svetlo zo svetelného zdroja umiestneného pred nimi, čo je možné len vtedy, keď oko i obidva otvory sú v jednej priamke, línii so svetelným zdrojom.

Práve tento poznatok o svietení baterkami sme využili v 5. ročníku ZŠ na získanie abstrakčného zdvihu pri objavovaní súvislostí medzi počtom ciest z bodu A do bodu B vo štvorcovej sieti. Použili sme uzlovú sieť, so zákonitosťami ktorej sa v pracovných listoch oboznámili už ako predškoláci. V tejto sieti (pozri obr.5) splynú všetky rôznofarebné cesty na jednom úseku do spoločnej úsečky a počet ciest prechádzajúcich bodom - uzlom (*priečníkom priamok)* uvedieme číslom. Práca T. Hechta (1992) bola inšpiráciou pre získavanie skúseností s cestovaním po štvorcovej sieti a propedeutické modelovanie schémy riešenia kombinatorických úloh pomocou Pascalovho trojuholníka. Predpokladali sme, že úlohy z dopravnými problémami zjednodušia pochopenie tejto náročnej problematiky už v nižšom veku. K úplnému osvojeniu si tohto abstraktného matematického poznatku u väčšiny žiakov 5. ročníka ZŠ v našej experimentálnej skupine nedošlo. Skúmali sme aj schopnosť určiť pomocou štvorcovej siete dĺžku cesty a objaviť, že všetky cesty z bodu A do bodu B sú rovnako dlhé.

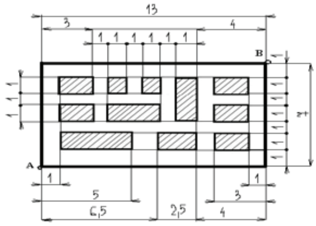
Úloha 2.: Nájdite v tme najkratšiu cestu cez park z bodu A do bodu B na obr.6. Stopu osvetlenej cesty kreslíme širokým štetcom alebo pastelkou do schémy.

Úlohu sme overili v praktickom projekte aj tak, že sme v triede so žiakmi 5. ročníka ZŠ pri meraní úsečiek rozložili lavice spôsobom podľa plánika parku a čiarami z farebných kried po podlahe triedy overili správnosť riešenia. Pozri obrázok č.7.

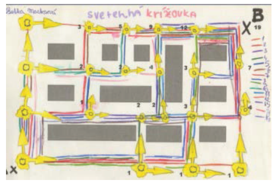
Meraním a výpočtom v schéme znázornenej vo štvorcovej sieti sme zistili, že všetky cesty sú rovnako dlhé. Tento „*objavný*“ poznatok rozprúdil diskusiu o úspornom plánovaní cesty mestom a vhodnosti výstavby obchvatov miest.



Obr.5: *Cesty v bodovej sieti*



Obr. 6: *Schéma parku*



Obr. 7: *Svetelné“ bludisko“ v triede*

Záver

Využitie medzipredmetových vzťahov Matematiky, Informatiky, Dopravnej výchovy a Výchovy umením pri vizualizácii pojmov v matematike na 1. stupni ZŠ umožňuje modelovať kombinatorické pojmy v nadväznosti na zručnosti žiakov, získané už v predškolskom veku pri práci s digitálnymi technológiami. Práca s farbami a so svetlom umožňuje ľahšie a prehľadnejšie evidovať počet všetkých riešení v úlohách z kombinatoriky. V príspevku sme poukázali na možnosť aplikovať matematiku v doprave vo 4. a 5. ročníku ZŠ pri plánovaní najkratšej cesty k danému cieľu. Použitie štvorcovej siete ako plánu ciest v meste umožnilo rozvíjať aj grafické a metrické zručnosti žiakov. Postupne sa oboznamovať s jej matematickými zákonitosťami, potrebnými pri riešení kombinatorických úloh. To, ako si bude žiak vzorové schémy v matematike vytvárať, závisí od jeho predchádzajúcej skúsenosti, veku a zmysluplnosti obsahu ponúknutého učiteľom. Je škoda, že na propedeutické poznatky z kombinatoriky, získané s prácou digitálnej včielky vo štvorcovej sieti nadväzuje učivo matematiky až vo 4. ročníku ZŠ.

Literatúra

1. BRINCKOVÁ, J.: *Vyučovanie matematiky z pohľadu súčasnej školskej reformy : (tvorivá práca učiteľa matematiky)*. 1. uprav. vyd. Banská Bystrica: FPV UMB, 2013. s.55-60. ISBN 978-80-557-0459-3.
2. DLHÁ, A.: *Využitie medzipredmetových vzťahov (matematika –fyzika – výtvarná výchova) vo vyučovaní matematiky v 8. ročníku ZŠ*. Záverečná práca. Banská Bystrica: FPV UMB, 2014.
3. HART, L.A.: *Human Brain and Learning.* (Ľudský mozog a učenie). Arizona: Books of Educators, 1983
4. HECHT,T. – SKLENÁRIKOVÁ,Z.: *Metódy riešenia matematických úloh*, Bratislava: SPN 1992, 243 s, ISBN 80-08-00340-5
5. HEJNÝ, M.: *Schéma – pilíř matematické znalosti*. In: http://www.p-mat.sk/pytagoras/zbornik2007/003_Hejny_Schema.pdf [cit.6.3.2014;12:40]
6. PETTY, G.: *Moderní vyučování*. Praha: Portál 1996

Kontaktní adresa

Jaroslava Brincková, Doc., RNDr., CSc.
Katedra matematiky FPV UMB
Tajovského 40, 974 01 Banská Bystrica
Telefón: +421484467 223
E-mail: jaroslava.brinckova@umb.sk

PŘÍPRAVA STIMULAČNĚ-OBOHACUJÍCÍCH AKTIVIT PRO NADANÉ DĚTI

Helena DURNOVÁ, Milena VAŇUROVÁ

Abstrakt

Pro práci s nadanými žáky potřebují učitelé dostatek materiálů, pomocí kterých mohou mimořádně nadané žáky motivovat a rozvíjet jejich talent. V matematice jde především o úlohy netypické, myšlenkově náročnější, které se zpravidla nedají řešit naučenými postupy. V příspěvku shrnujeme poznatky získané při přípravě pracovních listů pro stimulačně obohacující aktivity určené pro nadané žáky v rámci řešení projektu Centrum MU pro rozvoj nadaných dětí v Jihomoravském kraji.

Klíčová slova: matematicky nadaný žák, vyučování matematice na 1. stupni ZŠ, nestandardní matematické úlohy

PREPARATION OF STIMULATION AND ENRICHMENT ACTIVITIES FOR GIFTED CHILDREN

Abstract

When working with talented pupils, teachers need to have enough material that they could use for the motivation of exceptionally talented pupils and for the development of their talent. In mathematics, these are especially tasks that are not typical, are intellectually demanding, and often cannot be solved by standard methods. In the contribution, we sum up our experiences from the preparation of work sheets for stimulation and enrichment activities for gifted pupils within the framework of the project Masaryk University Centre for talented pupils in the South-Moravian region.

Key words: mathematically talented pupil, teaching mathematics in primary schools, nonstandard mathematical tasks

1. Úvod

Problematika mimořádně nadaných dětí a péče o jejich další rozvoj se v posledních letech dostává do popředí zájmu pedagogů, psychologů, učitelů i laické veřejnosti. Pravidelně jsou jí věnovány odborné konference a je tématem řady projektů. Hlavním cílem nového projektu Masarykovy univerzity s názvem Centrum MU pro rozvoj nadaných dětí v Jihomoravském kraji, na kterém participují pracovníci Institutu výzkumu dětí, mládeže a rodiny Fakulty Sociálních studií a pracovníci Katedry matematiky Pedagogické fakulty MU, je pomoci rozvíjet a motivovat mimořádně rozumově nadané žáky 1. stupně ZŠ Jihomoravského kraje a současně vést a podporovat jejich učitele, jež hrají v procesu rozpoznávání a podpory potenciálu těchto dětí klíčovou roli.

2. Příprava a realizace stimulačně obohacujících aktivit

V průběhu řešení projektu probíhá řada zajímavých aktivit pro děti i pro učitele. Jednou z nich jsou tzv. stimulačně – obohacující aktivity (kroužky), do kterých jsou zapojeni mimořádně nadaní žáci a dále žáci bystří a zvídaví, kteří mají o matematiku zájem.

Přímá práce s mimořádně nadanými žáky na matematiku měla tyto cíle:

- změnit kvalitu výuky s důrazem na poznávací procesy žáků;
- poskytnout žákům možnost setkat se s jinými podobně nadanými žáky; a
- poskytnout učitelům inspiraci pro práci s nadanými žáky.

Kroužky probíhají na školách, které jsou do projektu zapojeny ve dvou bězích, a jsou rozděleny podle věku žáků – kroužky pro žáky 1.-3. ročníku a pro žáky 4.-5. ročníku. Obsah každé lekce a pracovní materiály pro žáky připravujeme na Katedře matematiky Pedagogické fakulty. Žáci v každé lekci nejprve samostatně řeší úlohy z pracovních listů a v další části s učiteli diskutují o svém řešení. Učitelé mají možnost využít metodického vedení na katedře matematiky, aby připravené materiály správně a efektivně využívali.

Do pracovních listů jsou zařazovány úlohy zaměřené na:

- sledování zákonitostí v číselných a symbolických řadách a v grafických schematech,
- využívání operací s přirozenými čísly,
- rozvoj logického a kombinatorického myšlení,
- rozvoj geometrické představivosti,
- početní geometrické úlohy,
- úlohy s náměty z kombinatoriky,
- úlohy s náměty z teorie grafů a
- problémové úlohy.

Většina úloh je netypických, myšlenkově náročnějších, často z oblasti rekreační matematiky. Žáci by měli využít dosavadní znalosti v nových nestandardních situacích. Jde nám o to, aby žáci našli nějakou, jakoukoliv cestu ke správnému řešení úlohy, mohou přitom využít i experimentování nebo vhledu. Postupně by pak měli přecházet k systematičtějším řešením. Současně se snažíme zvýšit motivaci žáků, jejich zájem, tvořivost, radost z objevování nového a schopnost klást si další otázky. Kromě vlastního řešení také žáci sami hodnotí jednotlivé úlohy podle toho, zda se jim líbí nebo nelíbí (vyznačují tzv. „smajlíkem“) a zda je považují za lehké nebo obtížné.

Vyplněné pracovní listy po skončení každé lekce vyhodnocujeme z hlediska úspěšnosti jednotlivých žáků i z hlediska úspěšnosti řešení jednotlivých úloh. Zkušenosti budou posléze podkladem pro vytvoření metodické příručky a on-line kurzů pro učitele.

3. Zkušenosti z 1. běhu

V současné době uzavíráme první běh kroužků a připravujeme druhý běh. Na základě analýzy žákovských řešení v pracovních listech, hodnocení samotných žáků a poznámek učitelů můžeme konstatovat následující:

- Děti nejvíce zaujaly úlohy, v nichž se pracovalo s pomůckami (Geomag, binomická krychle, zlomková věž aj.), a úlohy, u kterých mohly experimentovat. Naopak nerady řešily úlohy, ve kterých jen uplatnily naučené učivo.

- Překvapivě v mnoha případech nekorespondovala oblíbenost úlohy s úspěšným řešením, dokonce poměrně často byly úlohy označeny jako lehké a přitom bylo řešení nesprávné. Například u následující úlohy jeden žák odpověděl, že se mu úloha líbí, protože má rád vlajky, a namaloval několik skutečných vlajek států, které však ne vždy odpovídaly zadání úlohy:

  Na obrázku je vlajka se třemi vodorovnými pruhy - bílým, modrým a červeným. Některé státy mají na své vlajce pruhy stejné barvy, ale v jiném pořadí. Kolik různých vlajek s bílým (b), modrým (m) a červeným (č) pruhem dokážeš nakreslit?

- Zdá se, že problémy dětem činí čtení zadání úlohy s porozuměním – někdy žáci úlohy řešili špatně nebo je neřešili vůbec jen proto, že nepřečetli pozorně zadání, nebo je nepřečetly až do konce. Například u následující úlohy

  Už víš, že součin je výsledek násobení a součet je výsledek sčítání.
  Uhodni dvě čísla: Jejich součin je stejný jako jejich součet.

  jeden žák úlohu neřešil se zdůvodněním: „Nevím, co je to součin.“ bez ohledu na to, že definice součinu je v první větě úlohy připomenuta.

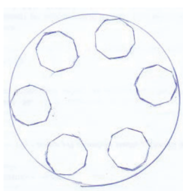
  Někdy naopak žáci přišli se zajímavým řešením, jako například u těžší varianty výše uvedeného příkladu.

  Uhodni dvě čísla: Jejich součin je stejný jako jejich součet.

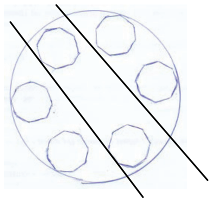
  Řešením bylo podle jednoho žáka: 0 . 0 . 0 = 0 + 0 + 0

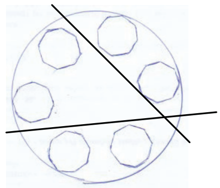
  Zajímavý případ představuje následující úloha:

  Dokážeš dvěma řezy rozkrojit dort tak, aby na každém kousku bylo stejně ozdob? Nakresli. Zkus najít dva různé způsoby.

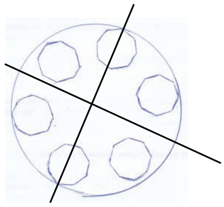


Řešení, při němž ozdoby zůstanou celé, mohou vypadat například takto:





Řada žáků však ozdoby rozkrojila tak, jak je patrné z obrázku:



Při takovém řešení jsou na každém kousku jeden a půl ozdoby; řada dalších žáků však dort rozkrojila na poloviny či dokonce běžným způsobem na šest kousků, což už nemá se zadáním nic společného.

- Dalším problémem, se kterým se také běžně setkáváme ve škole, je, že žáci nalezené řešení nekonfrontují se zadáním a s realitou. Například u následujícího příkladu

  Na parkovišti stálo ráno jedno auto a jedna motorka. Během dopoledne přijela další auta a motorky a nyní tam stojí 10 vozidel: několik motorek a několik osobních aut. Mají dohromady 26 kol. Kolik stojí teď na parkovišti motorek a kolik osobních aut?

  několik dětí odpovědělo tak, že buď vyhověly podmínce počtu vozidel (např. 1 auto a 9 motorek), nebo podmínce počtu kol (např. 4 auta a 5 motorek), ale už se nezabývaly tím, že druhou podmínku jejich řešení nesplňuje.

- Projevila se také tendence žáků být s prací co nejrychleji hotovi, i když ještě neměli všechny úlohy vyřešené.

Je třeba se zmínit, že jednotlivé kroužky vznikaly na školách, které navštěvují žáci mimořádně rozumově nadaní s diagnostikou z pedagogicko-psychologické poradny. K nim se pak mohli přiřadit ostatní bystří žáci na základě žádosti rodičů, doporučení učitelů nebo vlastního zájmu dětí.

Mezi těmito dvěma skupinami žáků se projevily rozdíly. Většina výše uvedených nedostatků, které vyplynuly z analýzy žákovských řešení, se týkají především bystrých žáků, nikoliv diagnostikovaných mimořádně nadaných. Na druhou stranu jsme i v této skupině objevily několik žáků, kteří nejsou v poradně diagnostikování jako mimořádně nadaní, a přitom jejich výsledky byly výborné.

Nejmarkantnější rozdíl se projevil při využití času určeného na řešení úloh. Mimořádně nadané děti obvykle stanovený čas vyčerpaly a řešily anebo se alespoň pokusily o řešení všech úloh. Také při rozboru s učiteli více o svých řešeních diskutovaly. Podle slov učitelů tyto děti vesměs velmi toužily po úspěchu a svůj případný neúspěch nesly velmi těžce.

Náš další postřeh by mohl přispět k širší diskusi o tom, jak organizovat výuku mimořádně nadaných dětí. Z analýzy žákovských řešení je totiž patrné, že na školách, kde jsou jen jednotliví mimořádně nadaní žáci, vykazují tito lepší pokroky než na škole, která má celé třídy mimořádně nadaných žáků.

4. Závěr

Po skončení kurzů 1. běhu proběhlo setkání s učiteli, během něhož učitelé velmi pozitivně hodnotili pracovní listy k stimulačně obohacujícím kurzům, neboť dosud neměli pro práci s nadanými žáky dostatek materiálu. Mezi dětmi byl zájem zejména o práci s pomůckami, zatímco úlohy běžně řešené v hodinách matematiky je nezaujaly. Lze konstatovat, že kurz byl přínosný nejen pro přímé účastníky, ale i pro běžné žáky, kteří si některé z úloh budou moci v hodinách matematiky vyzkoušet.

Příspěvek byl zpracován v rámci řešení projektu CZ.1.07/1.2.17/02.0040 "Centrum MU pro rozvoj nadaných dětí v JM kraji".

Literatura

1. BLAŽKOVÁ, Růžena a Milena VAŇUROVÁ. *Vztah tematiky úloh a zájmu nadaných žáků o jejich řešení.* In Novotná, Jiřina. *Motivace nadaných žáků a studentů v matematice a přírodních vědách II.* Brno: Masarykova Univerzita, 2013. s. 46-50, ISBN 978-80-210-6635-9.
2. BLAŽKOVÁ, Růžena, Šárka PORTEŠOVÁ a Milena VAŇUROVÁ. *Nápadné výkonové rozpory při řešení matematických úloh u nadaného žáka se souběžnou dyslexií.* In ŠIMONÍK, O. (ed.). Vzdělávání nadaných žáků. První vydání. Brno: Masarykova univerzita, 2010. s. 93-113, ISBN 978-80-210-5349-6.
3. *Centrum Masarykovy university pro rozvoj nadaných dětí v Jihomoravském kraji* (stránky projektu věnovaného vzdělávání mimořádně nadaných děti v Jihomoravském kraji).. <http://www.nadanizaci.cz/> [cit. 05-03-2014]
4. PORTEŠOVÁ, Šárka. *Vzdělávání mimořádně nadaných žáků.* In Pedagogická encyklopedie. Praha: Portál, 2009. s.471 – 477, ISBN 978-80-7367-546-2.

Kontaktní adresa

Mgr. Helena Durnová, Ph.D.
Katedra matematiky
Pedagogická fakulta MU
Poříčí 31, 603 00 Brno
Telefon: +420 54949 6174
E-mail: hdurnova@ped.muni.cz

RNDr.Milena Vaňurová, CSc.
Katedra matematiky
Pedagogická fakulta MU
Poříčí 31, 603 00 Brno
Telefon: +420 54949 1678
E-mail: vanurova@ped.muni.cz

ACTA UNIVERSITATIS PALACKIANAE OLOMUCENSIS
FACULTAS PAEDAGOGICA 2014 MATHEMATICA IX

GRY I ZABAWY DYDAKTYCZNE W MATEMATYCZNEJ EDUKACJI DZIECI

Agata FIJAŁKOWSKA-MROCZEK

Abstrakt

W artykule przedstawiono cele gier i zabaw dydaktycznych w matematycznej edukacji dzieci. Matematyka jest nauką, która sprawia wiele trudności nie tylko dzieciom, ale i dorosłym. Mamy z nią do czynienia w życiu codziennym. Aby w łatwy i przyjemny sposób przyswoić wiedzę z matematyki możemy wykorzystać gry i zabawy dydaktyczne, które umożliwią przygotowanie najmłodszych do samodzielnego wkroczenia w świat matematyki.

Słowa kluczowe: dziecko,gry edukacyjne, zabawy, matematyka, cele.

DIDACTIC GAMES AND PLAY IN MATHEMATICAL EDUCATION OF CHILDREN

Abstract

The article presents the targets of the games and play in the mathematical education of children. Mathematics is the science that makes a lot of difficulties not only children but also for adults. We have to deal with it in everyday life. For a fun and easy way of learning the knowledge of mathematics, we can use educational games that allow small children to prepare themselves entering the world of mathematics.

Key words: child, educational games, have fun teaching, mathematics, goals.

„Zabawy nie należy odkładać na inną okazję, ponieważ właśnie poprzez zabawę dziecko uczy się szybko i z radością ...”

Friedrich Froebel

Jedną z atrakcyjnych i efektownych metod nauczania matematyki dzieci w wieku przedszkolnym czy też szkolnym są gry i zabawy dydaktyczne. Szerokie zastosowanie znalazły w nauczaniu pojęć matematycznych. Rozwijają myślenie dzieci, ich spostrzegawczość, uwagę oraz umiejętność stosowania zasad i reguł.[1]

[1] A. Klim-Klimaszewska, Pedagogika przedszkolna. Nowa podstawa programowa. Warszawa: Wyd. Erica, 2010. 48 s. ISBN 978-83-89700-23-0

Dzieci uczestnicząc w grach i zabawach dydaktycznych, a także tworząc je samodzielnie podczas zajęć chętniej w nich uczestniczą, a także wykazują się zdolnościami twórczymi, dokładnością i uwagą.[2]

Zabawa i gra dydaktyczna będąc konstytutywnymi formami aktywności dziecka, dostarczając mu zabawy i radości jednocześnie uczy i wychowuje. Dziecko bez obaw i stresu tworzy reguły, uczy się nowych treści, symboli, popełniony błąd poprawia.

W oparciu o literaturę przedmiotu E. Jagiełło dokonała analizy kryteriów konsolidujących te dwie metody pracy. Co łączy zabawę i grę? Na podstawie analizy literatury przedmiotu, wyróżniła następujące cechy, stanowiące pomost między zabawą a grą:

a) przyczyniają się do łatwiejszego zapamiętywania nowych wiadomości,
b) rozwijają wyobraźnię,
c) wywołują pozytywne stany emocjonalne,
d) przyspieszają i ułatwiają procesy rozwojowe całego organizmu (mowę, myślenie, ruch),
e) pobudzają i rozwijają zainteresowania,
f) wyzwalają aktywność uczestników,
g) zacieśniają stosunki koleżeńskie,
h) uczą współpracy i współdziałania w zespole,
i) wdrażają do kulturalnego spędzenia wolnego czasu,
j) rozwijają procesy poznawania, przeżywania i działania,
k) motywują do przezwyciężania trudności,
l) uzupełniają i pogłębiają wiedzę,
m) pozwalają na spokojną pracę dziecka,
n) pozwalają na samodzielne poprawianie błędów,
o) uaktywniają myślenie charakterystyczne dla problemowych metod kształcenia,
p) pozwalają na obniżenie lęku w trakcie lekcji,
q) wspomagają kształcenie postaw empatycznych,
r) niwelują stres,
s) umożliwiają konwersację między dzieckiem i dzieckiem.[3]

Analizując także polskie programy wychowania przedszkolnego E. Jagiełło zauważyła, że kształcąc dzieci w zakresie edukacji matematycznej główny naciska kładzie się na liczenie ze zrozumieniem, rozwijanie orientacji przestrzennej, dostrzeganie regularności, poznanie podstawowych figur geometrycznych, określanie i porównywanie wielkości oraz masy i objętości. Ponadto dzieci są wtajemniczane w takie zagadnienia jak: działania na liczbach, układanie i rozwiązywanie zadań, mierzenie, ważenie, klasyfikowanie przedmiotów, rytm i rytmiczne organizowanie

[2] M. Myszka, Matematická edukácia prostredníctvom hier a zábav, [In] Hra v predprimárnej edukácii, red. M. Podhájecká, M. Miňová, Prešov: Vydavatel' Prešovska univerzita v Prešove, 2011. 334 s. ISBN 978-80-555-0467-4

[3] E. Jagiełło, Matematická edukácia prostredníctvom hier a zábav, [In] Hra v predprimárnej edukácii, red. M. Podhájecká, M. Miňová, Prešov: Vydavatel' Prešovska univerzita v Prešove, 2011. 241 s. ISBN 978-80-555-0467-4

czasu, konstruowanie gier dydaktycznych. Jest to dość obszerny materiał przydatny w życiu codziennym, dlatego jego przekaz powinien być przystępny i atrakcyjny.[4]

Badania przeprowadzone przez prof. E. Gruszczyk – Kolczyńską ukazują, że ponad połowa przedszkolaków wykazuje uzdolnienia matematyczne. Można je dostrzec już u dzieci w czwartym roku życia. Z badań wynika także, że wybitne uzdolnienia matematyczne manifestuje co piąty pięciolatek i co czwarty sześciolatek, jednak już tylko co ósmy siedmiolatek (w ósmym miesiącu nauki szkolnej).

Na podstawie tych badań można wysnuć wnioski, że strat poniesionych w pierwszych lat kontaktu z matematyką nie da się odrobić w kolejnych latach. Niechęć do matematyki, postrzeganie jej jako niezwykle trudnego przedmiotu oraz przekonanie o braku matematycznych uzdolnień, trwale uniemożliwiają odniesienie sukcesu.[5]

M. Podhajecka twierdzi, że podstawowym narzędziem w edukacji dzieci w wieku przedszkolnym jest gra edukacyjna, która reaguje na treść tematyczną i realizuje plany edukacyjne. Proces edukacyjny nie jest tylko grą, jednak gra tworzy jego podstawę, rdzeń.[6]

Zatem dzięki zabawom i grom matematycznym wiedza przekazywana jest poprzez praktyczne działanie. Uczniowie uczestnicząc w układaniu puzzli, grach w rzeczywistości są przygotowywani do rozwiązywania problemów matematycznych. Obszerny zakres zabaw pozwala na wprowadzenie i pozananie podstawowych pojęć, takich jak: liczenie, segregowanie, układanie według określonego porządku, dopasowywanie, szacowanie, mierzenie oraz ułatwienie dzieciom zrozumienia. Zdobyte w ten sposób umiejętności pozwolą dziecku samodzielnie wkroczyć w świat matematyki.[7]

Zajęcia z matematyki można uatrakcyjnić stosując odpowiednie gry, które sprawią, że nawet trudna lekcja matematyki stanie się dla dzieci zabawą, w której chętnie będą uczestniczyły oraz łatwiej przyswoją sobie wiedzę.

Wykorzystanie gier i zabaw matematycznych w nauczaniu matematyki nie może być jedyną formą, jednak należy ją stosować jak najczęściej, gdyż angażuje ona wszystkie dzieci. Nauczyciel może stosować grę matematyczną w celu:

- natychmiastowego sprawdzenia, czy dzieci (uczniowie) zrozumieli omawiany przed chwilą temat,
- utrwalenia lub powtórzenia pewnych wiadomości, umiejętności,
- sprawdzenia wiadomości i umiejętności (zamiast tradycyjnej klasówki czy odpytywania).[8]

Charakterystyczną cechą gier i zabaw dydaktycznych jest wysiłek umysłowy i możliwość samokontroli. Dzięki grom dzieci rozwijają pomysłowość, umiejętność używania ścisłej i zrozumiałej terminologii.[9]

[4] E. Jagiełło, Creative aspect of teaching mathematics at nursery school, EDULEARN11 Proceedings CD, Published by International Association of Technology, Barcelona: Education and Development (IATED), 2011. 003701-003708 s. ISBN 978-84-615-0441-1;

[5] http://osswiata.pl/zylinska/2012/06/26/nauczanie-matematyki-w-swietle-badan/ z dnia 05.03.2014

[6] M. Podhajecka, Proces edukacyjny i gra, nr 7/2011, (w:) Pedagogica. At Utilitatem Disciolinae, A. Klim-Klimaszewska (red.), Siedlce: Wyd. UP – H, 2011. 105 s. PL ISSN 1895-6459

[7] I. Bulloch, Zabawy matematyczne, Poznań: Wyd. Podsiedlik-Raniowski i spółka, 1994. 5 s. ISBN 83-7212-178-8

[8] A. Kozłowska-Brzoza, Gry i zabawy matematyczne dla uczniów szkoły podstawowej, Opole: Wyd. Nowik Sp.j. 2009. 5-6 s. ISBN 978-83-89848-30-7

[9] K. Wojciechowska, Gry i zabawy matematyczne dla uczniów klas 1-3 szkoły podstawowej, Opole: Wyd. Nowik Sp.j., 2009. 5-9 s. ISBN 978-83-89848-82-6

W trakcie zabaw i gier matematycznych dzieci powinny manipulować na konkretach i na podstawie obserwacji wyników tych działań wyprowadzać ważne uogólnienia. Uczestnicy podczas zajęć wykorzystują różne przedmioty np. Guziki, kamyki, monety, kasztany, kostki, patyczki, fasoliki itp., które przekładaja, układają na planszach, wyjmują z pudełek. Wszystkie te czynności przeprowadzane podczas zabaw, wymagają od uczestnikółw gry uważnej obserwacji jej przebiegu, odpowiedniego rozumowania i przestrzegania przyjętych reguł.[10]

Po przeprowadzonej grze nauczyciel może zastosować różne formy oceniania, np.:

- przyznawać uczniom za poszczególne rozgrywki określone ilości plusów, a potem ustaloną ilość plusów zamieniać na konkretne oceny,
- za dobre odpowiedzi rozdawać uczniom fanty (np. pionki z gry planszowej, figury geometryczne, ołówki itp.) następnie po skończonej grze za odpowiednią ilość fantów stawiać konkretną ocenę,
- nazwiska zwycięzców gier umieszczać na tablicy matematycznej w szkole,
- na apelach szkolnych mozna ogłaszać zwycięzców trudniejszych gier, a na półrocze i koniec roku szkolnego – najlepszych matematyków, honorując ich nagrodami.[11]

Warto zwrócić uwagę na odpowiedni dobór gier i zabaw matematycznych, aby były one dostosowne do możliwości dzieci, by nie doprowadzić do większego zniechęcenia do przedmiotu. Dzieci zdolnych nie trzeba specjalnie motywować do pracy w przeciwieństwie do słabszych, gdzie w trakcie gry mają szansę na wygranie nagrody. Gry i zabawy sprawiają, że dzieci (uczniowie) uzyskują pozytywne nastawienie do matematyki. Dzięki nim traktują ten przedmiot jako przyjemny i ciekawy, a nie jako trudny i przymusowy. Wprowadzając czynnik rywalizacji podczas gier dydaktycznych mobilizujemy dzieci (uczniów) do większego wysiłku. W każdej grze i zabawie dziecko powinno wykonywać czynności intelektualne. Nauczyciel dobierając odpowiednie metody i środki dydaktyczne może sprawić, że matematyka stanie się łatwa i przyjemna, a dzieci chętnie bedą uczestniczyły w zajęciach.

Literatura:

1. BULLOCH, I. Zabawy matematyczne, Poznań: Wyd. Podsiedlik-Raniowski i spółka, 1994. 5 s. ISBN 83-7212-178-8
2. JAGIEŁŁO, E. Matematická edukácia prostredníctvom hier a zábav, [In] Hra v predprimárnej edukácii, red. M. Podhájecká, M. Miňová, Prešov: Vydavatel' Prešovska univerzita v Prešove, 2011. 241 s. ISBN 978-80-555-0467-4
3. JAGIEŁŁO, E. Creative aspect of teaching mathematics at nursery school, EDULEARN11 Proceedings CD, Published by International Association of Technology, Barcelona: Education and Development (IATED), 2011. 003701-003708 s. ISBN 978-84-615-0441-1;
4. KLIM-KLIMASZEWSKA, A. *Pedagogika przedszkolna. Nowa podstawa programowa.* Warszawa: Wyd. Erica, 2010. 48 s. ISBN 978-83-89700-23-0
5. KOZŁOWSKA-BRZOZA, A. Gry i zabawy matematyczne dla uczniów szkoły podstawowej, Opole: Wyd. Nowik Sp.j. 2009. 5-6 s. ISBN 978-83-89848-30-7

[10] M. Pisarski, Matematyka dla naszych dzieci – nietypowe gry i zabawy matematyczne, Opole: Nowik Sp.j., 2011. 22 s. ISBN 978-83-62687-06-0

[11] A. Kozłowska-Brzoza, Gry i zabawy matematyczne dla uczniów szkoły podstawowej, Opole: Wyd. Nowik Sp.j. 2009. 7 s. ISBN 978-83-89848-30-7

6. MYSZKA, M. Matematická edukácia prostredníctvom hier a zábav, [In] Hra v predprimárnej edukácii, red. M. Podhájecká, M. Miňová, Prešov: Vydavateľ Prešovska univerzita v Prešove, 2011. 334 s. ISBN 978-80-555-0467-4
7. PISARSKI, M. Matematyka dla naszych dzieci – nietypowe gry i zabawy matematyczne, Opole: Nowik Sp.j., 2011. 22 s. ISBN 978-83-62687-06-0
8. PODHAJECKA, M. Proces edukacyjny i gra, nr 7/2011, (w:) Pedagogica. At Utilitatem Disciplinae, Klim-Klimaszewska A. (red.), Siedlce: Wyd. UP – H, 2011. 105 s. PL ISSN 1895-6459
9. WOJCIECHOWSKA, K. Gry i zabawy matematyczne dla uczniów klas 1-3 szkoły podstawowej, Opole: Wyd. Nowik Sp.j., 2009. 5 s. ISBN 978-83-89848-82-6
10. http://osswiata.pl/zylinska/2012/06/26/nauczanie-matematyki-w-swietle-badan/ z dnia 05.03.2014

Kontaktní adresa

Mgr Agata Fijałkowska-Mroczek
Uniwersytet Przyrodniczo-Humanistyczny w Siedlcach
Instytut Pedagogiki
Katedra Dydaktyki – Pracownia Wychowania Przedszkolnego
ul. Żytnia 39
08-110 Siedlce
Tel. +48 782 765 161
E-mail: agata04@onet.eu

ACTA UNIVERSITATIS PALACKIANAE OLOMUCENSIS
FACULTAS PAEDAGOGICA 2014 MATHEMATICA IX

MANIPULATIVNÍ ČINNOSTI ROZVÍJEJÍCÍ MATEMATICKOU GRAMOTNOST

Eduard FUCHS, Eva ZELENDOVÁ

Abstrakt

Manipulativní činnosti patří k významným faktorům ovlivňujícím tvorbu matematických představ a hrají důležitou roli v rozvoji matematické gramotnosti.

V příspěvku jsou charakterizovány některé aspekty manipulativních činností s didaktickým materiálem a jsou zde popsány výstupy projektu, v jehož rámci byly vytvořeny videonahrávky manipulativních činností předškoláků a žáků 1. stupně základní školy včetně metodických materiálů pro učitele. Všechny materiály jsou volně přístupné na webu Jednoty českých matematiků a fyziků a byly vydány na DVD.

Klíčová slova: matematická gramotnost, manipulativní činnosti

MANIPULATIVE ACTIVITIES DEVELOPING MATHEMATICAL LITERACY

Abstract

Manipulative activities belong to significant factors affecting the creation of mathematical ideas and play an important role in the development of mathematical literacy.

In the contribution, some aspects of manipulative activities with didactic material are characterized, and there are described the outcomes of a project in whose framework videos were recorded of manipulative activities of preschoolers and pupils at the first level of elementary school, including methodical materials for teachers. All materials are freely accessible on The Union of Czech Mathematicians and Physicists website and were released on DVD.

Key words: mathematical literacy, manipulative activities

1. Úvod

Jednota českých matematiků a fyziků (JČMF) se od svého vzniku systematicky věnuje metodické podpoře pedagogických pracovníků s ohledem na aktuální problémy matematického vzdělávání dětí, žáků a studentů. Mezi současné priority JČMF patří pomoc učitelům při výuce matematiky tak, aby matematika nepatřila mezi neoblíbené předměty. Žáci by měli pochopit, že matematika je nástrojem v poznávání světa, který jim usnadní řešení úkolů, které je čekají v praktickém životě (zcela ve shodě s vymezením matematické gramotnosti). Proto JČMF využila Programu na podporu činnosti nestátních neziskových organizací působících v oblasti předškolního, základního a středního vzdělávání v roce 2013, který byl věnován matematické gramotnosti, k realizaci projektu Manipulativní činnosti.

Řešitelský tým tvořili doc. RNDr. Eduard Fuchs, CSc. z Přírodovědecké fakulty Masarykovy univerzity v Brně, RNDr. Hana Lišková z Vyšší odborné školy pedagogické a střední pedagogické školy v Litomyšli a RNDr. Eva Zelendová z Národního ústavu pro vzdělávání v Praze.

2. Zaměření projektu

Cílem projektu bylo vytvořit metodický materiál pro učitele mateřských škol a 1. stupně základních škol, v němž budou demonstrovány vhodné manipulativní aktivity.

Dvacet videonahrávek pomáhá rozvíjet představy dětí a žáků v oblastech *kvantita* (množství, význam čísel, různé reprezentace čísel, jejich porovnání, operace s čísly, představa velikosti čísel a odhady) a *prostor a tvar* (orientace v prostoru a čase, rovinné a prostorové útvary, jejich metrické a polohové vlastnosti) i vybrané kompetence, které jsou obsaženy v definici matematické gramotnosti: *matematické uvažování, modelování, užívání pomůcek a nástrojů.*

Metodické návody, které jsou ke všem nahrávkám připraveny, mají jednotnou formu: v úvodu je stručně shrnut dopad prezentovaných manipulativních činností na dítě či žáka. U jednotlivých videosekvencí, ze kterých se nahrávka skládá, jsou nejprve představeny didaktické pomůcky, které jsou pro rozvoj matematické gramotnosti použity. Poté jsou stručně popsány aktivity, které jsou zachyceny ve videosekvenci. Nedílnou součástí popisu aktivity jsou i důležité metodické poznámky.

3. Obecné aspekty manipulativních činností s didaktickým materiálem

„Šikovnost rukou se mění v šikovnost myšlení.“ Tato slova J. A. Komenského empiricky dokázaly výzkumy švýcarského vývojového psychologa J. Piageta. Ve shodě s jeho výsledky můžeme prohlásit, že pro rozvoj operačního myšlení žáků je zvlášť důležité odkrývání vztahů mezi věcmi na základě manipulace s nimi, tj. přidávání, ubírání, řazení, přemísťování předmětů atp. Učitel při využívání manipulativních činností vede žáka:

- k postupu od jednoduchého ke složitějšímu;
- k přemýšlení o tom, co dělá, k projevu jeho vlastní iniciativy;
- k odpovědnosti za učiněná rozhodnutí, k využívání sebekontroly;
- k vyhledávání a opravě případných chyb;
- k objevování nových poznatků, principů, jevů a souvislostí mezi nimi;
- k osvojení nových dovedností;
- k samostatné práci i práci týmové.

4. Některé konkrétní výstupy projektu pro 1. stupeň ZŠ

1. aktivita – Deštníky

Geometrie v rovině a v prostoru: žák porovnává velikosti útvarů, pozná podobné útvary.

Didaktický materiál: Dvojice kartiček s obrázky deštníků ve dvou velikostech. Obrázky jsou v různém provedení, barevné, dvoubarevné, perokresby apod. Některé jsou velmi podobné, některé velmi odlišné. *Popis výukové situace:* Žák tvoří dvojice (páruje) obrázky deštníků, o nichž se domnívá, že patří k sobě. Využívá odhad. Jedná se o propedeutiku podobnosti.

2. aktivita – Zlomková skládačka

Číslo a početní operace: žák modeluje a určí část celku, používá zápis ve formě zlomku.

Didaktický materiál: Základní deska s pěti kruhovými „jamkami“, do nichž se vkládají barevné kruhové destičky, které jsou rozděleny na dva, tři, čtyři, pět a šest shodných dílků. Na kartičkách jsou čísla od jedné do šesti a zlomky 1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/6 (případně další zlomky, které budeme při manipulaci potřebovat). *Popis výukové situace:* Žák skládá na základní desku celek z dílků stejné barvy. Přiložením čísla na složený celek odpovídá na otázku: „Kolik stejných dílků tvoří celek?“

Žák umístí pod celek složený z daného počtu stejných dílků kartičku, na níž je zapsán zlomek vyjadřující jeden díl („Jaká část celku je jeden dílek?“). Jeden dílek žák ponechá ve zlomkové skládačce, ostatní dílky přesune mimo.

Žák postupně vyndává dílky z jednotlivých „jamek“ zlomkové skládačky. Postupuje od největšího dílku po nejmenší. Dílky skládá na sebe, vytváří se „šnek“. Je dobře vidět, že největší část je 1/2, nejmenší 1/6, žák postupně velikosti dílků porovnává a sleduje, jak se zmenšují.

3. aktivita – Skládačka

Geometrie v rovině a v prostoru: žák porovnává velikost útvarů, měří a odhaduje délku úsečky.

Didaktický materiál: Dřevěná deska s pevně připevněnými kolíčky a sada dřevěných čtvercových destiček s otvory. Otvory na destičkách jsou různě rozložené (mají různou konfiguraci a různou barvu). Některé konfigurace jsou velmi podobné, některé výrazně odlišné. Na desce odpovídají otvorům kolíčky tak, že čtverečky se dají na kolíčky nasadit, nikde však základní desku nepřesahují. *Popis výukové situace:* Žák manipuluje se čtvercovými destičkami s otvory a hledá shodné rozložení kolíčků na základní desce tak, aby čtvereček mohl na kolíčky nasadit a destička základní desku nepřesahovala. Při hledání žák vyloučí konfigurace, které jsou velmi odlišné, využívá odhad. U konfigurací kolíčků, které jsou velmi podobné, žák nasazení vyzkouší, případně destičku otočí a opět vyzkouší atd. (pokus – omyl). Pracuje ruka, ta hledá a zkouší.

Žák se může sám přesvědčit o správnosti řešení kontrolou, že žádná destička nepřesahuje základní desku, případně může rozložení destiček upravit. Žákovi při práci neradíme, nenavádíme ho. Učí se trpělivosti a soustředění, podporujeme kritické myšlení.

4. aktivita – Šašci a bambule

Nestandardní aplikační úlohy a problémy: žák řeší praktické problémy, jejichž řešení je do značné míry nezávislé na obvyklých postupech školské matematiky (např. kombinatorické dovednosti).

Didaktický materiál: Předloha šaška s velkou čepicí se dvěma bambulemi, pracovní list s devíti čepicemi a sada nalepovacích koleček ve třech barvách (nejprve máme k dispozici dvě barvy, poté přidáme třetí). *Popis výukové situace:* Žáky motivujeme tak, že každý šašek na karnevalu musí mít jinou čepici. Žák pak zdobí čepice na pracovním listu dvěma bambulemi podle vzoru, tedy lepí bambule pod sebe (nalepuje na připravené čepice dvě kolečka) a snaží se odpovědět na otázku: „Kolik vytvoříme různých čepic, které mají dvě bambule, když máme jen dvě barvy bambulí?“ Na začátku práce můžeme po žákovi požadovat odhad počtu čepic za daných podmínek. Přidáme třetí barvu bambule, podmínku dvou bambulí na jedné čepici však ponecháme. Žák pokračuje v práci na stejné předloze. Nezasahujeme, žáky při práci pozorujeme.

5. Závěr

Všechny videozáznamy s podrobným manuálem pro učitele jsou zveřejněny na stránkách JČMF http://class.pedf.cuni.cz/newsuma/Default.aspx a byly vydány na DVD (viz [1]).

Literatura

1. FUCHS, E., LIŠKOVÁ, H., ZELENDOVÁ, E. *Manipulativní činnosti rozvíjející matematickou gramotnost.* 1. vyd. Praha, Jednota českých matematiků a fyziků, 2013. ISBN 978-80-7015-017-7.
2. KASLOVÁ, M. *Předmatematické činnosti v předškolním vzdělávání*, Raabe, Praha 2010, ISBN 978-80-86307-96-1.
3. LIŠKOVÁ, H. Práce s papírem u dětí před vstupem do školy a v první třídě, In: Stehlíková, N. (ed.) *Sborník konference Dva dny s didaktikou matematiky 2012*, PedF UK Praha 2012, s. 23-27.
4. LIŠKOVÁ, H. Matematický trojlístek v mateřské škole, In: Stehlíková, N. a Tejkalová, L. (eds.) *Sborník konference Dva dny s didaktikou matematiky 2011*, PedF UK Praha 2011, s. 133-135.

Kontaktní adresa

Doc. RNDr. Eduard Fuchs, CSc.
Ústav matematiky a statistiky
Přírodovědecká fakulta Masarykovy univerzity
Kotlářská 2
611 37 Brno
Telefon: +420 549 493 858
E-mail: fuchs@math.muni.cz

RNDr. Eva Zelendová
Národní ústav pro vzdělávání
Weilova 1271/6
102 00 Praha 10
Tel.: +420 274 022 606
E-mail: Eva.zelendova@nuv.cz

MATEMATICKÁ GRAMOTNOSŤ Z POHĽADU ŠTUDENTOV PREDŠKOLSKEJ A ELEMENTÁRNEJ PEDAGOGIKY

Ľubica GEROVÁ

Abstrakt

Príspevok sa zaoberá zhodnotením vlastnej matematickej gramotnosti študentmi Predškolskej a elementárnej pedagogiky pri nástupe na vysokú školu - Pedagogickú fakultu Univerzity Mateja Bela v Banskej Bystrici. Svoje názory študenti sprostredkovali prostredníctvom dotazníka. Sebahodnotenie študentov poukázalo na rezervy v školskom systéme rozvíjania matematických kompetencií i v ich vlastnej práci. Táto situácia si vyžaduje pozornosť zo strany Ministerstva školstva, vedy, výskumu a športu SR a jednotlivých stupňov škôl.

Klíčová slova: matematická gramotnosť, predškolská a elementárna pedagogika

MATHEMATICAL LITERACY FROM PRE-SCHOOL AND ELEMENTARY STUDENTS´ VIEW

Abstract

The paper is dealing with the evaluation of mathematical literacy by students of Pre-school and elementary pedagogy in the beginning their study at Faculty of education at Matej Bel university in Banská Bystrica. The students mediated their views through a questionnaire. Self-evaluation of the students pointed to reserves in school system of developing mathematical competencies and in their own work. This situation requires attention of the Ministry of Education, Science, Research and Sport of the Slovak Republic and individual school levels.

Key words: mathematical literacy, pre-school and elementary pedagogy

1. Úvod

Medzinárodné meranie a hodnotenie matematickej gramotnosti 15-ročnej populácie žiakov začalo v r. 1997 na základe iniciatívy OECD. Ide o *Programme for International Assessmen*t (PISA). Slovenská republika (ďalej len SR) sa zapojila do Programu v r. 2003, 2006, 2009 a 2012. Výsledky, ktoré žiaci dosiahli v jednotlivých rokoch, sú len priemerné alebo podpriemerné. V priebehu 10 rokov sa úroveň výrazne nemenila a nezvýšila. Pod hlavičkou IEA prebieha od r. 1995 testovanie žiakov 4. a 8. ročníka základnej školy (ďalej len ZŠ) prostredníctvom *Trends in International Mathematics and Science Study* (TIMSS). SR zapojila do neho v r. 1995, 1999 a 2003 žiakov 8. ročníka a v rokoch 2007, 2011 žiakov 4. ročníka ZŠ. Medzi súčasnými vysokoškolákmi sú aj takí, ktorí v minulosti mohli byť do medzinárodných testovaní zahrnutí. Keďže sa vo vyšších vekových kategóriách medzinárodné testovania neuskutočňujú, má zmysel sa stupňom úrovne matematickej gramotnosti zaoberať aspoň v príprave budúcich učiteľov pre predprimárne a primárne vzdelávanie. Títo študenti budú ovplyvňovať správnosť vytváraných matematických predstáv detí na začiatku ich školského života.

V školskom roku 2012/2013 sme zisťovali, ako študenti 1. ročníka bakalárskeho štúdia v odbore Predškolská a elementárna pedagogika na PF UMB v Banskej Bystrici vnímajú úroveň svojej matematickej pripravenosti a ako ju vedia uplatniť pri riešení úloh.

2. Charakteristika výskumného šetrenia

Jedným z *cieľov* bolo zistiť názory študentov na priebeh a stav ich matematickej prípravy do začiatku ich vysokoškolského štúdia.

Vzorku tvorilo 114 študentov denného štúdia (všetci študenti v danom odbore).

Výskumným nástrojom bol dotazník. Bol vytvorený na základe dotazníka zadávaného žiakom v medzinárodnom testovaní PISA. Obsahoval 23 položiek, ktoré boli orientované na štyri okruhy: na informácie o absolvovanej strednej škole (ďalej len SŠ) a vyučovaní matematiky v nej; na učenie sa matematiky; na schopnosť riešiť matematické úlohy; na navštevovanú vysokú školu a budúce zamestnanie. Položky boli kombinované, s uzavretými, polouzavretými i otvorenými otázkami. Dotazník poskytol informácie, ktoré je vhodné použiť pri smerovaní ďalšej prípravy študentov - budúcich učiteľov.

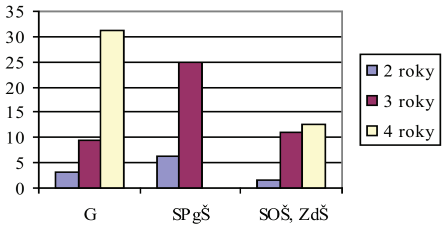
3. Dosiahnuté výsledky

Vzhľadom na rozsah príspevku uvedieme len niektoré zistené informácie. Zameriame sa na sebahodnotenie študentov. Študenti boli absolventmi gymnázií (36,84 %), stredných škôl pedagogického zamerania (35,09 %), iných stredných odborných škôl vrátane združených s SOU (26,32 %). Počet rokov ich štúdia matematiky na SŠ bol v rozpätí 2 – 4 roky (2 roky 14,91 %, 3 roky 44,74 % a 4 roky 40,35 %). Zároveň počet hodín matematiky v rovnakých ročníkoch príslušných škôl bol rôzny, a s tým súvisel aj obsah učiva. Vzhľadom na to sa pravidelné a systematické rozvíjanie matematických kompetencií študentov do nástupu na vysokú školu prerušuje na dlhšie obdobie. Sledujeme priebežne pokles počtu absolventov 4-ročného štúdia matematiky v odbore Predškolská a elementárna pedagogika.

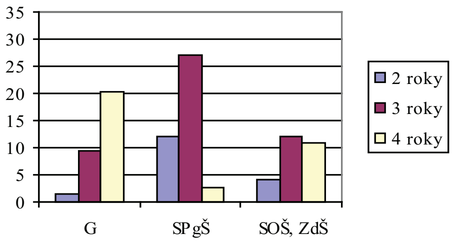
Študenti uviedli svoj prospech v predmete matematika a na základe toho sme zistili, že najčastejším hodnotením v 1. a v 2. ročníku SŠ bola známka 2 (43,86 %, resp. 40,35 %) a v 3. a 4. ročníku známka 3 (38,14 %, resp. 41,30 %). Aj keď si uvedomujeme úskalia hodnotenia na jednotlivých druhoch SŠ, môžeme konštatovať nasledovné: Na začiatku školskej reformy (r. 2008) títo študenti boli v 1. ročníku na SŠ. Pri úprave učebných plánov a osnov došlo čiastočne k redukcii učiva matematiky i k presunu učiva zo ZŠ do 1. ročníka SŠ. V tom vidíme jednu z možností dosiahnutého lepšieho hodnotenia študentov v prvých dvoch ročníkoch. Pravdepodobne s náročnosťou učiva vo vyšších ročníkoch a s úrovňou dosiahnutých matematických kompetencií študentov bolo spojené ich horšie hodnotenie. Dosiahnutý prospech študentov čiastočne vypovedá o kvalite ich matematických poznatkov a zručností pri nástupe na vysokú školu (ďalej len VŠ).

Pýtali sme sa študentov, či potrebovali a využili pomoc niekoho (okrem ich učiteľa matematiky) pri príprave na vyučovanie matematiky na SŠ. Graf 1 poukazuje na to, že najčastejšie tak urobili študenti gymnázia, ktorí mali 4-ročné štúdium matematiky a študenti 3-ročného štúdia z pedagogických škôl, naopak študenti 2-ročného štúdia pomoc veľmi nepotrebovali, čo zrejme súviselo s náročnosťou učiva. Predpokladáme, že študenti, ktorí o pomoc požiadali, si uvedomovali i potrebu matematickej prípravy pred nástupom na VŠ.

Graf 1 Potreba pomoci



Graf 2 Nedostatočné poznatky a zručnosti



Legenda: G – gymnázium
SPgŠ – SŠ pedagogického zamerania
SOŠ, ZdŠ – SŠ odborného nepedagogického zamerania

Požiadali sme študentov, aby uviedli, či považovali úroveň svojich matematických vedomostí a zručností pri vstupe do 1. ročníka VŠ za postačujúce alebo nie. Výsledky sú uvedené v grafe 2. Nedostatočné poznatky a zručnosti z matematiky uviedlo 64,91 % študentov, absolventov všetkých druhov SŠ i rôzneho počtu rokov štúdia matematiky. Je to značná časť študentov, preto treba hľadať odpoveď na otázku „*Prečo?*“ je to tak a „*Ako*?“ situáciu riešiť. Je to otázka pre všetkých, ktorí sa matematickým vzdelávaním zaoberajú na všetkých stupňoch riadenia. Je dobré, že príslušná skupina študentov si uvedomuje nepriaznivú situáciu, ale je dôležité, aby ju aktívne riešila vo svojom ďalšom vysokoškolskom štúdiu. Na základe toho sa ukazuje v tejto dobe nutná potreba predmetu, ktorý by bol orientovaný na doplnenie základných matematických poznatkov a zručností učiva SŠ, na ktorý by nadväzovali matematické disciplíny študovaného odboru na VŠ.

Študenti, ktorí označili svoje matematické vedomosti a zručnosti za nepostačujúce po absolvovaní SŠ, uviedli, v čom vidia rezervy, príp. príčinu. Väčšina z nich uviedla iba jeden problém. Niektorí poukázali na nízky počet hodín matematiky na SŠ, malé množstvo prebratého učiva, malú pozornosť zo strany školy vyučovaniu matematiky (22,97 %). Približne pätina študentov vidí teda problém mimo svojej osoby, ostatní vidia rezervy vo vlastnej práci. Slabé teoretické základy z matematiky uviedlo 16,22 % z nich. Problémy s geometriou všeobecne, s predstavivosťou alebo rysovaním má 31,08 % študentov. Ukazuje sa, že geometrické učivo by bolo vhodné posilniť na SŠ, najmä aplikáciu učiva a získavanie praktických zručností. Ďalšia skupina nekonkretizovala rezervy, majú ich povedané ich vyjadrením „vo všetkom“ (14,86 %). Môžeme teda usudzovať, že súvisia so zvládnutím tak aritmetického ako aj geometrického učiva, so schopnosťou učiť sa aktívne, učivu rozumieť, aplikovať ho i s vôľou a ochotou prekonávať prekážky. Medzi menej časté rezervy študenti uviedli problémy v aritmetike a v kombinatorike (5,41 %), v porozumení úlohám (4,05 %), v zabúdaní vedomostí (2,70 %) a v zdôvodňovaní, argumentácii (1,35 %). Odpoveďou „neviem“ niektorí študenti (5,41 %) nedokázali pomenovať svoju slabšiu stránku.

Chceli sme, aby študenti identifikovali aj svoju silnú stránku z hľadiska matematických poznatkov a zručností. Približne tretina z nich označila logické myslenie (30,70 %), čo je dôležitým činiteľom pri vyvodzovaní správnych úsudkov, na druhej strane ďalší študenti (16,67 %) riešenie rovníc, výpočty percent a počítanie so zlomkami, teda riešenie algoritmických úloh s dôrazom na pamäť. Navyše toto učivo je viac menej učivom ZŠ. Ďalšou skupinou v poradí boli študenti, ktorí uviedli postupne tematické celky geometriu (14,91 %), aritmetiku (11,40 %), kombinatoriku a finančnú matematiku (4,39 %), riešenie slovných úloh (1,75 %). Dobrú predstavivosť v priestore uviedlo 7,02 % študentov. Desatina študentov nedokázala označiť svoju silnú stránku (10,53 %), neodpovedalo 8,77 % študentov, teda približne pätina študentov neoznačila žiadne svoje schopnosti, kompetencie alebo vlastnosti, ktoré by mohla pozitívne uplatniť vo svojom štúdiu. To poukazuje aj na potrebu posilniť sebahodnotenie študentov, aby lepšie, výstižnejšie vedeli identifikovať svoje matematické schopnosti.

Ďalej sme zisťovali, čo chýbalo študentom v stredoškolskej príprave, aby mohli úspešne zvládnuť matematické predmety na VŠ. Z ponúknutých možností vybrali potrebu väčšieho počtu hodín pre niektoré témy (57,89 %). Ukazuje sa, že nie všetkým témam je venovaná rovnaká pozornosť na jednotlivých SŠ alebo v jednotlivých typoch SŠ. Nie sú rovnako zastúpené, preto sa študent s niektorými nemusel ani oboznámiť, alebo len okrajovo. Skoro polovica študentov by potrebovala väčšiu skúsenosť s riešením úloh rôznej náročnosti (49,12 %). Zdôvodnenie výberu tejto možnosti vidíme už vo vyššie uvedených odpovediach študentov. Riešenie matematických úloh a realizácia praktickej činnosti si vyžadujú dostatočný časový priestor, aby sa zvýšili matematické kompetencie a sebadôvera študentov. S reálnym životom sú spojené najmä neštandardné matematické úlohy, s ktorými mnoho študentov zrejme nemá väčšie skúsenosti. Na druhej strane tretina študentov (32,46 %) zvolila štandardné úlohy (algoritmické). To naznačuje, že niektorým chýbala možnosť precvičiť si základné učivo, a preto v ňom cítia svoju neistotu. Voľbu väčšieho počtu hodín matematiky zvolilo 28,95 % študentov. Najmä študenti, ktorí uvažujú o univerzitnom štúdiu, majú tento názor a dva, príp. tri roky stredoškolského štúdia matematiky im nepostačuje. Manipulácia s učebnými pomôckami chýbala približne pätine študentov (18,42 %). Táto situácia zrejme ovplyvnila ich nie vždy dostatočné porozumenie učivu a vytvorenie správnych matematických predstáv. Niektorí študenti (12,28 %) doplnili ponúknuté odpovede vlastnými. Uviedli absenciu geometrie, tematické okruhy spojené s praktickým životom, ale tiež vlastný záujem o riešenie matematických úloh a voľný čas na ich riešenie. Spokojných s matematickou stredoškolskou prípravou bolo 7,02 % študentov, nič im v nej nechýbalo.

Hoci gymnáziá cielene pripravujú študentov pre univerzitné štúdium, aj ich absolventi požadovali väčší počet hodín matematiky v súvislosti s niektorými témami a väčšiu skúsenosť s riešením úloh rôznej náročnosti i s riešením štandardných úloh. Podobne sa vyjadrili i študenti pedagogických škôl. Tí požadovali aj riešenie neštandardných úloh.

V ďalšej položke študenti mali z ponúknutých možností vybrať úroveň svojej matematickej gramotnosti tak, ako ich popisuje PISA. Najnižšiu úroveň (myslenie na úrovni rutinných operácií, jednoduché výpočty) zvolila tretina študentov (34,21 %). Svoje matematické kompetencie hodnotí veľmi nízko. Pre štúdium učiteľstva predprimárneho a primárneho vzdelávania je to nedostatočná úroveň. Druhú najnižšiu úroveň (použiť bezprostredný úsudok, základné algoritmy a vzorce, písomne vysvetliť a interpretovať výsledky) zvolilo 16,67 % študentov. Do tretej úrovne v poradí (nájsť jednoduché stratégie riešenia úloh, spracovať informácie z viacerých zdrojov, krátke zdôvodnenie výsledkov) sa zaradila približne štvrtina študentov (24,56 %). Teda tri štvrtiny študentov sa vidia v troch najnižších úrovniach matematickej gramotnosti. Táto situácia nastoľuje otázku, ako nimi ohodnotená úroveň matematických kompetencií a schopností ovplyvní úspešnosť ich vysokoškolského štúdia. V porovnaní s 15-ročnými žiakmi, ktorých bolo v r. 2009 v tretej úrovni 25 %, sa neukazuje významnejší posun k vyšším úrovniam matematických kompetencií našej vzorky študentov po absolvovaní ich stredoškolského štúdia. Zvyšní študenti sa zaradili do štvrtej úrovne (14,91 %), do piatej (3,51 %) a šiestej najvyššej (4,39). Niektorí študenti nezvolili žiadnu úroveň (1,75 %).

4. Záver

Z vlastného sebahodnotenia študentov vyplynulo, že na štúdium v odbore Predškolská a elementárna pedagogika sa hlásia prevažne študenti, z ktorých mnohí majú určité problémy s učivom matematiky a jeho aplikáciou na úrovni ZŠ a SŠ, s uplatnením získaných matematických kompetencií, čo vyjadrili stupňom úrovne svojej matematickej gramotnosti. To bude vyžadovať na VŠ väčší dôraz na praktické činnosti a riešenie štandardných i neštandardných matematických úloh rôznej náročnosti so spätnou väzbou a kontaktnou formou výučby. Vhodne ju môže dopĺňať elektronická forma v podobe využitia LMS Moodle. Mokriš (2011, s. 148) tiež zdôrazňuje, že Moodle „... je vhodným nástrojom, ktorý umožňuje spracovanie, prezentovanie a distribúciu elektronických študijných jednotiek." Študenti sa sami vyjadrili, že potrebujú viac času na upevnenie učiva. My dopĺňame, že aj pravidelnosť a systematickosť v priebehu celého ich vysokoškolského štúdia. To by mala zobrať do úvahy i prebiehajúca príprava podkladov pre akreditáciu odboru Predškolská a elementárna pedagogika pre ďalšie obdobie. Brincková (2010, s. 40) uvádza, že „... pokles úrovne matematických vedomostí v porovnaní s Jednotnou školou je potrebné pri tvorbe štátneho vzdelávacieho programu eliminovať posilnením vyučovania matematiky ...". Možno na to reagovať už v súčasnom pripomienkovom procese o zmenách v ŠVP.

Poznámka: Príspevok bol spracovaný ako súčasť projektu KEGA „Rozvíjanie matematickej gramotnosti prostredníctvom elektronicky podporovanej výučby v odbore Predškolská a elementárna pedagogika", č. 020UMB-4/2013.

Literatúra

1. BRINCKOVÁ, J. *Vyučovanie matematiky z pohľadu súčasnej školskej reformy.* 1.vyd. Banská Bystrica: PFV UMB, 2010. 200 s. ISBN 978-80-8083-936-9
2. MOKRIŠ, M. Význam elektronickej podpory matematického vzdelávania v profesijnej príprave budúcich učiteľov elementaristov. In: *Sborník z vědecké konference s mezinárodní účastí „Tvořivost v počátečním vyučování matematiky*". Plzeň: ZČU, 2011. s. 144 – 148. ISBN 978-80-7043-992-0

Kontaktní adresa

PaedDr. Ľubica Gerová, PhD.
Katedra elementárnej a predškolskej pedagogiky
Ružová 13, 974 01 Banská Bystrica
Telefon: +421 48/ 446 4864
E-mail: lubica.gerova@umb.sk

VYUŽITIE LMS MOODLE NA PRIMÁRNOM STUPNI ŠKOLY

Romana GLOVIAKOVÁ

Abstrakt

Elektronická podpora vyučovania prostredníctvom Moodle je využívaná najmä na vyšších stupňoch škôl, najčastejšie na stredných a vysokých školách. Tento príspevok poukazuje a potvrdzuje využitie vybraných aktivít v matematike na primárnom stupni s cieľom individualizovať a zefektívňovať edukačný proces. Prostredie vhodne poslúži aj ako interaktívne úložisko úloh na domáce precvičovanie pre žiakov, respektíve ako motivačný prvok v záujmovom krúžku.

Kľúčová slova:LMS Moodle, prednáška, test, interaktivita, spätná väzba

THE USAGE OF LMS MOODLE AT PRIMARY SCHOOL

Abstract

Electronic support learning through Moodle is mainly used in higher education, most often in secondary schools and universities. This paper shows and confirms the usage of selected activities in mathematics at the primary level in order to streamline and individualize the educational process. Suitable environment will also serve as an interactive repository of tasks for home practicing for pupils, respectively, as an incentive in the leisure time center.

Key words: LMS Moodle, lecture, test, interactivity, feedback

1. Úvod

Súčasná spoločnosť má charakter informačnej spoločnosti. Informačno-komunikačným technológiám sa kladie čoraz väčší význam, ľudia ich naplno využívajú pre uľahčenie života a existovanie bez nich si už azda nevedia ani predstaviť. Závažne ovplyvňujú viacero oblastí ľudskej činnosti a vzdelávanie nie je žiadnou výnimkou.

Netreba zabudnúť, že prispôsobovanie obsahu a procesu výchovy a vzdelávania potrebám učiacej sa, informačnej spoločnosti je zahrnuté aj v Národnom programe výchovy a vzdelávania v SR. Túto prioritu je možné naplniť zavádzaním vzdelávania s využitím informačno-komunikačnými technológií. V podmienkach školy je to najmä využitie interaktívnych tabúľ, vzdelávacích softvérov, či počítačov. Počítače sú súčasťou všetkých oblastí života spoločnosti a v nejakej miere ovplyvňujú všetkých jej členov. Preto je vhodné brať tento trend na vedomie a aplikovať ho aj vo vzdelávaní. Je známe, že premyslené a zacielené použitie počítačov a iných informačných technológií v podmienkach vyučovania uľahčuje a zefektívňuje učenie sa žiakov a poskytuje priestor na väčšiu motiváciu a aktivizáciu.

Tieto skutočnosti nás viedli k vývoju aktivít v elektronickom prostredí pre použitie v podmienkach základnej školy. Daná problematika je jadrom práve riešenej dizertačnej práce, ktorej cieľom je vývoj prototypu elektronického kurzu pre žiakov so zvýšeným záujmom o matematiku prostredníctvom stratégie Designed Based Research. Nadväzuje na diplomovú prácu, v ktorá bola zameraná na tvorbu vzdelávacích testov. Rozhodli sme sa preto svoje predchádzajúce skúsenosti využiť, prehĺbiť a rozšíriť.

2. Spätná väzba vo vyučovaní

Vyučovací proces, ktorý sa realizuje v našich školách možno nazvať riadeným procesom. Učiteľ ho riadi, organizuje, vytvára podmienky pre učenie sa žiaka a rozvíjanie všetkých stránok osobnosti. Môžeme povedať že vyučujúci je riadiacou zložkou a žiak je riadený. Pedagóg vysiela informácie tzv. informačným kanálom, čo má za následok zmenu u žiaka smerom k zámerom učiteľa, teda vzdelávacím cieľom, ktoré si stanoví. O procesoch, ktoré prebiehajú v žiakovi sa učiteľ dozvedá prostredníctvom výstupného kanálu. Tieto informácie majú charakter spätnej väzby a učiteľ ich získava prostredníctvom ústnych odpovedí, písomných prác, testov či projektov. Voľba danej formy závisí od účelu hodnotenia, formy výstupu, počtu hodnotených žiakov, času a prostriedkov, ktoré sú k dispozícii. (Lavický, 2007)

Učiteľ môže použiť následne ja korekčný kanál, ktorým upravuje vyučovací proces. Najmä ak zistí, že učivo si žiaci ešte neosvojili, zvolí inú metódu a proces zopakuje. V prípade chyby je podľa Kuliča (1984) potrebná bezprostredná primerane spracovaná informácia o neúspechu žiaka, ktorá pozostáva zo štyroch krokov: detekcia chyby, jej identifikácia, interpretácia chybného výkonu a následná korekcia chyby. Preto musí byť didaktická aplikácia v e-learningu citlivá na kvalitu výkonu žiaka, musí mu poskytovať jasnú a zrozumiteľnú informáciu o spätnej väzbe, aby ju mohol použiť k reflexii kvality vlastného výkonu, k sebakontrole a následnej autoregulácii. Z tohto dôvodu sme sa rozhodli pre výber nasledovných aktivít z prostredia LMS Moodle: prednáška a test a ich použitiu v podmienkach základnej školy.

3. LMS Moodle

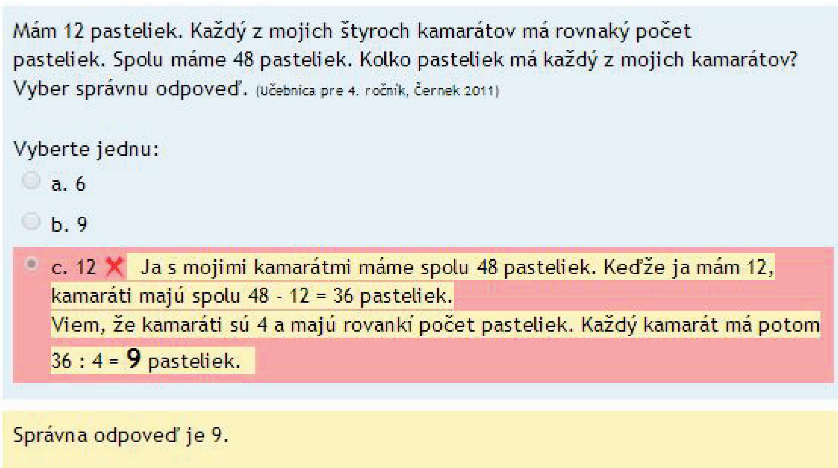
Moodle je najrozšírenejší bezplatný LMS softvérový balík využívaný pre podporu výučby najmä na stredných a vysokých školách. Mnohí autori sa zhodujú v názore, že nie je vhodný pre základné školy, nakoľko sa očakávajú vyššie vstupné kompetencie žiakov v oblasti IKT. S týmto tvrdením si dovolíme nesúhlasiť, jednak preto, že dnešná doba je charakteristická stále inovujúcimi sa prostriedkami, hlavne v oblasti informačno - komunikačných technológií, ktoré ovplyvňujú spoločnosť a deti v nej vyrastajú obklopené týmito technológiami a práca s počítačom je samozrejmosťou aj u žiakov v mladšom školskom veku. Na druhej strane je tu možnosť využitia len vybraných aktivít balíka a ich prispôsobenie obsahu primárneho vzdelávania.

Na ukážku uvádzame možnosti využitia aktivít **test** a **prednáška** v matematike v štvrtom ročníku základnej školy.

Test

Test spĺňa formu jednak výstupného, ale aj korekčného kanálu. Pri vytváraní testov sa kládol dôraz na spätnú väzbu pre žiaka, ktorou bola obohatená každá testovú otázku. Spätná väzba sa žiakovi zobrazí po vypracovaní otázky. V prostredí LMS Moodle sa dá spätná väzba nastaviť pri správnej aj nesprávne odpovedi. Obsahom je vždy hodnotiaci súd o správnosti riešenia. V prípade neúspechu je doplnený o vzorové riešenie, poučku resp. návod a odkaz na stranu v učebnici a ročník, kde si žiak môže danú problematiku naštudovať. Vzdelávací charakter testu potvrdzuje nelimitovanosť vykonania testu len jedným pokusom. Počet pokusov nie je obmedzený, žiak si môže svoje vedomosti znova overiť po naštudovaní odporúčaných podkladov.

Obrázok 1 znázorňuje testovú úlohu aj so spätnou väzbou.



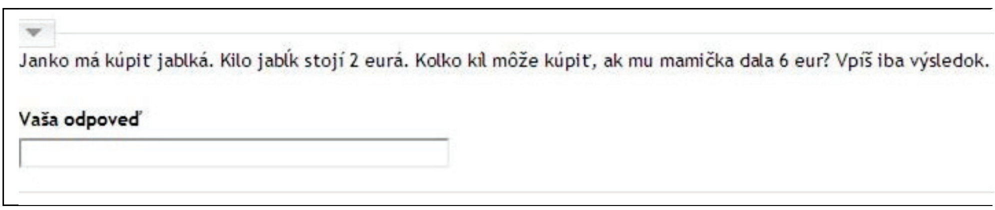
Obrázok 1Testová úloha so spätnou väzbou

Prednáška

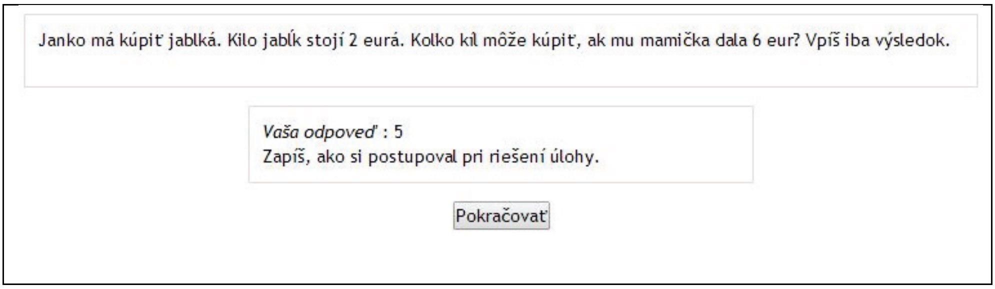
Pod pojmom prednáška zväčša rozumieme výkladovú metódu výučby. V našom ponímaní ide o interaktívny materiál, pomocou ktorého je možné odhaliť žiakove nedostatky v učive, korigovať ich a ponúkať úlohy na precvičovanie, no aj zadávať žiakom náročnejšie úlohy. Materiál je postavený tak, že plne zodpovedá požiadavkám žiaka a poskytuje mu tak možnosť pracovať a postupovať individuálnym tempom. Na obrázku 2 je znázornená schéma prepojení v ukážke úlohy spracovanej interaktívnym spôsobom v aktivite prednáška.

Obrázok 2Schéma

V nasledujúcej časti je znázornený interaktívny postup pri riešení úlohy žiaka v prípade jeho nesprávnej odpovede, presne podľa vyššie uvedenej schémy.

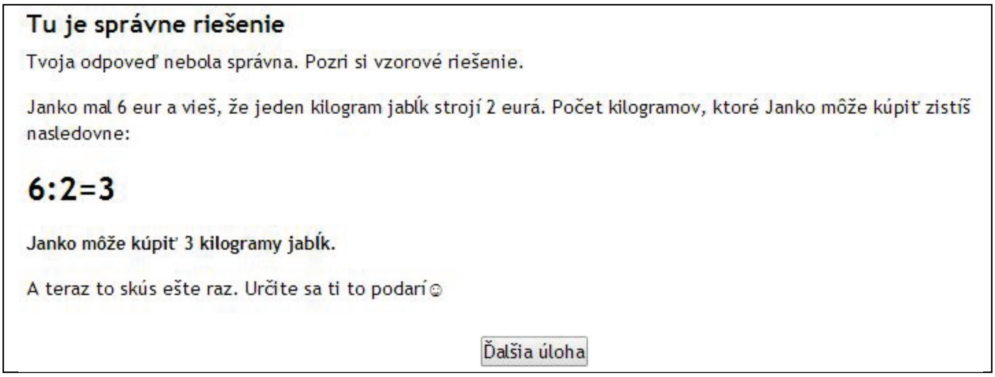


Obrázok 3 Zadanie úlohy

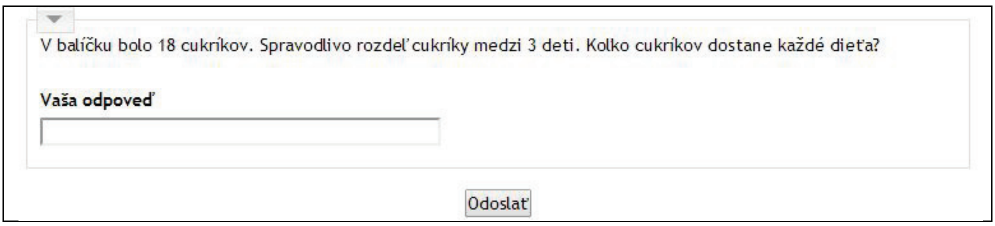


Obrázok 4 Nesprávne riešenie

Obrázok 5 Žiakovo riešenie



Obrázok 6 Vzorové riešenie



Obrázok 7 Obmena úlohy

4. Zhrnutie

Úlohou učiteľa je vytvoriť prostredie, v ktorom žiak aktívne pracuje, experimentuje, skúma. Takýmto učiacim a motivačným prostredím pre žiakov môže byť aj Moodle. Učenie sa v Moodle je tzv. programovým učením, v ktorom platia nasledovné princípy:

- princíp primeraných krokov
- princíp primeraného tempa
- princíp bezprostrednej spätnej väzby
- princíp neustáleho riadenia učenia
- princíp revízie programu

Ak pri vytváraní materiálov zohľadníme charakteristiky žiakov, úrovne osvojenia učiva a budeme akceptovať vyššie uvedené princípy, môže sa stať efektívnym nástrojom pre individuálny rozvoj žiaka.

Príspevok vznikol s podporou projektu KEGA 020UMB-4/2013.

Literatúra

1. BOBOT, V., JAKUBEKOVÁ, M. *Interaktívne vyučovanie v školských vzdelávacích programoch*. Bratislava: MPC, 2012. ISBN 978-80-8052-432-6
2. ČERNEK, P. *Matematika pre 4.ročník základných škôl (učebnica).*Bratislava: SPN, 2011. ISBN 978-80-10-02104-8
3. KULIČ, V. *Člověk - učení - automat.* Praha: SPN, 1984.
4. LAVICKÝ, T. *Tvorba a využívanie školských testov.* MPC Prešov. 2007 [online][citované 10.2.2014] Dostupné na World Wide Web *http://www.mcpo.sk/downloads/Publikacie/PrirodPred/PPCHE200501.pdf*
5. NIKL, J. *Aplikace prvků e-lerningu na základní škole.* Zborník elektronickej medzinárodnej konferencie Média a vzdělávání 2008. Praha: Vysoká škola hotelová, 2008. s 55-58. ISSN 1214-9187

Kontaktná adresa

Mgr. Romana Gloviaková
Katedra elementárnej a predškolskej pedagogiky
Pedagogická fakulta UMB
Ružová 13
Banská Bystrica 974 11
Telefón: +421 484 464 411
E-mail: romana.gloviakova@umb.sk

PODPORA KĽÚČOVÝCH KOMPETENCIÍ POMOCOU CLIL VYUČOVANIA MATEMATIKY NA 1. STUPNI ZÁKLADNEJ ŠKOLY

Ján GUNČAGA, Katalin LESTYAN

Abstrakt

Obsahovo a jazykovo integrované vyučovanie môže podporiť využitie slovenského národnostného jazyka v rozličných predmetoch. V našom príspevku prezentujeme túto metódu pre školskú matematiku. V Maďarsku na slovenských národnostných školách ešte nebola dostatočne táto metóda analyzovaná. Pri jej implementácii treba začať pri príprave budúcich slovenských národnostných učiteľov. Ukážeme niektoré praktické príklady tejto metódy.

Klíčová slova: CLIL metóda, kľúčové kompetencie, maďarský jazyk, matematika, slovenský jazyk, primárne vzdelávanie, žiak

SUPPORTING OF THE KEY COMPETENCES USING CLIL OF MATHEMATICS EDUCATION IN THE FIRST GRADE OF PRIMARY SCHOOL

Abstract

Content and Language Integrated Learning (CLIL) can support the using of national language in different subjects. In our chapter we present this method in the case of school mathematics. There is not analysed the possibilities of this method in Slovak national schools in Hungary up this time. The first implementation must be in the preparing of future Slovak national teachers. We show some practical examples of this method.

Key words: CLIL method, key competences, Hungarian language, mathematics, Slovak language, primary education, pupil.

1. Úvod

Na Pedagogickej fakulte Univerzity sv. Štefana v Sarvaši v Maďarsku už vyše 50 rokov prebieha príprava budúcich slovenských národnostných učiteľov pre materské školy a 1. stupeň základných škôl. V našom príspevku opíšeme niektoré naše skúsenosti so zavádzaním metódy CLIL - Obsahovo a jazykovo integrovaného vyučovania do vyučovacieho procesu na tejto fakulte. Táto metóda je odporúčaná Európskou úniou aj pre výučbu menšinových jazykov. V príspevku ukážeme niektoré jej možnosti v predmete matematika.

Motiváciou pre uplatňovanie metódy CLIL - integrovaného vyučovania menšinových jazykov a nejazykových predmetov sú odporúčania Európskej komisie, najmä Úradu komisára EÚ pre školstvo a kultúru. Európsky komisár Ján Figeľ v roku 2006 uvádza v CLIL (1):

„Viacjazyčnosť je podstatou európskej identity, pretože jazyky sú základným aspektom kultúrnej identity každého Európana. Z toho dôvodu sa viacjazyčnosť spomína špecificky – prvýkrát – v príhovore komisára. Mám česť byť týmto komisárom.“

CLIL (Content and Language Integrated Learning) predstavuje vzdelávaciu metódu vyučovania nejazykových predmetov prostredníctvom menšinového jazyka. Je to inovatívny prístup, ktorý mení spôsoby, akými sa študenti oboznamujú s učivom, a ktorý urýchľuje získavanie základných komunikačných schopností v menšinovom jazyku.

2. Prečo CLIL

Táto vyučovacia metóda má v národnostných školách viaceré výhody. Na tomto mieste chceme spomenúť aspoň niektoré:

- Pri vyučovaní metódou CLIL sa pozornosť upriamuje na určitú aktivitu a nie na národnostný jazyk samotný.
- Tento prístup poskytuje možnosť učiť sa myslieť v danom jazyku a nie iba učiť sa jazyk ako taký. CLIL umožňuje žiakom precvičovať národnostný jazyk pri výučbe iného predmetu.
- CLIL predstavuje pre absolventov škôl možnosť rozvíjať svoje kompetencie využívaním cudzích alebo národnostných jazykov a tak zvyšovať svoj osobný potenciál k výhodnému postaveniu na trhu práce.
- Učivo môže byť najskôr vysvetlené v maďarskom jazyku a neskôr rozšírené v slovenskom jazyku, prípadne naopak.
- Aktivity v oboch jazykoch by sa mali navzájom dopĺňať.

Z výhod, ktoré CLIL prináša, môžeme spomenúť nasledovné:

- celkové zlepšenie komunikačných kompetencií žiaka v národnostnom jazyku,
- prehlbuje sa povedomie o národnostnom jazyku, štátnom jazyku a ostatných jazykoch,
- zvýšená motivácia žiaka prostredníctvom reálnych edukačných situácií pri vyučovaní národnostného jazyka,
- zvýšenie plynulosti vyjadrovania sa, širší rozsah slovnej zásoby,
- aktívne zapojenie sa na hodinách,
- pozitívny postoj k národnostnému jazyku,
- rozvoj vlastného národného a kultúrneho povedomia,
- príprava na praktický život a prácu v multikultúrnej spoločnosti.
- CLIL ponúka príležitosti, ktoré umožňujú žiakom používať národnostný jazyk prirodzene, takým spôsobom, že postupne zabudnú na to, že používajú národnostný jazyk a zamerajú sa iba na obsah.
- Pri metóde CLIL je národnostný jazyk spojený s inými predmetmi. V triede sú dva hlavné ciele, jeden týkajúci sa predmetu, témy a jeden spojený s jazykom.
- Toto je aj dôvodom, prečo sa CLIL niekedy nazýva duálne zamerané vyučovanie.
- CLIL dokáže urobiť skutočne veľa, zvyšuje ochotu, chcenie a schopnosť učiť sa oboje – národnostný jazyk i nejazykový predmet.

3. Podpora komunikačných kompetencií v slovenskom jazyku pre vyučovanie matematiky na 1. stupni základnej školy

Na uskutočnenie komunikačného zámeru a potrieb sa vyžaduje komunikačné správanie, ktoré je primerané danej situácii a bežné v národnostnom prostredí , kde sa menšinovom jazykom hovorí.

Kompetencie, ktoré by mal žiak získať:

- prostredníctvom hier a manipulatívnych činností porozumie výrazom, základným matematickým pojmom a základným frázam, ktorých účelom je uspokojenie konkrétnych potrieb, tieto výrazy a frázy dokáže používať,
- používa iba základný rozsah jednoduchých výrazov, má základné a intuitívne predstavy o matematických pojmoch a vie ich pomenovať v štátnom a národnostnom jazyku,
- ovláda výslovnosť osvojených slov a slovných spojení s podporou národnostného prostredia (rodina, škola, národnostný spolok),
- dokáže opísať známe slová a krátke slovné spojenia, napríklad jednoduché pokyny, názvy predmetov, vie vymyslieť krátky príbeh v štátnom a národnostnom jazyku,
- rozumie jednoduchým pokynom, ktoré sú pomaly a zreteľne adresované,
- dokáže používať jednoduché slovné spojenia, tvoriť vety a pozná rôzne synonymá,
- vie sa vyjadrovať opisným spôsobom, vie odpovedať celou vetou na otázky v štátnom a národnostnom jazyku.

Očakávané postoje žiakov:

- ovláda slovnú zásobu podľa prebratých tém, ktorú môže použiť aktívne a ukázať na modeloch matematických pojmov,
- vie spájať jednoduché prívlastkové slovné spojenia v správnom poradí, vie triediť objekty podľa rôznych kritérii,
- porozumie krátkemu príbehu s jednoduchou slovnou zásobou, ktorá je pre neho známa z prostriedia v ktorom žije,
- vie porozprávať o obrázku jednoduchými vetami, dokáže charakterizovať základné matematické pojmy v štátnom a národnostnom jazyku.

4. Experiment a jeho výsledky vo vyučovaní matematiky pomocou CLIL metódy

Vo vyučovacom krúžku matematiky sme mali experiment vo vyučovaní matematiky pomocou CLIL metódy. Žiaci boli zo 4. ročníka slovenskej základnej školy. Téma činnosti so žiakmi boli rímske číslice. Žiaci 4. ročníka už poznali základné rímske číslice. Precvičovali sme hľadanie praktického použitia rímskych čísľic a nácvik operácii s rímskymi číslicami.

V úvodnom rozhovore sme preopakovali základné rímske číslice. Na to sme mali karty. Na jednej strane boli napísané rímske číslice, na druhej strane boli zápisy týchto číslic pomocou arabských číslic.

Najprv sme opakovali spoločne a ukázali žiakom rímske číslice a žiaci odpovedali, aké prirodzené čísla predstavujú.

I:1, V:5, X:10, L:50, C:100, D:500, M:1000

A potom sme mali opačnú úlohu, ukázali sme prirodzené čísla zapísané arabskými číslicami a žiaci tvorili ich zápisy pomocou rímskych číslic.

1:I, 5:V, 10:X, 50:L, 100:C, 500:D, 1000:M

Ďalej sme si spresnili svoje poznatky o tom, že ak príslušnú rímsku číslicu dáme za písmeno, ktoré označuje väčšie číslo, to zväčší konečný výsledok a keď dáme túto číslicu pred neho, to zmenší konečný výsledok.

Potom sme hrali s inými kartami, kde na jednej ich strane boli rôzne prirodzené čísla zapísané pomocou rímskych číslic. Každý žiak si vybral dve ľubovoľné karty a ukázal ostatným a tí danú úlohu vyriešili.

VII=7 XII=12 CXX=120 LXX=70
MC=1100 V=5 IX=9 XC=90
L=50 CM=900 MD=1500 CL=150

Ďalšia úloha bola náročnejšia. Žiaci dostali zápisy štvorciferných čísel pomocou rímskych číslic. Mali tieto zápisy previesť na zápisy pomocou arabských číslic. Úlohy boli nasledovné:

MDXLII=1542 MDXXII=1522 MDCCLIX=1759 MCXCIV=1194
MCDXXVI=1426 MCCCXLIII=1343 MCMLXXXIX=1989 MDCXLVIII=1648

Potom museli riešiť nasledovnú opačnú úlohu:

2567=MMDLXVII 1999=MCMXCIX 963=CMLXIII
1046=MXLVI 1459=MCDLIX 2681=MMDCLXXXI
1843=MDCCCXLIII 797=DCCXCVII

Na záver sme prichystali žiakom tajničku. Tajnička bola nasledujúca:

1. 30+28=
2. 4 roky je koľko mesiacov?
3. 1000-374=
4. 999
5. Aký rok píšeme teraz?

Riešenie (je v tajničke):
Čo robíš očami? …………………………………

1.	L	**V**	I	I	I		
2.	L	**I**	I				
3.		**D**	C	X	X	V	I
4.		**I**	M				
5.	M	**M**	X	I	I	I	

Môžeme konštatovať, že deti sa snažili rozprávať iba po slovensky, ale je to pravda, že viac-menej problemi zato mali s matematickými výrazmi. Čo im neprišlo na rozum, alebo nepoznali, napísali sme tie slová výrazy do slovníka, a sľúbili nám, že na budúcu hodinu sa naučia.

5. Záver

Vo vyučovacom procese má učiteľ rozhodujúcu úlohu. Dôležitý je v súčasnosti aj interdisciplinárny prístup (pozri Tkačik (2007), Kopáčová (2012)). Obsahovo a jazykovo integrované vyučovanie - Content and Language Integrated Learning (CLIL) je možné účinne zaviesť v oblasti menšinového školstva pri výučbe nejazykových predmetov. Jedným z nich môže byť práve matematika, ktorá disponuje univerzálnym jazykom. V budúcnosti by sme chceli využiť aj zahraničné skúsenosti s používaním tejto metódy a pripraviť špeciálne aktivity počas vyučovacích hodín matematiky pre študentov Pedagogickej fakulty Univerzity sv. Štefana v Sarvaši, ako aj pre žiakov slovenských národnostných základných škôl (pozri Fulier-Šedivý (2001), Takáč (2009), Domínguez (2011)).

Poznámka: Článok podporený grantom KEGA č. 003KU-4/2013

Literatura

1. *CLIL-Obsahovo a jazykovo integrované vyučovanie (CLIL) v škole v Európe,* Európska kancelária Eurydice, Brussels, 2006. ISBN 92-79-01915-5 In: http://www.eurydice.org
2. DOMÍNGUEZ H. *Using what matters to students in bilingual mathematics problems.* In: *Educational Studies in Mathematics,* Volume 76, Number 3, April 2011, s. 305 – 328. ISSN 0013-1954
3. FULIER, J.-ŠEDIVÝ, O. *Motivácia a tvorivosť vo vyučovaní matematiky.* Nitra: FPV UKF, 2001. ISBN 80-8050-445-8.
4. KOPÁČOVÁ, J. *Vývoj učebníc Prírodovedy na Slovensku*. Ružomberok: Verbum - vydavateľstvo Katolíckej univerzity v Ružomberku, 2012. ISBN 978-80-8084-880-4.
5. TAKÁČ*, Z. O motivovaní žiakov k odôvodňovaniu matematických tvrdení.* In: *Pokroky matematiky, fyziky a astronómie,* ročník 54, 2009, č. 3, s. 243-251. ISSN 1335-7794
6. TKAČIK, Š. *Počtové operácie pomocou „Napier bones“.* In: *Matematika v škole dnes a zajtra,* Ružomberok: Pedagogická fakulta Katolíckej univerzity, Zborník na CD, počet strán: 4. 2007. ISBN 978-80-8084-262-8

Kontaktní adresa

doc. PaedDr. Ján Gunčaga, PhD.
Pedagogická fakulta Katolíckej univerzity v Ružomberku
Hrabovská 1
03401 Ružomberok, Slovensko
Telefón: +421908220253
E-mail: jan.guncaga@ku.sk

Mgr. Katalin Lestyan
Slovenská samospráva v Sarvaši
Eötvös u. 44/1
5540 Szarvas, Maďarsko
Telefón: +36 5025880
E-mail: katalestyan@gmail.com

ACTA UNIVERSITATIS PALACKIANAE OLOMUCENSIS
FACULTAS PAEDAGOGICA 2014 MATHEMATICA IX

TRUDNOŚCI W ZAKRESIE UCZENIA SIĘ MATEMATYKI

Ewa JAGIEŁŁO

Abstrakt:

Niniejszy artykuł został poświęcony odwiecznemu zjawisku nadmiernych trudności w uczeniu się matematyki. Dokonując ogólnej charakterystyki trudności i ich klasyfikacji, nie pominięto czynników ich wywołujących. Przedstawiono obowiązujące na terenie Polski kryteria dojrzałości szkolnej do uczenia się matematyki. Opisano akty prawne w myśl, których organizowana jest pomoc dla dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się, w tym także matematyki. Rozważania teoretyczne podsumowano przykładem, zawierającym krótką charakterystykę dziecka oraz zadania rozwiązywane z nim zarówno na dodatkowych zajęciach szkole jak i w domu .

Kluczowe słowa: dziecko, trudności, matematyka, uczenie się, pomoc

DIFFICULTIES IN LEARNING MATHEMATICS

Abstract:

The following article is dedicated to the eternal phenomenon of excessive difficulties in learning mathematics. General characteristics and classification of the factors responsible for those difficulties have been also described. Moreover, there are presented the criteria of school maturity for learning mathematics which are obligatory in Poland. What is more, the legitimate rules are described according to which help for children with specific difficulties in learning on the whole and learning mathematics is organized. The theoretical consideration has been summarized with the example involving a short characteristics of a child, the tasks connected with it, both during some extra classes at school and home.

Key words: child, difficulties, mathematics, learning, help

Matematyka tuż obok języka polskiego jest jednym z naczelnych obszarów edukacji człowieka. Jej ranga wśród nauk nie jest równoznaczna ze stopniem łatwości jej opanowania. Integralną część z procesem uczenia się matematyki stanowi umiejętność samodzielnego pokonywania trudności. Podążając za myślą Marty Bogdanowicz trudności w uczeniu się w szerszym znaczeniu uwarunkowane są różnorodnymi czynnikami np.: upośledzenie umysłowe, uszkodzenie narządów zmysłu i ruchu, a także schorzeniami neurologicznymi i zaburzeniami emocjonalnymi. W węższym znaczeniu termin ten stosowany jest wobec dzieci, które nie osiągają powodzenia w nauce, pomimo sprzyjających warunków.[7] O trudnościach możemy więc mówić wówczas, gdy obserwujemy znaczne rozbieżności między wymaganiami stawianymi przez placówkę edukacyjną, a wynikami osiąganymi przez dziecko. Ludwik Bandura [1] sklasyfikował podzielił trudności uwzględniając: zdobywanie wiedzy, opanowywanie umiejętności, zapamiętywanie, odczuwanie wartości, praktyczne stosowanie wiedzy.

W amerykańskiej klasyfikacji chorób i zaburzeń psychicznych DSM-IV (1994) czytamy: t**rudności w uczeniu się** rozpoznawane są, gdy osiągnięcia w indywidualnie przeprowadzonych badaniach z zastosowaniem standaryzowanych testów czytania, matematyki oraz pisemnej ekspresji słownej są istotnie poniżej oczekiwanych dla wieku, poziomu edukacji i poziomu inteligencji. Problemy w uczeniu się w poważnym stopniu zakłócają osiągnięcia szkolne oraz aktywności codziennego życia, wymagające czytania, umiejętności matematycznych i pisania. Określenie „istotnie poniżej" oznacza różnicę więcej niż dwóch odchyleń standardowych pomiędzy osiągnięciami a ilorazem inteligencji.[6] Badania wykazują, iż trudności w uczeniu się dotyczą dwóch obszarów komunikacji jednostki. Pierwszy dotyczy komunikacji werbalnej i niewerbalnej (czytania, pisania, mówienia, słuchania), zaś drugi uczenia się matematyki w zakresie rozumienia arytmetycznych prawidłowości i liczenia na wymaganym poziomie.

Biorąc pod uwagę specyfikę takiego przedmiotu jak matematyka, pierwsze trudności dostrzega się już w pierwszych latach życia dziecka, wówczas gdy ma ono problemy np. w trakcie konstruowania budowli z klocków i rysowania. Kolejne symptomy rozpoznawalne są w wieku przedszkolnym, przy określaniu prawej i lewej strony, rozróżnianiu i zapamiętywaniu cyfr, porządkowaniu liczb w kolejności malejącej i rosnącej, liczeniu, identyfikowaniu liczb z pisemnymi symbolami, odczytywaniu i rozumieniu symboli matematycznych. Natomiast w starszym wieku nie jest w stanie poprawnie przepisać zadania do zeszytu, a także samodzielnie je wykonać.[3] I tutaj wypada odróżnić trudności naturalne od trudności specyficznych. Jest taka grupa dzieci, która pomimo starań nie jest w stanie w odpowiednim czasie przyswoić sobie wiedzy i umiejętności przewidzianych w programie obowiązującym na danym etapie edukacji. Zdarza się, że dostają one pozytywne oceny, przy czym nie są one współmierne z wysiłkiem wkładanym w proces przyswajania wiedzy. Te mizerne efekty to najczęściej produkt ciężkiej pracy zarówno dzieci jak i dorosłych. Za pomocą zabaw i gier przełamują lęk przed liczbami i doskonalą umiejętności matematyczne.[5]

Używane są różne określenia do opisu owych problemów, wiążą się one z dyscypliną naukową, jaką reprezentują badacze. I tak: w naukach pedagogicznych najczęściej spotkać można termin – specyficznych trudności w uczeniu się matematyki, w naukach psychologicznych rozpowszechnione zostało pojęcie – zaburzeń*,* natomiast w naukach medycznych i neuropsychologii – dyskalkulii.

Termin **specyficzne trudności** odnosi się do dzieci, które „mimo wysiłku nie potrafią poradzić sobie nawet z łatwymi zadaniami. Nie rozumieją ich matematycznego sensu i nie dostrzegają zależności pomiędzy liczbami. Bywa, że z powodu swej niskiej odporności emocjonalnej nie potrafią wytrzymać napięć, które zawsze towarzyszą rozwiązywaniu zadań. Narysowanie grafu, tabelki, a nawet czytelne zapisanie działania może być zbyt trudne, gdy dziecko ma obniżoną sprawność manualną."[2] Ostatecznie przepisują rozwiązanie nie wnikając i nie rozumiejąc jego treści. Ponieważ nie odnoszą sukcesów stają się nerwowe i zmniejsza się ich odporność emocjonalna, zaczynają się bronić. Takim postępowaniem nie gromadzą doświadczeń logiczno-matematycznych. Ich dojrzałość do nauki matematyki w warunkach szkolnych jest na bardzo niskim poziomie, nie są zdolne do rozumowania operacyjnego na poziomie konkretnym. Wzrasta ich niechęć do matematyki, nie podejmują prób pokonywania napotykanych barier, a zaległości pogłębiają się. W pewnym momencie również odrzucają pomoc, gdyż taka sytuacja zmusza ich do wysiłku intelektualnego, od którego się odzwyczaili.

Dzieci nie spełniające wymienionych warunków borykają się z opanowaniem języka matematyki. Zgodnie z obowiązującymi aktami prawnymi jest możliwość włączenia ich do grona dzieci o specjalnych potrzebach edukacyjnych. W myśl nowych przepisów dla dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki organizuje się pomoc psychologiczno-pedagogiczną, odbywa się to na podstawie aktów prawnych z 2010 roku: (1) Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 17.11.2010 r. w sprawie zasad udzielania i organizacji pomocy psychologiczno-pedagogicznej w publicznych przedszkolach, szkołach i placówkach (Dz. U. z 2010 r. Nr 228, poz. 1487); (2) Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 17.11.2010 r. w sprawie warunków organizowania kształcenia, wychowania i opieki dla dzieci i młodzieży niepełnosprawnych oraz niedostosowanych społecznie w przedszkolach, szkołach i oddziałach ogólnodostępnych lub integracyjnych (Dz. U. z 2010 r. Nr228, poz.1490); (3) Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 17.11.2010 r. w sprawie warunków organizowania kształcenia, wychowania i opieki dla dzieci i młodzieży niepełnosprawnych oraz niedostosowanych społecznie w specjalnych przedszkolach, szkołach i oddziałach oraz w ośrodkach (Dz. U. z 2010 r. Nr 228, poz. 1489); (4) Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 17.11.2010 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie warunków i sposobu oceniania, klasyfikowania i promowania uczniów i słuchaczy oraz przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów w szkołach publicznych (Dz. U. z 2010 r. Nr 228, poz. 1491); (5) Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 17.11.2010 r. w sprawie szczegółowych zasad działania publicznych poradni psychologiczno-pedagogicznych, w tym publicznych poradni specjalistycznych (Dz. U. z 2010 r. Nr 228, poz.1488); (6) Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 17 listopada 2010 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie ramowego statutu publicznej poradni psychologiczno-pedagogicznej, w tym publicznej poradni specjalistycznej (Dz. U. z 2010 r. Nr 228, poz. 1492). Prawodawcy w pierwszym z wymienionych rozporządzeń określają na czym polega udzielanie pomocy psychologiczno-pedagogicznej w przedszkolach, szkołach i placówkach. Uściślają z czyjej inicjatywy i kto udziela pomocy oraz w jakich formach jest ona udzielana zarówno uczniowi (dziecku), rodzicom jak i nauczycielom. Określają czas trwania zajęć dydaktyczno-wyrównawczych (45 min.) i zajęć specjalistycznych (60 min.). W tym miejscu, należy zaznaczyć, że nie tylko czas, ale i liczba dzieci w grupie jest to dość istotnym warunkiem efektywnego rozwoju dziecka ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi. Jest to szczególnie ważne ze względu na proces kształtowania kluczowych sprawności oraz konieczność ciągłego kontaktu nauczyciela z dziećmi. Praca w liczniejszych grupach jest możliwa, jednak powodzenie zajęć jest mniej efektywne. Twórcy rozporządzenia opisali również strukturę Karty Indywidualnych Potrzeb Ucznia i Plan Działań Wspierających, wskazują na indywidualny program edukacyjno-terapeutyczny jako dokument opracowany wyłącznie dla ucznia (dziecka) posiadającego orzeczenie o potrzebie kształcenia specjalnego. Precyzują czynności i zadania nauczyciela, logopedy, pedagoga, psychologa i doradcy zawodowego sprawowane w szkole (przedszkolu) i placówce. Zwracają uwagę na potrzebę pomocy udzielanej nauczycielom, wychowawcom i specjalistom pracującym w placówkach oświatowych. Natomiast specyficzne trudności w uczeniu się zostały zdefiniowane w czwartym wymienionych rozporządzeń. Ustawodawcy sprecyzowali w nim nowe unormowania związane z wydawaniem opinii dla uczniów (dzieci) ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się. Ponadto na nauczycieli nałożyli obowiązek dostosowania wymagań edukacyjnych do indywidualnych potrzeb rozwojowych i edukacyjnych oraz możliwości psychofizycznych ucznia (dzieci) objętego (objętych) pomocą psychologiczno-pedagogiczną, co z kolei wiąże się z indywidualną pracą z uczniem (dzieckiem). Jednocześnie opisane zostały zasady dostosowywania warunków przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów zewnętrznych.

Krótka charakterystyka badanego dziecka

Dziecko ma sześć lat - klasa pierwsza szkoły podstawowej. Nauczyciel zauważył na lekcjach matematyki, że ma ono problemy z orientacją przestrzenną, określaniem położenia przedmiotów względem siebie, myleniem stron prawa – lewa, przeliczaniem przedmiotów w zakresie drugiej dziesiątki; porównywaniem liczebności i równoliczności zbiorów. Dziecko uczęszcza raz w tygodniu na zajęcia dydaktyczno-wychowawcze, w grupie jest zawsze około siedmiu osób.

Przykładowe zadania wykonywane przez dzieci na tych zajęciach: klasyfikowanie obrazków z zabawkami, przeliczanie zbiorów, porównywanie równoliczności, różnicowanie i określanie położenia przedmiotów z wykorzystaniem zabawek, określanie lewej i prawej strony w przestrzeni itp. W pierwszej wersji dzieci słuchają poleceń i wykonują opisane czynności, zaś w drugiej części tworzą własne polecenia i jednocześnie sprawdzają ich wykonalność. Prz czym błędy nie są wytykane, lecz omawiane i poprawiane. Tego typu działania mają na celu zwiększenie u dzieci poczucia własnej wartości, pozyskania pewności siebie i budowania wysokiej samooceny.

Efekty pracy

Na pierwszych zajęciach obserwowane dziecko popełniało wiele pomyłek, pomimo to aktywnie i dobrze pracowało w małej grupie. Prawdopodobnie dlatego, że miało okazję zaistnieć wśród dzieci z podobnymi problemami w nauce. Chętnie odpowiadało za zadane zagadki i pytania. Niezmiernie pomocne okazało się wykorzystanie w czasie zajęć opaski na prawą rękę. Ułatwiało to dziecku orientowanie się w kierunkach prawo – lewo. Ponadto czuło się swobodniej i pewniej podczas zabaw ruchowych, w których należało orientować się w przestrzeni. Materiał bliski dziecku, czyli obrazki z zabawkami ułatwiły przeliczanie elementów i porównywanie liczebności zbiorów. Ćwiczenia graficzne w rysowanie szlaczków stały się interesującą zabawą z kolegami, w pewnym momencie nawet sami sobie zaczęli wymyślać polecenia i wykonywać je. Po kilku spotkaniach, obserwowane dziecko popełniało coraz mniej pomyłek. Z czasem coraz rzadziej zwracało uwagę na oznaczoną opaską prawą rękę. Czuło sie pewnie w tym co robi i nie bało się przystępować do rozwiązywania problemów matematycznych. Nie odczuwało się podczas zajęć napięcia i strachu, lecz radość.

Artykuł jest elementem realizacji grantowego projektu KEGA 024PU-4/2013 Interdisciplinárne koncipovanie a aplikovanie edukačných programov pre deti s problémovým správaním realizowanego na Wydziale Pedagogicznym Preszowskiego Uniwersytetu w Preszowie (Ministerstwo Szkolnictwa, Nauki, Badania i Sportu Republiki Slowackiej)

References

1. Bandura, L. *Trudności w uczeniu się*, PZWS, Warszawa 1970, pp. 27-138.
2. Gruszczyk-Kolczyńska, E. *Dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki*, WSiP, Warszawa, 2008, pp. 7. ISBN 978-83-02-06528-6

3. Jagiełło, E. - Fijałkowska, A. *Kompetencie detív predškolskom veku v oblasti matematyki*. In: *Komplexnosť a integrita v predprimárnej, primárnej a špeciálnej edukáci*i, Prídavková, A. - M. Klimovič (eds.), Vydavatel'stvo Prešovskiej univerzity v Prešove, Prešov 2012, pp. 62. ISBN 978-80-555-0664-7.
4. Klim-Klimaszewska, A. - E. Jagiełło, *Práce s nadanym dítětem v polskich mateřských školách*. In: *Sborník příspěvků z konference s mezinárodní UČÍME NADANÉ ŽĂKY*, Škrabánková, J. - Kovářová, R. (eds.), Vydavatel'stvo Universitas Ostraviensis, Ostrava 2012, pp. 210-219; ISBN 978-80-7464-104-6
5. Myszka, M. *Edukacja matematyczna dzieci w młodszym wieku szkolnym z podejrzeniem dyskalkuli*, Prešovská univerzita v Prešove, Pedagogická fakulta, Prešov 2013, pp. 144; ISBN 978-80-555-0765-1
6. Oszwa, U. *Zaburzenia rozwoju umiejętności arytmetycznych. Problem diagnozy i terapii*, Oficyna Wydawnicza „Impuls", Kraków 2005, pp. 15. ISBN 83-7308-373-1
7. Pilch, T. (red.), *Encyklopedia pedagogiczna XXI wieku*, tom IV, Wyd. Akademickie „Żak", Kraków 2005, pp. ISBN 816, 83-89501-41-4
8. Podhájecká M., Gerka V., Gra edukacyjna oknem do poznawania dziecięcego świata, Instytut Wydawniczy ERICA, Warszawa 2013, ISBN 978-83-62329-90-8
9. Šimčiková, E. – Tomková, B. *Matematika v predškolskiej edukácii*, Prešovská univerzita v Prešove, Pedagogická fakulta, Prešov 2012, ISBN 978-80-555-0530-5.

Contact address
dr Ewa Jagiełło
Uniwersytet Przyrodniczo-Humanistyczny w Siedlcach
Wdział Humanistyczny; Instytut Pedagogiki
Ul. Żytnia 39; 08-110 Siedlce
+48 609 673 116
ewa_jagiello@poczta.onet.pl

EDUKACJA MATEMATYCZNA DZIECI NA PRZEŁOMIE PRZEDSZKOLA I SZKOŁY

Ewa JĘDRZEJOWSKA

Abstrakt

Wczesna edukacja matematyczna jest niezwykle ważna dla dalszej kariery szkolnej dziecka, często decyduje o jego sukcesach bądź porażkach. Należy więc ze szczególną dbałością ją organizować i prowadzić. W artykule porównano treści edukacji matematycznej zawarte w podstawach programowych - wychowania przedszkolnego i klasy I szkoły podstawowej. Zamieszczono także kluczowe, zdaniem autorki, wskazania ważne w obszarze wczesnego kształcenia matematycznego.

Słowa kluczowe: wczesna edukacja matematyczna, matematyka w przedszkolu.

MATHEMATICAL EDUCATION OF CHILDREN ON THE TURN OF KINDERGARTEN AND SCHOOL

Abstract

Early education in mathematics is most vital for child's further school career, often being decisive to its successes or failures. It is therefore necessary to organize and run it with utmost care. In the paper, the content of the mathematical education included in the programme bases of preschool education and Year 1 of elementary school is compared. Significant, in the author's opinion, recommendations of the key importance to the area of early mathematical education have been presented.

Key words: early mathematical education, mathematics in kindergarten

1. Wprowadzenie

Okres przejścia dziecka z przedszkola do szkoły jest czasem trudnym i wymagającym, może rodzić trudności, obawy i niepokoje, które stają się udziałem zarówno dziecka, jego rodziców, jak i nauczycieli. Edukacyjne doświadczenia pierwszych miesięcy nauki są niezwykle ważne dla przyszłości dziecka. Sukcesy i pozytywne doświadczenia mobilizują je do wysiłku i wzmacniają chęć dalszej nauki. Porażki i trudności zniechęcają, budują brak wiary we własne możliwości i poczucie niższej wartości a czasem stają się początkiem edukacyjnej (niejednokrotnie także życiowej) porażki.

Wprowadzana w Polsce, pomimo toczącej się dyskusji i braku jednoznacznego poparcia, reforma oświatowa obniżyła wiek podjęcia przez dziecko obowiązku szkolnego, co również nie pozostaje bez znaczenia dla szkolnego startu dziecka i związanych z tym problemów. Każdy miesiąc, a tym bardziej rok w życiu dziecka to bardzo wiele, szczególnie w tak dynamicznym okresie życia. To czas intensywnych zmian rozwojowych, zdobywania wielu potrzebnych umiejętności i kompetencji, dlatego zabrany dziecku rok może okazać się kluczowy w jego karierze. Jak pisze A.

Nalaskowski *nie istnieją pedagogiczne, metodyczne czy psychologiczne przesłanki, aby naukę szkolną od szóstego roku życia uczynić obowiązkową i masową* (2013, s. 36). Warto zaznaczyć, że już teraz istnieje dość liczna grupa dzieci, wykazująca różnorodne problemy dydaktyczne i wychowawcze. Należy sądzić, że przyspieszenie obowiązku szkolnego zwiększy skalę problemów dzieci. Dziecko sześcioletnie często pójdzie więc do szkoły *z niepełnym tornistrem kompetencji, z dopiero kształtującymi się narzędziami poznawczymi i tym samym z nieutwardzoną wolą uczenia się* (Nalaskowski, 2013, s. 36).

Edukacja matematyczna wraz ze wspomaganiem rozwoju intelektualnego dzieci jest jednym z 15 obszarów wychowania i kształcenia, ujętych w podstawie programowej wychowania przedszkolnego. Jest obszarem ważnym, ale trudnym do realizowania. To, z jakim bagażem umiejętności i kompetencji matematycznych dziecko rozpocznie naukę w szkole ma zasadnicze znaczenie dla jego późniejszej szkolnej kariery. Zdaniem E. Gruszczyk-Kolczyńskiej co czwarte dziecko *już na początku klasy I nie potrafi sprostać wymaganiom stawianym właśnie z zakresu matematyki* (1997, s. 7), także co czwarte dziecko uczęszczające do klasy II doświadcza poważnych kłopotów w nauce tego przedmiotu, w klasach III i IV - co trzeci uczeń nie radzi sobie na lekcjach matematyki (Gruszczyk-Kolczyńska, 2002, s. 53).

Niezwykle istotną kwestią, zarówno dla nauczycieli edukacji przedszkolnej, jak i wczesnoszkolnej jest świadomość i wiedza na temat dziecięcych prawidłowości i możliwości rozwoju a także znajomość podstawy programowej przedszkola i klasy I szkoły podstawowej.

2. Treści matematyczne w podstawach programowych wychowania przedszkolnego i klasy I szkoły podstawowej

W tej części artykułu zostaną porównane oczekiwane rezultaty kształcenia matematycznego dziecka kończącego edukację przedszkolną i klasę I szkoły podstawowej, ujęte w podstawie programowej wychowania przedszkolnego (2009) i podstawie programowej ksztalcenia ogólnego dla szkół podstawowych (2009).

Przedszkole	Klasa I szkoły podstawowej
Orientacja przestrzenna	
- rozróżnia stronę lewą i prawą, - określa kierunki i ustala położenie obiektów w stosunku do własnej osoby a także w odniesieniu do innych obiektów, - potrafi określić kierunki oraz miejsca na kartce papieru, rozumie polecenia typu: narysuj kółko w lewym górnym rogu kartki.	- wyprowadza kierunki od siebie i innych osób, - określa położenie obiektów względem danego obiektu, - orientuje się na kartce papieru, aby odnajdywać informacje (np. w lewym górnym rogu) i rysować strzałki we właściwym kierunku.
Klasyfikacja	
- grupuje obiekty w sensowny sposób (klasyfikuje) i formułuje uogólnienia typu: to do tego pasuje, te obiekty są podobne, a te inne	- klasyfikuje obiekty: tworzy kolekcje, np. zwierzęta, zabawki, rzeczy do ubrania, - układa obiekty (np. patyczki) w serie rosnące i malejące, numerując je, wybiera obiekt w takiej serii, określa następne i poprzednie.
Liczenie	
- liczy obiekty i rozróżnia błędne liczenie od poprawnego, - posługuje się liczebnikami porządkowymi,	- sprawnie liczy obiekty (dostrzega regularności dziesiątkowego systemu liczenia), wymienia kolejne liczebniki od

- wyznacza wynik dodawania i odejmowania, pomagając sobie liczeniem na palcach lub na innych zbiorach zastępczych.	wybranej liczby, także wspak (zakres do 20), zapisuje liczby cyframi (zakres do 10) - wyznacza sumy (dodaje) i różnice (odejmuje), manipulując obiektami lub rachując na zbiorach zastępczych, np. na palcach, - sprawnie dodaje i odejmuje w zakresie do 10, poprawnie zapisuje te działania, - radzi sobie w sytuacjach życiowych, których pomyślne zakończenie wymaga dodawania lub odejmowania.
Zbiory	
- ustala równoliczność dwóch zbiorów.	- ustala równoliczność mimo obserwowanych zmian w układzie elementów w porównywanych zbiorach.
Zadania z treścią	
- brak	- zapisuje rozwiązanie zadania z treścią przedstawionego słownie w konkretnej sytuacji, stosując zapis cyfrowy i znaki działań.
Pomiar	
- wie, na czym polega pomiar długości i zna proste sposoby mierzenia: krokami, stopa za stopą, - zna stałe następstwo dni i nocy, pór roku, dni tygodnia, miesięcy w roku	- mierzy długość, posługując się np. linijką, porównuje długość obiektów, - potrafi ważyć przedmioty; różnicuje przedmioty: cięższe, lżejsze; wie że towar w sklepie jest pakowany według wagi, - odmierza płyny kubkiem i miarką litrową, - nazywa dni tygodnia i miesiące w roku; orientuje się do czego służy kalendarz i potrafi z niego korzystać, rozpoznaje czas na zegarze w takim zakresie, który pozwala mu orientować się w ramach czasowych szkolnych zajęć i domowych obowiązków.
Obliczenia pieniężne	
- brak	- zna będące w obiegu monety i banknot o wartości 10zł; zna wartość nabywczą monet i radzi sobie w sytuacji kupna i sprzedaży, - zna pojęcie długu i potrzebę spłacenia go
Czynności umysłowe ważne dla uczenia się matematyki	
- obdarza uwagą dzieci i dorosłych, aby rozumieć to, co mówią i czego oczekują, - w miarę samodzielnie radzi sobie w sytuacjach życiowych i próbuje przewidzieć skutki swoich zachowań, - przewiduje, w miarę swoich możliwości, jakie będą skutki czynności manipulacyjnych na przedmiotach (wnioskowanie o wprowadzanych i obserwowanych zmianach).	- w sytuacjach trudnych i wymagających wysilku intelektualnego zachowuje się rozumnie, dąży do wykonania zadania, - dostrzega symetrię (np. w rysunku motyla); zauważa że jedna figura jest powiększeniem lub pomniejszeniem drugiej; kontynuuje regularny wzór (np. szlaczek).

Analizując powyższe zestawienie można zauważyć, że niektóre obszary, ujęte w podstawach programowych przedszkola i klasy I, nie różnią się w sposób znaczący (treści w zakresie orientacji przestrzennej), w kategorii *klasyfikacje i zbiory* oczekuje się od dzieci starszych nieco wyższych umiejętności z uwagi na rozwój pojęcia stałości liczby. W zakresie umiejętności liczenia od dzieci kończących klasę I wymaga się nie tylko większej sprawności w liczeniu, dodawaniu i odejmowaniu, ale także zapisów działań i umiejętności użycia ich w sytuacjach życia codziennego. W podstawie programowej przedszkola nie wystąpiły natomiast zapisy odnośnie zadań z treścią i obliczeń pieniężnych, które ujęto w klasie I. Różni się też obszar dotyczący pomiaru - w szkole oprócz pomiaru długości, który zaznaczono w podstawie programowej przedszkola, znalazło się ważenie, mierzenie objętości płynów, umiejętność korzystania z zegara i kalendarza. Trzeba zaznaczyć jednak, że rozwijanie gotowości do uczenia się, w zakresie treści ujętych wyłącznie w klasie I, ma miejsce już w przedszkolu, pomimo tego, że w oczekiwanych rezultatach ich nie uwzględniono.

3. Wskazania, istotne w edukacji matematycznej na przełomie przedszkola i szkoły

Znajomość powyższego zagadnienia wydaje się oczywista, ale nie mniej istotna, dla nauczycieli wczesnej edukacji, jest świadomość i wiedza odnośnie prawidłowości rozwoju dziecka i jego uczenia się, w tym nabywania wiedzy i umiejętności matematycznych. Wśród bardzo wielu ważnych informacji warto zasygnalizować te, zdaniem autorki, najważniejsze:

- założenie, że wszystkie dzieci rozpoczynające szkolną edukację cechuje poziom operacyjnego rozumowania jest błędne i szkodliwe, umiejętności dzieci w tym zakresie trzeba poznać a zdobytą wiedzę wykorzystać w pracy z nimi,
- nauczanie dzieci będzie efektywne, jeśli dopasuje się je do jego indywidualnych możliwości i zainteresowań, jeśli wyzwoli chęć uczenia się matematyki. *Uchwycenie właściwego momentu rozwojowego staje się zatem czymś podstawowym dla efektywności procesu kształtowania pojęć matematycznych* (Moroz, 1982, s. 21),
- dojrzałość emocjonalna i społeczna oraz cechy osobowościowe dzieci często przesądzają o sukcesach w obszarze matematyki. Umiejętność współpracy jako członek zespołu, wytrwałość, odporność na stres, umiejętność pokonywania trudności, samodzielność a także, jak pisze R. Reclik, s*amoocena ma ścisły związek z wysokością uzyskiwanych wyników z edukacji matematycznej* (2011, s. 239),
- niebagatelną rolę odgrywają także procesy percepcyjno-motoryczne oraz ich integracja, ważny jest rozwój intelektualny dzieci, ich ciekawość, skłonność do dociekania, stawiania pytań, przewidywania, wreszcie wnioskowania, uogólniania i abstrahowania,
- z uwagi na prawidłowości rozwoju myślenia dzieci 6-7 letnich, dominację myślenia przedoperacyjnego, edukacja początkowa matematyki, zarówno w przedszkolu, jak i w klasie I musi opierać się na działaniu, na osobistych doświadczeniach dzieci, to matematyka czynnościowa, która ułatwia przejście od konkretu do abstrakcji, będącej istotą matematyki. Pracę z dziećmi należy więc zaczynać od konkretów, liczenia na palcach, stopniowo przechodzić na symbole i język matematyczny, warto już w przedszkolu wprowadzać modele graficzne wykonywanych czynności matematycznych - w szkole będzie ich sporo,
- nauczycielskie wyjaśnianie i tłumaczenie zagadnień matematycznych w tym okresie ma charakter drugoplanowy, trzeba unikać nadmiaru słów, warto natomiast dzieci zachęcać do mówienia, warto rozwijać ich język. Dzieciom - szczególnie przedszkolnym - często brakuje środków językowych do wyrażenia swojego rozumowania. Zasób pojęć statystycznego sześciolatka jest mniejszy o 30% od zasobu siedmiolatka (Nalaskowski 2013, s. 36),

- strategię zabawową należy - w tym okresie - przedkładać nad zadaniową, w zabawie dzieci więcej potrafią niż są w stanie wytłumaczyć i zwerbalizować. Gry i zabawy dydaktyczne a także wykorzystywanie nadarzających się okazji edukacyjnych należy uczynić wiodącymi sposobami stymulowania matematycznego myślenia dzieci, unikać natomiast należy wielokrotnego powtarzania tego samego ćwiczenia. Tu też bardzo pomocna okazuje się zabawa, w której dzieci spontanicznie stosują, jakże trudną w tym wieku - a ważną w matematyce - strategię pamięciową, jaką jest powtarzanie czynności,

- warto stosować zamienność ról w uczeniu się, niech dzieci uczą się nawzajem, niech uczą lalkę, misia czy pajacyka. Budowanie zadań, problemów matematycznych i ich werbalizowanie jest, na ogół, trudniejsze niż ich rozwiązywanie,

- trzeba akcentować i wzmacniać rozwój logicznego rozumowania, twórczą pomysłowość w rozwiązywaniu zadań, przejawy własnej intelektualnej aktywności dzieci, unikać utrwalania schematów myślowych i uczenia się na pamięć, często nagradzać uśmiechem, aprobatą, pochwałą i wyrażeniem uznania.

Literatura

1. GRUSZCZYK-KOLCZYŃSKA E., *Dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki. Przyczyny, diagnoza, zajęcia korekcyjno-wyrównawcze,* Warszawa: WSiP, 1997. ISBN 83-02-06528-5.
2. GRUSZCZYK-KOLCZYŃSKA E., *Dojrzałość do nauki matematyki i niszczące konsekwencje rozpoczynania edukacji szkolnej bez takiej dojrzałości*, W: BREJNAK W. (red.), „Biuletyn Informacyjny PTD", Nr 23 2002, ss.53-68. ISSN 1234-9682.
3. MOROZ H., *Rozwijanie pojęć matematycznych u dzieci w wieku przedszkolnym*, Warszawa: WSiP, 1982. ISBN 83-02-01330-7.
4. NALASKOWSKI A., *Tornister niekompetencji*, W: "W Sieci", Nr 49 (53) 2013, ss. 34-36. ISSN 2300-6315.
5. *Podstawa programowa kształcenia ogólnego dla szkół podstawowych*, Dziennik Ustaw MEN z dnia15 stycznia 2009 Nr 4, poz. 17, Załącznik nr 2.
6. *Podstawa programowa wychowania przedszkolnego dla przedszkoli, oddziałów przedszkolnych w szkołach podstawowych oraz innych form wychowania przedszkolnego*, Dziennik Ustaw MEN z dnia15 stycznia 2009 Nr 4, poz. 17, Załącznik nr 1.
7. RECLIK R., *Rola samooceny w rozwijaniu umiejętności matematycznych dzieci w okresie wczesnoszkolnym*, W: SIWEK H., BEREŹNICKA M. (red.), *System integralny w edukacji dziecka. Konteksty i konsekwencje zmian*, Warszawa: Wyd. WSP TWP, 2011, ss. 232 –239. ISBN 978-83-61121-57-2.

Contact address

dr Ewa Jędrzejowska
Uniwersytet Opolski, Instytut Studiów Edukacyjnych
ul. Ojca Józefa Czaplaka 2a, 45-055 Opole
Phone: 077 452 73 37
E-mail: ejedrzej@uni.opole.pl

ACTA UNIVERSITATIS PALACKIANAE OLOMUCENSIS
FACULTAS PAEDAGOGICA 2014 MATHEMATICA IX

VÝZNAM SLOV ANO A NE V ROZVOJI DÍTĚTE

Michaela KASLOVÁ

Abstrakt

Kdy užíváme ANO nebo NE? Jaký je význam těchto slov? Kterými výrazy je můžeme/musíme alternovat? Jak souvisí jejich užívání se stimulací matematického myšlení? V čem spočívá jejich pochopení a jaký efekt to přináší ve výuce matematiky? Jaká je souvislost mezi akcentováním těchto slov a filosofií výučování? Je důslednost v jejich užívání a postupné rozvíjení významů něčím podmíněna, limitována? Je dítě přicházející z mateřské školy na jejich užívání připraveno? Jak dalece?

Klíčová slova: význam NE v matematice; role slov ANO, NE;

MEANING OF WORDS YES AND NO IN CHILD'S DEVELOPEMENT

Abstract

When can we use YES or NO? What is their meaning? Is it possible or necessary to alternate these words? How is related their using to the stimulation of mathematical reasoning? What determines their understanding and what effect it brings to teaching of mathematics? What is the connection between the accentuation of such words and the philosophy of education? Is the consistency of their use and gradual development of their meaning conditioned or limited? Is the pre-school child prepared to use them? How far?

Key words: meaning of NO (NOT, NON) in mathematics, role of NO, YES

motto: *„Nauč se říkat ano, ano, nauč se říkat ne, ne."* Kostel Panny Marie, Itálie 15. 2. 2014
„Ani v matematice neškrtáme, není to správné!" Inspektorka pro 1. St. ZŠ, Praha 1994
„….. kudy cesta NEvede…" Jára Cimrman

1. Úvod

Poměrně dlouho se zabývám komunikací v matematice v jejích tematických celcích, v jednotlivých fázích kognitivního rozvoje dítěte, žáka. Výsledky jsou prezentovány na různých přednáškách na UK v Praze, ZČU v Plzni i v různých kurzech dalšího vzdělávání (Základy rozvoje logiky a logického myšlení I, II, Rozvoj logického myšlení, stimulace logického myšlení, Komunikace v matematice, Písemná komunikace, Cesta k algebře, Práce s chybou u nadprůměrných žáků, Předmatematická gramotnost, Tvorba slovních úloh, Geometrické diktáty, …). Sledujme, kdy a jak se vyskytuje užívání slov ano a ne či jejich ekvivalentů. Prezentace problematiky byla dosud zpravidla zúžena, v jistém pohledu pojata jednostranně (konference CIEAEM), účelově k specifickému tématu, nikoli komplexně a cíleně. K problematice ANO a NE jsem se znovu vrátila (viz motto), shrnula to, co mám ve svém archivu. Ano a ne posuzujeme jak po stránce formální (tak jak je vysloveno), i obsahové včetně některých alternativních výrazů. Vyslovit ANO i NE chce odvahu nejen u žáka, ale i u učitele.

2. Kontext pro ANO a NE

Slova ano/ne se zpravidla považují za „pouhé“ odpovědi na uzavřené otázky. Jaký význam v takovém případě daná slova mají? Používáme je i v jiných případech? Jak se v nich dítě orientuje? Ukažme si to zjednodušeně na příkladech:

a) Dialog: *„Je 10 hodin?“ „Ano.“* Ano má význam **potvrzení pravdivosti oznamovací věty, kterou vytvoříme z uzavřené otázky**: Je 10 hodin. Ano – je pravda, že je 10 hodin. Podobně je tomu u ne – není pravda, že ….. . *„Máš kapesník?“ „Ne.“* Ne – není pravda, že mám kapesník. Z druhého příkladu plyne, že pro dítě je obtížnější tento význam si plně uvědomit, protože převedení otázky na větu oznamovací s sebou nese podmínku změny osoby (z druhé na první osobu čísla jednotného) u slovesa v závislosti na změně mluvčího. První příklad byl jednodušší, protože se výpověď netýkala nikoho z komunikujících. V tomto smyslu jsou nástrojem **vyjadřování - hodnocení pravdivosti**, a pokud byla otázka dobře formulována, pak celý proces můžeme řadit do rozvoje logického myšleni. Užíváme ho tak i ve stromech třídění, identifikačních hrách.

b) Dítě – aktér něco dělá, něco říká. Zde „ano“ vyslovené pozorovatelem aktéra (učitel, rodič, spolužák, sourozenec) má týž význam jako „správně“, „bez chyby“, „výborně“ a tak podobně – tedy **význam školně hodnotící**.

c) V podobné situaci jako v předchozí může „ano“ mít význam **povzbuzení, pochvaly za zvolený postup, za výdrž, za technické provádění**, což se někdy nedá odlišit od b), ale většinou je to užito před dokončením aktivity, také to lze poznat podle gest, intonace, nebo alternace jinými výrazy, „jen tak pokračuj“, „to sis zvolil dobře“, „jsi šikovný“ a podobně.

d) Formou otázky: *„Ano?“ „Ne?“* V obou případech záleží na intonaci, která vyjadřuje postoj mluvčího k obsahu toho, k čemu se ano/ne vztahuje. Je tedy **výzvou k jednoslovné odpovědi**. **Mluvčí očekává potvrzení, nebo popření**. V určitém kontextu je potvrzení **slibem**.

e) Ve výuce se však setkáváme v případě d) i s matoucí intonací směřující ke **zpochybnění udaných informací** k tomu, aby žák daný problém/odpověď znovu promyslel, formuloval a zapojil přitom korekční procesy, nebo argumentoval. Podobně bychom mohli užít dotaz: *„Opravdu?“ „Jsi si jistý?“*

f) V jistém kontextu lze d) chápat jako **výzvu k nové formulaci** toho, jak to „má být“, nebo k **doplnění informací**.

g) Ano/ne jako **potvrzení /vyvrácení informačního příjmu,** ve smyslu slyšel jsem, beru na vědomí, nebo „provedu“**.** Například (ZŠ Praha 2, 1996) děti si hrály na automobilové závody: *„Ostrá vlevo.“ „Ano.“ „Horizont.“ „Ano.“* …

h) Ano (jo) jako **přitakání, přiklonění se k vyslovenému** názoru ve smyslu souhlasím, připojuji se, … aniž by byl mluvčí tázán, vyzván. Učitelka: *„Já třídím odpad. Je to podle mne důležité.“ „Ano,“* kýval hlavou Matěj.

i) Ano /ne **vyjadřují jistotu** (určitě ano, určitě ne) na rozdíl od slov možná, asi, třeba; v tomto smyslu je lze zařadit do výrazů z oboru pravděpodobnosti. Například v mateřské škole (Praha 1, 1993) dítě komunikuje s matkou *„Přijdeš pro mě poo?“ „Ano.“ „Určitě?“ „No, řekla jsem ano, tak fakt jo.“*

j) ….

Uvedený **výčet je výsledkem pozorování v mateřské škole a v prvních dvou ročnících ZŠ** z let 1990 – 1996, 2006 - 2011. Obecně výčet nelze považovat za úplný, avšak naznačuje, že to s pouhými dvěma slovy v ústní komunikaci nemá dítě snadné. Případy, kdy užíváme ne- u slovesa (není, nemá, nevychází,…) jsou zmíněny doplňkově, spíše ilustračně, avšak neúplně. Ve výčtu jsou vynechány případy, kdy „ne“

je vázáno na přídavná jména nebo příslovce. Vzhledem k rozsahu příspěvku se zaměřuji převážně na izolovaná slova NE a ANO. V uvedeném výčtu dominuje výklad slova „ano“ také proto, že slovem „ne“ se chci zabývat zvlášť. Tuto pozornost mu budu věnovat mimo jiné pod vlivem různých filosofických a psychologizujících výchovně-vzdělávacích proudů, které ovlivňují vzdělávání dítěte v rodině a pak dále od mateřské školy po první stupeň. V extrémní podobě tyto proudy zdůrazňují nepoužívat ne, neodporovat, chovat se výhradně „pozitivně“. Je „ano“ (absence ne) pozitivním chováním? Můžeme se bez „ne“ v matematice, respektive při přemýšlení obejít?

3. NE nejen v matematice

Co by se stalo, kdybychom „ne“ (případně ne- u slovesa) v matematice nepoužívali? Někde bychom je mohli nahradit slovem **chyba**, ale jak vyjádřit, že něco **ne**platí? Jak používat stromy třídění? Jak ukázat hranice mezi pojmy? Jak použít metodu vylučovací? Jak se obejít bez důkazu sporem? Alternativní slovo „jinak“ působí neurčitě, nenavozuje dostatečnou představu, leckdy prodlužuje dobu reakce posluchače.

V roce 1990 jsme společně profesorkou Lucillou Cinnizzaro v Římě na **Univerzitě Sapienza** sledovaly, jak dalece studenti porozuměli jejím přednáškám, respektive odvození a vyslovení matematických vět. Z dotazů, kladených jak studenty, tak samotnou přednášející, ze studentských odpovědí plynulo, že chápání látky blokuje mimo jiné i neschopnost představit si, v kterých případech již věta platit nemůže a proč. Nešlo o pouhý jazykový cit a pochopení vazeb „pro každý“, „ke každému existuje právě jeden“, … . Pokud studenti měli větu znegovat, měli problém nejen s kvantifikátory, pořadím slov, spojkami, ale významně s (ne)užitím záporu u slovesa. Pochopení vět s ne- u slovesa hraje významnou roli v pochopení jak čteného, tak mluveného sdělení, ovlivňuje učení. Izolované „ne“ (ve smyslu neplatí) jako popření pro pochopení nestačí.

Další sledování byla vedena i **v mateřských školách** při hrách s pravidly (jak stolních, společenských, tak pohybových). Ukázalo se, že extrémní zaměření našich mateřských škol na protiklady vede k tomu, že nesprávně chápou záporku ne- u sloves (není, nemám, nepadlo, …). Problémy (2005 - 2006) se vyskytly také u dětí, které navštěvovaly „anglické“ mateřské školy, protože tam se pracuje se záporem jinak než v češtině (francouzštině, italštině) zejména tam, kde užíváme s kvantifikátory. V daném kontextu se projevilo, jaký vliv má na zpracování informací jazyk. Vyjděme z daných pozorování a sledujme dítě ještě před vstupem do mateřské školy, abychom pochopili celý proces včetně úskalí ve vývoji dítěte, případně různé argumentace psychologů a pedagogů pro a proti užívání NE (ne-). Jak se dítě k „ne“ dostává?

Pro dítě od narození po 3 roky hraje „NE“ řadu rolí:

1) Předně jde o význam „**zastav**“ (nepokračuj v tom, co děláš), je to krátké, výstižné, snadno zapamatovatelné a relativně univerzální sdělení (než by dospělý řekl, že je nutné na chodníku počkat, než přejede auto, nebo vysvětloval, že taháním za ubrus by na dítě mohlo něco spadnout, bylo by nejspíš pozdě a katastrofě by to nezabránilo).

2) Ne (ne-) představuje nástroj **rozlišování toho, co je dobré, správné a co nikoli, co se smí a co ne** – je tedy nástrojem učení; užívá se v dichotomických situacích.

3) Ne v **rozšiřování slovní zásoby** na bázi her se často staví na protipólech, aniž by se však ukázaly další možnosti; velký – malý, mokrý-suchý …. „Je velký?“ „Ne.“ „Když není velký, tak je malý.“ To je chybně, může být také akorát. Podobně: „Je mokrý?“ „Ne.“ „Tak je suchý.“ (a co vlhký???).

4) „NE, ne, ne, …“ je výrazem **škádlení** podobně jako „berany duc“ a jiné hry. „Ne“ zde není bráno vážně. Někdy i výzvou v opačném významu – chceme opakování.

5) Vyslovení „ne“ pro dítě nabývá významu **získání sociálního statutu** – ten, kdo smí říkat ne, má ve společnosti vyšší sociální postavení. V podstatě dítěti nejde tolik o prosazení konkrétního návrhu, jako o to být respektován. V období vzdoru kolem tří let je to právě role 5), kterou dítě použije pro sebeprosazení, pro změnu svého postavení v dané komunitě; neznamená to nutně mít navrch, ale může jít o snahu být partnerem.

6) „Ne“ hraje roli **obrannou ve snaze vyhnout se opakování nepříjemné zkušenosti**, neúspěchu Kolem druhého roku nahrazuje „ne“ „preventivní“ pláč. Např. *Ne, nechci, nepůjdu* (na ošetření k lékaři). K tomuto „ne“ se děti uchylují i později ve stresových situacích, méně často bývá užito v celé větě, nejčastěji samo nebo u slovesa. Například pětiletý Ruda (nižší rozvoj jemné motoriky) odmítal stavět „vysokánskou“ věž z kostek: „*Ne! Nepostavím.*“ Ochotně ale sestavil z kostek „mozaiku“ na ploše.

7) „Ne“ v určité intonaci nebo v opakované kombinaci s „ano“ vyjadřuje **nerozhodnost, neschopnost se přiklonit k jedné z variant** ve významu (zatím) „nevím“. Za určitých okolností je možná interpretace „ne“ jako „**nelze rozhodnout**“, což se vyskytlo i ve hrách v mateřské škole, kdy děti měly rozhodnout, zda je sdělení pravdivé, nepravdivé, nebo nejde vyhodnotit.

8) „Ne“ **- výraz míry pravděpodobnosti** ve významu „ nikdy, v žádném případě“.

Podle dlouhodobých pozorování (jesle, mateřská škola, dopravní prostředky, hřiště, příroda, …) se ukazuje, že **období vzdoru má z pohledu kvality užití NE dvě fáze**:

FÁZE 1 je charakterizována užíváním „ne“ zpravidla opakovaně, avšak **izolovaně** – bez dalších slov. Dítě nespojuje „ne“ s jazykovým kontextem a mnohdy ani situačním. Poznáme to podle reakce dítěte; pokud mu přitakáme a v činnosti pokračujeme, dítě se uspokojí (podobně jako když odvedeme pozornost). Příklad 1: „*Půjdeme do parku.*“ „*NE, ne, ne.*“ „*Tak ne.*“ Matka i dítě spokojeně pokračují v cestě do parku. Ne všichni dospělí takto reagují, někteří hned v počátku vykřikují, že jim se říkat NE nebude a podobně, jiní se prvního ne nevšimnou, což zpravidla vede k eskalaci napětí, dítě opakuje ne vícekrát a postupně zvyšuje hlas, aby „nebylo přeslechnuto“. Příklad 2: „*Když ne do parku, tak kam?*“ Dítě mlčí, je zaskočeno, na jedné straně je již partnerem, na druhé straně musí převzít zodpovědnost, dát návrh. Pokud vhodně reaguje, je již ve druhé fázi. Obdobné reakce jsme našli u dětí i v hodinách matematiky v 1. a 2. ročníku.

FÁZE 2 je významně častěji zahajována reakcí dítěte, kde „ne“ může být na počátku izolované, ale v opakování se váže na sloveso nebo je předsunuto před podstatné jméno nebo zájmeno (ne auto; ne já), řidčeji před přídavné jméno (nerovný). To znamená, že dítě již zpracovává „ne“ **v kontextu informací**. Dospělí reagují a často směřují ke sporu, někteří se snaží vysvětlovat, proč se tak rozhodli, proč to tak má/musí být a podobně. Nezřídka se ovšem přou i o věci, které nejsou objektivně posouditelné, což nutně směřuje k nekončícímu sporu. V dané situaci si lze pohrát se slovy a místo chůze do parku se jede (tramvají, na kole, ….): „*Já nechci (nechtěla) do parku.*“ „*Já řekla, že půjdeme, ty jsi nechtěla, tak jsme jely.*“ Druhá fáze je významná nejen pro socializaci dítěte, ale i pro poznání toho, co všechno může v situaci, v kontextu řeči „ne“/ „ne-“ znamenat. Potlačení komunikace dítěte v první fázi a blokaci nástupu druhé fáze nevzniká jen problém sociální, ale i vzdělávací. Dítěti chybí ve zrání zkušenost. Pro (pre)pubertu je návrat k „ne“ na jiné úrovni. Umět říci „NE“ a vědět, co to znamená, jaké to má důsledky včetně těch pozitivních je nutné poznat před jejím nástupem.

4. ANO a NE v grafické komunikaci

Ve většině případů se **„ne“** vyznačuje pomocí **šikmé čárky / přes jiný(é) znak(y)**. **Například:** $3 + 2 \neq 6$, $13 + 2 \neq 16$, $a \ngeq b$, $AB \not\approx CD$, $p \nparallel n$,… Čteme: *„neplatí, není pravda že, nepatří, ..., chyba, nejsou shodná, nerovnají se, není větší než, ...*“

V některých jazycích je tento znak „/“ také umístěn přes další znaky, ale je čten i jinak, podobně jako je tomu v případě formulace podmínky různosti – *„je různé od…“* nebo *„je to jiné číslo než…“*; například v algebře: pro $x \neq 0$. Někdy je „ne“ vyznačeno **přerušovanou čarou** (zebry: n-úhelníková metoda). Pokud **učitel** označuje, že něco není dobře, neplatí, používá někdy rovněž škrt, někdy to, co je chybně **podtrhne** (Třebíč, Lysá nad Labem, Praha,…), jindy po straně zatrhne (Česká Lípa), nebo pouze vypíše počet chyb, což vyjadřuje míru „odmítnutí“ bez udání místa, kde to „není“ správně – kde je výrok nepravdivý (Mladá Boleslav). Jsou situace, kdy chceme vyjádřit, že **některá informace** chybí, že tu **není** a potřebujeme ji, tehdy pracujeme s jedním znakem či jejich kombinací bez překrytí. Proč to řadit k „ne“? Pro žáka především v první polovině 1. stupně jde podle našich šetření o opravu něčeho, co není dobře, co není úplné; *„Kdyby to bylo celý, tak s tím nemusím nic dělat, ale tady ne.“ „Co ne?“ „Poznáš to, jak je tam tohle, tak je jasný, že to není celý, tam to doděláš a je to.“ „Co to znamená a je to?“ „No je to dobře*.“ Zde u dítěte kolísá interpretace „ano“ a „ne“ mezi b), d). „Ne“ zde má význam: „**nelze vyhodnotit pravdivost**“, jde tu o neúplné sdělení blízké výrokové formě. Pokud chybí **číslo**, pak užíváme zpravidla malé písmeno nebo rámeček ($21 + x = 30$; $1 + 2 = \square$), u **číslic** velká tiskací písmena (AB + AC = BB algerbogram); pokud chybí **vztah** – není znám, užívá se zpravidla rámeček ($48 \square 50$). Pokud není v textu **slovo** a chceme, aby je řešitel našel, pak používáme buď tečky, nebo vodorovnou čárku; například u převodů jednotek (10 cm = 1 _), u „předepsaných“ odpovědí ke slovním úlohám v 1. r. ZŠ. Pozor, jiné značení používá **učitel**, pokud žákovi v písemném projevu něco chybí – je to tak zvaná vidlička připomínající velký kvantifikátor ($\forall$). Otázka úplnosti informací je závislá na kontextu: na rozdíl od matematiky jsou v jazyce informace v závorce chápány jako nadbytečné, vysvětlující, nebo nepodstatné, lze je vynechat, aniž by to ovlivnilo vyhodnotitelnost.

Slovo „**ano**“ ve významu a), b) se vyskytuje ve spojení s dalšími slovy, ale je obsaženo v jednom znaku např. podtržením. Pokud jsme vyškrtávali (důraz na „ne“ - vyloučení), je možné při čtení škrt (NE) pominout a číst jen to, co přeškrtnuté ~~není~~ (1, 2) - přejít k výběru, „ano“ je „bez označení“. Nově čteme „**/**“, pokud znak **~~stojí~~ samostatně** například v tabulce (statistika, zebry, apod.) – zde má význam pozitivní – „**ano, platí, je evidován, vyskytuje se**“ a podobně. **Učitel** své „ano“ ve významu „správně“ graficky nezdůrazňuje, nebo správnou informaci tak zvaně „odškrtne“. Učitel 1. stupně si nemusí uvědomovat náročnost „čtení, psaní a interpretace ANO a NE, avšak cílená práce s žáky přináší nejen celkové zrychlení práce, ale u žáků vyšší pocit jistoty.

Literatura

1. KASLOVÁ, M. *Předmatematické činnosti*. 1.vyd. Praha: Dr. Josef Raabe, 2010. 206 s. ISBN 978-80-86307-96-1
2. KASLOVÁ, M. *Stimulace logického myšlení*. Jihlava: NIDV, 2013. 27 s.
3. KASLOVÁ, M. Trudnosti zwiazane z transformacija slow na symboliczny kod matematyczny. In *Studia matematyczne Akademii Swietokrzyskej*, roč. 10, 2003, s. 129-134. ISSN 1644-8510.

Kontaktní adresa

PhDr. Michaela Kaslová
KMDM UK PEDF
Rettigové 4, 116 39 PRAHA 1
Telefon: +420 221 900 226
E-mail: michaela.kaslova@pedf.cuni.cz

ALTERNATYWNE METODY EDUKACJI MATEMATYCZNEJ W PRZEDSZKOLU JAKO SPOSÓB PRACY Z DZIEĆMI MAJĄCYMI TRUDNOŚCI MATEMATYCZNE

Anna KLIM-KLIMASZEWSKA

Abstrakt

W artykule zwrócono uwagę, że matematyka jest dziedziną, która wielu dzieciom sprawia dużo trudności. Już w przedszkolu zaobserwować można dzieci, którym liczenie sprawia kłopoty. Nauczyciele powinni sprawić, aby przedszkolna edukacja matematyczna była łatwa i przyjemna. Do tego celu mogą służyć opisane alternatywne metody edukacji matematycznej, takie jak: dary Fryderyka Wilhelma Froebla, metoda Rudolfa Steinera, metoda Marii Montessori, techniki Celestyna Freineta, metoda Glenna Domana, konstruowanie gier planszowych, tangram, origami oraz komputerowe gry matematyczne dla dzieci.

Słowa kluczowe: przedszkole, trudności matematyczne, metody alternatywne

ALTERNATIVE METHODS OF MATHEMATICAL EDUCATION IN KINDERGARTEN AS WAY OF WORK WITH CHILDREN HAVING THE MATHEMATICAL DIFFICULTIES

Abstract

This article pointed out that mathematics in nurserys is an area that many children makes a lot of difficulty. Already in nursery children can be observed, having counting problems. Teachers should make preschool education math easy and pleasant. For this purpose, should be used describing alternative methods of mathematical education, such as gifts of Frederick William Froebla method Rudolf Steiner, Montessori method, technique Celestin Freinet, Glenn Doman method, board games construction, tangram, orgies, and computer math games for kids.

Key words: kindergarten, math difficulties, alternative methods

Matematyka jest nauką, która towarzyszy każdemu człowiekowi przez całe jego życie. Jest przedmiotem, na bazie którego opiera się nauka innych przedmiotów wprowadzanych na kolejnych szczeblach edukacji. Ale matematyka nie jest przedmiotem łatwym i wielu dzieciom sprawia duże trudności. Często z tego powodu matematyka staje się przedmiotem nielubianym, budzi u dzieci niechęć i ogromny strach. Dlatego bardzo ważny jest pierwszy kontakt dziecka z matematyką, którego doświadczają już w przedszkolu. Należy zwracać uwagę na dobór odpowiednich zadań w zależności od rozwoju umysłowego dziecka i stopnia opanowania przez nie myślenia operacyjnego. Ponadto, rozwiązując jakiekolwiek problemy matematyczne, dziecko powinno zawsze mieć poczucie satysfakcji, gdyż to wpływa na wzrost jego motywacji do nauki. Zajęcia matematyczne mogą i powinny być źródłem przyjemności, która nagradza każde twórcze dokonanie, zdumienia, bo dziecko dokonało odkrycia, podziwu, bo w rezultatach odkrywa piękno. Realizacji tak pojętej przedszkolnej edukacji matematycznej służą alternatywne metody.

1. Dary Fryderyka Wilhelma Froebla

Friedrich Froebel (1772-1852) – niemiecki pedagog, wierzył, że dotykowa i wizualna wiedza jest o wiele ważniejsza niż język. Nauczanie powinno zatem być oparte na „prezentacji materiału". W związku z tym opracował szereg materiałów dydaktycznych zwanych darami, które pozostają w zgodzie z elementarnym charakterem brył geometrycznych. Dary dzielą się na dary o formie przestrzennej i dary o formie płaskiej. Dary o formie przestrzennej to cztery dary, wychodzące z podstawowej formy sześcianu jako całości, dzielonej następnie na różne mniejsze bryły. Są one pierwszymi drewnianymi klockami, z którymi dziecko może eksperymentować jako budowniczy. Dzięki proporcjonalnym, przemyślanym kształtom dziecko poznaje właściwości i strukturę darów. Odkrywa ilość, różne rozmiary i kształty klocków, tworzy rozbudowane konstrukcje w przestrzeni lub na płaszczyźnie w oparciu o symetrię i proporcję kompozycji. Dary o formie płaskiej wykonane są z pięknie wybarwionego drewna. Kolorowe elementy odpowiadają wielkością i kształtem bokom brył z przestrzennych darów. Dzieci przenoszą dotychczasowe doświadczenie przestrzenne na płaszczyznę, tworząc wspaniałe kompozycje, mozaiki o tematyce konkretnej, bliskiej ich doświadczeniu, ale również pobudzają swoją wyobraźnię, tworząc fantazyjne kompozycje. Dzięki darom nie tylko kształtuje i rozwija się wyobraźnia, ale również intuicja geometryczna i poczucie estetyki. Wśród darów o formie płaskiej wyróżnia się: układankę geometryczną, pierścienie i półpierścienie, patyczki, listewki drewniane, gwoździki z ramką.

2. Matematyka Rudolfa Steinera

Rudolf Steiner (1861-1925) niemiecki pedagog, według którego poprzez ćwiczenia duchowe, medytację i koncentrację można rozwijać i doskonalić drzemiące w każdym człowieku nadzmysłowe, wyższe możliwości prowadzące do pełni człowieczeństwa. Waldorfska edukacja matematyczna obejmuje naukę o liczbach, liczenie i dwa podstawowe działania matematyczne: dodawanie i odejmowanie. Program edukacji matematycznej zawiera opowiadania zawierające liczby, np. Trzy małe świnki oraz ćwiczenia ruchowe, które pomagają w matematycznych operacjach, jak tupanie, klaskanie, rzucanie woreczkami z fasolą na określone wzory. Nauka liczb zaczyna się od informacji, że najważniejszą liczbą jest jedynka, a pozostałe liczby są jedynie jej odłamami. Ważnym jest, aby dzieci same wyszukiwały, gdzie ukrywa się dana liczba, u podstaw jakich zjawisk, istot czy rzeczy ona tkwi. Dzieci poznają matematykę robiąc np. domek dla lalek (porównują wielkości, poznają figury geometryczne itp.). Wprowadzanie dziecka w świat liczb dokonuje się przez ruch i rytm zawarty w wyliczaniu i ciągach liczbowych, a nauka liczb odbywa się poprzez pokazanie przykładów z życia. Rachowanie rozpoczyna się na konkretnych przedmiotach: kasztanach, kamieniach, krzesłach.

3. Matematyka Marii Montessori

Maria Montessori (1870-1952) włoska lekarka i pedagog, uważała, że zainteresowanie matematyką pojawia się dość wcześnie, ten czas można poznać po tym, jak dziecko zaczyna samodzielnie porządkować czy liczyć. Urozmaicony montessoriański materiał rozwojowy i inne pomoce dydaktyczne umożliwiają dzieciom klasyfikowanie, porównywanie, poznanie cyfr, systemu dziesiętkowego, figur geometrycznych, naukę sprawnego liczenia oraz dokonywania prostych operacji matematycznych. Do działań na różnych wielkościach dzieci mają do dyspozycji „kasę" wraz z banknotami, wagę, metrówkę oraz naczynia o różnych pojemnościach. Montessoriański materiał matematyczny obejmuje: przyswajanie pojęcia liczby i poznanie jej znaku graficznego – cyfry; wyobrażenie ilości: drążki numeryczne, cyfry z papieru piaskowego, skrzynka patyczków, cyfry i czerwone żetony, blankiety Montessori do działań arytmetycznych, wrzecionka do przeliczenia**,** cyfry szorstkie i gładkie, kolorowe perełki od 1 do 10, czerwono-niebieskie beleczki, liczydła; wprowadzenie w system dziesiątkowy: pomoce ze złotych perełek, komplet kart liczbowych; działania na dodawanie: tablica do dodawania z listewkami, blankiety do dodawania; działania na odejmowania: tablica do odejmowania z listewkami, blankiety do odejmowania; działania na mnożenie: tabliczka do mnożenia z koralikami, blankiety do mnożenia; działania na dzielenie: tabliczka do dzielenia z koralikami i pionkami, blankiety do dzielenia; poznanie kształtów figur geometrycznych.

4. Techniki Celestyna Freineta

Celestyn Freinet (1896-1966) pedagog francuski, twórca koncepcji pedagogicznej, w której tradycyjnym metodom nauczania przeciwstawia tzw. metody naturalne. Do samodzielnego, logicznego, matematycznego myślenia skłaniają dziecko doświadczenia poszukujące. Jest to technika uczenia się przez szukanie, odkrywanie, rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem różnych narzędzi i urządzeń: materiałów źródłowych, pomiarów, wywiadów, przeprowadzonych doświadczeń. Pewne praktyczne pojęcia liczbowe daje dziecku środowisko, w którym ono żyje, jego zabawy, rysunki, małe prace, jakie wykonuje, np. tańce: ustawianie się parami, trójkami, w kole, w linii; rytmika: wszystkie ruchy wykonywane według regularnych rytmów na liczoną komendę; wyliczanki zawierające dużo elementów matematycznych; wszystkie zajęcia twórcze: rysunek, malarstwo, modelarstwo wyrabiają pojęcia symetrii, przestrzeni, równowagi; zajęcia porządkowe: układanie, przeliczanie, porządkowanie; prace w ogródku: porównywanie wzrostu roślin. Wiele okazji do ćwiczeń w liczeniu i mierzeniu, do wytwarzania się w sposób naturalny pojęć matematycznych dostarcza dzieciom korespondencja między przedszkolami, a także obchodzenie w przedszkolu urodzin dzieci.

5. Nauczanie małego dziecka matematyki metodą Glenna Domana

Glenn Doman (1919-2013) – amerykański fizjoterapeuta, twórca metody rehabilitacji osób z uszkodzeniem mózgu, rozwijając swoją działalność poszerzył obszar działań o wczesną edukację dzieci zdrowych. Jest to metoda, w której nauczanie matematyki odbywa się w kolejno następujących po sobie etapach, które są niezależne od wieku dziecka, a których ścisłe przestrzeganie pozwala na osiąganie najlepszych rezultatów. Pomoce do nauczania matematyki w metodzie Glenna Domana to 100 kartonów o wymiarach 28 cm x 28 cm. Na kartonach umieszczone są (narysowane bądź przyklejone) w chaotyczny sposób kropki od 1 do 100 o średnicy 18 mm. Po drugiej stronie planszy wypisana jest liczba odpowiadająca ilości kropek. Na stu kolejnych kartonach o wymiarach 14 cm x 14 cm umieszczone są w czerwonym kolorze liczby od 1 do 100. Liczby od 1 do 9 powinny być o wymiarach 12,5 cm x 7,5 cm, pozostałe liczby o wymiarach 7,5 cm x 5,0 cm. W ciągu dnia przeprowadza się 3 sesje prezentujące kolejne karty z kropkami.

6. Konstruowanie gier planszowych

W przedszkolnej edukacyjnej dużą rolę odgrywają gry planszowe konstruowane przez same dzieci. Dobierając odmiany gier można matematyzować różne sytuacje, można uczyć kodowania, dekodowania, posługiwania się symbolami, tworzenia własnych symboli. Ważne jest także zdobywanie innych doświadczeń logicznych i matematycznych: szeregowanie elementów według wyznaczonego kryterium, wyznaczanie kryterium do istniejących już szeregów, składanie całości z części, wyszukiwanie powtarzających się prawidłowości, przeliczanie, porównywanie liczebności zbiorów, ustalanie różnoliczności przy wyznaczaniu zwycięzcy, aż wreszcie intensywny trening w wyznaczaniu wyniku dodawania i odejmowania. Plansza gry jest zapisem wymyślonego opowiadania. Trudniejszym wariantem są gry o rozbudowanym wątku matematycznym. Jest w nich mniej opowiadań, a przygody mają wartość liczbową. Zwiększa się zakres czynności matematycznych. Podczas gry dzieci rzucają przemiennie kostką, liczą kropki, przesuwają swoje pionki o tyle płytek do przodu, ile kropek wyrzucą na kostce, trzeba szybko policzyć kropki i nie mylić się, warto też sprawdzać, czy inni się nie pomylili. Pod koniec wyścigu należy wyrzucić dokładnie tyle kropek na kostce, ile płytek do przejścia ma pionek, aby przekroczyć linię mety, jeżeli kropek jest więcej trzeba czekać.

7. Tangram

Tangram to klasyczna układanka logiczna, która powstała w Chinach prawdopodobnie między 8 a 4 wiekiem p.n.e. W skład tangramu wchodzi 7 elementów: kwadrat, równoległobok i 5 różnych trójkątów. Zabawy z tangramem pomagają zrozumieć podstawy geometrii, np. przy omawianiu własności figur płaskich, obliczaniu pól wielokątów czy przy wskazywaniu równości pól wielokątów. Rozwijają wyobraźnię przestrzenną, uczą kreatywnego i twórczego myślenia, pobudzają do poszukiwania nowych rozwiązań. Poprzez zabawę ćwiczą koncentrację, spostrzegawczość i cierpliwość w dążeniu do celu. W tangramie nie obowiązują sztywne zasady gry poza jedną: do każdej figury należy wykorzystać wszystkie klocki, nie nakładając ich na siebie. Każdą część tangramu można odwrócić na drugą stronę.

8. Origami

Origami jest starą, wschodnią sztuką tworzenia figurek z papieru. Płaszczyzna origami to kwadratowa kartka papieru, którą zagina się wzdłuż linii prostych we wszystkich kierunkach, tworząc symetrycznie nakładające się płaszczyzny. Nie wolno jej ciąć, kleić i dodatkowo ozdabiać. Składanie papieru staje się okazją, by w sposób empiryczny, ciekawy i zabawny poznawać tajniki matematyki. Jest tu geometria, bryły, krawędzie, osie symetrii, przekroje, algebra. Składanie koła z wykorzystaniem średnicy ułatwia dzieciom np. zrozumienie ułamków. Wieloelementowe modele z kół i z kwadratów pomagają pojąć takie zagadnienia jak: stosunki przestrzenne, porównywanie różnicowe itd. Poprzez składanie z kartek figur geometrycznych dzieci ćwiczą orientację przestrzenną, wyodrębniają cechy wielkościowe, porównują i szukają cech wspólnych, oceniają wielkości i kształty. Liczą wierzchołki, ściany czy krawędzie w stworzonym przez siebie wielościanie, przewidują możliwość powstania takiej czy innej liczby wierzchołków jednorodnych podczas składania pojedynczej formy origami.

9. Komputerowe programy matematyczne

Głównym zadaniem programów jest nauczenie dzieci umiejętności logicznego rozumowania oraz rozwiązywania wybranych problemów z zakresu matematyki. Matematyczne programy komputerowe to zestawy wielu mini gier i zadań, podczas wykonywania których dzieci podnoszą swoje umiejętności takie, jak klasyfikowanie i porządkowanie obiektów według wybranych cech, liczenie w zakresie 20. Nie bez znaczenia są również zadawane polecenia ustne – dziecko uczy się w ten sposób rozumieć i wykonywać odpowiednie ćwiczenia. Dzieci mogą sprawdzać swoje zdolności w dziesiątkach zagadek, rymowanek czy łamigłówek. Wiele różnorodnych gier i zadań skutecznie ćwiczy refleks, umiejętność logicznego myślenia i spostrzegawczość dziecka oraz rozwija szeroko rozumianą kreatywność.

Artykuł jest elementem realizacji grantowego projektu KEGA 024PU-4/2013 Interdisciplinárne koncipovanie a aplikovanie edukačných programov pre deti s problémovým správaním realizowanego na Wydziale Pedagogicznym Preszowskiego Uniwersytetu w Preszowie (Ministerstwo Szkolnictwa, Nauki, Badania i Sportu Republiki Slowackiej)

Literatura

1. BADURA-STRZELCZYK, G. *Pomóż mi policzyć to samemu. Matematyka w ujęciu Marii Montessori od lat trzech do klasy trzeciej*. Opole: Wyd. Nowik Sp.J., 2008. 96 s. ISBN 978-83-89848-68-0
2. DOMAN, G., DOMAN, J. *How To Teach Your Baby Math*. New York: Square One Publishers, 2006. 240 s. ISBN 0-7570-0184-X
3. GRUSZCZYK-KOLCZYŃSKA, E., ZIELIŃSKA, E., DOBOSZ, K. *Jak nauczyć dzieci sztuki konstruowania gier?* Warszawa: WSiP, 1996. 194 s. ISBN 83-02-06084-4
4. KLIM-KLIMASZEWSKA, A., JAGIEŁŁO, E. *The Importance of Mathematical Difficulties and Failures*, „Journal of Preschool and Elementary School Education" nr 2, 2013. 69-85 s. ISSN 2084-7998
5. OSZWA, U. *Zaburzenia rozwoju umiejętności arytmetycznych. Problem diagnozy i terapii*. Kraków: Wyd. Impuls, 2005. 130 s. ISBN 83-7308-373-1
6. PISARSKI, M. *Matematyka dla naszych dzieci.* Warszawa: Wyd. ECERI, 1992. 176 s. ISBN 83-900126-1-8
7. PODHAJECKA, M., GERKA, V. *Gra edukacyjna oknem do poznawania dziecięcego świata.* Warszawa: Wyd. Erica, 2013. 250 s. ISBN 978-83-62329-90-8
8. SCHUBERTH, E. *Matematyka w szkołach waldorfskich*. Kraków: Wyd. Impuls, 2013. 148 s. ISBN: 978-83-7587-636-9
9. SEMENOWICZ, H. *Nowoczesna szkoła francuska technik Freineta*. Warszawa: NK, 1966. 191 s.

Kontaktní adresa

Prof. nzw. dr hab. Anna Klim-Klimaszewska
Uniwersytet Przyrodniczo-Humanistyczny w Siedlcach
Instytut Pedagogiki, Katedra Dydaktyki – Pracownia Wychowania Przedszkolnego
ul. Żytnia 39, 08-110 Siedlce
Tel. +48 604 232 638
E-mail: klimanius@interia.pl

KRITICKÉ MÍSTO VE VÝUCE MATEMATIKY NA I. STUPNI ZŠ: OBVOD A OBSAH ROVINNÉHO OBRAZCE

Jaroslava KLOBOUČKOVÁ

Abstrakt

V článku je předkládán pohled na jedno z kritických míst ve vyučování matematice, kterým je míra ve 2D geometrii, tedy obvody a obsahy základních rovinných útvarů. Je zde popsána tvorba a vyhodnocení některých diagnostických úloh, které jsou zadávány žákům při řešení výzkumném záměru v rámci projektu GAČR. Je poukázáno také na význam sémantického kontextu při zadávání slovní úlohy.

Klíčová slova: kritické místo, obvod, obsah, žákovské řešení, sémantický kontext úlohy

A CRITICAL AREA IN PRIMARY MATHEMATICS EDUCATION: PERIMETER AND AREA OF PLANE FIGURES

Abstract

The paper presents a perspective on one of the critical areas in math education, particularly that of measure in 2D geometry, i.e. perimeter and area of basic plane figures. We describe the process of creating several diagnostic problems that we currently assign to pupils as part of a GAČR research project, and we present the results of our analysis of pupils' solutions. We also point out the significance of semantic context of these problems.

Key words: critical area, perimeter, area, solution, semantic context of problems

1. Úvod

V příspěvku budu prezentovat dílčí výsledky při řešení výzkumného úkolu Kritická místa matematiky na základní škole – analýza didaktických praktik učitelů. Prvotním cílem tohoto výzkumu, který byl zahájen v roce 2011, bylo shromáždit a analyzovat zkušenosti učitelů týkající se tzv. kritických míst v matematice základní školy. První fáze výzkumu byla založena na rozhovorech s vyučujícími na 1. a 2. stupni základních škol a nižšího stupně gymnázií. Výzkumu se zúčastnilo celkem 60 učitelů, z toho bylo 26 učitelů z I. stupně a 34 z II. stupně. Vzorek učitelů nelze v žádném případě považovat za reprezentativní, to však není v případě kvalitativního výzkumu tohoto typu požadavkem ani zásadním, ani splnitelným. Hlavním předpokladem pro výběr respondenta byla především jeho ochota absolvovat s tazatelem časově náročný rozhovor a dát mu případně možnost podívat se do své hodiny matematiky. Vždy se jednalo o kvalifikovaného učitele dostatečně sebevědomého v oblasti výuky matematiky, neboť vlastně ochotně poskytl ke zkoumání svoji odbornou erudici. Je možné tedy s určitou dávkou jistoty předpokládat, že se vždy jedná o učitele experta.

S respondenty byly vedeny hloubkové rozhovory, které umožňují klást otevřené otázky a předem nepodsouvat své náhledy či omezovat šíři jejich pohledu. Hloubkové rozhovory tedy umožňují tazateli, aby pokládal otevřené otázky a v případě potřeby se doptal na další vysvětlení. Vedení hloubkového rozhovoru použil např. T. Janík (2007) ve svém výzkumu u vzorku 11 učitelů, když zjišťoval pojetí jejich výuky fyziky.

Učitelé však ve svých výpovědích nepopisovali problémy svých žáků a své didaktické praktiky tak konkrétně, jak bylo očekáváno. Jako ilustraci typických jevů nepopisovali konkrétní případy, ale pohybovali se většinou v obecnější rovině. Na přímý dotaz na konkrétní případ často uváděli případy spíše raritní či extrémní. Přesto je možné z rozhovorů s 26 učiteli identifikovat sedm nejpalčivějších kritických oblasti, které učitelům či jejich žákům činí potíže při výuce matematiky, a které je tedy možné označit za kritické místo ve výuce matematiky. Tato kritická místa můžeme rozdělit do čtyř skupin:

- Oblast konvencí (zaokrouhlování)
- Oblast aritmetických operací (počítání s přechodem přes desítku, dělení se zbytkem, písemné dělení jednociferným dělitelem)
- Oblast 2D geometrie (konstrukce a rýsování, obvody a obsahy)
- Oblast průřezová (slovní úlohy)

Samozřejmě je nutno vzít v úvahu, že ne každý učitel zmínil skutečně všechna místa, která považoval za problémová. Mohlo se stát, že na dané téma z různých důvodů při vedení rozhovoru prostě nepřišla řeč.

2. Navazující výzkum

Problematika kritických míst je i nadále zkoumána v rámci projektu GAČR jinými metodami. Pro získání hlubšího vhledu do problematiky žákovských obtíží výzkum pokračuje hloubkovými rozhovory, ale tentokrát s jednotlivými žáky nad řešením úloh z oblastí, které byly dotazovanými učiteli označeny jako kritické. Výsledky celého rozsáhlého výzkumu budou prezentovány v samostatné monografii.

V další fázi výzkumu byly vytvořeny sady úloh z jednotlivých kritických oblastí. Za výchozí materiál byly brány učebnice, které jsou nejčastěji používány našimi učiteli a také pokrývají největší část našeho trhu – učebnice matematiky pro 1. stupeň základní školy z Nakladatelství Alter. Didaktické zpracování učiva matematiky 1. stupně se ve všech učebnicích dostupných v současné době na českém trhu (s výjimkou učebnic M. Hejného a kol. z Nakladatelství Fraus) podstatně neliší, což bylo zohledněno při sestavování jednotlivých sad úloh pro vedení hloubkových rozhovorů se žáky.

Oblast konvencí (zaokrouhlování) nebyla po uskutečnění pilotních rozhovorů do dalšího zkoumání nakonec zařazena. Unární operace zaokrouhlování je založena na několika pravidlech, jak se zaokrouhlují čísla na desítky, na stovky apod. Od žáků se zpravidla očekává, že pravidla přijmou, zapamatují si je a budou je aplikovat. Při pilotních rozhovorech se ukázalo, že si žáci buď tato pravidla vybavují, dokáží je aplikovat a pak nemají žádný problém při řešení úloh, nebo pravidla neznají, zapomněli jejich přesné znění, nepamatují si je, a tedy vůbec nedokáží úlohy řešit.

V oblasti aritmetických operací se učitelé zmiňovali o problémech v oblasti počítání s přechodem přes desítku, které však je problémem hlavně v prvních ročnících a postupně zmizí. Toto kritické místo jsme nakonec nezařadili jako samostatnou část pro hloubkové rozhovory, ale uvedená problematika byla zařazena „skrytě“ do slovních úloh pro 1. ročník (viz dále). Dalším často uváděným kritickým místem bylo dělení se zbytkem, které souvisí i s oblastí písemného dělení dvojciferným dělitelem. Pro potřeby hloubkových rozhovorů byla tato dvě místa sloučena do jednoho.

Oblast geometrie jako druhý pilíř školské matematiky je z hlediska problémů žáků velmi významná. Zmínku o nějakém problému v geometrii (např. rýsování, porozumění pojmům) je možné identifikovat u 20 učitelů. Geometrie je ve výuce často nazírána odděleně od dalších matematických disciplín. Bariéru mezi geometrií a ostatními matematickými disciplínami podporují i kurikula základní školy a následně i mnohé učebnice tím, že geometrické učivo zřetelně oddělují od aritmetiky či algebry. Mnoho učitelů (Jirotková, 2010) vnímá geometrii jednak jako rýsování, jednak jako soubor vzorců na výpočet obsahu a obvodu rovinných obrazců, případně objemu a povrchu těles. Byly tedy vytvořeny dvě sady úloh, jedna se týkala oblasti rýsování a geometrických konstrukcí v Euklidovské rovině, druhá sada byla zaměřena na oblast obvodů a obsahů rovinných útvarů (trojúhelník, čtverec, obdélník), především tedy na porozumění pojmům. Bližší rozbor této oblasti je uveden v části 3 tohoto článku.

Slovní úlohy, průřezová oblast kritických míst, jsou explicitně zmiňovány u 25 učitelů, obvykle hned na prvních místech (výjimkou nejsou ani u učitelů 2. stupně). Podle drtivé většiny dotazovaných učitelů jsou slovní úlohy neoblíbené a problematické učivo, a to od 1. až po 5. ročník. Problémy žáků, které učitelé nejčastěji zmiňují, jsou především chybějící logické myšlení, nedostatečná čtenářská gramotnost, nesprávné provedení zápisu úlohy nebo jejího znázornění a chybějící nebo špatná formulace odpovědi. Ze všech výše uvedených důvodů bylo vytvořeno pět sad úloh, pro každý ročník zvlášť. Jednotlivé sady zohledňují číselný obor odpovídajícího ročníku i čtenářské schopnosti žáků dané věkové kategorie. V každém ročníku byly zohledněny také další oblasti kritických míst, které byly učiteli zmiňovány, avšak nebyla vytvořena samostatná sada úloh. Jedná se především o sčítání a odčítání s přechodem přes desítku v 1. ročníku, o násobení a dělení v oboru malé násobilky ve 2. ročníku, o pamětné násobení a dělení v oboru velké násobilky ve 3. ročníku, a o písemné algoritmy (pro sčítání, odčítání, násobení a dělení) ve 4. a 5. ročníku.

3. Metodologie dílčího výzkumu v oblasti obvody a obsahy rovinných útvarů.

Jedním z proudů školské geometrie je oblast míry, na 1. stupni se týká především pojmů obvod a obsah rovinného útvaru, a to trojúhelníku (obvod) a čtverce či obdélníku (obvod i obsah). Zcela sporadicky jsou uváděny úlohy vyžadující určení objemu krychlové stavby. Tato problematika byla také často uváděna učiteli jako významné kritické místo. Z toho důvodu jsme se zabývali oblastí míry ve 2D i v následném výzkumu, který spočíval ve vedení hloubkových rozhovorů se žáky.

Za základ pro tvorbu úloh byly použity učebnice pro 4. a 5. ročník základní školy z Nakladatelství Alter. První zmínka o obvodu je v učebnici pro 4. ročník na s. 96, kde se děti seznámí se sémanticky zadanou úlohou vedoucí k určení obvodu trojúhelníku (Pozoruj, jak určíme délku pletiva na oplocení pozemku, který má tvar trojúhelníku. Změříme jeho strany a délky stran sečteme. Určíme tak obvod trojúhelníku). Dále je uvedena zobecněná úloha pro trojúhelník o stranách 3 cm, 4 cm a 5 cm, sestrojený ve skutečné velikosti. Zde je uveden i obecný vzorec ve tvaru $o = a + b + c$ ve zvýrazněném rámečku. Dále je uvedena úloha, která upozorňuje na možnost určení obvodu grafickým sčítáním úseček. Ve stejném duchu jsou zařazeny i další pojmy, obvod obdélníku a čtverce na s. 105 a 106 a pro obsah obdélníku a čtverce na s. 130 a 132. V učebnici pro pátý ročník se pak objevují kapitoly, které shrnují, opakují a upevňují učivo o obvodu všech tří rovinných útvarů na s. 34 a učivo o obsahu obdélníku a čtverce na s. 67.

Pro zjištění, zda i žáci pociťují tuto oblast školské matematiky jako problémovou, byla vytvořena sada devíti úloh, které typově vycházely z výše uvedených učebnic.

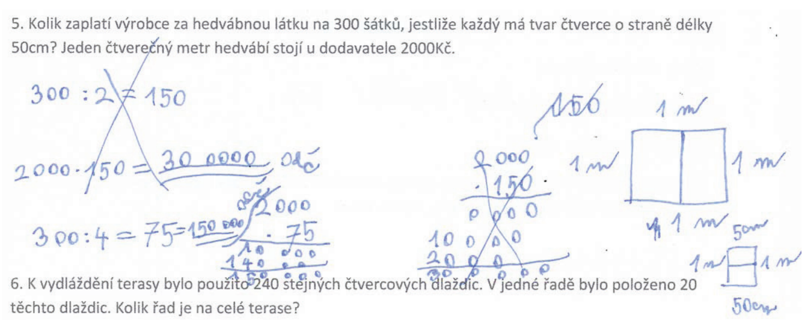
Prvních sedm úloh bylo se sémantickým kontextem, kde slovo obvod a obsah nebylo ani jednou záměrně použito. Každá z těchto úloh se týkala pouze jednoho pojmu, ne všechny úlohy byly učebnicově zcela typické. Další dvě úlohy byly zadány jako typické úlohy z této oblasti. Pilotní verze obsahovala původně 12 úloh, kde se další tři úlohy týkaly vždy dvou a více pojmů a pro jejich vyřešení bylo potřeba použít více početních operací a zároveň uvažovat nad vhodností zvoleného postupu, avšak žáci při pilotáži tyto úlohy vynechávali. Pokud se přesto pustili do jejich řešení, celý rozhovor se neúměrně protáhl. Z toho důvodu byly tyto úlohy ze základní sady vynechány.

Vlastní rozhovory vedl poučený a vyškolený student, který dostal i písemné pokyny pro vlastní vedení rozhovoru. Žák nesměl být vyzýván k žádnému předepsanému způsobu řešení ani zápisu svého myšlenkového postupu. Pokud žák tápal a nebyl schopen úlohu vyřešit samostatně, student mohl použít tzv. povolené nápovědy a otázky, které měl k dispozici. Rozhovory byly vedeny na dvou různých školách, vždy v pátém ročníku. Na jedné ze škol je k výuce používána učebnice z nakladatelství SPN a bylo zde provedeno 14 rozhovorů. Na druhé škole je k výuce používána učebnice z Nakladatelství Fraus a bylo zde provedeno 8 rozhovorů.

4. Rozbor žákovských řešení

Pro vlastní analýzu jsem zvolila úlohu 5, která vykazovala největší variabilitu použitých způsobů řešení. Zadání úlohy: „Kolik zaplatí výrobce za hedvábnou látku na 300 šátků, jestliže každý má tvar čtverce o straně délky 50 cm? Jeden metr čtverečný hedvábí stojí u dodavatele 2000 Kč."

Vlastní řešení úlohy je možné provést několika způsoby. Je možné určit obsah všech šátků jako součin obsahu jednoho šátku v metrech čtverečních, počtu všech šátků a ceny za 1 m^2, tedy (0,5 m x 0,5 m) x 300 x 2 000 = 150 000 Kč. Další možností je určit cenu jednoho šátku (z 1m^2 se vyrobí čtyři šátky) a vynásobit počtem šátků, tedy (2000 : 4) x 300 = 150 000 Kč.



V různé míře byly oba tyto postupy použity u úspěšných žáků (viz tabulka) ze školy používající učebnice SPN - nakladatelství. Všichni úspěšní žáci použili při řešení alespoň náznak vizualizace problému. Úspěšný žák si ale často uvědomil svoji chybu při rozhovoru s experimentátorem:

U7: Já se jen zeptám, co je těch 300?

Ž8: „šátků, 300 šátků a jeden metr čtverečný stojí 2000"

U8: Jasný, a ty šátky jsou velké jak?

Ž9: „50 cm, takže dva šátky stojí 2000"

U9: Dva šátky? Jak jsi na to přišel?

Ž10: „Protože 50 cm je půlka metru a metr čtverečný stojí 2000"

Experimentátor si nechá vše nakreslit a žák odhalí svoji chybu:

U17: Tak tady z toho čtverce budou 2 šátky. Můžeš je tam naznačit, jak bys z toho rozstřihl ty dva šátky?
Ž18: „Jo takhle, z toho budou asi těžko dva čtvereční šátky.“

Použité učebnice	SPN - nakladatelství	Nakladatelství Fraus
Úloha není řešena.	2	0
Je proveden náznak řešení (pouze obrázek).	2	0
Úloha je řešena různými výpočty, není označen výsledek, ale žádné číslo není 150 000.	2	1
Úloha je řešena různými výpočty, je označen chybný výsledek.	4	1
Úspěšný řešitel (úloha je správně vyřešena).	4	6
Celkem řešitelů:	14	8

5. Závěr

V příspěvku byly popsány dílčí výsledky probíhajícího výzkumu. Dosavadní výsledky svědčí o tom, že oblast porozumění pojmům v rovinné geometrii není pro žáky zcela bezproblémová. Tento obecně známý fakt potvrzují i další autoři (Jirotková, Procházková, 2012). Na druhou stranu není možné konstatovat, že žáci problematice nerozumí, což se projevilo tehdy, kdy žák sám vědomě opravil vlastní chybný úsudek. V příspěvku nebylo možné podat vyčerpávající analýzu všech úloh, to bude publikováno v samostatné monografii.

Článek byl napsán s podporou grantového projektu GA ČR P407/11/1740 Kritická místa matematiky na základní škole – analýza didaktických praktik učitelů.

Literatura

1. JANÍK, T. *Cílová orientace ve výuce fyziky: exkurz do subjektivních teorií učitelů.* In Pedagogická orientace, 2007, s. 12 – 33
2. JIROTKOVÁ, D., PROCHÁZKOVÁ, I. (2012) Pojmy míry na prvním stupni ZŠ. In M. Uhlířová (Ed.) *Matematika 5: Sborník z konference EME Specifika matematické edukace v prostředí primární školy (103-107).* Olomouc: Acta Universitatis Palackianae Olomucensis.
3. JIROTKOVÁ, D., KLOBOUČKOVÁ, J. *Kritická místa matematiky na 1. stupni základní školy v diskurzu učitelů.* In RENDL, M., VONDROVÁ, N. et al. Kritická místa matematiky na základní škole očima učitelů. 1. vyd. Praha, 2013. S. 19 – 6,
4. JIROTKOVÁ, D. Cesty ke zkvalitňování výuky geometrie. Praha: UK v Praze, 2010

Kontaktní adresa

Mgr. Jaroslava Kloboučková
KMDM, PedF UK Praha
M. D. Rettigové 4,116 39 Praha 1
Telefon: +420 221 900 226
E-mail: jaroslava.klobouckova@pedf.cuni.cz

ACTA UNIVERSITATIS PALACKIANAE OLOMUCENSIS
FACULTAS PAEDAGOGICA 2014 MATHEMATICA IX

VÝUKA MATEMATIKY V PREPRIMÁRNÍM A PRIMÁRNÍM VZDĚLÁVÁNÍ SPOJENÁ S POHYBEM, ČINNOSTÍ A PROŽITKY

Ilona KOLOVSKÁ, Šárka PĚCHOUČKOVÁ

Abstrakt

Při výuce matematiky hraje důležitou úlohu i využívání pro žáky vhodných učebních stylů. Jedním z nich je kinestetický styl, u nás často označovaný jako učení v pohybu, při kterém dochází k prolínání matematiky a pohybových aktivit. Žáci si pomocí pohybu a činností umocněných prožitkem osvojují učivo, rozvíjejí si komplexněji své myšlení i své komunikativní dovednosti.

Klíčová slova: učení v pohybu, pohybové aktivity, didaktické hry, matematické kompetence, rozvoj matematických představ

PRE-PRIMARY AND PRIMARY MATHEMATICS EDUCATION COMBINED WITH MOVEMENT, ACTIVITY AND EXPERIENCE

Abstract

The use of teaching styles that are suitable for pupils plays a crucial role in mathematics education. One of these styles is the kinesthetic style, often termed also learning in movement, where movement activities are combined with mathematics. The pupils acquire knowledge using movement and activities enhanced by experience, develop their thinking and communication skills in a more complex way.

Key words: learning in movement, movement activities, didactic games, mathematical skills, development of mathematical concepts

1. Úvod

V současné škole se uplatňují takové metody a formy výuky, které směřují ke svobodnému rozvoji individuálních schopností každého žáka. Velkou roli zde hraje mimo jiné i využívání různých učebných stylů vhodných pro žáky 1. stupně.

Styly učení můžeme chápat jako „*postupy při učení, které jedinec v daném období preferuje, postupy svébytné svou orientovaností, motivovaností, strukturou, posloupností, hloubkou, elaborovaností (propracovaností), flexibilitou. Vyvíjejí se z vrozeného základu, ale obohacují se a proměňují během života jedince jak záměrně, tak bezděčně. Člověk je užívá ve většině situací pedagogického typu, relativně méně závisle na obsahové stránce učení.*“ (Mareš, 1998, s. 75)

Na prvním stupni základní školy jsou využívány takové strategie výuky, které odpovídají způsobům, jakými si žáci mohou v myšlenkách představovat svět kolem sebe. Jedná se o vizuální typ žáka, auditivní typ žáka a kinestetický typ žáka.

Pro žáky vizuálního typu je vhodné barevně podtrhávat poznámky a systematicky je uspořádávat, což usnadní orientaci v textu a snazší vybavení těchto schémat při učení.

Důležité jsou i záznamy základních poznatků na nástěnkách ve třídě. Auditivní typ komunikuje se svým okolím prostřednictvím slov a nejlépe vstřebává informace, které jsou mu předávány slovem. Dokáže však dobře vnímat i nonverbální projev učitele. Žáci kinestetického typu využívají při učení všechny své smysly, rádi se do výuky aktivně zapojují a vyhovuje jim také hraní rolí, tedy dramatizace (Mareš, 1998).

V následujícím textu si ukážeme, jaké aktivity můžeme zařadit do výuky matematiky, abychom vytvořili vhodné podmínky k učení nejen pro žáky kinestetického typu. Tento styl budeme nazývat **učením v pohybu neboli kinestetickým učebním stylem**. Bude se jednat o propojení pohybové činnosti s učební činností žáků.

2. Kinestetický učební styl

Žáci si za pomoci pohybu a činnosti umocněné prožitkem osvojují a procvičují učivo, současně se však působí na jejich komplexnější myšlení i produktivní komunikativní dovednosti při respektování gramatického systému mateřského jazyka. Zvyšuje se přitom pohybová aktivita dětí.

Zvláště u žáků mladšího věku jakoby převažovala inteligence kinestetická. Žáci s touto inteligencí bývají viděni v neustálém pohybu. Rádi přecházejí z místa na místo, gestikulují, mění výraz obličeje, dotýkají se věcí, aby se s nimi seznámili. Raději by se věnovali sportu, něco modelovali, vystřihovali, tvořili, než seděli ukázněně ve škole (pozor však, abychom žáky s touto inteligencí nezaměňovali za děti hyperaktivní).

Základem tohoto učebního stylu je **zařazování pohybu a didaktických her do výuky**, které zároveň záměrně evokují produktivní aktivity a rozvíjejí myšlení, neboť jsou zpravidla založeny na řešení problémových situací. V každodenní praxi učitelé často přisuzují hrám vedlejší roli, tzn., že hru považují za dobrý prostředek, jak zaplnit vzniklý časový prostor na konci hodiny, nebo jak uvolnit žáky po náročnějším výkonu. Pokud hrozí, že se nepodaří splnit připravený plán vyučovací hodiny, jsou hry z programu vyřazeny, ačkoli se může paradoxně jednat o nejkreativnější část vyučovací jednotky. Vhodně zvolené činnosti a hry poslouží osvojení učiva lépe než pouhé memorování, protože mohou vytvořit autentičtější komunikační situace. Žáci se více soustředí na vlastní pravidla hry a nechápou tuto činnost jako učení.

3. Učení v pohybu

Královská cesta

Pomůcky: geometrické tvary z papíru různých barev a velikostí, obruč

Pravidla hry: hra může být v předvánočním čase motivována tím, jak tři králové jdou do Betléma. Na zemi jsou položeny geometrické tvary (čtverce, kruhy, trojúhelníky, obdélníky), tělesa (balanční půlkoule) nebo přímé a křivé čáry (lano) tak, že geometrické tvary jednoho druhu tvoří cestu. Tyto cesty se mohou protínat a všechny vedou k obruči, která představuje cíl cesty – stáj v Betlémě. Úkolem první skupiny dětí (podle počtu geometrických tvarů a dalších pomůcek) s papírovými korunami na hlavách je dojít po cestě až k cíli. Každému dítěti je zadán jiný geometrický útvar nebo křivka, podle kterého vybere svou cestu. V cíli na připravený papír nakreslí každé dítě vlastní libovolnou jednotažku, vrátí se stejnou cestou zpátky a předá korunu jinému dítěti. Stejným způsobem pokračují další skupiny králů.

Další varianty hry:

a) Cesty z geometrických tvarů můžeme ještě doplnit překážkami (např. ve formě lavičky, kuželů, krabice od džusů apod.) nebo geometrické tvary kruhy můžeme nahradit balančními půlkoulemi a křivky lany, po kterých se žáci pohybují.

b) Děti mohou chodit jen po žlutých (červených) nebo malých (velkých) geometrických útvarech.
c) Děti mohou představovat zvířátka, která překonávají bažinu nebo chodí po kamenech.

Z hlediska rozvoje předmatematických kompetencí rozvíjí tato činnost u dětí především představu rovinného útvaru. Děti si uvědomují, že nezáleží na velikosti, barvě nebo poloze útvaru, pouze na jeho tvaru. Děti rovněž podle pokynů učitelky pracují s tříděním typu je – není („Tvar je trojúhelníkový, mohu po něm jít, není trojúhelníkový, nemohu po něm jít“), pasivně je tedy využívána i negace výroků. Rozvíjena je orientace v rovině a v prostoru a představa čáry – jednotažky.

Z hlediska pohybu – kompenzace statické polohy sed. Pokud přidáme chůzi po balančních půlkoulích a lanech, zároveň rozvíjíme u žáků rovnováhové schopnosti a aktivujeme svaly hlubokého stabilizačního systému.

Doteky

Pomůcky: žádné

Pravidla hry: žáci vytvoří dvojice. Jeden žák leží na zemi, má zavřené oči a druhý mu píše prstem na různé části těla (záda, břicho, ruce, nohy, čelo) čísla. Ležící žák musí poznat, o jaké číslo se jedná, a řekne ho nahlas. Po určité době si žáci ve dvojici vymění role.

Další varianty hry:

a) Jeden žák kreslí na různé části těla geometrické tvary, ležící žák tyto tvary poznává. Tuto variantu můžeme použít i v mateřské škole.
b) Jeden žák píše příklady na sčítání, odčítání, násobení nebo dělení čísel v daném číselném oboru, ležící žák říká nahlas výsledky.
c) Jeden žák zapíše porovnávání dvou čísel, ležící žák „přečte“ nahlas zapsaný vztah a rozhodne o jeho správnosti. Chybu opraví.
d) Jeden žák zapíše číslo, ležící žák číslo pozná a určí, zda se jedná o číslo sudé nebo liché.
e) Můžeme měnit polohy: klek se schoulením do klubíčka a polovyfouknutým overalem mezi stehny a břichem, leh na zádech ve zpevnění („prkýnko“) při psaní čísel a uvolnění při sdělení výsledku atd.

Tato hra rozvíjí u žáků rozlišování znaků prostřednictvím jiného vnímání, než je vnímání zrakové. Uplatňuje se především hmat. Hra má tedy velký význam v oblasti numerace přirozených čísel. V rámci dalších uvedených variant pak dochází ještě k upevňování početních operací nebo porovnávání čísel. Varianta s geometrickými tvary pak přispívá k vytváření představy rovinných útvarů na základě hmatu.

Z hlediska pohybu – kompenzace statické polohy sed. Poloha leh – relaxace, poloha klek se schoulením - protažení svalstva kolem páteře s umocněním v bederní oblasti, zpevněná poloha v lehu – aktivace a zpevnění svalstva včetně břišního a hýžďového.

Nohy, ruce v matematice

Pomůcky: žádné

Pravidla hry: žáci pracují ve skupinách minimálně po čtyřech a více. Učitel zadává příklady na dělení v oboru malé násobilky a zároveň řekne slovo „ruce“ nebo „nohy“. Žáci ve skupině určí podíl a na zem dají tolik rukou nebo nohou nebo rukou a nohou, kolik určuje výsledek. Např. učitel řekne: „24 : 6, nohy.“ Úkolem žáků je dát na zem 4 nohy. Podobně se pracuje při pokynu „ruce“.

Další varianta hry: je možné zadat současně dva příklady, např. „42 : 6, ruce, 16 : 4, nohy“. Žáci musí dát na zem příslušný počet rukou a nohou.

Z hlediska rozvoje matematických představ kromě dělení v oboru malé násobilky pracují žáci s rozkladem čísla na více částí, tedy procvičují si sčítání více sčítanců a zároveň využívají i odčítání přirozených čísel. Uvědomují si také, že úloha „umístit na zem ruce nebo nohy“ může mít více správných řešení, tedy se rozvíjejí i kombinační schopnosti žáků.

Z hlediska pohybu: při plnění úkolu ruce, nohy žáci zaujímají různé polohy, při kterých dochází zároveň k uvolňování páteře a aktivaci různých svalových skupin, současně je zde výrazný prvek psychomotorický - spolupráce s komunikací a používáním názvosloví.

Poznej číslo

Pomůcky: švihadlo do dvojice

Pravidla hry: žáci vytvoří dvojice. Jeden žák si vybere trojciferné číslo a pomocí různých přeskoků přes švihadlo vyjádří jednotlivé řády tohoto čísla. Řád stovek vyjádří pomocí přeskoků snožmo, řád desítek přeskoky po levé noze, řád jednotek přeskoky po pravé noze (např. číslo 326 vyjádří tak, že skočí třikrát snožmo, dvakrát po levé noze a šestkrát po pravé noze). Druhý žák ve dvojici určuje, o jaké číslo se jedná. Žáci se ve skákání střídají.

Další varianta hry: jeden žák řekne číslo, druhý pomocí přeskoků přes švihadlo vyjádří počet jednotlivých řádů.

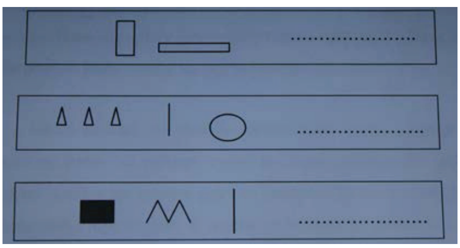
Žáci si upevňují numeraci čísel v oboru do 1 000 a procvičují si rozklad čísel na jednotlivé řády.

Z hlediska pohybu: statický sed nahradí dynamická činnost – skoky, skoky přes švihadlo se koordinuje práce horních a dolních končetin a je zde i posilovací složka pohybu.

Parkúr

Pomůcky: kartičky s neúplnou logickou řadou, nářadí a náčiní ke cvičení (lavičky, bedna, kužele, obruče, žíněnky, tyče)

Pravidla hry: Žáky rozdělíme do tří stejně početných skupin. Každá skupina si vylosuje kartičku, kde je z nářadí a náčiní znázorněná neúplná logická řada (obr. 1). Úkolem skupin je vytvořit podle obrázku logickou řadu s třemi opakováními. Jakmile skupiny řady sestaví, mohou si je proběhnout podle dohodnutých pravidel o překonání sestavené řady (obr. 2).



obr. 1

obr. 2

Na základě manipulace s nářadím řeší žáci nestandardní úlohu týkající se doplňování řady, tedy pracují s pravidelnostmi a závislostmi, což můžeme chápat jako propedeutiku pojmu funkce. Rozvíjí se také orientace v prostoru.

Z hlediska pohybu: využití didaktického řídícího stylu se samostatným objevováním, spolupráce v činnosti případně i v pohybu (např. ve dvojicích), pohybová realizace sestavené dráhy s možností soutěže nejen na rychlost, ale i na přesnost provedení. Nachází se zde vložení matematického úkolu do tělesné výchovy.

4. Závěr

Zahájení školní docházky a dodržování denního režimu ve školách je svým způsobem narušení dosavadních pohybových projevů. Pohybová aktivita při vyučování bývá často nežádoucí a následné sezení v lavicích vede ke statickému přetěžování pohybového aparátu. Podle lékařů by měl mít žák možnost aktivního pohybu po stejnou dobu, po kterou trvá statická zátěž dlouhodobého charakteru při sezení. Nedostatek pohybu ve škole vyvolává u žáků neklid, nesoustředěnost nebo podrážděnost, která může vést až k agresivitě. Celkový pohybový režim žáka by se měl stát záležitostí nejen učitelů tělesné výchovy, ale všech pedagogů.

V příspěvku je nabídka možného propojení výuky matematiky s pohybem i prožitkem pomocí didaktických her. Všechny uvedené činnosti jsou realizovány v praxi a získávají oblibu jak u dětí, tak postupně i u vyučujících na 1. stupni ZŠ, ale i v předškolním vzdělávání. Využití učení v pohybu je jedna z možností, jak mít ve třídě spokojené, usměvavé, zvědavé žáky, kteří prahnou po nových informacích a prožitcích. Prožívejme s nimi.

Literatura

1. KOKTOVÁ, E. *Didaktické hry pohybového charakteru s matematickým námětem [diplomová práce].* Plzeň: ZČU v Plzni, 2005. 58 s.
2. LÍKAŘOVÁ, D. *Využití kinestetického učebního stylu na 1. stupni základních škol [diplomová práce].* Plzeň: ZČU v Plzni, 2008. 80 s.
3. MAREŠ, J. *Styly učení žáků a studentů.* 1.vyd. Praha: Portál, 1998. 239 s. ISBN 80-7178-246-7.
4. <http://www.tv4.ktv-plzen.cz >

Kontaktní adresa

Mgr. Ilona Kolovská
KTV FPE ZČU v Plzni
Klatovská 51, 306 14 Plzeň
Telefon: +420 377 636 410
E-mail: kolovska@ktv.zcu.cz

PhDr. Šárka Pěchoučková, Ph.D.
KMT FPE ZČU v Plzni
Klatovská 51, 306 14 Plzeň
Telefon: +420 377 636 274
E-mail: pechouck@kmt.zcu.cz

ACTA UNIVERSITATIS PALACKIANAE OLOMUCENSIS
FACULTAS PAEDAGOGICA 2014 MATHEMATICA IX

ÚROVEŇ FINANČNEJ GRAMOTNOSTI ŠTUDENTOV UČITEĽSTVA PRE PRIMÁRNE VZDELÁVANIE

Janka KOPÁČOVÁ

Abstrakt

Odvetvie finančných služieb sa rýchlo rozvíja, inovácie a globalizácia nám poskytujú prístup k čoraz väčšiemu výberu produktov a služieb navrhnutých tak, aby vyhovovali rôznym potrebám a okolnostiam. Pre mnohých občanov sú však produkty a orientácia v nich zložité a ťažké, nevedia posúdiť budúci vývoj ich hodnoty.

Nízku finančnú gramotnosť má aj naša dospelá populácia, preto nemôžeme očakávať, že deti získajú aspoň základy finančnej gramotnosti v rodine. Vzdelávanie v tejto oblasti je nutné zaraďovať do vyučovania čo najskôr a systematicky. Zaujímalo nás, aká je úroveň finančnej gramotnosti študentov učiteľstva pre primárne vzdelávanie, či majú poznatky potrebné na implementovanie aspoň základných prvkov finančnej gramotnosti do primárnej edukácie.

Klíčová slova: finančná gramotnosť, primárne vzdelávanie, učiteľstvo pre primárne vzdelávanie, Národný štandard finančnej gramotnosti

LEVEL OF FINANCIAL LITERACY AMONGST STUDENTS OF PRIMARY EDUCATION TEACHING

Abstract

The financial services sector is developing rapidly, innovation and globalization provide us with access to an ever-broadening selection of products and services designed to suit various needs and circumstances. For many, these products and orientation in them is complex and difficult, they are unable to assess their value and its future development.

Low financial literacy is common amidst our adult population; therefore we cannot expect children to learn even the basics of financial literacy from their family. Education in this area must be introduced into classes systematically and as soon as possible. We were interested in the level of financial literacy amongst students of primary education teaching, whether they have the knowledge required to implement at least the basic elements of financial literacy in primary education.

Key words: Financial Literacy, Primary Education, Students of Primary Education Teaching, National Standards for Financial Literacy

Naša dospelá populácia má nízku finančnú gramotnosť, pretože v socializme ľudia neboli nútení riešiť také finančné transakcie ako v kapitalizme (dôchodkové fondy, úvery, odvody,..) a táto oblasť nepatrila do základného vzdelania – zanedbala sa aj tzv. finančná matematika, ktorá sa predtým vyučovala. Dôkazom je rastúca chudoba, kauzy s nebankovými subjektmi, pribúdanie bezdomovcov, pyramídové hry, ... To je aj dôvod, prečo nemôžeme očakávať, že deti získajú aspoň základy finančnej gramotnosti v rodine. Len malá časť rodín je toho schopná, pritom pre ďalší život žiaka (ale aj spoločnosti) je to nesmierne významné. „Štúdiou vykonanou spoločnosťou VISA sa zistilo, že rodičia pri svojich deťoch zaraďujú získanie osobných finančných znalostí na druhé miesto hneď za osobnú bezpečnosť." (Správa komisie, 2008, s. 3)

1. Finančná gramotnosť

Vzdelanie ako osvojovanie kultúrnej gramotnosti možno charakterizovať ako adaptáciu na špecifický ľudský svet. V porovnaní s minulosťou sa pojem gramotnosti značne rozšíril, rozvinul. Okrem schopnosti čítať, písať a počítať sa rozšíril aj o gramotnosť technickú, prírodovednú, umeleckú, literárnu, ale aj počítačovú, finančnú a pod., pričom tieto čiastkové gramotnosti možno zastrešiť pojmom kultúrna gramotnosť. (Pupala, 2001) V súčasnosti teda gramotnosť znamená „...schopnosť jednotlivca prispôsobovať sa prostrediu, zvládať požiadavky sociálneho a kultúrneho prostredia, schopnosť jednotlivca prostredníctvom vlastnej gramotnosti prežiť (Held, in Kolláriková, Pupla, 2001, s. 351).

Problematika rozvíjania matematickej gramotnosti, a s ňou úzko súvisiacej finančnej gramotnosti, sa vplyvom zhoršujúcich sa výsledkov našich žiakov v medzinárodných meraniach (TIMSS, PISA) stáva čoraz aktuálnejšou aj naliehavejšou. Ukazuje sa, že našim žiakom robia najväčší problém úlohy zo života, zamerané na aplikáciu nadobudnutých vedomostí, čo má v oblasti finančnej neskôr nepríjemné následky. Ako vieme, precenenie sa v oblasti schopnosti splácať úvery a pôžička vedie k chudobe, ba až k bezdomovectvu.

V roku 2008 bol na Slovensku vypracovaný a schválený *Národný štandard finančnej gramotnosti* (ďalej NŠFG), ktorý finančnú gramotnosť nielen definuje, ale aj veľmi presne špecifikuje vzdelávacie ciele a kompetencie podľa stupňa vzdelávania (1, 2, 3). Ich implementácia je zatiaľ na báze dobrovoľnosti a zostáva v rukách učiteľov. (NŠFG, 2008)

Finančná gramotnosť je v tomto materiály chápaná ako: „schopnosť využívať poznatky, zručnosti a skúsenosti na efektívne riadenie vlastných finančných zdrojov s cieľom zaistiť celoživotné finančné zabezpečenie seba a svojej domácnosti." (NŠFG, 2008, s. 2)

Finančná gramotnosť je v skutočnosti veľmi obsiahly súbor kompetencií, ktorý je úzko spätý aj s inými gramotnosťami. Užšie chápanie finančnej gramotnosti sa obmedzuje na súbor kompetencií potrebných na efektívnu správu osobných a rodinných financií.

V spojitosti s finančnou gramotnosťou sa stretávame aj s pojmom ekonomická gramotnosť. Jej chápanie nie je jednoznačné. Niekedy autori chápu finančnú gramotnosť ako súčasť širšej **ekonomickej gramotnosti**, ktorá zahŕňa aj schopnosť zaistiť si príjem, orientáciu na trhu práce,... (Nocar, 2012), niekedy je ekonomická gramotnosť chápaná ako synonymum finančnej gramotnosti (NŠFG, 2008, Nowalska, 2012a).

2. Národný štandard finančnej gramotnosti

Národný štandard finančnej gramotnosti (2008) stanovuje minimálne požiadavky na funkčnú finančnú gramotnosť absolventov v závislosti na stupni vzdelávania (ISCED

1, 2, 3) prostredníctvom osvojených kompetencií. Obsah finančného vzdelávania je rozdelený do siedmych tém. Každá téma má stanovenú celkovú kompetenciu, ktorá je rozpracovaná do 4 až 7 čiastkových kompetencií. Každá čiastková kompetencia má stanovené očakávania pre jednotlivé stupne vzdelania včítane primárneho stupňa. Súčasťou materiálu je aj slovník základných pojmov. (NŠFG, 2008)

Téma *Človek vo sfére peňazí* sa venuje problematike životných hodnôt, vzťahu medzi životnými hodnotami a financiami, problematike chudoby a bohatstva, fungovaniu rodiny v ekonomickej sfére a pojmu žiť hospodárne. (NŠFG, 2008) V tejto oblasti je najširší okruh poznatkov vhodných pre primárne vzdelávanie.

Téma *Finančná zodpovednosť a prijímanie rozhodnutí* má celkovú kompetenciu definovanú ako „Používanie spoľahlivých informácií a rozhodovacích procesov v osobných financiách." (NŠFG, 2008, s. 9) Do tejto oblasti patrí aj uvedomelé správanie sa spotrebiteľa a kritické hodnotenie reklám a akcií.

Téma *Zabezpečenie peňazí pre uspokojovanie životných potrieb – príjem a práca* je venovaná problematike harmonizovania osobných, rodinných a spoločenských potrieb, identifikácií osobných zdrojov, orientácií v problematike životných potrieb z hľadiska vzdelanosti, pracovných predpokladov, odvodového systému a napodobňovanie konania úspešných jedincov. (NŠFG, 2008)

Téma *Plánovanie a hospodárenie s peniazmi* rieši problematiku organizovania osobných financií a tvorbu vyváženého rodinného rozpočtu. (NŠFG, 2008) V primárnom vzdelávaní je predpoklad, že žiak má vreckové, s ktorým sa musí naučiť hospodáriť.

Nasledovná téma *Úver a dlh,* ktorej celková kompetencia „Udržiavanie výhodnosti, požičiavanie za priaznivých podmienok a zvládnutie dlhu." (NŠFG, 2008, s. 17) je pre primárne vzdelávanie zvládnuteľná najmä v rovine etickej. Posledné dve témy *Sporenie a investovanie* a *Riadenie rizika a poistenie* majú ťažisko realizácie až na strednej škole, ale určité ciele je možné plniť aj u mladších žiakov. Venované sú aplikácií rôznych investičných stratégií, návratnosti a výhodnosti investícií, chodu finančných trhov, zhodnoteniu možných rizík a poisteniu. (NŠFG, 2008)

Ako už bolo spomenuté vyššie, finančná gramotnosť je komplex kompetencií, z ktorých len malú časť tvoria matematické poznatky. Omnoho väčšie nároky sú kladené na rozvoj kritického myslenia, etické správanie a celkovo na životné postoje. Súhlasíme v B. Nawolskou (2012b), že špecifické ciele v oblasti finančnej gramotnosti treba plniť v troch oblastiach:

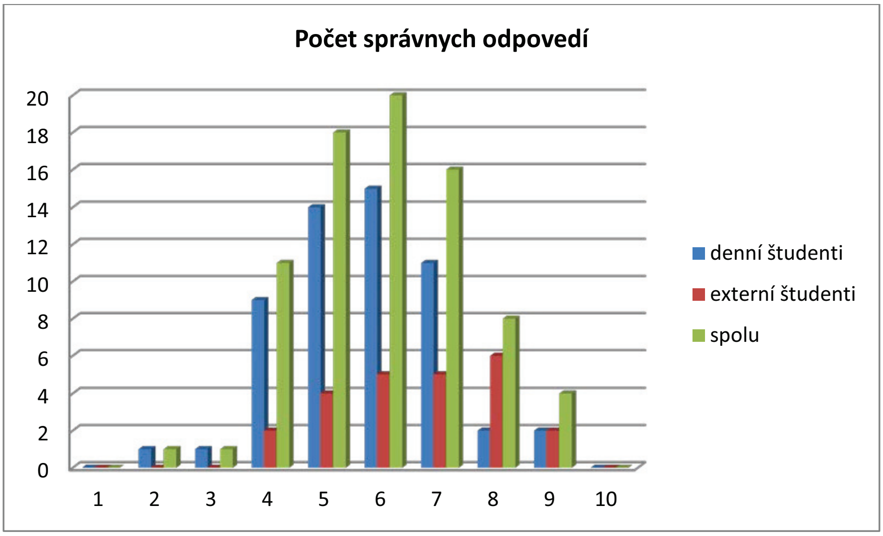
- **poznatky** – je množstvo poznatkov a informácií, ktoré je nutné žiakom sprostredkovať: systém peňazí, ceny tovarov a služieb, účet, platobné a kreditné karty, reklama, cenné papiere,...
- **zručnosti** – vedieť spočítať peniaze, vydať, plánovať a robiť nákupy, hľadať najnižšiu cenu, akciu a reklamu, vedieť sporiť a investovať,...
- **postoje** – je veľmi dôležité budovať a upevňovať správne postoje: vzťah k vlastníctvu svojmu aj cudziemu, vzťah k práci, nutnosť vrátiť požičané, nahradiť škodu, deliť sa s druhými,...

3. Úroveň finančnej gramotnosti študentov učiteľstva pre primárne vzdelávanie

Po preštudovaní očakávaní Národného štandardu finančnej gramotnosti pre úroveň 1 (ISCED 1) sme sa rozhodli zistiť úroveň finančnej gramotnosti našich študentov.

Ako testovací nástroj sme zvolili test finančnej gramotnosti zverejnený na stránke Slovenskej bankovej asociácie (SBA), pretože testuje základné poznatky, je pomerne krátky – 10 otázok, teda časovo nenáročný a má uvedené aj hodnotenie. Jeho nevýhodou je, že sumy uvádza ešte v slovenských korunách. Keďže je dostupný na internete, nebudeme uvádzať jeho plné znenie.

Testovania sa zúčastnilo 55 študentov denného a 24 študentov externého 1. ročníka magisterského štúdia Učiteľstvo pre primárne vzdelávanie (spolu 79) v školskom roku 2013/2014. Podľa hodnotenia na stránke SBA by mali študenti vedieť správne odpovedať aspoň na 6 otázok. Úspešnosť študentov vyjadruje graf č.1.



Graf č. 1

Väčšina denných študentov mala správne 4-7 odpovedí, správne aspoň 6 odpovedí malo len 30 študentov (54,5%). Externí študenti dosiahli lepšie výsledky, väčšina mala 5-8 správnych odpovedí. Aspoň 6 správnych odpovedí malo 18 študentov (75%). Predpokladáme, že lepšie výsledky sú podmienené životnými skúsenosti, lebo vekový priemer študentov je vyšší a takmer všetci majú už vlastné rodiny. Výsledky môžu byť skreslené aj menšou vzorkou.

Otázka č.	a	b	c	d	e
1	7	60	**12**	0	x
2	7	**71**	1	x	x
3	27	5	**45**	2	x
4	**62**	10	4	3	x
5	**54**	18	7	0	x
6	12	**61**	5	1	x
7	**27**	37	14	1	x
8	11	48	**19**	0	1
9	0	1	**78**	0	x
10	**67**	11	1	x	x

Tabuľka č. 1

Odpovede na jednotlivé otázky sú spracované v tabuľke č.1. Správna odpoveď je podfarbená. Prekvapivá je nízka úspešnosť otázky č. 1 – úlohou bolo určiť výslednú sumu po dvoch rokoch úročenia. Otázky č. 5 a 6 testovali schopnosť vyčítať údaje z grafu. Aj tu je pomerne veľa nesprávnych odpovedí. Otázky č. 7 a 8 sa viazali k ročnej percentuálnej miere nákladov, čo nie je bežne známy pojem, preto nás nízka úspešnosť neprekvapila. Potešiteľná je skutočnosť, že takmer všetci chápu potrebu ochrany PIN kódu k bankomatovej karte – otázka č. 9.

Záver

Finančná gramotnosť je v súčasnosti veľmi aktuálna a diskutovaná. Pre starších žiakov a stredoškolákov existuje viacero vhodných vyučovacích projektov, ktoré sa postupne udomácnili a zaznamenávajú úspechy.

Pre primárne vzdelávanie sú v oblasti finančnej gramotnosti vyšpecifikované pomerne zložité a rozsiahle očakávania, preto aj príprava učiteľov musí tomu zodpovedať. Vzhľadom na nízku úroveň finančnej gramotnosti študentov budeme venovať pozornosť aj tejto oblasti v ich príprave.

Literatúra

1. HELD, Ľ. Príroda – deti – vedecké vzdelávanie. In KOLLÁRIKOVÁ, Z., PUPALA, B. (eds.) *Predškolská a elementárna pedagogika.* Praha: Portál, 2001, s. 347 – 362. ISBN 80-7178-585-7
2. *Národný štandard finančnej gramotnosti.* Verzia 1.0. [online]. [cit. 2013-03-28]. Bratislava : MŠ SR, MF ŠR, 2008. 26 s. Dostupné na internete: www.mpc-edu.sk/library/.../narodny_standard.pdf
3. NOCAR, D. Finanční gramotnost na prvním stupni základní školy. In Ulířová, M. (ed.): *Acta Universitatis Palackianae Olomucensis : Specifika matematické edukace v prostředí primární školy.* Olomouc : Univerzita Palackého v Olomouci, 2012, s. 167-174. ISBN 978-80-244-3048-5.
4. NOWALSKA, B. Ekonomické kompetencie žiakov primárneho vzdelávania. In Prídavková, A., Klimovič, M. (eds.): *Komplexnosť a integrita v predprimárnej, primárnej a špeciálnej edukácii.* Prešov : Vydavateľstvo Prešovskej univerzity v Prešove, 2012a, s. 648 - 654. ISBN 978-80-555-0664-7.
5. NOWALSKA, B. Przyjemne i pożyteczne. Obliczenia pieniężne w edukacji matematycznej dzieci. In Adamek, I., Pawlak, B. (ed.): *Doświadczanie poznawania świata przez dzieci w młodszym wieku szkolnym*. Kraków : Wydawnictwo LIBRON, 2012b, s. 183-198. ISBN 978-83-62196-59-3.
6. PUPALA, B. 2001. *Vzdelanie a písaná reč.* [online]. [cit. 2013-03-28]. Dostupné na internete: http://www.kvsbk.sav.sk/10rokov/pupala.htm
7. SPRÁVA KOMISIE *Finančné vzdelávanie*. 2008. [online] [cit. 2013-03-23] Dostupné na internete: http://esslm.sk/sites/default/files/sprava_komisie-financne_vzdelavanie.pdf
8. TEST FINANČNEJ GRAMOTNOSTI. [online]. [cit. 2013-02-8]. Dostupné na internete: http://www.sbaonline.sk/sk/presscentrum/aktuality/kviz-otestujte-svoju-financnu-gramotnost.html

Kontaktní adresa

RNDr. Janka Kopáčová, CSc.
Katolícka univerzita v Ružomberku, Pedagogická fakulta, KPEP
Hrabovská cesta 1
Telefon: +421 907 110 657
E-mail: jana.kopacova@ku.sk

KSZTAŁCENIE NAUCZYCIELI EDUKACJI WCZESNOSZKOLNEJ W OBLICZU NOWYCH WYZWAŃ

Maria KORCZ

Streszczenie

Burzliwe przemiany społeczno-gospodarcze XX wieku i pierwszej dekady XXI wieku skłaniają nie tylko do głębokiej refleksji nad dotychczasowym dorobkiem pedeutologii, ale obligują do podjęcia rozważań o potrzebach edukacji nauczycielskiej i wizji zawodu nauczycielskiego w XXI wieku. W zatwierdzonym w 2002 roku przez Ministrów Edukacji z krajów Unii Europejskiej i Komisję Europejską dziesięcioletnim programie rozwoju edukacji pierwszym celem szczegółowym w celu strategicznym nr 1 jest podniesienie jakości kształcenia i doskonalenia zawodowego nauczycieli. Określono również pakiet kompetencji nauczycieli w Unii Europejskiej. W artykule poruszone zostaną pewne problemy jakie stają przed uczelniami kształcącymi nauczycieli w związku z realizacją nowych zadań.

Słowa kluczowe: program rozwoju edukacji, kompetencje europejskiego nauczyciela, kształcenie nauczycieli

THE TUTORING OF PRIMARY-EDUCATION TEACHERS IN VIEW OF NEW CHALLENGES

Abstract

The rapid socioeconomic changes in the 20th century and in the first decade of the 21st century not only bring reflections on the present achievements of pedeutology but also make it obligatory to make considerations about the need for educating teachers and presenting an idea of their profession in the 21st century. In 2002 the Ministers of Education of the European Union member states and the European Commission approved a 10-year program of education development whose first specific objective within the strategic objective no. 1 is to improve the quality of educating teachers and in-service training for them. Additionally, a set of teacher competencies in the European Union has been defined. In the article one will raise certain problems which the universities involved in teacher education are to face while implementing new tasks specified in the program of education development.

Key words: program of education development, competencies of an European teacher, teacher education

Kompetencje kluczowe europejskiego nauczyciela

Pochodzące sprzed blisko 500 lat stwierdzenie Jana Zamojskiego: *Takie Rzeczypospolite będą jakie ich młodzieży chowanie* nie straciło nic ze swej aktualności do dzisiaj. Należało by jednak uzupełnić je stwierdzeniem: *takie będzie młodzieży* *chowanie jakie będzie kształcenie nauczycieli.* Zachodzące w ostatnich dwóch dekadach postmodernistyczne procesy społeczne, a na gruncie pedagogiki rezygnacja z idei Herbarta na rzecz pedagogiki holistycznej, dokonały w pewnym sensie destrukcji instytucjonalnej roli nauczyciela. Współcześnie konieczne jest „wykształcenie nauczycieli o nowych, innych niż dotychczas, kompetencjach: w sensie treści bardziej łącznych niż wysoko specjalistycznych, bardziej otwartych niż zamkniętych, bardziej twórczych niż odtwórczych, a w sensie charakteru roli zawodowej – odchodzących od funkcji przekaziciela i egzekutora, do roli przewodnika i tłumacza".(1) Dyskusje nad sposobami kształcenia nauczycieli i pożądanymi efektami tego kształcenia toczą się w wielu krajach. W zatwierdzonym w 2002 roku przez Ministrów Edukacji z krajów Unii Europejskiej i Komisję Europejską dziesięcioletnim programie rozwoju edukacji jako cel numer 1 wśród 3 celów strategicznych uznano *poprawę jakości i efektywności systemów edukacji* a pierwszy cel szczegółowy to *podniesienie jakości kształcenia i doskonalenia zawodowego nauczycieli.* Jakkolwiek edukacja jest jedną z najmniej standaryzowanych dziedzin życia krajów UE, dostrzeżono konieczność pewnej unifikacji, która umożliwi porównywanie kompetencji absolwentów różnych europejskich szkół kształcących nauczycieli. W 2005 roku podsumowano prace powołanej przez Komisję Europejską grupy roboczej składającej się z przedstawicieli 25 państw, która opracowała pakiet kompetencji europejskiego nauczyciela. Zgrupowane one zostały w trzech obszarach: organizowanie uczenia się , kształcenie postaw uczniów, wtapianie kompetencji ponadprzedmiotowych do nauczania-uczenia się treści przedmiotu. Kompetencje to coś więcej niż wiedza na dany temat. Są to *zdolności poznawcze i umiejętności rozwiązywania problemów oraz związane z nimi motywacyjne, wolicjonalne i społeczne gotowości oraz umiejętności ich wykorzystania celem skutecznego i odpowiedzialnego rozwiązywania problemów w zmieniających się sytuacjach.* (2)

Obszary koniecznych zmian

Dążenie do tego, by kształcenie nauczycieli odpowiadało współczesnym potrzebom stawia przed instytucjami zajmującymi się kształceniem i doskonaleniem nauczycieli wiele nowych zadań i wymaga zmian w wielu obszarach:

- W obszarze wiedzy profesjonalnej (ogólnej wiedzy pedagogicznej i psychologicznej) istnieje potrzeba uzupełnienia o nowe elementy związane z kluczowymi kompetencjami dotyczące np. kreatywności, komunikacji, diagnozowania, odpowiedzialności.
- Istnieje potrzeba organizowania zajęć innowacyjnych zarówno co do treści jak i formy, umożliwiających nabycie przez przyszłych nauczycieli postulowanych kompetencji. Zauważyć należy, że są to, w znacznej mierze, kompetencje, które posiadać powinien każdy nauczyciel, i są one niezależnie od specyfiki nauczanego przedmiotu. Treści te nie są związane z psychologią nauczania, jak to jest w przypadku wykładów kursowych z psychologii. Nie chodzi tu bowiem bezpośrednio o doskonalenie procesu nauczania, lecz o rozwój osobowościowy studenta. Nauczyciel sam musi umieć budować własną osobowość jako strukturę wartości i umiejętności, które pozwolą mu rozwiązywać skomplikowane sytuacje i zadania pedagogiczne, wobec których stawia go istota jego zawodu. Jedyną skuteczną formą zajęć umożliwiającą przyjrzenie się swojemu funkcjonowaniu w kontakcie z drugim człowiekiem i zmierzenie się z tym, co z tego kontaktu wynika, są warsztaty.

- Również podczas realizacji tradycyjnych treści należy starać się o to, by typowe dla kształcenia uniwersyteckiego formy zajęć – wykłady i ćwiczenia, były uzupełniane innowacyjnymi formami, między innymi, różnego rodzaju warsztatami, czy pracami projektowymi. Zadbać bowiem należy o to, by wiedza studentów zarówno w zakresie umiejętności zawodowych, jak i w zakresie umiejętności społecznych nie była tylko deklaratywna. Stwarza to dla uczelni problemy natury organizacyjnej i finansowej.
- Zdecydowanie wzrasta rola praktyk. Bez doświadczenia praktycznego wiedza nauczyciela pozostaje jedynie wiedzą o nauczaniu. . Oczekiwanie, że zagadnienia teoretyczne omawiane na uczelni staną się w przyszłości automatycznie podstawą działań nauczyciela , jest złudne. Praktyki powinny być nie tylko miejscem poznawania pracy szkoły, ale także okazją do łączenia teorii z praktyką. Refleksyjne doświadczenie praktyczne jest kluczową kwestią w kształceniu nauczycieli, w którym nie chodzi o przekazywanie wiedzy lecz sterowanie pracą uczniów Taka organizacja praktyk wiąże się jednak z trudnościami zarówno natury organizacyjnej jak i finansowej.
- Jest rzeczą oczywistą, że edukacja nauczycielska musi być procesem wielofunkcyjnym, interdyscyplinarnym, wielostronnym i obejmować trzy sfery treści i metod pracy: aksjologiczno-poznawczą, emocjonalną i praktyczną. Ważne jest jednak wyważenie odpowiednich proporcji tych komponentów, co nie jest zadaniem łatwym.

Specyficzne problemy kształcenia nauczycieli nauczania początkowego w Polsce

Proporcje między wiedzą przedmiotową, wiedzą profesjonalną oraz doświadczeniem praktycznym, w standardach kształcenie nauczycieli w Polsce, w odniesieniu do kształcenia nauczycieli edukacji wczesnoszkolnej zostały zachwiane. W zbyt małym stopniu uwzględniono potrzebę kształcenia w zakresie wiedzy przedmiotowej. Wiedza ta jest niezbędna, bo to od niej, w dużym stopniu, zależy później poziom zdobywania przez uczniów wiedzy i umiejętności z danego przedmiotu. Przy obowiązującym w Polsce w klasach I –III modelu nauczania zintegrowanego kształcenie przedmiotowe musi obejmować wszystkie przedmioty wchodzące w skład edukacji wczesnoszkolnej. Tak więc zagwarantowanie odpowiedniego przygotowania nauczycieli w zakresie wiedzy przedmiotowej jest trudne. Nie znaczy to jednak, że nie należy podejmować starań w tym zakresie. Nauczyciel posiadający niski poziom wiedzy przedmiotowej ogranicza samodzielność myślenia i poszukiwania i praktycznie nie jest w stanie realizować stawianych przed nim zadań edukacyjnych związanych ze sterowaniem uczeniem się, wyzwalaniem aktywności i pobudzaniem kreatywności swoich uczniów. Ogranicza się więc często do, na ogół dość powierzchownego, „przerabiania" treści zawartych w podstawie programowej, korzystając niemal wyłącznie z „gotowców" w postaci zeszytów ćwiczeń.

Tymczasem w standardach kształcenie nauczycieli (3) problem ten właściwie nie istnieje. W charakterystyce Modułu 1 stwierdza się, że *Przygotowanie merytoryczne do wykonywania zawodu nauczyciela w przedszkolu (edukacja przedszkolna) oraz do nauczania w klasach I - III szkoły podstawowej (I etap edukacyjny) jest realizowane na studiach w zakresie pedagogiki lub innych zapewniających przygotowanie do pracy w obszarze edukacji elementarnej, których efekty kształcenia uwzględniają nabycie podstawowej wiedzy i umiejętności z zakresu języka polskiego, matematyki oraz* *przyrody. Nabycie tych kompetencji jest warunkiem przystąpienia do przygotowania dydaktycznego do realizacji podstawy programowej wychowania przedszkolnego i podstawy programowej kształcenia ogólnego dla I etapu edukacyjnego.* W dokumencie znaleźć też można uwagę, iż *nie uwzględniono zgłoszonej przez Państwową Komisję Akredytacyjną uwagi dotyczącej braku odniesień w szczegółowych efektach kształcenia do przygotowania w zakresie merytorycznym, co w powiązaniu z odniesieniem do podstawy programowej może sugerować ograniczenie go do minimum przygotowania przedmiotowego,* uzasadniając to tym, że *absolwenci poszczególnych kierunków studiów w zakresie wiedzy merytorycznej muszą uzyskać efekty kształcenia określone dla danego obszaru kształcenia w Krajowych Ramach Kwalifikacji.* Tyle tylko, że w efektach kształcenia w obszarach kształcenia w zakresie nauk humanistycznych i społecznych, do których zaliczana jest pedagogika, nie ma nawet wzmianki o tym, że student powinien posiąść podstawową wiedzę i umiejetności z zakresu języka polskiego, matematyki i przyrody. Co więcej nie ma miejsca na odniesienie tych treści do efektów kształcenia (20 dotyczacych wiedzy, 14 dotyczacych umiejętności) dla kierunku pedagogika i, jak już wspomniano – do efektów kształcenia przygotowujących do wykonywania zawodu nauczyciela.

Konsekwencje tej sytuacji są fatalne. Liczba godzin zajęć dla studenta jest, z oczywistych wzgledów, ograniczona. Dla wielu przedmiotów ustawowo gwarantuje się minimalną liczbę godzin na ich realizację. Margines swobody, przy ustalaniu programów studiów, nie jest duży. Dlatego też, na kształcenie przedmiotowe, które w standardach jest pomijane, przeznacza się dalece niewystarczjącą liczbę godzin, a niekiedy nie uwzględnia się go wcale. Kształcenie w zakresie metodyki nauczania poszczególnych przedmiotów jest wówczas zawieszone w próżni. Jak bowiem nauczyciel może sterować procesem uczenia się i kształtować efektywnie kompetencje językowe, czy matematyczne uczniów skoro sam ich nie posiada? Założenie, że wystarczająca jest wiedza przedmiotowa z poszczególnych przedmiotów wyniesiona ze szkoły średniej jest nieporozumieniem. W efekcie studenci specjalności nauczycielskiej, przy wyborze tematów prac magisterskich uciekają od tematów związanych z warsztatem pracy nauczyciela. Sytuację taką uznać należy za bardzo niepokojącą i podejmować możliwie szybko działania zmierzające do jej radykalnej poprawy.

Bibliografia

1. KWIECIŃSKI. Z. *Tropy – ślady – próby,* Studia i szkice z pedagogiki pogranicza. Poznań-Olsztyn 2000, s. 17.
2. WEINERT, F. E.: Vergleichende Leistungsmessung in Schulen – eine umstrittene Selbstverständlichkeit, In WEINERT, F. E. (Hrsg.): Leistungsmessungen in Schulen. Weinheim und Basel 2001. s. 17-31.
3. ROZPORZĄDZENIE MINISTRA NAUKI I SZKOLNICTWA WYŻSZEGO *z dnia 17 stycznia 2012 r. w sprawie standardów kształcenia przygotowującego do wykonywania zawodu nauczyciela,* Dziennik ustaw Rzeczypospolitej Polskiej, pozycja 131

Dane adresowe

prof. WSH dr hab. Maria Korcz
Wyższa Szkoła Humanistyczna im. Króla Stanisława Leszczyńskiego w Lesznie
Ul. Królowej Jadwigi 10, 64-100 Leszno, Polska
E-mail:koma48@gmail.com

POTREBA A MOŽNOSTI SKVALITNENIA MATEMATICKEJ PRÍPRAVY BUDÚCICH UČITEĽOV PRIMÁRNEHO STUPŇA

Štefan KOVÁČIK

Abstrakt

Už viac ako 10 rokov registrujeme pokles matematických poznatkov žiakov základných škôl v SR (štúdiá PISA). Príčin tohto nedostatku je niekoľko. Pred učiteľmi vysokých škôl pripravujúcich budúcich učiteľov stojí naliehavá úloha: Pri redukovanom počte vyučovacích hodín zabezpečiť kvalitnú matematickú prípravu učiteľov primárneho stupňa. Jednou z možností skvalitnenia vyučovania matematiky je využívanie vzdelávacieho systému Moodle.

Kľúčové slová: primárne vzdelávanie, matematika, príprava učiteľov, e-learning

NEEDS AND POSSIBILITIES OF QUALITATIVE PREPARATION NEXT TEACHERS AT ELEMENTARY SCHOOL

Abstract

Mathematical knowledge of pupils at primary schools has decreased over ten years in SR (PISA). There are several reasons of this fact. Teachers at universities, preparing next teachers, have important task to prepare students, next teachers at elementary school, in mathematics qualitatively though the numbers of teaching hours have reduced. One of the ways to do teaching mathematic more qualitatively is using LMS Moodle.

Key words: elementary education, mathematics, preparing teachers, e-learning

1. Úvod

Už viac ako 10 rokov sa vysokoškolskí učitelia pasujú s nedostatočnými vedomosťami študentov – budúcich učiteľov. Príčinou tohto nedostatku sú najmä:

1. Slabá vedomostná úroveň nastupujúcich študentov, ktorí prichádzajú z odborných stredných škôl, na ktorých je málo vyučovacích hodín matematiky.
2. Redukcia počtu vyučovacích hodín vymedzených na vyučovanie matematiky, a tým strata kontaktu medzi učiteľom a študentom.
3. Situáciu nezlepšuje ani prepúšťanie skúsených pedagógov a ich nahradzovanie. doktorandami s minimálnymi (alebo žiadnymi) skúsenosťami z vyučovania.

2. Diagnostika

Overovanie vedomostí pri ukončení predmetu *Didaktika matematiky* pozostáva z písomnej previerky a ústnej odpovede. Písomná previerka pozostáva zo štyroch úloh:

1. Klasická zložená slovná úloha s dvoma až tromi operáciami.
2. Jednoduchá konštrukčná úloha.
3. Základné pojmy (napr. úsečka, obsah štvorca, zlomok) – odpovedaj žiakovi na otázky:
    - Čo je to?

- Čo sa o tom naučíme?

4. Netradičná slovná úloha. (Napríklad: Mirko mal v stavebnici 53 koliesok a 15 volantov, Zo všetkých koliesok a volantov zostavil autá a trojkolky. Koľko áut a koľko trojkoliek zostavil?) (Divíšek, J. a kol. 1985) V úlohe sú použité väčšie čísla.

Zamerali sme sa na tretiu úlohu (základné pojmy) a štvrtú úlohu (logické myslenie). Vyhodnotili sme písomné previerky z niekoľkých ročníkov po roku 2005. Vzorku obsahuje 25 študentov neúspešných a 25 študentov úspešných v riadnom termíne. Za riešenie každej úlohy mohol študent získať 6 bodov (tabuľka č. 1.)

	Neúspešní študenti		Úspešní študenti	
	Získané body	Úspešnosť v %	Získané body	Úspešnosť v %
3. úloha	72	48 %	51	34 %
4. úloha	111	74 %	117	78%

Tabuľka č. 1. Dosiahnuté výsledky v 3. a 4. úlohe.

Neuspokojivé vedomosti nás – učiteľov nabádajú k potrebe skvalitniť prípravu budúcich učiteľov primárneho stupňa. Jednou z možností bolo vytvorenie *Výberového seminára z didaktiky matematiky.* Na tomto seminári sa vytvoril priestor na to, aby študenti vyriešili množstvo náročnejších úloh, podrobnejšie sa prebrali aj základné pojmy. Hoci sa poznatky študentov zlepšili, situáciu stále považujeme za neuspokojivú.

(Gerová, 2000, s. 28): „Napriek širším možnostiam, získavať skúsenosti v danej problematike, než mali ich starší spolužiaci, stále uvádzajú, že by privítali:

- Viac hodín pre danú tému (32,5 %);
- Väčšiu skúsenosť s tvorbou náročnejších úloh (25 %); ...“

Hlbšie skúmanie poznatkov uskutočnila Gerová a kol. po roku 2009. Citujem (Gerová. 2011, s. 75): „V rámci projektu VEGA *Analýza matematickej prípravy študentov odboru Predškolskej a elementárnej pedagogiky z pohľadu rozvoja matematickej gramotnosti* sme preto realizovali aj dve testovania matematických kompetencií budúcich učiteľov – študentov v bakalárskom štúdiu odboru Predškolská a elementárna pedagogika.“. Výskumom dospeli k záverom, ktoré vystihuje jej nasledovný citát: „... počas štúdia na vysokej škole nastal u študentov posun v úspešnosti riešenia úloh, ale nebol výrazný.“ (Gerová. 2011, s. 77).

3. Možnosti využitia počítačov

Zlepšenie očakávame od využitia počítačov – konkrétne programu *Moodle.* S využitím počítačov vo vyučovaní máme určité skúsenosti.

Študenti sa na pôde PF UMB už v minulosti stretli s využívaním počítačov (e-learningovej podpory) pri vyučovaní matematiky. „K napĺňaniu našich cieľov sme mohli využiť len kurz *Logika,* ktorý sa uskutočnil prvýkrát v školskom roku 2005/2006 v 1. ročníku štúdia a vďaka väčšiemu časovému priestoru na seminári (tri hodiny) poskytuje možnosť uplatňovať i niektoré ďalšie aktivity.“ (Gerová, Klenovčan, 2007, s. 49). Po ukončení kurzu dotazníkom zistili, že „... 86,14 % študentov uviedlo, že doplňujúci e-kurz využívali, z toho 61,39 % pravidelne (aspoň raz týždenne) a 24,75 % študentov len sporadicky.“ (Gerová, Klenovčan, 2007, s. 50)

Pozornosť bola venovaná aj príprave pedagógov pre prácu s programom Moodle. Hanzel a Sebínová uvádzajú: „... vytvorila sa možnosť pre všetkých pedagógov zapojiť sa do kurzu ako účastník. Neskôr si mohli pedagógovia, ktorí sa rýchlo v tomto prostredí zorientovali, vytvoriť svoj vlastný kurz. E-learningové kurzy na PF UMB sú vytvorené v prostredí MOODLE.“ (Hanzel, Sebínová, 2004, s. 100)

4. Možnosti využitia programu Moodle

V rámci projektu KEGA: „Rozvíjanie matematickej gramotnosti prostredníctvom elektronicky podporovanej výučby v odbore predškolská a elementárna pedagogika“ pracovná skupina na Pedagogickej fakulte UMB sa podujala vytvoriť a využiť prostredie Moodle na skvalitňovanie vyučovania. Pre pedagógov je to po odbornej aj časovej stránke náročná činnosť. Chceme v podpornom e-kurze prezentovať základné informácie k predmetom *Matematická gramotnosť 1 a 2,* študijný materiál, domáce úlohy, úlohy na upevnenie učiva, prémiové úlohy, cvičné a kontrolné testy, a iné námety pre samostatnú prácu študenta.

5. Záver

Z nášho snaženia očakávame zlepšenie nelichotivého stavu, hoci to zaručiť nemôžeme. Výsledky ovplyvní najmä snaha študenta – užívateľa programu. Ak stihne (lebo chce, a dokáže) vstrebať informácie, prejaví sa to v jeho učiteľskej práci a nebude tak svoje nedostatky (možno z predškolskej prípravy) prenášať na žiakov primárneho stupňa. Veď aj dodnes pretrvávajúce medzery vo vedomostiach našich študentov majú veľmi často korene už na primárnom stupni.

Poznámka: Príspevok bol spracovaný ako súčasť projektu KEGA „Rozvíjanie matematickej gramotnosti prostredníctvom elektronicky podporovanej výučby v odbore predškolská a elementárna pedagogika“, č. 020UMB-4/2013.

Literatúra

1. DIVÍŠEK, J., a kol: *Matematika pre 2. Ročník základnej školy.* 2. Vydanie. SPN Bratislava 1987. 67-335-87 (s. 124)
2. GEROVÁ, Ľ., KLENOVČAN, P,: *Rozvíjanie matematickej gramotnosti budúcich učiteľov- elementaristov.* In: Sborník z konference s mezinárodní účastí věnované počátečnímu vyučování matematiky: „Vyučování matematice z pohledu kompetencí žáka a učitele 1. Stupně základního vzdělávání – Srní 2007.“ ZUP Plzeň 2007. ISBN 978-80-7043-548-9 (s. 48-53)
3. GEROVÁ, Ľ.: *Pohľad na úroveň matematickej gramotnosti budúcich učiteľov – elementaristov.* In: Zborník Vědecká konference s mezinárodní účastí věnovaná matematickému vzdělávání v primární škole: Tvořivost v počátečním vyučování matematiky. ZUP Plzeň 2011. ISBN 978-80-7043-992-0 (s. 75 – 78)
4. GEROVÁ, Ľ.: *K príprave budúcich učiteľov 1. St. ZŠ na prácu so žiakmi s väčším záujmom o matematiku.* In: Zborník príspevkov z konferencie: Autentické vyučovanie a využitie medzipredmetových vzťahov vo vyučovaní matematiky. Banská Bystrica, 2000. ISBN80-8055-444-7 (s. 27-31)
5. HANZEL,P., SEBÍNOVÁ, K.: *E-learningové kurzy v dištančnom vzdelávaní.* In: zborník príspevkov z medzinárodnej konferencie konanej na PF UMB 8. A 9. Septembra 2004: História a súčasnosť a perspektívy učiteľského vzdelávania. UMB Banská Bystrica 2005. ISBN 80-8083-107-6 (s. 100-102)

Kontaktná adresa

Doc. RNDr. Štefan Kováčik, PhD.
FPV UMB Tajovského 40, 974 01 Banská Bystrica
Telefon: +421 48 446 7223   E-mail: Milko.Kovacik@gmail.com

ACTA UNIVERSITATIS PALACKIANAE OLOMUCENSIS
FACULTAS PAEDAGOGICA 2014 MATHEMATICA IX

MENTÁLNÍ SCHÉMA ORGANIZACE PRVKŮ U ŽÁKŮ RANÉHO ŠKOLNÍHO VĚKU

Radek KRPEC

Abstrakt

Příspěvek se zabývá studiem organizačních principů používajících žáky v raném školním věku v rámci jednoho experimentu. V rámci experimentu jsou zjišťovány schopnosti organizace rozložení sady karet žákem tak, aby bylo pro něj co nejjednodušší zapamatovat si toto rozložení. V rámci tohoto pokusu jsme sledovali nejenom efektivitu a principy organizace karet, ale také originalitu rozložení. V tomto článku jsme provedli srovnání těchto schopností u dvou žáků první třídy.

Klíčová slova: kombinatorika, organizace prvků, organizační princip

MENTAL ORGANIZATION SCHEME OF ELEMENTS IN THE LOWER PRIMARY YEARS

Abstract

In this paper we interested in the organizational principles of using by 6-8 old pupils in the experiment. In the experiment we are identified the ability of the organization of the set of cards by pupil so that he simply remebered this distribution of cards. In this experiment we observed not only the efficiency and principles of distribution of cards, but also we observed the originality of the ditribution of cards. In this paper we compared the abilities of the two pupils in a first class of a primary school.

Key words: combinatorics, organization of an elements, the organizational principle

1. Úvod

V rámci výzkumu výuky metodou VOBS, kterým jsme se začali na Katedře matematiky s didaktikou PdF OU v Ostravě zabývat v roce, se zabýváme mimo jiné propedeutikou kombinatoriky, pravděpodobnosti a statistiky. Přestože se učitelé u žáků v mladším školním věku snaží pěstovat kombinatorické myšlení, často výuka postupně sklouzne k řešení úloh dle určitého algoritmu, v němž dle daného zadání (textu) vyberou správný vzorec, dosadí, vyřeší a vysloví odpověď. V takovémto stylu výuky pak naráží žáci na problém řešení slovních úloh (mohli bychom je nazvat nestandardních), které pomocí nějakého vzorce vyřešit nelze anebo neví, který vzorec použít. Výuka (nebo propedeutika) kombinatoriky metodou VOBS je založena především na schopnosti organizovat soubory prvků nebo jevů. *„Kombinatorické myslenie je budované na schopnosti organizovať prvky množiny do pehladných tabuliek, grafov, schém a zoznamov“* (Hejný, 1989, str. 472). V našem experimentu jsme se proto věnovali analýze, jak jsou žáci v raném školním věku schopni tuto organizaci provádět.

2. Experiment

Experiment probíhal od března 2013 s žáky první a druhé třídy ZŠ. Experimentu se zúčastnili jeden žák a jedna žačka 1. třídy, dále jeden žák a jedna žačka z 2. třídy ZŠ. Experimentu se žáci účastnili jednotlivě.

Cílem bylo zjistit, jakým způsobem žáci 1. a 2. tříd základní školy organizují objekty. Během experimentu jsme sledovali některé z didaktických parametrů jako prostředí, používaný jazyk a především organizační princip.

2.1 Popis experimentu

Experimentu se účastní experimentátor a jeden žák (žák). Experimentátor má čtyři sady karet, každou ve dvou identických verzích.

Sada A. Šest různých obrázků zvířátek: kohout, slepice s kuřaty, opička, medvídek, pejsek, zajíc.

Sada B. Karty s čísly 1, 2, ..., 11, 12 ve žluté barvě (viz obrázek 1).

Sada C. {modrá, žlutá} x {šest stěn hrací kostky} (viz obrázek 2).

Sada D. {modrá, žlutá, zelená} x {medvěd, opice, kohout, pes}.

Obrázek 1: Sada karet B


Obrázek 2: Sada karet C

Hra je pro žáky dobrovolná, experiment mohou kdykoliv ukončit a jít si hrát.

2.2 Scénář experimentu

Akce 01. Seznamovací rozhovor. Ex ukáže sadu A žákovi a řekne: „Tady máš balíček šesti karet. Kartičky před sebou rozlož na stole, my je pak otočíme rubem nahoru a dostaneš druhé kartičky, které budeš mít za úkol seřadit stejně.“ Ex dává žákovi první sadu A. V případě, že žák něco řekne, nebo se zeptá, reaguje Ex odpovídajícím způsobem. Žák karty rozloží. Po pár vteřinách po uložení poslední karty Ex: „Zapamatoval sis, jak jsou karty rozloženy? Můžeme je otočit?“ Ex čeká na souhlas žáka a pak je otáčí. Když by se žák přidal k otáčení, Ex mu děkuje.

Ex: „Tady máš druhou sadu (dává žákovi druhou stejnou sadu) a rozlož ji stejně, jako tu první“.

Žák rozkládá karty druhé sady podle vlastního uvážení, Ex je zticha. Po rozložení karet se Ex zeptá: „Myslíš, že to je dobře? Můžeme tedy otáčet, nebo chceš ještě něco změnit?“ Ex: „Tak to otočme.“ Ex případně s pomocí žáka druhou sadu otáčí. Ex hodnotí výsledek práce žáka, je-li úspěšný (což se předpokládá), je hodnocení emočně zesíleno.

Akce 02. Ex opakuje experiment z akce 01 s tím rozdílem, že ihned po rozložení první sady karet karty otáčí, na což předem žáka upozorní již před rozkládáním karet.

Akce 03. Ex vytáhne dvě stejné sady B a vysvětlí žákovi, že budou hrát stejnou hru jako se sadou A. Navíc, pokud se žákovi podaří rozložit obě sady stejně, dostane bod žák a pokud ne, tak dostane bod Ex. Proběhne hra a vyhodnocení. Pak následují další akce se stejnou sadou s pokynem, aby se žák pokusil karty rozložit jinak. Tyto akce se pak ještě zopakují jednou až dvakrát podle potřeby a zájmu žáka.

Obdobně pak pokračujeme se sadami C a D.

2.3 Didaktické parametry

Při provádění experimentu jsme sledovali několik didaktických parametrů jako prostředí, používaný jazyk a organizační princip.

Co se týká prostředí, máme na výběr ze tří možností: a) sémantické, b) strukturální, c) hybridní. Z jazyků byl použit především manipulativní jazyk v kombinaci s jazykem grafickým. Co nás nejvíce zajímalo, byl organizační princip. U všech úloh byl organizační princip hledán, resp. byly organizační principy hledány, protože při provádění jedné akce se projevilo a vystřídalo i několik různých organizačních principů.

2.4 Experiment se sadou B – „Markéta" a „Marek"

Jako první experiment jsme analyzovali experiment s Markétou a s Markem. Tréninkové akce vynecháme a věnujeme se experimentu od akce se sadou B.

Markéta: Přestože si Markéta již vyzkoušela, jak rozkládat karty v tréninkových akcích, v první hře rozloží karty zcela náhodně do tvaru 3×4 tak, jak si karty rozprostřela před sebou. Ani si neuvědomila, že tam má dvakrát kartičku s číslem devět a chybí jí číslo 6 i přes to, že u těchto kartiček jsou znázorněny tečky. Až v okamžiku, když má v ruce druhou sadu, si uvědomuje, že neví, jak první sadu rozložila. Má zde pouze dílčí paměťovou stopu. Neúspěch v řešení této úlohy vede dívku k poznání příčin: musím to rozložit tak, abych si to lehce pamatovala.

Následuje další akce se sadou B. Markéta si již uvědomuje, že rozložení karet musí mít v sobě jistou zákonitost, která jí umožní položit druhou sadu stejně. Hledá vhodný organizační princip. Předně zamítá rozložení obdélníkové a volí lineární, které více odpovídá charakteru přirozených čísel. Určitě ji napadne triviální řešení 1, 2, 3, ..., ale vzhledem ke způsobu rozložení, můžeme předpokládat, že toto považuje za příliš jednoduché a hledá jiný rytmus. Po chvilce volí rytmus po čtyřech (asi se projektuje předchozí obdélníkové uspořádání) a pokládá 1 3 2 4 s krátkými pauzami mezi položením jednotlivých karet. Vytvořila si tím určitý vzor dále opakuje. Pak položí další kartičku s číslem 5 a dále již bez zaváhání vše dobře doplní. Rozložení má dva organizační principy: 1) čísla uspořádám vzestupně, 2) prostřední čísla ve čtveřicích prohodím.

Druhou sadu položí bez problémů až do čísla 9. Pak (nevíme proč) uchopí číslo 12 a položí jej na předposlední pozici. Nakonec doplní čísla 11 a 10. Domníváme se, že k vytěsnění rytmu, který je v poslední čtveřici narušen, došlo v důsledku toho, že do hry vstoupila dvoumístná čísla. Rozložení je nakonec chybné 1 3 2 4 5 7 6 8 9 11 12 10.

V následující akci již Markéta ví, že musí použít rozložení dle nějaké zákonitosti. První rozložení má opět dva organizační principy, které se podobají principům u předchozí akce: 1) čísla uspořádám sestupně (tedy v opačném pořadí než u předchozí akce), 2) prohodím prostřední čísla celé řady (na rozdíl od předchozí akce, kde prohazovala dvě prostřední čísla ve čtveřicích). První princip má dívka hned na začátku. Ví ovšem, že tento stereotypní vzor chce změnit nějakou nepravidelností. Hledá ji po položení čísla 10 i po položení čísla 9. V této chvíli se rozhodne pro princip 2). Nevíme, zda prohození 6 a 7 je cílené – jsou to čísla uprostřed – nebo jenom nahodilé. Spíše se jeví druhá možnost jako pravděpodobnější.

Při druhém rozkládání realizuje první princip a na druhý si vzpomene, až položí číslo 7. Uvědomí si, že to má asi špatně a z krátkodobé paměti vybere informaci „5 a 6 je v jiném pořadí", proto přehazuje 5 a 6 a pak si uvědomí, že není přehozená 5 a 6, ale 6 a 7. Následně hbitě řadu upraví a doplní do konce. S prohazováním čísel 5, 6 a 7 bychom mohli předpokládat, že princip 2) spíše znamená „prohození dvou čísel uvnitř řady na konkrétním místě“.

Marek: Marek ukládá v prvé hře karty na stůl, jak jsou seřazeny v balíčku a ukládá je postupně na příslušné místo tak, aby docílil řady 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12. Rozložení má jediný organizační princip: čísla skládá do řady vzestupně. Po druhém rozložení, které je správné, Marek prohlásí: „mám to správně, protože to je na přičítání“.

Při druhé akci se sadou B volí opět jednoduché rozložení sestupně zleva od 12 do 1, přičemž karty rozkládá, jak mu přijdou do ruky. Rozložení druhé sady komentuje slovy: „To je správně, protože to je na odpočítávání“.

2.5 Experiment se sadou C – „Markéta“ a „Marek“

Markéta skládá postupně od jedničky k šestce nejdříve žlutou barvu a pak modrou 1 3 5 1 3 5 6 4 2 6 4 2. Při rozkládání žluté 1 a 2 si mezi nimi nechává dostatečný prostor, aby se tam všechny ostatní kartičky vešly. Protože to Markéta zvládla naprosto dokonale, lze soudit, že tento rozsah si pamatuje z předešlého experimentu. Při volbě uložení používá dívka pět organizačních principů: 1) nejprve žlutá na obou krajích, pak modrá uprostřed, 2) čísla půjdou vzestupně ke středu, 3) ukládám střídavě vlevo, vpravo, vlevo, vpravo, ... směrem dovnitř, 4) lichá vlevo, sudá vpravo, 5) sudá k sobě, lichá k sobě. Při rozkládání druhé sady postupuje naprosto analogicky jako při rozkládání první sady. Vzhledem k tomu, že Markéta pokládá karty dle principu 3), nevíme, zda principy 4) a 5) nejsou pouze důsledkem tohoto principu 3).

V následující akci hledá Markéta rozložení, které by pro ni nebylo tak jednoduché jako předchozí. Konečné rozložení první sady je následující (2 2 3 3 4 4 5 5 6 6 1 1). Na konci položení první sady máme tedy organizační principy: 1) stejná čísla k sobě, 2) střídání barev, s jednou změnou, kterou si dobře uvědomuje, 3) zcela vlevo žlutá 2, zcela vpravo žlutá 1. Druhou sadu pokládá stejně.

Marek: Karty si neprohlídne, rozkládá je, jak jsou za sebou v balíčku. Nejdříve dá modrou šestku pod modrou jedničku. Pak zjistí, že má více barev začne ukládat karty do řad podle barvy od jedné do šesti. V tomto případě se objevují dva organizační principy: 1) v každém řádku jedna barva, 2) čísla zleva vzestupně. Při druhém rozložení zjistí, že má obráceně barvy. V další akci postupuje stejně, akorát čísla seřadí sestupně a více se soustředí na rozložení barev.

V další akci Marek rozkládá karty všechny do jedné řady 6 5 4 3 2 1 1 2 3 4 5 6. V tomto případě používá dva organizační principy: 1) zleva modré, zprava žluté, 2) od kraje do středu sestupně. Druhou sadu rozloží zcela stejně.

2.6 Experiment se sadou D – „Markéta“ a „Marek“

Markéta: Začne zažitým způsobem rozkládat karty do jedné řady, až docílí rozložení M M M O O O K K K P P P. Při rozložení se zde objevují tři organizační principy: 1) seřazení lineární, 2) stejná zvířátka k sobě, 3) pravidelné střídání barev.

V následující akci již mění organizační princip z lineárního na kartézský. Markéta postupně rozkládá karty do tvaru 3×4, přičemž je různě přesouvá, ale těžko zde hledat nějaké organizační principy, pouze rozložení zvířat ve druhém a třetím řádku. Při druhém pokládání se jí ale nepodaří rozložit karty stejně.

1. rozložení:		2. rozložení:	
	KMPO		MMKO
	PKMO		PKMO
	PKMO		PKPO

Markéta v následující akci již rozloží dle určitého organizačního principu.

OMKP

O M K P
O M K P

Při tomto pokládání se zde objevují modifikace organizačních principů, kdy tuto sadu rozkládala do řady.

Marek: Ve všech třech akcích se sadou D Marek používá kartézské rozložení ve tvaru 3x4, zvířata pod sebou a v jedné řadě stejná barva (viz příklad)

K P O M
K P O M
K P O M

3. Shrnutí

Porovnáním experimentů s Markétou a Markem zřetelně vidíme, že organizační schopnosti, které oba žáci používají, se značně liší z hlediska struktury, efektivity i náročnosti. Marek hledá vždy nejjednodušší (nejefektivnější) princip rozložení karet tak, aby byl dobře zapamatovatelný. Markéta hledá efektivní rozložení až po nevydařené hře. A i když použije určité organizační principy, vždy se snaží rozložit karty tak, aby hra nebyla zcela triviální, ale aby byla zajímavější.

4. Závěr

V uvedeném experimentu můžeme sledovat, jak se liší schopnosti organizovat prvky u žáků na 1. stupni ZŠ. Pro srovnání jsme použili výsledky experimentu u dvou žáků 1. třídy ZŠ, ale pokud do tohoto zahrneme i vyšší ročníky a popřípadě i předškolní děti, můžeme sledovat, jak se tyto schopnosti mění. Z našeho pohledu je to jedna z nejdůležitějších schopností, kterou žáci budou při řešení kombinatorických úloh.

Literatura

1. HAYLOCK, D. H. and COCKBURN, A. D. *Understanding Mathematics in the Lower Primary Years.* London: Sage, 2003. ISBN 0-7619-4103-7.
2. HEJNÝ a kol. *Matematika pro 1. až 5. třídu ZŠ.* Sada učebnic a pracovních sešitů. Plzeň: FRAUS, 2009.
3. HEJNÝ, M. *Teória vyučovania matematiky 2.* Bratislava: SPN, 1989. ISBN 80-08-00014-7.
4. SCHWARTZ, S. L. *Teaching Young Children Mathematics.* Westport, CT: Praeger, 2005. ISBN 0-275-98216-5.
5. TURNER, S. and McCULLOCH, J. *Making Connections in Primary Mathematics.* London: David Fulton Publishers, 2004. ISBN 1-84312-088-7.

Kontaktní adresa

RNDr. Radek Krpec, Ph.D.
Katedra matematiky s didaktikou
Pedagogická fakulta OU v Ostravě
Mlýnská 5
701 03 Ostrava
Telefon: +420 597 092 646
E-mail: radek.krpec@osu.cz

SCIENTIX – INOVATIVNÍ VÝUKA ZA POMOCI MODERNÍCH TECHNOLOGIÍ

Martina KUPILÍKOVÁ

Abstrakt

Webový portál Scientix byl vytvořen pro učitele matematiky a přírodních věd na základních i středních školách napříč Evropou. Slouží učitelům, kteří mají zájem navázat spolupráci se zahraniční školou v rámci svých předmětů, chtějí se účastnit mezinárodních konferencí, bezplatně využívat online materiály pro výuku (např. online hra jako motivační prostředek), čerpat ze zkušeností učitelů přírodních věd nebo propojovat výuku matematiky s běžným životem kolem nás (kruhy v obilí, body mass index, nutriční hodnoty, fitness testing, tepová frekvence, statistika ve sportu, číselné řady a fotbalový stadion, měna, …) s (i bez) možností využití digitálních technologií.

Klíčová slova: matematika, přírodní vědy, anglický jazyk, běžný život

SCIENTIX – INNOVATE MATHEMATICS TEACHING WITH THE HELP OF MODERN TECHNOLOGY

Abstract

Web portal was created for teachers of mathematics and science across Europe. It is for teachers who wish to establish cooperation with schools from foreign countries, to participate in international conferences, to use online teaching materials (eg online game as a motivational tool), to learn from the experience of teachers of natural sciences and mathematics, to connect teaching with real life around us (crop circles , body mass index, nutrition, fitness testing, heart rates, statistics in sport, number patterns, exchange rates, ...) with (or without) the possibility of using digital technology.

Key words: STEM, English language, real life

1. Scientix

Scientix http://www.scientix.eu/web/guest podporuje spolupráci mezi učiteli, odborníky a vědeckými pracovníky v oblasti matematiky, přírodovědných a technických předmětů (STEM - science, technology, engineering and maths).

Portál SCIENTIX je iniciován Evropskou Komisí a administruje ho sdružení European Schoolnet, síť sdružující ministerstva školství nebo národní agentury. První fáze projektu SCIENITX proběhla mezi lety 2009 - 2012, kdy byl vytvořen online portál, na kterém byly shromážděny zdroje a výsledky z mnoha evropských projektů v oblasti STEM.

Druhá fáze projektu Scientix pokračuje mezi lety 2013 – 2015 a cílem je propagace portálu v jednotlivých zemích Evropy i mimo ni. Cílem akcí je propagovat inovativní a badatelsky zaměřenou výuku STEM.

Portál je určený učitelům, vědeckým pracovníkům, politikům, státním úředníkům, rodičům nebo komukoli se zájmem o zlepšení výuky matematiky a přírodovědných předmětů.

Scientix nabízí mnoho zajímavých digitálních učebních materiálů, informace o zajímavých akcích, možnost zapojení do online vzdělávání – webináře a diskusní fóra, galerii inovativních projektů v oblasti STEM.

Projekty, které je možné najít na webovém portálu Scientix:

- Spice
- iTEC
- inGenious
- Creative Classrooms Lab
- Living Schools Lab
- …

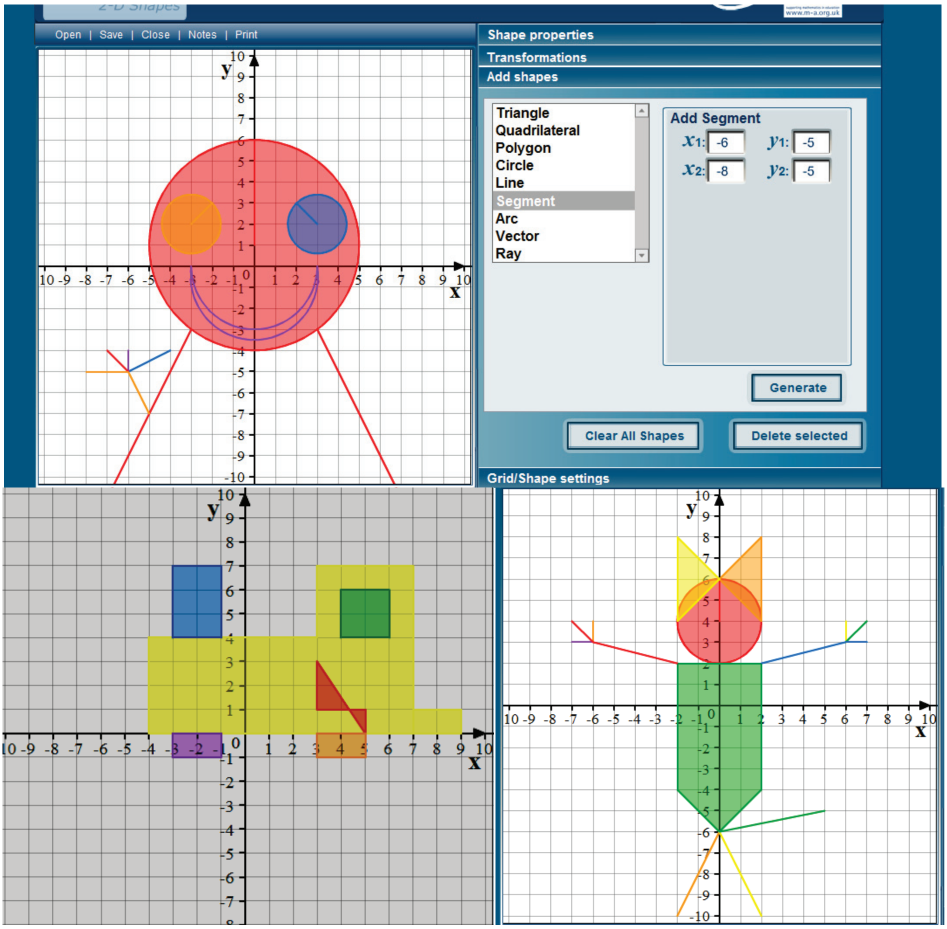
2. Jeden z projektů - inGenious

Cílem projektu je popularizace matematiky a přírodních věd a jejich propojení s průmyslem. Do projektu je zapojeno 16 zemí. V každé zemi najdeme 10 pilotních škol, které mají za úkol testovat výukové moduly, jenž vytváří zástupci průmyslového sektoru (např. Intel, Volvo, Microsoft, Philips, …). Výukové moduly jsou založeny na propojení teorie a praxe tak, aby žáci měli možnost si uvědomit využitelnost znalostí ze základních i středních škol přímo v praxi.

Webový portál inGenious http://ingenious-science.eu

Český blog projektu http://www.etwinning.cz/ingenious/

Projekt inGenious nabízí řadu výukových modulů, které je možné využít napříč Evropou. Výukové moduly jsou v anglickém jazyce. Jedním z příkladů je modul **Mathematical Tools**. První aktivitou je možnost procvičit si sestrojení bodů v pravoúhlé soustavě souřadnic v části „Coordinates and Graphing“. Žáci okamžitě mají možnost kontroly souřadnic. Další aktivitou může být například vytvoření obrázku zadáním různých souřadnic obrazců v části programu 2-D Shapes (viz obr.1). Ze zkušeností víme, že tato aktivita zaujala žáky prvního a druhého stupně, ale také studenty ze střední školy. Názvy rovinných útvarů jsou v anglickém jazyce. Přestože žáci nedokáží názvy přeložit, okamžitým zadáním libovolných souřadnic během chvíle zjistí, co je co. Další možností je procvičit si grafy lineárních a nelineárních funkcí, případně posunutí grafu funkce po ose x i po ose y nebo také hledání grafů funkcí v běžném životě, např. ve sportu.



Obr.1 Práce žáků 2. stupně

Literatura

1. *About the project* [online]. Scientix, ©2014. [vid. 2014-03-23]. Dostupné z: http://www.dzs.cz/cz/eun/scientix/
2. *About the project* [online]. inGenious, ©2014. [vid. 2014-03-23]. Dostupné z: http://www.dzs.cz/cz/eun/ingenious/

Kontaktní adresa

Mgr. Martina Kupilíková
ZŠ a MŠ Město Touškov
Čemínská 296, Město Touškov, 330 33
Telefon: +420 723 717 315
E-mail: martinakupilikova@seznam.cz

DIVERGENTNÍ MATEMATICKÁ ÚLOHA

Dagmar MALINOVÁ

Abstrakt

Učební úlohy jsou významným výukovým prostředkem. Lze na ně pohlížet dle různých kritérií, např., zda se při jejich řešení uplatňuje sbíhavé (konvergentní) nebo rozbíhavé (divergentní) myšlení, případně, jakou entropii má úloha pro žáka. Domníváme se, že divergentní úlohy skýtají řadu možností pro rozvoj žáků s různou úrovní matematických schopností, což v textu dokládáme příklady z výzkumu.

Klíčová slova: matematika, divergentní úloha, entropie, primární vzdělávání

DIVERGENT MATHEMATICAL TASK

Abstract

Tasks are an important learning tool. It can be seen according to various criteria, such as whether solving them apply convergent or divergent thinking, or what the role of entropy for the pupil. We think that divergent tasks offer a number of options for the development of pupils with different levels of mathematical ability, as illustrated in text by the examples from our research.

Key words: mathematics, divergent task, entropy rate, primary education

1. Entropie a didakticky účelně formulovaná otázka

Mezi obecné požadavky na efektivní výuku patří *zásada uvědomělosti a aktivity*. Vztahuje se k poznávací činnosti žáka a vytyčuje požadavek na žákovo pochopení a osvojení poznatků a jeho aktivní účasti v procesu učení. K tomu je třeba zformulovat didakticky účelný systém, otázek, cvičení a úloh (Květoň, 1986). Vhodná, didakticky účelná formulace otázky (úlohy) souvisí s optimálním množstvím *entropie*. Pojem entropie, který je znám především z fyziky, vyjadřuje *míru neurčitosti systému*. Pokud otázka obsahuje příliš velkou entropii, nevyvolává aktivní myšlenkovou činnost, žák je bezradný, protože není schopen dát velké množství informace (nalézt odpověď); otázka s malou entropií nevede k aktivní myšlenkové činnosti, protože žák zná odpověď okamžitě.

V primárním matematickém vzdělávání pracoval s entropií Melichar (2010) v souvislosti s mechanizmem pochopení učiva. Vychází z předpokladu: Jestliže žák pochopil dané učivo, pak umí odpovědět na určité otázky a řešit určité úlohy. Při zjišťování, zda si žák pouze mechanicky osvojil fakta či jeho znalosti vyplývají z pochopení, je třeba použít vhodné úlohy. Za didakticky účelně formulovanou úlohu považuje Melichar (2010) takovou úlohu, která vyžaduje aktivní myšlenkovou činnost žáka a nepřipouští odpověď převzatou z učebnice či záznamu v sešitě.

Entropie úlohy souvisí s divergentním či konvergentním charakterem úlohy a také s obtížností pro žáka. Jako divergentní úlohu chápeme úlohu, k jejímuž správnému řešení vede více cest, případně má úloha více řešení, a při řešení se zásadním způsobem uplatňuje divergentní myšlení. Divergentní myšlení nevede k jedné správné odpovědi, ale vyžaduje vygenerovat co nejvíce návrhů, alternativ či možných řešení; v konečném důsledku může vést po zhodnocení k jednomu řešení (Zelina, Zelinová, 1990). Jsme si vědomi toho, že při řešení matematické úlohy se v různých fázích může uplatňovat divergentní i konvergentní myšlení.

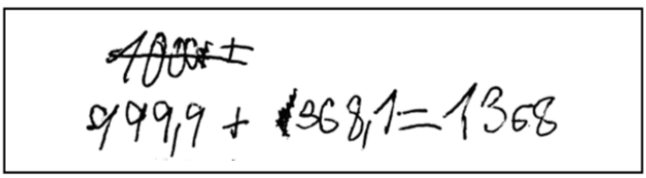
Početní úloha *Vypočítej 4 + 6 = ...* má pro žáka prvního stupně základní školy malou entropii, žák zná ihned odpověď, která obsahuje jedno řešení. Zatímco úloha *Doplň čísla: □ + □ = 10, najdi alespoň 5 řešení*, má míru neurčitosti mnohem vyšší, má divergentní charakter. Nejprve žáci řeší úlohu v oboru přirozených čísel, kde je počet řešení konečný, případně uvažují také nulu. Obvykle se ve třídě i na prvním stupni základní školy najde žák, který navrhne rozšířit obor o desetinná čísla nebo dokonce o čísla záporná, a pak má úloha nekonečně mnoho řešení.

2. Ukázka divergentní úlohy

V rámci výzkumu, který se týkal zkoumání vlastností matematických úloh vhodných pro žáka s matematickým nadáním na prvním stupni, jsme žákům pátého ročníku předložili k samostatnému řešení mj. tuto úlohu: *Najdi dvě čísla, jejichž součet je 1 368. Podmínkou je, aby jedno z čísel mělo alespoň tři stejné číslice.* Úloha má divergentní charakter. V oboru přirozených čísel má 46 řešení (výsledků), např. v oboru desetinných čísel nekonečně mnoho řešení. Divergentní charakter má i proces řešení úlohy. Žádný z žáků nezapsal více než jedno řešení, i když o jejich existenci někteří věděli a před testem byli vyzváni, aby je uvedli v případě, kdy úloha má více řešení.

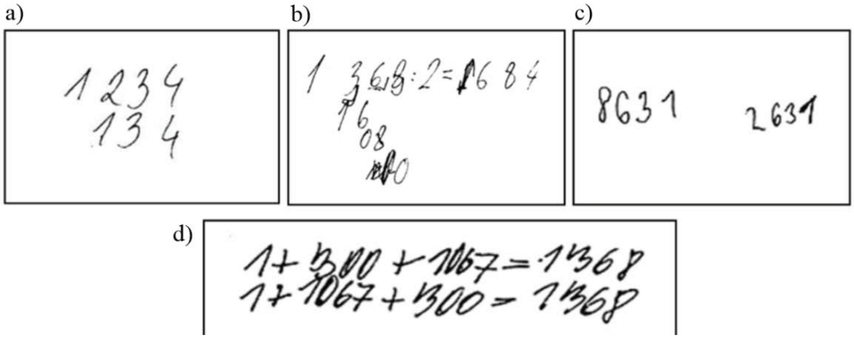
Žáci s nadprůměrnými matematickými schopnostmi (měřeny standardizovaným testem kognitivních schopností) našli řešení, písemně však uvedli pouze jedno. Uvádíme na obrázku 1 záznam řešení žáka s nadprůměrnými matematickými schopnostmi. Lze usoudit, že žák jako první nalezl elegantní jednoduché řešení – čísla 1000 a 368. Záznam však nedopsal, škrtnul. Řešení se mu zdálo příliš jednoduché. Zapsal pak řešení mnohem více originální. Využil desetinná čísla, číslo 999,9 splňuje podmínku alespoň tří stejných číslic, a navíc, další dvě čísla v zápisu rovnosti jsou matematicky „hezká“, obsahují stejné číslice 1, 3, 6, 8.

Obrázek 1: Řešení úlohy žáka s nadprůměrnými matematickými schopnostmi



Pro žáky s podprůměrnými a průměrnými matematickými schopnostmi skrývala úloha řadu obtíží. Pro některé žáky měla úloha velkou entropii již na začátku zadání, hlasitě ji komentovali např. slovy „Kde je mám hledat?“ (dvě čísla), napětí, bezradnost či nesouhlas se zadání jsou je zřejmé i z grafických záznamů – podtržení či vykřičníky a vzkazy, že úloha „nedává smysl“. Ti, kteří se pokusili úlohu řešit, obvykle nedodrželi všechny podmínky obsažené v úloze, což je patrné z ukázek na obrázku 2.

Obrázek 2: Ukázky chybných řešení úlohy



Z kompletních záznamů žákovských řešení testu usuzujeme, že žáci ze zkoumaného souboru pokud si nevědí rady, velmi málo experimentují, zřídka zkoušejí různé možnosti řešení a také neprovádějí zkoušku do zadání. Ze záznamů úloh celých testů vyplývá, že řada žáků má potíže se čtením s porozuměním byť krátké úlohy a úlohy řeší „strategií žonglování s čísly“ - kdy dvě čísla ze zadání mechanicky buď vynásobí, anebo sečtou, případně odečtou nebo vydělí. Ve výše uvedené úloze tuto „strategii“ použili žáci, kteří řešili úlohu obdobně, jako je zaznamenáno na obrázku 2b).

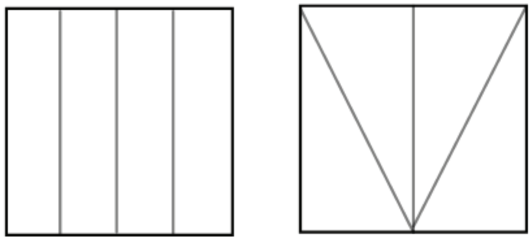
Domníváme se, že žákům z výzkumného souboru učitelé běžně nepředkládali divergentní matematické úlohy a nepožadovali hledání více řešení. Případně snižovali míru neurčitosti úlohy pro žáka fragmentací řešení úlohy a instrukcemi pro dílčí kroky.

3. Potenciál divergentních úloh při hromadné výuce

V rámci didaktického testu jsme žákům předložili tuto divergentní úlohu: *Rozděl čtverec na 4 shodné části. (Shodné části mají stejný tvar a velikost.)* Součástí zadání bylo i několik předkreslených čtverců. Žáci nalezli dvě zřejmá řešení: čtverec rozdělený úhlopříčkami a čtverec rozdělený středními příčkami. Jiná řešení uvedli žáci jen výjimečně.

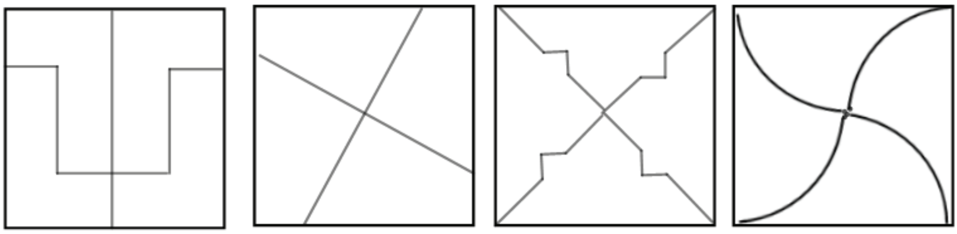
Řešení této úlohy jsme opakovaně vyzkoušeli při hromadné výuce (nejen ve třídách na 1. stupni, ale i např. ve studijních skupinách studentů učitelství pro 1. stupeň) a mělo zcela jiný průběh než při ryze samostatné práci. Střídala se samostatná práce žáků v lavicích a společné řešení na tabuli. Poté, co žáci nalezli rychle první dvě řešení, byl dán dostatečně dlouhý čas na hledání dalších řešení. Řada žáků již v této fázi nenalezla další řešení. V dalším kroku některý z žáků, zakreslil své další nalezené řešení. Obvykle to bylo některé ze zachycených na obrázku 3. Tento krok aktivizoval ostatní žáky ve třídě, tím spíš, pokud řešení nalezl žák, který obvykle ve vyučování matematice není úspěšný.

Obrázek 3



Postupně nalézali žáci další řešení (Obrázek 4). Pokládáme za důležité, ponechat vždy dostatek času na samostatné objevování a hledání nových řešení. Pokud žáci nenalézají řešení ihned, učitel by se neměl snažit proces řešení úlohy urychlit a předčasně do jejich samostatné práce vstupovat. Vhodným moderováním průběhu lze docílit toho, že i slabší žáci naleznou svá vlastní originální rozdělení čtverce. V jednotlivých fázích řešení lze na tabuli zaznamenat vybrané další žákovské řešení, případně pomoci žákům otázkami *Mají řešení na tabuli něco společného? Jakými čarami jsme čtverec rozdělili?*, apod.

Obrázek 4



4. Závěr

Rozvoj divergentního myšlení by měl být přirozenou součástí matematického vzdělávání i na prvním stupni základní školy. V tradičních učebnicích převládají konvergentní úlohy, je jich 90-95 %, naproti tomu v praktickém životě je mnoho úkolů (od vytváření vztahů, oblékání, řešení pracovních úkolů, aj.) které mají divergentní charakter (Zelina, Zelinová, 1990). Učitelé by měli do výuky matematiky záměrně zařazovat více divergentních úloh a dát žákům prostor pro uplatnění tvořivosti.

Příspěvek byl zpracován s podporou projektu OP VK CZ.1.07/2.3.00/45.0034 Partnerstvím ke zkvalitnění přípravy lidských zdrojů pro přírodovědné a technické vzdělávání.

Literatura

1. KVĚTOŇ, Pavel. *Kapitoly z didaktiky matematiky II.* Ostrava: Pedagogická fakulta v Ostravě, 1986.
2. MELICHAR, J. *Didaktické zásady ve vyučování matematice na 1. stupni základní školy.* 2010. Dostupné na World Wide Web: < http://www.pf.ujep.cz/files/KMA _poznamkydidamat03.pdf>.
3. ZELINA, Miron a Milota ZELINOVÁ. *Rozvoj tvorivosti detí a mládeže*. Vyd. 1. Bratislava: Slovenské pedagogické nakladatel'stvo, 1990, 130 s. ISBN 80-080-0442-8.

Kontaktní adresa

Mgr. Dagmar Malinová
Katedra matematiky a ICT, Pedagogická fakulta UJEP
Pasteurova 1, Ústí nad Labem
Telefon: +420 475 282 290
E-mail: dagmar.malinova@ujep.cz

ACTA UNIVERSITATIS PALACKIANAE OLOMUCENSIS
FACULTAS PAEDAGOGICA 2014 MATHEMATICA IX

LOWER SECONDARY STUDENTS' PERCEPTION OF WEB-BASED HOMEWORK IN MATHEMATICS LESSONS

Zuzana MEZULIÁNIKOVÁ

Abstract

This study investigates students' perception of web-based homework and motivation to do homework using interactive online software. The paper describes how web-based homework can be used in teaching mathematics in order to enhance students' motivation and change students' perception towards homework. A survey was administered to 22 seventh graders studying at private English- Slovak bilingual lower secondary school and solving web-based homework in mathematics. The result suggests that students are motivated to complete their homework assignments using online software and their perception of web-based homework is positive. Based on popularity among the students, this kind of homework seems to be a very appropriate and important component of mathematics education.

Key words: homework, web-based homework, pen-and-paper homework, perception

1. Introduction

New communication and information technologies support heuristic teaching technologies, encourage students to obtain knowledge, develop problem-solving skills and students' self- involvement in the learning process. Interactive activities allow to visualise mathematical ideas. This fosters the basic understanding of key concepts and supports students' learning achievements. One of the possibilities of how to use information technology in teaching mathematics at the primary school is to implement web-based homework. This provides many more learning options, instant feedback for students and easier assessment.

2. Background

A survey of literature on the use of online homework systems has shown a variety of outcomes in different subjects at the high school level. The usual reason for researchers to conduct studies was to determine the effect of web based homework systems on students' learning. Most of them (Bonham, Beichner and Deardorff, 2001; Axtell and Curran, 2011; Hirsch and Weibel, 2003). Hauk, Powers, Safer and Segalla (2005) focused on the comparison of web-based homework with traditional pen-and-paper homework to determine the effect of online homework on students' performance. These authors got results using regression analysis and t- tests they conducted on the scores of students' exams, quizzes and homework. The comparison showed no significant differences in the students' performance while using the above mentioned methods. Only some number of studies deals with the effect of online homework on the students' attitude towards Mathematics (Demirci, 2007; Hauk and Segalla, 2005). There is a shortage of studies targeting the primary level- this is why I decided to focus on age group specifically.

3. Purpose of study

Primary school math lessons have worked in much the same way for ages. Students get some homework problems from a text book or a practice workbook to be solved at home. Students work out these problems on paper and bring them back to the teacher next day. From my own teaching experience, the teacher ask who solved homework problems, if there are some issues with the understanding or solving problems etc...Only approximately one third of the students asked admit they tried to do homework. The rest of the students copy their homework very quickly from their classmates straight before the lesson starts. Students lack motivation. In the ideal case, students will submit paper homework in one class and receive it back evaluated and commented from the teacher in the next class. A teacher can use the student feedback in the form of solved homework to prepare the next in-class session closer to the students' actual needs.

I am convinced that the effectiveness of any homework, no matter what medium it is being delivered through, is entirely dependent on the amount of effort and motivation the students put into completing their homework. At the beginning of the school year 2011- 2012 I opted to implement an online homework program for 7th grade students covering certain homework assignments rather than the traditional pen-and-paper method. I have decided to use the web-based homework system to increase their motivation to do homework assignments and keep homework as an important part of education. The reasons for this implementation were following:

- Students have to be convinced of the usefulness of homework.
- Homework tasks must be interesting and challenging.
- Homework should create an environment where students can work alone; use their own learning style and learning strategies.
- Each solved assignment should be checked by the system or the teacher in order to provide immediate feedback.
- Eliminate cheating among students.
- Students' assignments should be completed anytime and everywhere across the internet.

To achieve the above mentioned goals, I employed the online web-based homework system called *"MyMaths"* in my Math lessons (see Fig. 1).

Fig.1 MyMaths- screen after student's login into the system

The student interacts with the system via a standard web browser. Students only need their school login, ID number and the password to log into the system. After the homework is activated and completed, students can submit their solution, which is most often a numerical value or one option from the multiple choice list. Some word problems require a short answer, entering one word or an algebraic answer at the end. Other math problems require only a numerical answer. As an example, I add one online homework assignment solved by a student (see Fig. 2,Fig. 3).

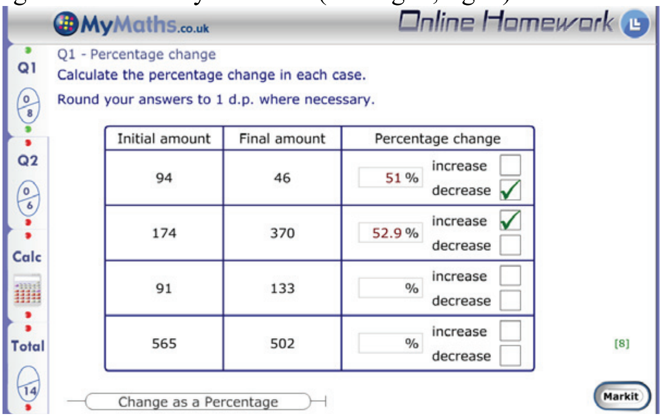


Fig.2 Student's solution of web-based homework

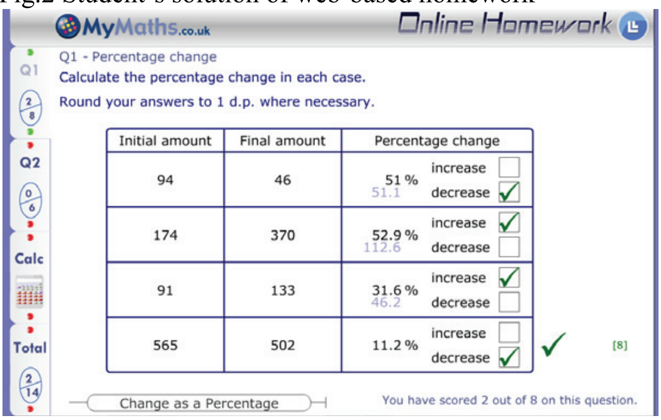


Fig.3 Student's solution checked by the system

In this software, none of the types of questions that promote deep learning are available. The system consists of standard text book questions which are created in the student friendly environment. This environment is able to change the students' attitude toward homework problems, forces students to look at these problems and solve them. Challenging, real word problems are engaging. On the other hand these questions can be frightening for many students.

4. Methodology

A survey was administered to 22 students to explore their perception of online math homework. A questionnaire was delivered to 11 girls and 11 boys, attending grade 7. These students are studying at a private primary school in Bratislava. Students have scheduled 4 Math lessons per week. Three lessons are taught in English. One lesson is taught in Slovak. They use a math text book published by Harcourt school publisher, suitable for grade 7. Although the teacher teaching in this class is Slovak, he uses English for communication with students. The teacher is following the standard Slovak curriculum for teaching mathematics in grade 7. After 5 months of practising online homework using the *MyMaths* homework system, the questionnaire with 17 items in the form of a Likert scale was used, to determine 7th grade students' perception of web based homework. The scoring options were 1-strongly agree,2-agree,3-neutral,4-disagree,5-strongly disagree. The first five questions were most pertinence to the research. The questionnaire as a whole seems to be mapping more than one variable, which has affected its internal consistency. In order to understand whether the first five questions all reliable measure the same variable (attitude) a Cronbach's alpha (.77) was run on a sample of 22 7th graders.

WEB-BASED HOMEWOK SURVEY

You worked on some math online homework problems this term. This questionnaire attempts to evaluate your experience when on working these problems. For the questions below, select one of five alternatives based on the following scale:

1-Strongly agree 2-Agree 3-Neutral 4- Disagree 5-Strongly disagree

						mean
1. If WBH is given, I regularly work on it.	1	2	3	4	5	2.25
2. I was motivated to complete more homework when using the WBH method than the pen - and- paper method.	1	2	3	4	5	1.50
3. I did my WBH more often than regular homework.	1	2	3	4	5	1.64
4. I'm more comfortable with working on online problems than on problems on paper.	1	2	3	4	5	1.36
5. I want to continue taking WBH in Math lessons.	1	2	3	4	5	1.63
6. Doing WBH help me to understand math concepts better	1	2	3	4	5	2.19
7. I did not know how to solve WBH because I did not try hard in class.	1	2	3	4	5	2.69
8. If I try hard enough in class I will understand the WBH problem.	1	2	3	4	5	2.37
9. Doing WBH takes more time than pen - and- paper homework.	1	2	3	4	5	3.25
10. I did my WBH right after the lesson finished.	1	2	3	4	5	2.56
11. My teacher was helpful when I needed help with.	1	2	3	4	5	3.94
12. I worked on my WBH problems by myself.	1	2	3	4	5	1.63
13. I seek external help using information on the internet.	1	2	3	4	5	3.13
14. I seek external help using an online key to the problem I am supposed to solve.	1	2	3	4	5	4.38
15. I seek external help using printed materials (books, workbooks...).	1	2	3	4	5	4.69
16. The WBH system was easy to access at school	1	2	3	4	5	1.50
17. The WBH system was easy to access out of school	1	2	3	4	5	1.67
Please write any other comments regarding your experience with WBH.						

Table 1. Web-based homework questionnaire

Students' perception ranged from 1.36 (indicating agreement) for the item "I'm more comfortable with working on online problems than on problems on paper" to 4.69 (indicating disagreement) for the item "I seek external help using printed materials (books, workbooks...)". Of the seventeen statements, 12 (70.6%) had means between 1.36 and 2.69, five (29.4%) had means between 3.13 and 4.69. Each item's average is presented in Table 1.

5. Conclusion

The paper presented was aimed to show how homework can be an unexpected enjoyment and a surprisingly enjoyable discovery. I performed a research survey which deals with the issue of whether students are interested in doing web-based homework and prefer web-based homework more than traditional pen-and-paper homework. Overall, the survey showed that the students' perception of online homework was positive. 92.3% agreed that they feel more comfortable with working on online problems than on problems on paper, additionally 81.8 % agreed that they did their online homework more often than the regular Math homework. For the future it would be interesting to elaborate on this research by for instance investigating the question if the implementation of newest technologies really improves students' attitudes toward homework in the long term or only support the non-effective use of internet during breaks and home preparation.

Selected bibliography and source used

1. Axtell, M. & Curran, E. The effects of online homework in a university finite mathematics course. *Proceedings of the 14th Annual Conference on Research in Undergraduate Mathematics Education.*2001, Vol.1, pp.16-18.
2. Bonham, S., Deardorff, D., & Beichner, R. Comparison of student performance using web and paper- based homework in college- level physics. *Journal of research in science teaching.* 2003, Vol.40, pp.1050-1071.
3. Demirci, N. University students' perceptions of web-based vs. paper-based homework in a general physics course*. Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 2007, Vol.3(1), pp.29-34.
4. Hauk, S. & Segalla, A. Student perceptions of the web-based homework program WeBWorK in moderate enrollment college algebra classes. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*.2005, Vol. 24(3),pp. 229-253.
5. Hirsch, L., Weibel, C.: Statistical evidence that web-based homework helps. *MAA FOCUS*. 2003,Vol.23.
6. Oxford University Press, 2012. Mymaths.co.uk Bringing maths alive, [online] Available at <http://mymaths.co.uk> [accessed on 15.9.2013].

Contact address

Zuzana Mezuliániková
Department of Mathematics
Faculty of Natural Sciences
Constantine the Philosopher University
Trieda A. Hliniku 1, SK – 949 74 Nitra
E-mail: zuzana.mezulianikova@netcorp.sk

ZADANIA TEKSTOWE W EDUKACJI WCZESNOSZKOLNEJ – RODZAJE, FUNKCJE I SPOSOBY ROZWIĄZYWANIA

Małgorzata MYSZKA

Abstrakt

Artykuł porusza zagadnienia związane z zadaniami tekstowymi jakie występują na pierwszym etapie edukacyjnym. Przedstawia rodzaje zadań tekstowych oraz sposoby ich rozwiązywania. Podkreśla funkcję zadań tekstowych w klasach 1-3. Zadania tekstowe są wykorzystywane przez nauczycieli w celu wprowadzenia nowego materiału, utrwalenia lub pogłębienia wiedzy i umiejętności. Bardzo ważna zatem jest postawa nauczyciela, który rozbudzi w dzieciach chęć bawienia się matematyką.

Key words: zadania tekstowe, metody, dzieci, nauczyciel

TASKS TEXT IN EARLY CHILDHOOD EDUCATION - TYPES, FUNCTIONS AND WAYS OF SOLVING

Abstract

The article discusses issues related to the tasks of text that occur in the first stage of education. Shows the types of word problems and ways of solving them. Highlights the function of word problems in classes 1-3. Text Tasks are used by teachers to introduce new materials, fixation or deepen their knowledge and skills. Therefore, very important is the attitude of the teacher who awaken in children the desire to play with mathematics.

Key words: tasks text, methods, children, teacher

„Zadanie matematyczne może być taką rozrywką jak krzyżówka
i może tak smakować jak ciastko z malinami."

George Polya

Ogólnym celem edukacji matematycznej na pierwszym etapie kształcenia jest wspomaganie rozwoju umysłowego oraz kształtowanie wiadomości i umiejętności matematycznych dzieci. Rozwiązywanie zadań tekstowych pełni wiele złożonych funkcji, które przyczyniają się do kształtowania wielostronności myślenia uczniów. Zadania tekstowe towarzyszą dzieciomom od przedszkola po dalsze szczeble edukacji. Według Zofii Cackowskiej zadanie tekstowe jest to zagadnienie życiowe, które zawiera powiązane ze sobą dane liczbowe, których wykrycie prowadzi do znalezienia odpowiedzi na główne pytanie. Zdaniem Małgorzaty Skury zadanie tekstowe jest historyjką związaną z dziecięcymi doświadczeniami zakończoną pytaniem, na które trzeba udzielić odpowiedzi. Aby tego dokonać należy przeanalizować dane i niewiadome oraz zależności pomiędzy nimi. Zadanie tekstowe zbudowane jest z dwóch warstw: semantycznej zwanej werbalną oraz matematycznej. Warstwa semantyczna zawiera treść, która może dotyczyć sytuacji, problemów otaczającego świata lub świata matematyki. Warstawa matematyczna zawiera dane zapisane liczbami lub słowami za pomocą terminów matematycznych lub paramatematycznych takich jak: większy – mniejszy, dłuższy – krótszy itp.[1]

Zastanawiając się nad funkcją jaką pełnią zadania tekstowe w klasach 1 – 3 warto przytoczyć wypowiedzi autorytetów w dziedzinie matematyki. Gustaw Terliński uważa, że „rozwiązujemy zadania, bo stanowią one treść i sens matematyki". Zbigniew Semadeni twierdził, że zadania tekstowe w edukacji wczesnoszkolnej są punktem wyjścia do wprowadzania nowych pojęć oraz do ich utrwalania i lepszego rozumienia przez dzieci. Zofia Krygowska uważa, iż zadania tekstowe są okazją do ćwiczenia technik matematycznych oraz kształcenia umiejętności radzenia sobie z problemami życiowymi o podłożu matematycznym. Wanda Hemmerling wymieniała następujące funkcje zadań tekstowych:

- wprowadzają i utrwalają wiadomości i umiejętności praktyczne,
- rozwijają logiczne i twórcze myślenie,
- umożliwiają twórcze działanie przy wykonywaniu operacji matematycznych,
- kształcą u ucznia takie cechy jak: dociekliwość, wytrwałość, koncentracja uwagi,
- są okazją do opanowania różnych sposobów działań umysłowych uczniów,
- wyposażają uczniów w zasób informacji matematycznych potrzebnych do rozwiązywania różnych życiowych problemów wymagających operacji matematycznych.[2]

Małgorzata Skura opisując funkcje zadań tekstowych wymieniła także wspieranie rozwoju dziecka. Uczeń, któremu uda się pokonać trudności związane z rozwiązaniem zadania matematycznego ma dobrą motywację do dalszego działania, a jego samoocena wzrasta.[3] Maria Cackowska uważa, że wszystkie powyższe funkcje zadań „tworzą trwałe podstawy dla późniejszych abstrakcji i działań symbolicznych, niezbędnych w dalszym kształceniu matematycznym'.[4]

W literaturze przedmiotu istnieje wiele podziałów zadań tekstowych. Jerzy Nowik proponuje klasyfikację według Bolesława Gleichgewichta, który dokonuje podziału na zadania standardowe oraz zadania niestandardowe:

zadania standardowe:

- proste (addytywne, multiplikatywne)
- złożone (łańcuchowo, niełańcuchowo)

zadania niestandardowe:

- z nadmiarem danych (dane bez związku z rozwiązaniem, dane dublujące się)
- za mało danych (zadania, których nie można rozwiązać, wieloznaczne rozwiązania)

[1] J. Nowik, Kształcenie matematyczne w edukacji wczesnoszkolnej, Nowik, Opole 2011, s. 121.

[2] W. Hemmerling, Kierowanie rozwiązywaniem zadań matematycznych w klasach początkowych, Instytut Kształcenia Nauczycieli i Badań Oświatowych, Koszalin 1977, s. 21.

[3] M. Skura, Dziecięce strategie rozwiązywania zadań matematycznych w przedszkolu i w pierwszych latach nauczania szkolnego. Poradnik metodyczny, Nowa Era, Warszawa 2008, s. 16.

[4] M. Cackowska, Rozwiązywanie zadań tekstowych w klasach I – III. Poradnik metodyczny, Warszawa: Wyd. WSiP, 1990, s. 9.

- sprzeczne (dane sprzeczne z treścią zadania bądź pytaniem, dane sprzeczne algebraicznie)
- zła treść (pytania bez związku z danymi, bezsensowne życiowo, warunki nie dość precyzyjne, bez matematyzacji arytmetycznej)

Kolejnego podziału można dokonać ze względu na złożoność konstrukcyjną:

- zadania proste (model matematyczny zawiera tylko jedno działanie arytmetyczne, które prowadzi do roziązania)
- zadania złożone łańcuchowo (rozkłada się na ciąg prostych zadań, których rozwiązanie staje się daną do następnego zadania w łańcuchu)
- właściwe zadnia złożone (model matematyczny nie prowadzi bezpośrednio do rozwiązania, wymaga określenia zależności pomiędzy danymi, a więc dodatkowej interpretacji)

Podział zadań ze względu na formę zadania:

- statyczne (opisują sytuację nieruchomą)
- dynamiczne (opisują akcję dynamiczną)

Zadania tekstowe można rozwiązywać wykorzystując różne metody. W edukacji elementarnej najczęściej stosuje się trzy metody.

- metodę analityczną (redukcyjną)
- metodę syntetyczną (dedukcyjna)
- metodę analityczno – syntetyczną
- metodę czynnościową

Metoda analityczna zwana redukcyjną polega na znalezieniu niewiadomej, a następnie cofnięciu się do treści zadania by stwierdzić czy dane pozwalają na rozwiązanie zadania. Po opisaniu dostrzeżonych zależności w postaci formuły matematycznej dokonuje się obliczenia. **Metoda syntetyczna** zwana dedukcyjną polega na wyodrębnieniu danych z zadania by w drodze wnioskowania dojść do rozwiązania.

Metoda analityczno – syntetyczna polega na przechodzeniu od analizy do syntezy i od syntezy do analizy. Metoda ta wykorzystywana jest przy zadaniach o wysokim stopniu złożoności[5]. Maria Cackowska przy rozwiązywaniu zadań tekstowych zalecała **metodę czynnościową,** która polega na przedmiotowym lub obrazkowym konstruowaniu sytuacji z zadania. Czynność ta umożliwia dziecku wykonanie realnych lub umownych czynności badawczych. W metodzie czynnościowej możemy posłużyć się róznego rodzaju przedmiotami tj. żetony, kasztany, guziki itp. Symulując sytuację z zadania moża wykorzystać do tego grupą dzieci lub przedstawić ją w sposób graficzny za pomocą osi liczbowej, diagramu Venna lub grafu.[6] Ewa Jagiełło uważa, że „manipulacja określonymi rekwizytami ułatwia rozwiązywanie zadań, gdyż dziecko może doświadczyć i przeżyć. W trakcie wykonywania tych czynności „mały człowiek" obserwuje zmiany, widzi ich sens oraz efekt końcowy, bądź może go przewidzieć".[7]

Heurystyczną metodę rozwiązywania zadań tekstowych stanowi **metoda „kruszenia".** Polega ona na modyfikowaniu, zwiększaniu, zmiejszaniu liczby danych lub ich wartości, zastępowaniu jednych danych innymi lub ich odrzuceniu. Rozwiązując zadanie metodą „kruszenia" możemy je przekształcić np. wprowadzić nowe związki i zależności, uszegółowić i uogólnić zadanie lub je odwrócić. Proces ten zawsze

[5] J. Nowik, dz. cyt. s. 128 – 133.
[6] M. Skura, dz. cyt. s. 23.
[7] E. Jagiełło, Teoria i praktyka w nauczaniu matematyki w: „Rozprawy Społeczne" 2011, Tom V, Nr 1, s. 115.

rozpoczyna się od zadania bazowego, czyli takiego które nie zawiera pytania, jest najczęściej złożone, niestandardowe i otwarte.[8]

Metodę kruszenia można stosować w różnych wersjach. Dwie pierwsze wersje wykorzystuje się w klasach 1-3, pozostałe należy stosować według potrzeb i możliwości dzieci. Wersja pierwsza polega na układaniu wszelkich możliwych pytań, a następnie działań do zadania bazowego. Druga wersja jest odrwrotnością pierwszej i polega na układaniu działań na liczbach występujących w zadaniu, a następnie pytań. Trzecia wersja polega na obmyślaniu zadań szczegółowych do zadania bazowego i przedstawianiu ich w formie zakodowanej np. na osi liczbowej, na drzewku, na grafie a następnie próby określenia ilustracji. Czwarta wersja polega na zabawie, w której można zmieniać dane i układać nowe zadanie. Zmiany wprowadza się po uprzednim pytaniu: Co by było gdyby...? Wersja piąta polega na układaniu wszelkich możliwych pytań do zadania bazowego, ale z prawem do dokładania danych lub zmieniania ich.[9]

Jednym z zadań nauczyciela edukacji wczesnoszkolnej jest pobudzanie dzieci do aktywności matematycznej. Jerzy Nowik aktywność matematyczną rozumie jako samodzielne, chętne i samorzutne podejmowanie próby rozwiązywania problemów matematycznych oraz wykorzystywania matematyki do pokonywania problemów pozamatematycznych.[10] Profesor Maria Podhajecka zwraca uwagę, na postawę nauczyciela w procesie edukacji. Jej zdaniem nauczyciel powinien pracować wszystkimi możliwymi metodami i środkami, które mają na celu rozwój kompetencji dziecka.[11]Rozwiązywanie zadań tekstowych sprawia dzieciom wiele trudności dlatego należy umiejętnie pokierować ich rozwojem. Nauczyciel powinien uczyć swoich uczniów w jaki sposób zdobyć się na wysiłek i pokonać trudności związane z rozwiązaniem zadania. Małgorzata Skura udziela kilku rad nauczycielom edukacji wczesnoszkolnej przydatnych w pracy z zadaniem tekstowym. Zwraca uwagę na to, aby słuchać pomysłów dzieci i nie krytykować ich. Proponuje aby treść zadania opowiadać tak, jak opowiada się historyjkę. Ważne jest aby wszystkie zwroty w treści były przez dziecko zrozumiane. Nie bez znaczenia jest mowa ciała nauczyciela. Za jej pomocą można niejako namalować sytuację z zadania. Autorka zachęca do przedstawiania zależności z zadania za pomocą manipulacji oraz rysunku wykonanego przez dziecko samodzielnie. Małgorzata Skura uważa, że w rozwiązywaniu zadań tekstowych nie jest najważniejszy zapis na kartce ale sama droga rozwiązywania.[12]

Rola nauczyciela w zdobywaniu doświadczeń matematycznych jest bardzo istotna. Agata Fijałkowska uważa, że „zawód nauczyciela to praca, w którą wpisane jest zaangażowanie w życie wychowanków.“[13]Musi on tak zorganizować proces edukacyjny aby proponowane przez niego zadania były rozwiązywane przez każdego ucznia na dostępnym mu poziomie. Właściwe pokierowanie rozwojem dzieci zaowocuje tym, że chętnie będą sięgały po kolejne zadania

[8] J. Hanisz, Układanie i rozwiązywanie zadań tekstowych metodą „kruszenia”, w: „ Życie Szkoły” 1990, nr 8, s. 387.
[9] J. Nowik, dz. cyt. s. 133 – 137.
[10] dz. cyt. s. 34.
[11] M. Podhajecka, Proces edukacyjny i gra, w: Pedagogica. At Utilitatem Disciolinae, nr 7/2011, Wyd. UP – H Siedlce, s. 104.
[12] M. Skura, dz. cyt. s. 68-69.
[13] A. Fijałkowska, Stres w zawodzie nauczyciela, w: Kompetencje współczesnego nauczyciela, pod. red. A. Klim – Klimaszewska, M. Wiśniewska, UP – H Siedlce, s. 180.

*Artykuł ten jest skrótem informacji na temat zadań tekstowych w edukacji wczesnoszkolnej. Na uwagę zasługuje publikacja Małgorzaty Skury: Dziecięce strategie rozwiązywania zadań matematycznych w przedszkolu i w pierwszych latach nauczania szkolnego. Poradnik metodyczny, Nowa Era, Warszawa 2008, która stanowi wspaniałą i czytelną pomoc dla nauczyciela.

Literatura

1. CACKOWSKA, M. , *Rozwiązywanie zadań tekstowych w klasach I – III. Poradnik metodyczny*, Warszawa: Wyd. WSiP, 1990 s. 9.
2. FIJAŁKOWSKA, A., *Stres w zawodzie nauczuciela, w: Kompetencje współczesnego nauczyciela,* pod. red. A. Klim – Klimaszewska, M. Wiśniewska, UP – H Siedlce, s. 180.
3. HEMMERLING, W., Kierowanie rozwiązywaniem zadań matematycznych w klasach początkowych, Instytut Kształcenia Nauczycieli i Badań Oświatowych, Koszalin 1977, s. 21.
4. JAGIEŁŁO, E., Teoria i praktyka w nauczaniu matematyki w: „Rozprawy Społeczne" 2011, Tom V, Nr 1, s. 115.
5. KLIM – KLIMASZEWSKA, A., Pedagogika przedszkolna. Nowa podstawa programowa, ERICA Instytut Wydawniczy,Warszawa 2010.
6. NOWIK, J., Kształcenie matematyczne w edukacji wczesnoszkolnej, Nowik, Opole 2011, s. 121.
7. PODHAJECKA, M., Proces edukacyjny i gra, w: Pedagogica. At Utilitatem Disciolinae, nr 7/2011, Wyd. UP – H Siedlce, s. 104.
8. SKURA, M., Dziecięce strategie rozwiązywania zadań matematycznych w przedszkolu i w pierwszych latach nauczania szkolnego. Poradnik metodyczny, Nowa Era, Warszawa 2008, s. 16.

Kontaktní adresa

Mgr Małgorzata Myszka
Katedra Dydaktyki
Uniwersytet Przyrodniczo-Humanistyczny w Siedlcach
Instytut Pedagogiki
Pracownia Kształcenia wczesnoszkolnego
ul. Żytnia 39
08-110 Siedlce
E-mail: mysia20@vp.pl

JAKI WZROST BĘDZIE MIEĆ KASIA, CZYLI O KRYTYCZNYM MYŚLENIU DZIECI 9-LETNICH

Barbara NAWOLSKA

Abstrakt

Jednym z ważniejszych aspektów myślenia, jest krytycyzm jako zdolność właściwej oceny otaczających nas zjawisk i ludzi, wyrażająca się w refleksyjności i umiejętności dostrzegania zarówno wad jak i zalet oraz umiejętności kontrolowania prawdziwości, bądź fałszywości różnorodnych opinii i stwierdzeń. W artykule zaprezentowane są wyniki badania krytycznego myślenia 9-letnich dzieci, podczas rozwiązywania przez nie niestandardowego zadania tekstowego niepoddającego się formalizacji arytmetycznej.

Klíčová slova: niestandardowe zadanie tekstowe, myślenie krytyczne, myślenie logiczne, uzasadnianie.

HOW TALL WILL KASIA BE OR ABOUT CRITICAL THINKING IN A 9-YEAR OLD

Abstract

One of the most important aspects of thinking is criticism which is the ability to properly assess surrounding phenomena and people, expressed as reflectivity and the ability to see both the advantages and disadvantages as well as the ability to control the veracity or the falsity of a variety of opinions and statements.

This article presents the results of testing of critical thinking in 9-year-old children, while solving non-standard word problems not subject to mathematic arithmetization.

Key words: non-standard word problems, critical thinking, logical thinking, justification.

1. Wstęp

W podstawie programowej dla klas I – III, w obszarze edukacji matematycznej wskazane są cele związane nie tylko ze wspomaganiem rozwoju umysłowego uczniów, wyposażeniem ich w podstawowy zasób wiadomości dotyczących zjawisk bliskich ich doświadczeniom, rozwijaniem umiejętności wykorzystania tychże wiadomości w rozwiązywaniu problemów oraz kształtowaniem postaw umożliwiających sprawne funkcjonowanie w świecie. Zwraca się też uwagę na rozwijanie myślenia matematycznego i naukowego, w których istotne jest poprawne argumentowanie i formułowanie wniosków (por. Podstawa programowa 2009). Konsekwencją tego jest konieczność rozwijania u dzieci krytycznego myślenia, które wydaje się być podstawą dobrego funkcjonowania w świecie zalewanym różnorodnymi ofertami. O tym jak jest to ważne świadczy fakt, iż rozwijanie umiejętności krytycznego myślenia jest jedną z kluczowych kompetencji europejskiej edukacji.

Krytycyzm określany jest jako *zdolność właściwej oceny otaczających zjawisk i ludzi, skłonność do wyrażania krytycznych uwag, dostrzegania zarówno wad i błędów jak i zalet; postawa poznawcza przeciwstawna dogmatyzmowi, postulująca kontrolę prawdziwości i zasadności twierdzeń przed ich uznaniem* (Słownik języka polskiego 1981: 1065). Zaś myślenie krytyczne to strategia poznawcza, polegająca głównie na stałym weryfikowaniu i testowaniu możliwych rozwiązań, służących kontrolowaniu wykonywanej pracy (por. Reber 2008: 420).

Rozwijaniu krytycznego myślenia sprzyja rozwiązywanie niestandardowych zadań tekstowych. Takie zadania stawiają ucznia w sytuacji wymagającej od niego dokładnej analizy treści zadania, uchwycenia jego struktury i wykrycia niezgodności z realiami lub błędu ukrytego w jego konstrukcji.

2. Standardowe i niestandardowe zadanie tekstowe

Istnieje wiele różnych podziałów zadań tekstowych. Za B. Gleichgewichtem (por. 1988), wyróżniamy zadania standardowe i niestandardowe.

Zadania standardowe to takie, w których jest wystarczająca ilość danych do otrzymania jednoznacznego rozwiązania (brak zdędnych danych), a treść zadania nie prowadzi do sprzeczności i spełnia następujące warunki:

− pytanie pozostaje w ścisłym związku z danymi,
− zadanie ma sens życiowy,
− warunki zadania są precyzyjne,
− zadanie poddaje się matematyzacji.

Jeżeli w zadaniu wystąpi zaprzeczenie którejkolwiek z podanych wyżej cech, mamy do czynienia z zadaniem niestandardowym (pseudozadaniem).

Ponieważ dzieci postrzegają synkretycznie, to nie zawsze samodzielnie uświadamiają sobie strukturę zadania tekstowego i rolę jego elementów składowych. Każdy tekst wyglądający na zadanie (zawierający słowa, liczby i pytanie) są skłonne uznać za zadanie i próbują je – bez żadnej refleksji – rozwiązać jak zadanie typowe. Dopiero przez odpowiedni dobór pseudozadań uświadamia się dzieciom istotę i strukturę zadania z treścią. Pseudozadanie (zadanie z brakiem, z wadą) koncentuje uwagę dziecka na tym braku, uświadamiając jego istotę. Proponując dzieciom zadania niestandardowe, stosujemy dobrze znaną i bardzo wartościową dydaktycznie zasadę kontrastowania w edukacji. Nie można bowiem uczyć się jedynie na przykładach pozytywnych. W uczeniu się, potrzebne są nie tylko przykłady ale i kontrprzykłady, dzięki którym możemy lepiej zrozumieć pojęcie, to jakie ma właściwości (cechy), a jakich nie ma, co jest ważne, a co nie jest istotne dla danego pojęcia. Stąd ważna funkcja pseudozadań.

Zadania niestandardowe można podzielić (por. Gleichgewicht 1988) na zadania:

− z nadmiarem danych (dane nie związane z rozwiązaniem lub dublujące się);
− z deficytem danych (wtedy zadania nie można rozwiązać lub rozwiązanie nie jest jednoznaczne);
− z danymi sprzecznymi (dane sprzeczne z treścią zadania bądź pytaniem lub dane sprzeczne algebraicznie);
− o złej treści (brak związku między danymi, a pytaniem, bezsensowne z punktu widzenia życiowego, nie dość precyzyjne warunki, niepoddające się matematyzacji).

W istocie prawie wszystkie rodzaje zadań niestandardowych są zbudowane celowo niepoprawnie, a zadaniem ucznia jest wykrycie i wyjaśnienie występujących w nich nieprawidłowości. W konsekwencji najpierw należy znaleźć błąd, a następnie usunąc go, przekształcając dane zadanie tak, aby przyjęło poprawną formę. Stawia to ucznia w sytuacji, wymagającej od niego dokładnej analizy i zrozumienia treści zadania, sprawdzenia zgodności warunków zadania z realiami (czy mają one sens życiowy) ewentualnie wykrycia błędu ukrytego w jego konstrukcji i znalezienia optymalnego rozwiązania opisanej w zadaniu sytuacji. Nie jest to możliwe bez głębokiego zrozumienia, przeżycia i przemyślenia sytuacji zadaniowej, sprawdzenia i osądzenia założeń, selekcji informacji, podejmowania decyzji, dokonywania wyborów, poszukiwania nowych punktów widzenia. To zaś sprzyja nauce rozumienia tekstu, matematyzowania sytuacji realnych, kodowania i dekodowania informacji, stosowania strategii heurystycznych, racjonalnego podejmowania decyzji i różnorodnych aktywności matematycznych. Ponadto rozwiązywanie takich zadań pomaga wykreować człowieka twórczego będącego w stanie podjąć wyzwania współczesnego świata.

Zadania niestandardowe posiadają zatem wysokie walory kształcące i mogą decydująco wpłynąć na efekty dydaktyczne, zwłaszcza na rozwój procesów analizy, syntezy, uogólniania i wnioskowania. Świetnie nadają się do rozwijania krytycznego i matematycznego myślenia uczniów, a także pozwalają w szerszym stopniu uczyć rozwiązywania zadań w ogóle. Z tego właśnie względu winny być starannie dobierane – równolegle z innymi rodzajami zadań bez specjalnego uprzedzenia o nich. Pojawianie się ich znienacka, wymusza bowiem czujność, uwagę i promuje krytyczne myślenie.

Pomimo podkreślonych walorów zadań niestandardowych, w stosowanych obecnie podręcznikach i materiałach dydaktycznych nie spotyka się ich zbyt wiele. Te zaś, które są, zazwyczaj posiadają specjalne oznaczenia informujące uczniów o ich nietypowości, co nie jest korzystne. Bowiem wielu z nich nie podejmuje nawet próby ich rozwiązania, a w typowych zadaniach skłania się do posługiwania się stereotypowymi metodami rozwiązań, zamiast poszukiwać metod oryginalnych.

3. Krytyczne myślenie dzieci 9-letnich

W celu uzyskania informacji o umiejętności krytycznego myślenia dzieci 9-letnich, uczniowie kończący pierwszy etap edukacji szkolnej, zostali poproszeni o rozwiązanie kilku zadań niestandardowych. Badani uczniowie wywodzili się z 6 różnych klas – łącznie 114 uczniów. Jednym z otrzymanych do rozwiązania zadań było:

Kasia ma 10 lat i 145 cm wzrostu. W ciągu ostatniego roku urosła 10 cm. Ile cm wzrostu będzie mieć w wieku 20 lat?

Należało zauważyć, iż zadania nie da się rozwiązać, ponieważ nie da się zmatematyzować sytuacji w nim opisanej. Nikt nie rośnie każdego roku tyle samo, a w treści zadania nie ma informacji (bo tego nie wie nikt) ile rosnąć będzie Kasia w każdym kolejnym roku. Nawet gdyby przyjąć, że co roku urośnie 10 cm, bo taki pomysł może się nasunąć przy pierwszej lekturze tekstu zadania, to otrzymany wynik 245 cm wzrostu jest nieakceptowalny.

Uczniowie rozwiązywali to zadanie pisemnie. W ocenie ich prac brano pod uwagę to, czy uczeń zauważył, że zadania nie da się rozwiązać i jak ten fakt uzasadnił. Jeżeli uczeń wskazał nierozwiązywalność zadania i logicznie to wyjaśnił, wówczas uznawano, że prezentuje wysoki poziom krytycznego myślenia. Jeżeli zaś nie zauważył, że zadanie jest nierozwiązywalne i dodatkowo próbował je rozwiązać stosując typowy arytmetyczny schemat rozwiązania, wówczas uznawano, że prezentuje niski poziom krytycznego myślenia. W przypadku, gdy uczeń wyraził wątpliwość co do możliwości rozwiązania zadania, ale tego nie uzasadnił lub próbował uzasadnić, ale nie zrobił tego poprawnie, to uznawano, że prezentuje średni poziom krytycznego myślenia.

Wyniki badań zaprezentowane są w tabeli 1.

Tabela 1. Wyniki badania krytycznego myślenia uczniów 9-letnich

<table>
<tr><td colspan="2">Klasa</td><td>„a“</td><td>„b“</td><td>„c“</td><td>„d“</td><td>„e“</td><td>„f"</td><td>Łączna liczba</td><td rowspan="2">Średni poziom</td></tr>
<tr><td colspan="2">Liczba uczniów</td><td>20</td><td>18</td><td>14</td><td>23</td><td>15</td><td>24</td><td>114</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Poziom</td><td>Wysoki</td><td>7 (35%)</td><td>4 (22%)</td><td>7 (50%)</td><td>10 (44%)</td><td>3 (20%)</td><td>7 (29%)</td><td>38 (33%)</td><td rowspan="3">niski</td></tr>
<tr><td>Średni</td><td>1 (5%)</td><td>0 (0%)</td><td>2 (14%)</td><td>1 (4%)</td><td>3 (20%)</td><td>0 (0%)</td><td>7 (6%)</td></tr>
<tr><td>Niski</td><td>12 (6%)</td><td>14 (78%)</td><td>5 (36%)</td><td>12 (52%)</td><td>9 (60%)</td><td>17 (71%)</td><td>69 (61%)</td></tr>
</table>

Spośród wszystkich uczniów, 38 (33%) wykazało się wysokim poziomem myślenia krytycznego, 7 (6%) średnim, zaś pozostałych 69 (61%) uczniów wykonało zadanie na poziomie niskim.

Uczniowie myślący krytycznie na poziomie wysokim zauważyli, że opisana w zadaniu sytuacja nie jest typowa.

Wśród nich byli tacy, którzy od razu zauważyli niewykonalność zadania, ze względu na brak możliwości matematyzacji. Ich wypowiedzi świadczą o wysokim poziomie krytycyzmu związanego z matematyczną analizą formalną tekstu i struktury zadania. Pisali, że nie wiadomo ile Kasia urośnie. Np.: *Tego zadania nie da się rozwiązać, bo nie jest napisane ile cm urosła w kolejnych 10-ciu latach życia.*

Inni dostrzegali niezgodność nasuwającj się interpretacji treści z intuicją i doświadczeniem własnym (nie można rosnąć co roku po 10 cm). Ich wypowiedzi świadczą o myśleniu zdroworozsądkowym, na bazie doświadczeń, bez podejmowania matematycznej analizy treści. Oni albo wskazywali, że człowiek nie rośnie w jednakowym tempie np.: *Tego zadania nie da się rozwiązać, bo w ciągu następnych lat może urosnąć więcej lub mniej;* albo wskazywali na to, że im starszy człowiek tym wolniejszy wzrost: *To zadanie jest niewykonalne, ponieważ jak jest się starszym, mniej się rośnie.* Zauważali też, że nasuwająca się hipoteza (10 cm rocznie) jest niemożliwa do przyjęcia: *Nie da się rozwiązać. Nie można założyć, że rośnie 10 cm każdego roku.* Kwestionowali możliwość przyjęcia założenia stałego wzrastania: *Skąd mamy wiedzieć że Kasia w ciągu roku rośnie tyle samo?*

Inni wskazywali na deficyt danych i związaną z tym nierozwiązalność zadania: *Tego to już nie wiem. To zadanie mi się nie podoba, bo ma za mało informacji.*

Jeden z nich zauważył: *Jeśli Kasia rosłaby co roku tyle samo, zadanie byłoby dobre.*

Dziesięciu uczniów początkowo przyjęło bezkrytycznie, że Kasia będzie rosła po 10 cm każdego roku, ale po dokonaniu obliczeń, przeanalizowali krytycznie rezultat, zakwestionowali uzyskany wynik i wskazali na jego życiową absurdalność. Świadczy to o krytycyzmie na poziomie wiedzy praktycznej i braku krytycyzmu na poziomie matematycznej analizy treści. Pisali np.: *To zadanie mi się nie podobało, bo taki wysoki człowiek nie może być.; Jest niemożliwe, żeby mieć 245 cm wzrostu.; To jest niemożliwe, aby Kasia miała 245 cm wzrostu!*

Aż u 69 uczniów poziom myślenia krytycznego był niski. W większości (59 uczniów) nie dostrzegli braku realności zaprezentowanej sytuacji, dokonali nieadekwatnej matematyzacji treści zadania i wykonali obliczenia uzyskując wynik 245 cm. Zaś 10 uczniów ani nie podjęło próby arytmetycznego rozwiązania zadania, ani nie opatrzyło go komentarzem świadczącym o dostrzeżeniu niestandardowości zadania. Ci ostatni najprawdopodobniej wcale nie potrafią rozwiązywać zadań tekstowych.

Siedmiu uczniów, u których poziom krytycznego myślenia oceniono jako średni, dostrzegło brak możliwości rozwiązania zadania, lecz ich uzasadnienie tego faktu było niejasne i mało logiczne.

4. Zakończenie

Jak wynika z badań, zaledwie trzecia część uczniów wykazała się zaawansowaną umiejętnością krytycznego myślenia. Warto zauważyć, że w niektórych klasach ten odsetek był większy (w klasie „c" 50%, a w klasie „d" 44%). Świadczy to o tym, że uczniowie potrafią myśleć. Jednak nie wszyscy posiedli taką umiejętność. Ponad 60% badanych uczniów nie myśli krytycznie. By poprawić tę sytuację należy więcej uwagi przywiązywać do rozwijania myślenia, a nie jedynie do wyposażania dzieci w wiedzę encyklopedyczną. Jeśli chcemy rozwijać u uczniów umiejętność myślenia, *musimy pamiętać, że w ostatecznym rozrachunku najważniejsze jest nie to, co wiemy, lecz to, jak potrafimy naszą wiedzę wykorzystywać – analitycznie, twórczo i praktycznie* (Sternberg, Spear-Swerling 2003: 59). A możemy to osiągnąć poprzez systematyczne rozwiązywanie na zajęciach z dziećmi zadań niestandardowych, co wdraża do krytycznej analizy danych oraz do kompleksowego spojrzenia na każde zadanie w kontekście praktycznej sensowności i poprawności sformułowania. Takie spojrzenie może być bardzo przydatne w praktycznych sytuacjach, w których bardzo małe zmiany informacji początkowych w bardzo istotnym stopniu wpływają na zmianę lub całkowitą utratę sensu sytuacji praktycznej.

Literatura

1. GLEICHGEWICHT, B. *Arytmetyczne zadania tekstowe dla nauczycieli klas1 – 4*. Warszawa: WSiP, 1988. 49 s. ISBN 83-02-03483-5.
2. *Podstawa programowa dla edukacji wczesnoszkolnej* z dnia 23 grudnia 2008, opublikowana dnia 15 stycznia 2009, Dziennik Ustaw Nr 4, poz. 17.
3. REBER, A. S., REBER, E. S. Myślenie krytyczne. In: *Słownik psychologii.* Warszawa: Scholar, 2008.1087 s. ISBN 978-83-7383-119-3.
4. *Słownik języka polskiego tom I,* hasło: krytycyzm, red. M. Szymczak, Warszawa: PWN, 1981. 1104 s. ISBN 83-01-00282-4.
5. STERNBERG, R. J., SPEAR-SWERLING, L. *Jak nauczyć dzieci myślenia.* Gdańsk: GWP, 2003. 128 s. ISBN 83-89120-72-0.

Kontaktní adresa

Barbara Nawolska, doktor
Uniwersytet Pedagogiczny w Krakowie
ul. Ingardena 4, 30-060 Kraków
Telefon: +48 12 266 01 04
E-mail: bnawol@vp.pl

ACTA UNIVERSITATIS PALACKIANAE OLOMUCENSIS
FACULTAS PAEDAGOGICA 2014 MATHEMATICA IX

PROBLÉMY KVALITY VYUČOVANIA ELEMENTÁRNEJ MATEMATIKY S VYUŽITÍM INTERAKTÍVNEJ TABULE

Jana NEMCOVÁ, Katarína ŽILKOVÁ

Abstrakt

Využívanie interaktívnych tabúľ vo vyučovaní elementárnej matematiky nemusí vždy znamenať zvýšenie kvality a efektivity vzdelávania. Jedným z faktorov, ktoré ovplyvňujú efektivitu matematického vzdelávania je kvalitná prezentácia matematického učiva, ktorá má v prostredí interaktívnej tabule svoje špecifiká. Príspevok sa zaoberá otázkami kvality vyučovania matematiky s využitím interaktívnej tabule.

Key words: interaktívna tabuľa, matematika, primárne vzdelávanie, kvalita

PROBLEMS WITH QUALITY IN TEACHING ELEMENTARY MATHEMATICS USING INTERACTIVE BOARDS

Abstract

Use of interactive boards in teaching of elementary mathematics does not automatically mean an increase in the quality and efficiency of education. Superior presentation of mathematical curriculum is one of the factors influencing effectiveness of teaching mathematics. Teaching using interactive board environment has its specifics. This article describes qualitative issues in teaching of mathematics using an interactive board.

Key words: division with a remainder**,** interactive whiteboard, math, primary education

1. Úvod

V rámci procesu *informatizácie vzdelávania* sa stali na Slovensku interaktívne tabule pre mnohé školy značne prístupnejšie ako v minulosti. Ich efektívne využívanie sa v praxi pomerne ťažko zisťuje, a preto je v súčasnosti vhodné realizovať rôzne výskumné aktivity na získanie užitočných zdrojových informácií o stave a využívaní interaktívnych tabúľ. Za jeden z kľúčových elementov, ktoré majú možnosť ovplyvniť rozsah, kvalitu, efektivitu a najmä význam využívania interaktívnej tabule v primárnom matematickom vzdelávaní považujeme učiteľa a jeho schopnosť adaptovať sa a akceptovať požiadavky na moderné vyučovanie.

2. Interaktívna tabuľa vo vzdelávaní

Interaktívnu tabuľu definuje Dostál (2009) ako „dotykovo-senzitívnu plochu, prostredníctvom ktorej prebieha vzájomná aktívna komunikácia medzi užívateľom a počítačom s cieľom zaistiť maximálnu možnú mieru názornosti zobrazovaného obsahu“. Problematike integrácie interaktívnych tabúľ do vzdelávania sa venujú, vo všeobecnosti, viacerí odborníci, pričom svoju pozornosť venujú nielen didaktickým prednostiam, ale aj rôznym obmedzeniam, resp. nevýhodám využitia interaktívnej tabule vo vzdelávaní.

Stručná charakteristika benefitov interaktívnych tabúľ je uvedená aj vo výstupoch Európskeho výskumu v školách a triedach o interaktívnych tabuliach vo vzdelávaní (euSCRIBE), ktorý bol realizovaný prostredníctvom Európskej školskej siete. Podľa zverejnených výstupov môžu byť interaktívne tabule veľmi užitočné napríklad pri „vyhľadávaní informácií, pri prezentácii obsahu hodiny, premietaní filmových klipov, hodnotení vyučovacej hodiny a projektov, a taktiež pri zdieľaní práce žiakov" (Bannister, 2010). Častými argumentami odborníkov hovoriacich v prospech využívania interaktívnej tabule (napr. Dostál, 2011) patria motivácia, vizualizácia, dynamika, interaktivita, názornosť, zvýšenie pozornosti a aktivity žiakov, trvácnosť a pomerne jednoduchá aktualizácia už vytvorených učebných materiálov. Avšak skúsenosti z využívania interaktívnej tabule naznačujú aj rôzne nevýhody nielen pre žiakov, ale aj učiteľov, ku ktorým môžeme zaradiť napríklad časovo náročnú tvorbu vlastných edukačných materiálov, nedostatok kvalitných interaktívnych elektronických učebníc, využívanie interaktívnej tabule iba ako projekčného plátna bez interaktívnych prvkov, menší priestor na písomný prejav žiakov, postupné klesanie motivácie žiakov, problémy s množstvom encyklopedického učiva, a tiež problémy zdravotného charakteru (napríklad osvetlenie). Za významné nástrahy interaktívnej tabule (najmä v primárnom vzdelávaní) možno považovať jav, keď sa učiteľ rozhodne využiť na hodine interaktívnu tabuľu namiesto reálnej skúsenosti, či zážitku.

Interaktívna tabuľa môže uľahčiť a skvalitniť prácu učiteľa na vyučovaní. Žiaci môžu vďaka interaktívnej tabuli učivo lepšie pochopiť, spolupracovať s učiteľom a byť aktívnejší. Kopáčová (2011) vidí výhodu interaktívnej tabule v tom, že umožňuje vytvárať správne predstavy u žiakov. Zdôrazňuje, že napríklad v prírodovednom vzdelávaní s využitím interaktívnej tabule je možnosť porovnávania, triedenia objektov do skupín, či vytváranie žiackych aj virtuálnych experimentov, avšak upozorňuje na význam reálneho experimentu. Partová (2011) uvádza, že prednosti integrácie interaktívnej tabule do vyučovania môžu byť: rozširovanie a prehlbovanie poznatkov, podpora skupinovej práce, manipulácia s obrázkami, ale aj motivácia pre žiakov. Interaktívnu tabuľu považuje za učiteľskú pomôcku, ktorá bude „užitočná a efektívna len vtedy, ak bude učiteľ ochotný a schopný zmeniť svoje vyučovacie návyky".

3. Vplyv interaktívnej tabule na kvalitu prezentácie matematického učiva

Na zistenie faktorov, ktoré môžu ovplyvňovať využívanie interaktívnej tabule vo vyučovaní matematiky na primárnom stupni vzdelávania sme sa rozhodli realizovať sériu pozorovaní práce učiteľov a priebehu vyučovacích hodín elementárnej matematiky s využitím interaktívnej tabule. Cieľom bolo identifikovať zmeny v práci učiteľa a žiakov, formulovať prvky, ktoré sú z hľadiska didaktiky matematiky prínosné, ale aj upozorniť na potenciálne nástrahy interaktívnej tabule vo vyučovaní elementárnej matematiky.

Všeobecná školská didaktika definuje štyri, školou ovplyvniteľné, faktory výučby, ktoré sú kľúčové pre efektivitu vyučovania (Kalhous a Obst, 2009). V rôznych odborných zdrojoch majú odlišné názvy, v zásade však ide o nasledujúce faktory: **kvalita prezentácie učiva**, **primeranosť vyučovania** vzhľadom na predchádzajúce žiacke vedomosti a skúsenosti, **voľba podnetov** (motivačných prvkov) a **čas**, ktorý žiaci venujú učeniu sa. Všetky uvedené kritériá môžeme sledovať aj v kontexte využívania interaktívnej tabule. Aj keď zastúpenie menovaných faktorov má byť vyvážené a existuje nezastupiteľný vzťah medzi jednotlivými faktormi, zameriame sa (v tomto príspevku) aspoň na čiastočný opis potenciálneho vplyvu interaktívnej tabule na kvalitu prezentácie matematického učiva. Pri tom sa budeme opierať o doteraz vypozorované skutočnosti z pedagogickej praxe.

Pod kvalitou prezentácie matematického učiva prostredníctvom interaktívnej tabule budeme rozumieť, bez nároku na úplnosť, spolupôsobenie niekoľkých činiteľov (obsah, resp. spracovanie učiva a kvalita učiteľovej prípravy vyučovacej hodiny spolu s realizáciou), ktoré majú vplyv na to, ako žiak môže učivu porozumieť, a či je pre žiaka učivo zmysluplné. Z hľadiska spracovania učiva sa sústredíme skôr na formálnu, resp. technickú stránku spracovania a jeho prezentácie v prostredí interaktívnej tabule, pričom si uvedomujeme, že nutnou podmienkou kvality spracovania obsahu je najmä odborná profesionalita učiteľa matematiky.

Vyučovanie matematiky s využitím interaktívnej tabule úzko súvisí s požiadavkou zvyšovania kompetencií učiteľov matematiky v príprave kvalitných elektronických učebných materiálov, resp. v schopnosti kriticky hodnotiť, vybrať a využívať dostupné elektronické produkty súvisiace s preberanou témou. Využívať interaktívnu tabuľu pri vyučovaní matematiky môže len učiteľ, ktorý je zdatný v oblasti využívania digitálnych technológií, ovládajúci nielen základnú technickú obsluhu interaktívnej tabule a prídavných zariadení, ale poznajúci aj softvér príslušného typu interaktívnej tabule. Skúsenosti a pozorovania z praxe naznačujú, že rôzne **technické problémy** súvisiace s využívaním interaktívnej tabule vo vyučovaní matematiky majú vplyv na ďalší priebeh hodiny nielen z hľadiska *koncentrácie učiteľa a žiakov*, ale dokonca aj na ďalšiu prezentáciu obsahu učiva a kvalitu prezentácie vyučovanej témy. Vypozorovanými dôsledkami technických chýb bývajú *odborné matematické chyby, metodické a didaktické chyby, narušenie sústredenosti a pracovnej atmosféry*, dokonca aj *zlyhanie celkovej koncepcie vyučovacej hodiny*. K najčastejším technickým problémom, s ktorými sme sa pri pozorovaniach v praxi stretli, boli

- nefunkčnosť interaktívneho pera (zvyčajne zlyhanie batérie),
- problémy s citlivosťou pri práci s interaktívnym perom (nedostatočný alebo zbytočne nadmerný tlak na dotykovú plochu),
- rýchlosť snímania interaktívneho pera (problémy s písaním a vymazávaním textu na interaktívnu plochu),
- problémy s ovládaním softvéru interaktívnej tabule (znalosť a orientácia sa v softvérovej ponuke interaktívnej tabule).

Riziko uvedených problémov sa znižuje so zvýšenou mierou skúseností učiteľa a žiakov s prácou s interaktívnou tabuľou, a zároveň sa zvyšuje schopnosť učiteľa priebežne riešiť problémy podobného charakteru počas vyučovacej hodiny bez narušenia jej priebehu.

Kvalita prezentácie matematického učiva z hľadiska spracovania obsahu v prostredí interaktívnej tabule znamená prípravu vyučovacieho scenára v elektronickej podobe, ktorého súčasťou je

- *výber kvalitných dostupných softvérových produktov* (edukačné animácie, aplety, videá, elektronické hry, matematické prezentácie a pod.),
- *tvorba vlastných elektronických edukačných materiálov* (buď priamo v prostredí interaktívnej tabule alebo v iných softvérových prostrediach),
- *plánovanie a usporiadanie aktivít* nielen podľa časovej a logickej nadväznosti, ale aj podľa technických možností.

Významným činiteľom zvyšujúcim kvalitu prezentácie obsahu matematického učiva (nielen v prostredí interaktívnej tabule) je *využitie interaktívnych a dynamických* *prvkov*, ktorých hlavným cieľom je zvyšovanie aktivity žiakov v procese učenia sa, zvyšovanie motivácie a názornosti vo vyučovaní, možnosť vizualizácie abstraktných javov a procesov. Samotné **využívanie interaktívnej tabule nemusí vždy znamenať** skutočné **využitie interaktívnych prvkov a aktivít vo vyučovaní matematiky.** Skúsenosti z pozorovaní potvrdzujú, že časom sa využívanie interaktívnej tabule vo vyučovaní stáva pre žiakov samozrejmosťou a miera motivácie žiakov založená len na samotnom využívaní interaktívnej tabule klesá. Stáva sa to najmä v prípadoch, keď je interaktívna tabuľa využívaná len v pozícii premietacieho plátna alebo namiesto tradičnej tabule. Ako príklad môžeme uviesť *premietanie skenovaných strán z učebníc matematiky a z pracovných zošitov* na interaktívnu tabuľu a následné dopisovanie výsledkov na interaktívnu tabuľu. Ďalší príklad je *premietanie linajkového podkladu* (napríklad pre žiakov 4. ročníka) na interaktívnu tabuľu s cieľom zapisovať riešenia úloh. Vo vyučovaní matematiky, v mnohých matematických témach, je využívanie rôznych podkladov (napríklad podklad štvorčekového papiera alebo číselnej osi) mimoriadne užitočné a interaktívna tabuľa môže byť naozaj v tomto smere užitočnou pomôckou, najmä v prípadoch, keď v triede pomôcky tohto charakteru absentujú. Je však dôležité zvážiť cieľ, význam a efektivitu premietania podkladu alebo akéhokoľvek iného učebného materiálu. Využívanie interaktívnej tabule na premietanie tradičného obsahu učebníc a pracovných listov nepovažujeme za efektívne. Benefity spočívajú skôr v možnosti vytvoriť virtuálne prostredia na **manipuláciu, simuláciu, experimentovanie a objavovanie.** Aj v pomerne jednoduchých podmienkach softvéru interaktívnej tabule vie dobrý učiteľ vytvoriť aktivitu a ilustrovať algoritmus riešenia úlohy, ktoré sa v printovej učebnici ťažko znázorňujú. Ako príklad môžeme uviesť aktivitu, v ktorej učiteľka ilustrovala prístup k zavedeniu delenia prirodzených čísel na rovnaké časti. Znázornenie delenia prirodzených čísel podľa obsahu je oveľa jednoduchšie a názornejšie, a aj z tohto dôvodu sa úlohy tohto charakteru bežne vyskytujú v učebniciach matematiky. Avšak spôsob delenia na rovnaké časti si zväčša vyžaduje uskutočniť proces delenia po jednom a statické znázornenie tohto algoritmu nemá dostatočnú výpovednú hodnotu. Preto simulácia procesu delenia prvkov na určený počet množín a (virtuálna) manipulácia s predmetmi môže byť vhodnou interaktívnou aktivitou vo vyučovaní matematiky. Miesto, mieru a spôsob realizácie takejto aktivity musí učiteľ dôkladne zvážiť, aby neuprednostnil virtuálny proces namiesto skutočnej skúsenosti, či zážitku. Ako uvádza Kopáčová (2011) „Virtuálny experiment je pre učiteľa pohodlnejší, ale nemal by nahradiť skutočné experimentovanie".

K ďalším vypozorovaným chybám v tvorbe a využívaní elektronických edukačných materiálov prostredníctvom interaktívnej tabule patrili v pozorovaniach aj nedostatky formálneho charakteru, napríklad prekrývanie textu obrázkami, slabá čitateľnosť textu, nevhodný výber farieb a veľkosti objektov. Vo viacerých prípadoch bola súčasťou vybavenia učebne (okrem interaktívnej tabule) aj bežná biela tabuľa, ktorú učitelia často nevyužili, hoci by bola možno aj efektívnejšia. Za významné pozitívne črty, ktoré sa vo vyučovaní matematiky s využitím interaktívnej tabule vyskytli, môžeme považovať možnosť prípravy a výberu interaktívnych úloh, využitie pomerne širokého spektra typovo rozličných úloh, dobrá vizualizácia matematického obsahu a v neposlednom rade zvyšovanie digitálnej gramotnosti učiteľa a žiakov.

Príprava vyučovacej hodiny s využitím interaktívnej tabule je podstatne náročnejšia ako príprava tradičnej hodiny matematiky. Nie každý učiteľ je ochotný inovovať svoje zabehnuté, resp. stereotypné prístupy a venovať množstvo času na sebavzdelávanie, na prípravu a plánovanie vlastných vyučovacích jednotiek s využitím interaktívnej tabule. V tomto smere by bol veľmi užitočný vznik rôznych samostatných elektronických interaktívnych materiálov ako doplnkov k tradičným učebniciam, alebo vznik samostatnej elektronickej učebnice matematiky pre jednotlivé ročníky. Realizácia tejto myšlienky môže však naraziť na množstvo problémov aj technického charakteru (napríklad nekompatibilita interaktívnych tabúľ), aj matematicko-didaktického charakteru (napríklad výber príslušnej vyučovacej metódy, ale aj matematicky korektného znázornenia učebného obsahu). Z uvedených dôvodov sa domnievame, že nateraz je potrebné zbierať skúsenosti s vyučovaním matematiky s interaktívnou tabuľou a objektívne vyhodnocovať ich didaktické benefity, resp. nástrahy a riziká.

4. Záver

Efektívne využitie interaktívnych tabúľ vo vzdelávaní je podmienené viacerými faktormi. Jedným z nich je aj dôkladná príprava premysleného scenára vyučovacej jednotky. Miera námahy vložená do prípravy elektronických edukačných materiálov môže byť zbytočne premrštená, najmä v prípade, kedy interaktívna tabuľa neplní tie funkcie, ktoré ju preferujú pred inými zvolenými didaktickými prostriedkami a pomôckami. Preto považujeme za potrebné zbieranie a získavanie skúseností s prácou s interaktívnou tabuľou v primárnom matematickom vzdelávaní, ktoré by mohlo vyústiť minimálne do opisu overených metodických návodov a odporúčaní pre učiteľov.

Poznámka: Príspevok bol spracovaný ako súčasť grantového projektu s názvom „Faktory ovplyvňujúce využitie interaktívnych technológií v primárnom vzdelávaní“ a registračným číslom UK/224/2014

References

1. BANNISTER, D. *Ako čo najlepšie využívať interaktívnu tabuľu.* 2010, s. 21. On line [30. 01. 2014] http://www.dzs.cz/index.php?a=view-project-folder&project_folder_id=423&
2. DOSTÁL, J. *Reflections on the Use of Interactive Whiteboards in Instruction in International Context.* The New Educational Review. 2011, Vol. 25, No. 3. p. 205 – 220. ISSN 1732-6729.
3. DOSTÁL, J. *Interaktivní tabule ve výuce.* Journal of Technology and Information Education. 2009, Vol. 1, No. 3, p. 12 On line [30. 01. 2014] http://www.jtie.upol.cz/clanky_3_2009/dostal.pdf
4. KALHOUS, Z., OBST, O. a kol. *Školní didaktika.* Praha: Portál, 2009. 447 s. ISBN 978-80-7367-571-4.
5. KOPÁČOVÁ, J. Využitie médií na hodinách prírodovedy. In: *Implementácia mediálnej výchovy do edukácie v primárnom vzdelávaní*. Ružomberok: VERBUM – vydavateľstvo KU, 2011. ISBN 978-80-8084-816-3.
6. PARTOVÁ, E. *Vyučovanie matematiky pomocou moderných technológií.* Bratislava: UK, 2011. 94 s. ISBN 978-80-223-3144-9.

Contact address

Mgr. Jana Nemcová
ÚPVaŠ, PdF UK v Bratislave
Račianska 59, 813 34 Bratislava
E-mail: nemcova.jana92@gmail.com

doc. PaedDr. Katarína Žilková, PhD.
KPEP, PF KU v Ružomberku
Hrabovská cesta 1, 034 01 Ružomberok
E-mail: katarina@zilka.sk

MATH EDUCATION VIA FOREIGN LANGUAGE IN PRIMARY SCHOOLS: POLICES & CONCEPTUAL ISSUES

Mohamed Mosaad NOUH

Abstract

The relationship between mathematics – or math education- and language is a natural relation; mathematics is a language of understanding of life, and mathematical concepts are linguistic patterns or structures. In primary school, this relationship has special significance, since children learn mathematics from all experiences; social, cultural and linguistic .The basic concepts in primary school math, as number, ratio, relation, area and others can be learned and applied to natural linguistic patterns in children's life.

The mother tongue is a critical factor for the development of mathematical understandings of children. In the same time, the foreign language - which is used in education - can be a basic approach of conceptual problems of children. In other way, the mother tongue, as a natural way used in education in primary school especially, enhances conceptual understanding of initial mathematical concepts , but the foreign language can result in high conceptual difficulties .

This paper presents the issues of the relationship between mathematics and language; in particular policies and conceptual issues.

Key words: Foreign language, Policies, Conceptual issues, Primary school math.

The relationship between language and education is a critical issue in all countries. In math education in primary schools, this relationship has special interpretations because it is related to process of development of math concepts for children. Most opinions referred to the importance of mother tongue in learning mathematic by children, and it focused on the fact that the foreign language causes conceptual difficulties in math teaching in classrooms.

This paper discusses these issues according to two dimension; policies and conceptual issues.

1. The first dimension: policies

In the twentieth 20th century, math education was affected and influenced, in some countries, by educational policies associated to the issue (or position) of language learning in schools.

In Egypt and until the 70's of the 20th century, the Arabic language, as the mother tongue language, was the basic language in curricula and schools. There were a few schools which used foreign languages such as English, French and German in Math and Science education, in cities such as Cairo and Alexandria.

Starting from the 80's, a large number of schools started adopting foreign languages in Math and Science education, and there is a continuing increase in the number of schools in the current time.

This trend consists of three dimensions as the following:

- Private Schools (International) use foreign languages in teaching.
- Changing some of governmental schools into what is called "Experimental" schools that use foreign languages in teaching Math and Science.
- Teaching foreign languages starting from 4th primary class.

These educational policies in Egypt and in some other Arabic countries are based on four essential factors as the following:

- political factors,
- the foreign languages as essential requirements in economic and social institutions,
- increase of private universities such as American University , British University, French University, Canadian University, Japanese University and others,
- increase of the demand or need for mathematical skills acquired or educated through foreign languages.

The following table shows the number of schools which use the foreign language in education, Math education especially in most parts of Alexandria.

Table: The number of schools which use Arabic, English and French languages in Math Education in Alexandria City:

Educational Administration	Primary Schools			Preparatory Schools			Secondary Schools		
	Arabic	English	French	Arabic	English	French	Arabic	English	Fr
Mid-Alex	111	15	16	42	13	6	20	7	5
East-Alex	111	17	3	44	17	3	18	16	2
West-Alex	38	3	-	23	2	-	8	1	-
Gomrok	33	4	3	8	2	3	4	-	2
Total	293	39	12	117	34	12	50	24	9

According to the table, the percentage of schools using foreign languages (French and English) is 15% on an overall scale of Primary Schools, and this percentage increases in the Preparatory level (28 %), and in Secondary level (40%). Therefore, we could detect that there is an increase in using the foreign language in math education in general.

The relationship between mathematics and language was an important point in the work of international conferences of Math education and in the researches about learning and teaching mathematics in primary school. In Proceeding of the Second International Congress on Mathematical Education (1973), written under The work of Congress: A Congress Survey: "Yet although the problems of language my be more apparent in the developing countries ,they exist everywhere; indeed there are universal problems not only related to mathematics and language, but also to mathematics as a language." (Howson, 1973, p.20).

In context with the previous reference, the educational results center on two points:

- increase of beliefs , in Egypt and Arabic countries, that the educational system which use the foreign language is more appreciated and valuable

- the fundamentals of forming a meaning in math education for young children are the same in both languages; foreign and mother language.

2. The second dimension: The conceptual issues:

The relationship between mathematics (as a language) and language itself has three dimensions:

- the development of language of the child.
- Mathematics -as an abstract language- has a structure which consists of terms and concepts and generalizations, therefore it requires linguistic styles for the forming of meaning.
- Children, in every country, have their mother tongue as a natural language. They use their practical or everyday language in learning mathematical concepts.

Fischbein writes: " the essential psycho-pedagogical problem is the following: mathematical structures, like all other fundamental mathematical concepts (relation , function , equivalence , continuity , etc.) and the fundamental logical operations , are, by their nature , abstractions of extreme generality . The child should start to learn these structures in a very empirical manner during the period of concrete operations in order to integrate them into his scheme of intellectual activity. "(Fischbein, 1973, p. 227).

According to these contexts, the conceptual issues can be defined in the following three accounts:

- Every language has weakness points and strength points, even the mother tongue could cause some problems.
- the construction of mathematical ideas in Kindergarten and Primary schools demands the use of a common language that is understood by children.
- The more the language was developed to express mathematical ideas, the better it is for mathematical education.

As a result, we have to put into consideration the following three points in explanation of conceptual issues:

1: The development of language of children:

The relationship between learning mathematics and linguistic capability of child is a "function." The approach of this relationship is through the basic linguistic patterns which are defined in: reading and writing, listening and speaking. When these patterns are based on "conceptual understanding" of mathematical ideas, the mathematical content - which contains concepts, processes and symbols - becomes to have a mathematical meaning in the mind of child.

The issue here is: what is the extent of development of "linguistic ability "and how far its level could reach for the child?

Shuard writes : "When children join schools for the first time, the linguistic skills for a lot of them are still not developed enough to participate in discussions of mathematical content. In this light, the school plays a role in enhancing children's concepts and their linguistic notions … when the educational language, in the primary stages, becomes the foreign language, the construction of mathematical ideas in a common oral language- before using the written mathematical language and symbols – becomes less likely."(Shuard, 1987, p:60-64)

In Egypt, children mostly speak Arabic at homes, in schools and classes, and they learn as well the basics of the foreign language. Therefore, this foreign language becomes not ready for expressing mathematical concepts. This leads to focusing on the written mathematical procedures and answers in classrooms.

"Ken Clements comments on the writings of Jones concerning children's understanding of expressions such as "more", " more than", "less", and "less than." Jones designed a test in pen and paper covering open-ended principles that he named as comparison, either direct or indirect. He demonstrates his idea in the following examples:

1: Which is larger, 10 or 13? (Comparison)

2: Which is less, 7 or 9? (Comparison)

3: How much is 3 more than 6? (Direct)

4: How much is 3 less than 5? (Direct)

5: Which number is more than 8 with the amount of 2? (Indirect)

6: Which number is less than 6 with the amount of 2? (Indirect)

Jones handed out this test to children from second class till tenth class in civil schools and secondary regional schools in Papua New Guinea. His collective data shows clearly that the items of comparison have been accurately and professionally applied by the time of children's transition to third class, in civil and international schools. However, international school students have excelled in the items of "direct" and "indirect" more than civil school students.

Studies of error and mistakes analysis, made by Jones, show that most of the mistakes made by Papua New Guinea were common in the "direct" items, as a result of their use of a "comparative" strategy, and this was their common answer for the question:

Question: How much is 3 more than 6? Answer: No and 6.

And similarly, most of the mistakes made by children of Papua New Guinea in the "indirect" items are as a result of their use of "comparative" strategy or "direct" strategy." (Clements,1987,p.181)

Clements writes: "As long as the English language is the official language of education in Papua New Guinea schools, it will lead to the weakness points in relation with understanding mathematics. In school education, all mathematical concepts are inextricably linked to linguistic concepts. Therefore, children who receive their education via a language that is not their mother tongue become in a critical situation in learning mathematics. " (Clements, 1987, p.182)

2- The potency of the language:

The language, as an essential component of the culture in any country, has the capability in achieving education. In context, we ask the following question: Are all languages similar in benefits of education in general, and benefits of mathematics education in particular? Does the mother tongue have the ability/potency to develop to cover education demands? Is there a language better than other in education? Does the foreign language create major difficulties more than the mother tongue in education? Is it necessary to adopt a certain language in a country or region for schools, for education in general, and mathematics education in particular?

I believe that the explanation of mathematical ideas such as number, fraction, ratio and proportion in the primary level schools requires various framing in the familiar and common language so the message could be delivered to the student's mind. The question is: Is it necessary to use the (oral) common language all the time? Or should we decrease its use gradually in the teaching and evaluation of concepts in the class room?

I believe that the oral common language is an important tool for helping children to develop their mathematical concepts. However, we should be aware of the following :

- The oral language is not "mathematics."
- The oral language may not contain suitable words for expressing abstract mathematical ideas.
- The oral language may be less accurate when it comes to expressing mathematical ideas and that could lead the child to misunderstanding.
- According to Shuard : "The oral language is not always meaningful in evaluation of written language or mathematical symbols." (Shuard, 1987, p. 61)

3- Mathematical content and math books:

There are two views about mathematical content: The first view is the traditional view where the math content consists of the following components: concepts, expressions, generalizations and skills. The second view is the dynamic view, where the math content is a coherent structure that has three dimensions which are " Math object" such as number, ratio," Process" as reading, reflection, reasoning …and " Context".

The issue of relationship between language and math content or math books is "written math language" and how the child learns and communicates about it, especially how the child reads concepts and mathematical structures as "abstractions" or he reads it in linguistic contexts.

When we examine the math books, in both the mother tongue and foreign language we will find math terms, concepts, rules, expressions and problems. The objective is how we help the children in reading these items in linguistic contexts. Otherwise, the child will be facing, in math books, math texts in various linguistic styles.

In math books via foreign language, when the child has linguistic difficulties, the child focuses only on the mathematical item, as number or rule, without understanding or communicating about the context.

This issue will be more complex in "problem solving", because the child will need to understand the problem structure and rephrase it by his own language.

Conclusion:

Mathematics , as a language of communication , reasoning and problem solving , is a universal language . Mathematics education via foreign language in primary school causes various difficulties in developing countries. While children learn language, foreign or mother, and mathematics together, the children moves forward to understanding of mathematics as a language more than as rules and procedures .

Literatura

1. CLEMENTS, K. *Sources of the difficulties experienced by young learners in relation to the concepts of mathematics.* In: R.Morris (ed.), Studies in Mathematics: The Mathematical Education of Primary-School Teachers. Education Office of Arab Education for Gulf Countries. Riyadh, 1987.
2. FISCHBEIN, E. *Intuition, structure and heuristic methods in the teaching of mathematics.* In A. G.Howson (ed.), Developments in Mathematical Education:

Proceedings of the Second International Congress on Mathematical Education. Cambridge University Press. Cambridge, 1973.

3. HOWSON, A. G. *A Congress Survey.* In: Developments in Mathematical Education: Proceedings of the Second International Congress on Mathematical Education. Cambridge University Press. Cambridge, 1973.
4. SHUARD, H. *Contemporary Trends in Primary Stage Mathematics: Special Contents for Teacher Preparation.* In: R.Morris (ed.), Studies in Mathematics: The Mathematical Education of Primary-School Teachers. Education Office of Arab Education for Gulf Countries. Riyadh, 1987.

Contact address:
Mohamed Mosaad Nouh
Prof. Dr. Curricula &Math Education
Faculty of Education , Alexandria University
Alexandria , Egypt

MALÉ OHLÉDNUTÍ TÉMĚŘ JUBILEJNÍ

Bohumil NOVÁK

Abstrakt

Stručný pohled na historii konferencí, které v posledních letech označujeme EME (Elementary Mathematics Education) - setkávání pedagogů vysokých škol garantujících matematickou část přípravy učitelů 1. stupně ZŠ a v posledním období i učitelů mateřských škol. Předchozí ročníky ukázaly, že různé aspekty primárního matematického vzdělávání a vzdělávání učitelů primárních škol jsou nosnými tématy didaktiky matematiky jako jedné z oborových didaktik. Příspěvek zachycuje na konkrétních datech vývoj obsahového zaměření konferencí EME od pracovních seminářů českých a slovenských didaktiků k současné podobě vědeckých konferencí prezentujících výstupy badatelské i pedagogické činnosti jednotlivých pracovišť.

Klíčová slova: Matematické vzdělávání, konference EME, primární škola, učitel, školská matematika.

A SMALL FLASHBACK – NEARLY JUBILANT

Abstract

A brief history of conferences, which have been called EME (Elementary Mathematics Education) in the recent years, a place of meeting teachers of universities which guarantee the mathematical component of primary school (and recently also kindergarten) teacher training, is presented. Previous years of the conference have shown that various aspects of primary mathematical education and primary school teacher training are key topics of didactics of mathematics, which itself is one of subject didactics. Using specific data we show how the content of EME evolved from workshops of Czech and Slovak didactic professionals to its current form of scientific conferences where outcomes of research and pedagogical activities of respective workplaces and teams are presented.

Key words: Mathematical education, EME conference, primary school, teacher, school mathematics.

1. Úvodem

Nejdříve krátká osobní vzpomínka. Při posezení po oponentním řízení jednoho ze společných projektů s Alenou Varmužovou z Katedry matematiky Pedagogické fakulty Ostravské univerzity v prosinci 1995 jsme si posteskli, že příležitostí ke vzájemné výměně zkušeností a informací o výsledcích práce těch, kteří se zabývají otázkami matematického vzdělávání učitelů primárních škol, mnoho není. Na nepravidelných setkáních zástupců kateder matematiky (po roce 1990 v Nitře nebo v Ústí n.L.) se projednávaly spíše učební plány studia, rozsah a obsah výuky jednotlivých předmětů než otázky, které by mohly vyústit do zefektivnění celkové koncepce vysokoškolské přípravy učitelů 1. stupně ZŠ s využitím aktuálních teoretických poznatků domácích i zahraničních a výstupů výzkumných aktivit v přípravě učitelů i v edukační realitě primárních škol. Padlo rozhodnutí uspořádat takovou akci, na níž by se sešli zájemci z České a Slovenské republiky, na jaře 1996 na zámečku v Šilheřovicích u Opavy. Organizace se ujala A. Varmužová. Přítomní účastníci byli inspirováni řadou podnětných námětů především M. Hejného, široce diskutovali o aktuálních problémech např. v souvislosti s diverzifikací obsahu i výukových metod na fakultách i na základních školách. Jedním ze závěrů jednání bylo pořádat podobné akce pravidelně.

2. Z historie konferencí

Potřeba vytvoření určité platformy pro výměnu názorů a zkušeností těch, kteří jsou na pedagogických fakultách garanty matematické části vysokoškolské přípravy budoucích učitelů, se znovu objevila brzy po zásadních politických a společenských změnách na počátku 90. let minulého století. Bylo přitom na co navazovat. Již v 70. letech se konaly letní školy z teorie vyučování matematice za účasti předních českých i slovenských didaktiků (J. Vyšín, O. Šedivý, F. Kuřina), ale také špičkových odborných matematiků, kteří oprávněně považovali „školskou“ matematiku za východisko potencionálního rozvoje matematiky jako vědy. Měli jsme tak příležitost osobně se setkat například na letní škole ve slovenských Čaradicích s T. Šalátem a M. Kolibiarem, jejichž obrovský rozhled, ale také osobní vlastnosti, skromnost a lidskost, byly imponující.

Připomeňme rovněž, že v 80. letech, také jako reflexe množinového pojetí matematického vyučování na základních školách, byly zpracovány celostátní, tedy československé vysokoškolské učebnice pro hlavní předměty v tehdejší struktuře studia: Základy elementární aritmetiky (Drábek a kol.), Základy elementární geometrie (Kouřim a kol.), Didaktika matematiky pro učitelství 1. stupně ZŠ (Divíšek a kol.). Práce na učebnici pro předmět Matematický seminář (Zapletal a kol.) již nebyly dokončeny. Podobný charakter měly slovenské vysokoškolské učebnice, zpracované v nitranské škole didaktiky matematiky (O. Šedivý, K. Križalkovič, A. Cuninka). Oba soubory učebnic byly do značné míry výstupem činnosti celostátních tzv. předmětových komisí, ale především výrazem pedagogického přesvědčení zkušených vysokoškolských odborníků, že učitel na 1. stupni základní školy solidní matematickou průpravu potřebuje. Tendence ke snižování poznatkové matematické výbavy spojená s bezbřehou liberalizací vzdělávacích konceptů, kurikulárních materiálů a učebnicových řad učitele matematiky v primární škole znejišťuje, neposkytuje mu dostatečnou oporu.

Od samého počátku se spolupořadatelem konferencí stala Matematická pedagogická sekce (později Společnost učitelů matematiky) JČMF, která pověřila organizací odbornou skupinu pro matematiku v primární škole. Až do roku 2000 byly akce organizovány českými katedrami matematiky pedagogických fakult a měly spíše charakter pracovních seminářů:

- 1997 v Olomouci,
- 1998 v Hradci Králové (za aktivní účasti F. Kuřiny a J. Divíška s prezentací jejich zásadního pohledu na problematiku matematického vzdělávání učitelů 1. stupně ZŠ),
- 1999 opět v Olomouci - sborník z pracovního semináře obsahoval 24 příspěvků českých a 8 slovenských účastníků,
- 2000 v Litoměřicích (J. Melichar z Pedagogické fakulty UJEP v Ústí n.L.).

Postupně se stabilizoval termín pořádání konferencí (druhá polovina dubna), z původních jednodenních a dvoudenních se zvyšujícím se počtem účastníků a měnícím se charakterem inklinujícím stále více k vědeckému zaměření se staly třídenními, příspěvky bylo nutno prezentovat ve dvou nebo třech paralelních sekcích, samozřejmostí se stala prezentace na dataprojektoru. Příspěvky začaly být anonymně recenzované předními českými i slovenskými odborníky, sborníky příspěvků zpracované s předstihem tak, aby byly účastníkům k dispozici již při zahájení akce. Konference se konaly pod záštitou rektorů univerzit nebo děkanů fakult, v řadě případu za jejich aktivní účasti.

Pedagogická fakulta UMB v Banské Bystrici uspořádala v roce 2001 konferenci poprvé na Slovensku v univerzitním zařízení v Liptovském Trnovci na břehu Liptovské Mary. Bylo na ní zastoupeno sedm vysokoškolských pracovišť z ČR, pět ze SR a také dvě z Polska (Krakov, Bydhošť). Poprvé měla charakter vědecké konference s mezinárodní účastí.

Počet účastníků se dále zvyšoval, měnilo a vyvíjelo se zaměření konferencí. Tak v Olomouci v dubnu 2002 se stal obecným ústředním tématem *podíl matematické složky vzdělávání na nově koncipované přípravě učitele primární školy.* Příspěvky více než 40 účastníků z ČR, SR, Polska a Rakouska dokumentovaly na konkrétních příkladech, že proměna školy znamená nejen změnu kurikulárního rámce vzdělávání, ale přináší zřetelně se zvyšující nároky na osobnostní a profesní kvality učitelů. Řešení složitých situací ve výukovém procesu spojených se změnou přístupu k dítěti vytváření prostředí poskytující dostatek podnětů pro jeho osobnostní rozvoj, diferenciace a individualizace výuky, integrace dětí se specifickými vzdělávacími potřebami, posílení mezipředmětové integrace, ale i změny v sociálních poměrech dětí, to vše přináší nové požadavky na profesní přípravu učitelů.

Konference pořádaná Fakultou pedagogickou ZČU v Plzni v krásném prostředí šumavského hotelu Srní v dubnu 2003 měla ústřední téma *„Od činnosti k poznatku“* a byla ve třech sekcích - budování aritmetických představ, budování geometrických představ a zajímavé příběhy ze třídy - zaměřena především na konstruktivisticky orientované trendy v didaktickém výzkumu i aplikace jeho výsledků.

V následujícím roce na olomoucké konferenci byl uvedený trend na zvýšení úrovně příspěvků ještě posílen. Byly zaměřeny na c*esty (k) poznávání v matematice primární školy.* Zúčastnili se vedle tradičních účastnických zemí ještě účastníci z Francie a Finska. Na závěr konference bylo rozhodnuto o pravidelném pořádání akcí střídavě v Olomouci, v Čechách a na Slovensku.

Na konferenci ve Smolenicích, pořádané Pedagogickou fakultou TU v Trnavě v dubnu 2005, byl mimo jiné zdůrazněn nový fenomén v přípravném matematickém vzdělávání učitelů i v edukační praxi primárních škol: *informační a komunikační technologie.* Vnějším výrazem uvedené skutečnosti se stalo i to, že sborník příspěvků i abstrakt v anglickém jazyce byl tentokrát vydán na elektronickém CD nosiči.

Od roku 2006 se začala také uplatňovat myšlenka *hlubšího propojení didakticko matematického charakteru konferencí s pedagogickými či psychologickými základy.* V. Spilková shrnula ve svém plenárním vystoupení klíčové trendy v proměnách učitelů primárních škol, v následujících letech vystoupili další přední čeští pedagogové a psychologové J. Mareš, J. Miňhová, H. Grecmanová, E. Vondráková, J. Honzíková, T. Janík. Poprvé byl sborník příspěvků vydán Vydavatelstvím UP jako pravidelná Acta universitatis Palackianea Olomucensis (AUPO). Dále se rozšiřovala zahraniční účast, v letech 2006 - 13 byli na konferenci kromě českých, slovenských a polských přítomni střídavě účastníci z Austrálie, Itálie, Německa, Finska, Slovinska, Japonska, Norska, Francie, Egypta, Rakouska, Litvy a Kazachstánu.

Konference pořádaná opět plzeňskou pedagogickou fakultou v Srní v roce 2007 reflektovala hlavně kurikulární změny v matematice primární školy. Ústředním tématem se stalo *vyučování matematice z pohledu kompetencí žáka a profesních kompetencí učitele.* Stala se vítanou příležitostí ke konfrontaci různých názorů na charakter matematického kurikula, především v českém a slovenském prostředí.

V roce 2008 jsme uspořádali konferenci opět v Olomouci. Obohacením se ukázala účast učitelek z praxe, které se podílely na výzkumných šetřeních ve spolupráci s vysokoškolskými pracovišti. Dalším diskutovaným tématem se stal obsah i struktura nově koncipovaných studijních oborů učitelství pro 1. stupeň pro připravované akreditační řízení.

Následující rok se konala konference v Nízkých Tatrách, v horském středisku Tále. Pořádala ji Pedagogická fakulta UMB v Banské Bystrici, objevil se na ní nový prvek - *matematická složka přípravy učitelek mateřských škol,* který se stal nedílnou součástí i v následujících letech. Zejména slovenští účastníci prezentovali své první zkušenosti a náměty na výzkumná šetření v oblasti preprimární edukace.

Na dalším ročníku v roce 2010 v Olomouci vystoupili poprvé se svými příspěvky doktorandi z jednotlivých školicích pracovišť v doktorských studijních programech Didaktika matematiky, Pedagogika, Predškolská a elementárna pedagogika, Teória vyučovania matematiky. Tematicky byla konference zaměřena na *matematické vzdělávání v kontextu celkových proměn primární školy.* Ve většině příspěvků byla reflektována skutečnost, že učitele nestačí vybavit matematickými znalostmi, nějakými recepty, jednou provždy. Orientace studenta učitelství v prostředí akademického poznání, jeho způsobilost vybírat, aktualizovat, aplikovat, způsobilost adekvátním způsobem komunikovat se širokým spektrem partnerů (žáky, kolegy, rodiči, veřejností) se ukazuje jako nezbytná pro jeho praxi a další vzdělávání..

V roce 2011 uspořádala konferenci opět plzeňská pedagogická fakulta, tentokrát v hotelu Angelo v Plzni, ústředním tématem se stala *tvořivost v počátečním vyučování matematice.* V tomto roce byla poprvé rovněž posterová sekce, na níž byly prezentovány dílčí výstupy z výzkumů.

Rok 2012 byl rokem 150. výročí JČMF, hostem konference byl její předseda J. Kubát. Akce se konala v olomouckém hotelu Flora. V tomto roce byly příspěvky zaměřeny především na dvě vzájemně související témata: *inovativní aktivity v profesní přípravě učitele matematiky* nemohou směřovat k jinému cíli než je *tvořivý žák a tvořivý učitel primární školy.*

Zatím poslední, 18. ročník, se konal na Pedagogické fakultě PU v Prešově. Jeho zaměření bylo typické a symbolické pro celou dosavadní historii EME: *Matematika v primárnej škole - rôzne cesty, rovnaké ciele.*

3. Závěrem

Pokusme se - bez nároků na úplnost - o malou bilanci toho, co se podařilo a co nepodařilo. Především byla podle našeho názoru vytvořena česko - slovenská komunita těch, kteří mají potřebnou erudici, ale také zájem, vyjadřovat se na pravidelných setkáních k závažným problémům matematiky na primárním stupni vzdělávání a přípravy učitelů primárních škol, problémům, které přináší doba. Mohou se přitom opírat o vlastní výzkumy, často realizované v týmech na jednotlivých pracovištích, společně s doktorandy, s učiteli - experty v edukační praxi, ale také o poznatky ze zahraničí. Mohou vycházet z vlastních pedagogických zkušeností s měnícími se znalostmi žáků primární školy i studentů učitelství. Snad není příliš nadnesené tvrzení, že v některých jiných oborech a jiných oborových didaktikách takovou příležitost nemají.

Konference EME ve své devatenáctileté historii neměly ambici reprezentativního mezinárodního kongresu. Podle názoru některých účastníků jsou jejich hlavním předmětem právě specifické otázky česko-slovensko-polské (středoevropské) reality primární školy - aniž by se ovšem uzavíraly před přínosnými a „přenosnými“ zahraničními inspiracemi. Prezentované výstupy mají ovšem různorodou kvalitu, ne vždy dosahují srovnatelných a požadovaných parametrů co do obsahu, užité metodiky i formálního zpracování.

Mezi možná latentní, v řadě souvislostí se na konferencích EME stále vynořující, otevřené problémy patří podle našeho názoru vztah (primární) pedagogiky jako vědního oboru (resp. „obecné školní didaktiky“) a didaktiky matematiky primární školy. Je odrazem postavení oborových didaktik, jejich místa v systému vědních disciplín, se všemi svými konsekvencemi (vnímání akreditační komisí, absence uznatelných výstupů - impaktovaných či recenzovaných časopisů aj.). V situaci, kdy zejména mladí pracovníci potřebují kvalifikačně růst a pracoviště jsou hodnocena podle započitatelných „bodů RIV“ se stává aktivní účast na konferencích typu EME nemístným luxusem nebo zbytečností. To je možná hlavní otázka a výzva do dalšího desetiletí.

Poznámka na závěr: Fakta a názory uvedené v tomto příspěvků jsou subjektivním pohledem autora, aktivního účastníka všech předchozích konferencí. Omlouvá se za všechny případné neúmyslné nepřesnosti, které může příspěvek obsahovat.

Literatura

1. *Sborníky z olomouckých konferencí 2002 - 2012*. Dostupné na World Wide Web: http://katmat.upol.cz/index.php?option=com_content&view=article&id=25&Itemid=24
2. *Matematika v príprave učiteľov 1. stupňa základném školy*. HANZEL, P., GEROVÁ, L., KLENOVČAN, P. (eds.). Banská Bystrica: UMB 2001. ISBN 80-8055-519-2.
3. *Od činnosti k poznatku*. *Sborník z konference s mezinárodní účastí.* COUFALOVÁ, J. (ed.). Plzeň: ZČU 2003. ISBN 80-7082-955-9.
4. *Vyučování matematice z pohledu kompetencí žáka a učitele 1. stupně ZŠ. Sborník z konference s mezinárodní účastí.* COUFALOVÁ, J. (ed.). Plzeň: ZČU 2007. ISBN 978-80-7043-548-9.
5. *Matematika z pohĺadu primárneho vzdelávania*. *Sborník příspěvků z konference s mezinárodní účastí „Elementary Mathematics Education“.* Banská Bystrica: UMB 2009. ISBN 978-80-8083-742-6.
6. *Tvořivost v počátečním vyučování matematiky. Sborník z konference s mezinárodní účastí.* COUFALOVÁ, J. (ed.). Plzeň: ZČU 2011. 978-80-7043-992-0.
7. *Matematika v primárnej škole. Rôzne cesty, rovnaké ciele.* TOMKOVÁ, B., MOKRIŠ, M. (eds.). Prešov: PU 2012. ISBN 978-80-555-0765-1.

Kontaktní adresa

Doc. PhDr. Bohumil Novák, CSc.
Katedra matematiky Pedagogické fakulty UP
Žižkovo nám. 5, 771 40 Olomouc
Telefon: +420 585 635 713
E-mail: bohumil.novak@upol.cz

ACTA UNIVERSITATIS PALACKIANAE OLOMUCENSIS
FACULTAS PAEDAGOGICA 2014 MATHEMATICA IX

DEJME DĚTEM PŘÍLEŽITOST KE HRANÍ

Eva NOVÁKOVÁ

Abstrakt

Volná/spontánní hra je základní aktivitou dítěte předškolního věku, vychází z potřeb dítěte a rozvíjí různé stránky dětské osobnosti. Volná hra dovoluje naplňovat zájmy, potřeby, zkušenosti dítěte, respektovat individuální tempo, přispívat k rozvoji sociálních vztahů. Příspěvek uvádí dvě volné námětové hry s možným využitím v domácím prostředí nebo v mateřské škole. Jejich námět může být interpretován jako propedeutika „předmatematických činností“.

Klíčová slova: Dítě předškolního věku, hra, volná hra, námětová hra, předmatematické činnosti.

LET US GIVE CHILDREN CHANCE TO PLAY

Abstract

Free spontaneous game is a basic activity of pre-school age. It is based on children's needs and develops various aspects of children's personality. Free games meet the interests, needs and experience of children, respect individual pace and contribute to the development of social interactions. In the contribution we present two free thematic games utilizable at home or in the kindergarten. Their idea can be interpreted as propedeutics of pre-mathematical activities.

Key words: Pre-school age, game, free game, thematic game, pre-mathematical activities.

1. Úvod

Osou *osobnostně orientované předškolní výchovy* (*Opravilová, 2001*) je *hra* jako nejlepší způsob, jak dítě může postupně zvládat a rozvíjet předpoklady k rozvoji všeho, co bude později v životě potřebovat. Jak zdůrazňují - byť z různých úhlů pohledu - některé autorky (*Opravilová, 2001, Koťátková, 2005),* předškolní dítě pociťuje protiklad mezi hrou a povinností, mezi volností a řízenou činností, spontánním získáváním zkušeností a záměrným učením. Prostor pro *volnou hru* je prostorem pro jeho celkový osobnostní rozvoj. Dítě se chce podle vlastní potřeby zastavit a hledat, třeba i bloudit. Ve spontánní aktivitě se dobrovolně, v individuálním tempu, učí, zkouší, s přirozenými odbočkami a zastaveními hledá, objevuje.

V našem příspěvku vycházíme z pojetí volné hry S. Koťátkové (2005, s. 16), která ji vymezuje jako „takovou činnost, při které si dítě samo volí námět, záměr a chce spontánně cosi prozkoumat, zkoušet, ověřovat a vytvářet. Volí si k tomu hračky, zástupné nebo doplňkové předměty, místo ke hře a jeho úpravu, role a způsob jejich ztvárnění.“

Náměty, které prezentujeme, jsou reflexí zkušeností získaných s pětiletým dítětem (označeno A) v rodinném prostředí a v předškolním oddělení mateřské školy (dospělá osoba označena D).

2. První námětová hra:

Evidence údajů ze života a okolí dítěte, jejich třídění podle daného kritéria.

1. zkušenost: Dítě zaznamenává odpovědi na otázku: "*Co jsme dělali minulý týden?*

Nejdříve (A) jmenuje různé aktivity a zaznamenává, zda činnost vykonávalo minulý týden. V případě kladné odpovědi skutečnost eviduje symbolem kolečka, negativní odpověď zaznamenává čárkou. Oba znaky vznikají dohodou, úmluvou, kde není zřejmá reprezentace typických vlastností, charakteristických jevů.

Po chvíli samostatného zaznamenávání svých nápadů vyžaduje od (D) předkládání návrhů činností, o kterých sama rozhoduje, zda je zaznamená. Třídí (dichotomicky) činnosti podle toho, zda byly nebo nebyly uskutečněny v minulém týdnu. Předkládáme část rozhovoru a záznamový list:

- D: *Jeli jsme autem.*

A: *To udělám **velký** kolo, protože jsme jeli víc a dál.*
(Snaha postihnout významné znaky zaznamenávané skutečnosti, navíc má potřebu rozlišovat *míru* společných znaků jednotlivých činností).

- D: *Hladili jsme klokana*.

A: *To ne, ale hladili jsme Maxe.*
(Cítí jistý díl správnosti v navrhované činnosti a snaží se jí upravit tak, aby byla zcela korektní a mohla být zařazena do třídění a zaznamenána. Nebo lze interpretovat tak, že aktivita hlazení klokana asociuje hlazení psa (Maxe), které již patřilo do činností vykonávaných minulý týden).
A: *Klokana jsme nehladili. Máš další čárku.*
(Hlazení psa Maxe zaznamenává kolečkem a hlazení klokana čárkou.)

- D: *Pekli jsme dort.*

A: *Jasný. Dám **velikánský** kolo. Ještě ten dort nazdobím. A napíšu, koho si myslím, že ten dort bude.*
(Vyjadřuje zde vlastnosti objektu, které chápe jako podstatné. Dort musí být velký, protože má na něj velkou chuť a chce ho hodně sníst. Navíc narozeninový dort bývá speciálně nazdobený…)

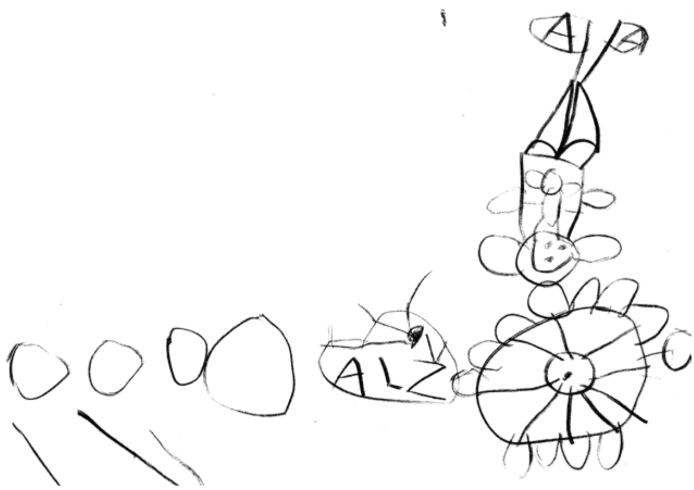
- D: *Stavěli jsme sněhuláka.*

A: *To jo. Já toho sněhuláka namaluju. Trochu ho naparádím.*

- D: *Letěli jsme letadlem.*

A: *Ne, to jsme nedělali.*

Spontánně zde volně přechází od užívání symbolů (kolečko, čárka, které kreslí každé do jednoho řádku) k jiné podobě záznamu - ke znakům nesoucím podstatné vlastnosti zaznamenávaných skutečností, vzhledem k závažnosti tématu z pohledu dítěte, jeho značné emocionální angažovanosti - kreslení nazdobeného dortu nebo sněhuláka:



Obr.1: Písemný záznam první námětové hry - 1. část.

2. zkušenost:

Při vstupu dítěte do mateřské školy je mnoho nových situací obvykle navázaných na nějaký silný emoční zážitek. Jednou z nich je zjišťování docházky dětí a jejich evidence, kdo z dětí "jde po o", kdo "po spa", kdo "na ží". Učitelka tím třídí skupinu přítomných dětí. Při volné námětové hře "Na učitelku" dítě reprodukuje zážitek záznamu dat. Své myšlenky nepřevádí do zvukové podoby, ale do jazyka symbolů. Dítě tedy vnímá a eviduje ve svém oddělení mateřské školy situaci, která nastává po obědě. Přijímá *téma i způsob záznamu*, s kterým se setkalo u dospělých, konkrétně paní učitelky - každodenní monitorování, kterým si učitelka situaci zpřehledňuje. Třídí všechny přítomné děti do tří předem určených „tříd rozkladu“:

- ti, kteří *půjdou po obědě domů* - O (Klárka, Ondrášek,..,)
- ti, kteří *budou odpočívat na žíněnkách* - Ž (Ludmilka, Tomášek,...,)
- ti, kteří *budou spát na lehátkách* - L (Radeček, Verunka,...,)

(A) opět zpracovává informace „v roli zapisovatele“. Do tří skupin zaznamenává každého ze zúčastněných dětí čárkou. Aktivitu lze interpretovat jako „prosté zobrazení množiny všech přítomných dětí na množinu všech čárek“:

Obr.2: Písemný záznam první námětové hry - 2. část

3. Druhá námětová hra:
Manipulativní činnosti se stavebnicí MagFormers.

Dítěti (A) je stavebnice dána k volné hře, spontánně sestavuje rovinné a prostorové útvary. Při manipulaci můžeme sledovat různé typy aktivit:

- vytváří „řady“ spojením dílků stavebnice *stejného nebo různého tvaru nebo barvy*

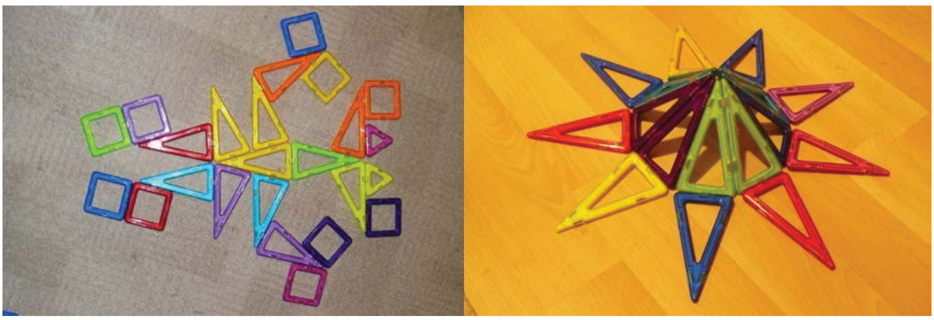
(Intuitivně využívají rytmizace, rytmické střídání barev či tvarů),

- tvoří *rovinné obrazce, případně s využitím osové či středové souměrnosti*,
- s využitím jednotlivých prvků stavebnice *„vyplňuje část roviny“* .

(V jednodušší podobě bylo využito buď pouze čtverců nebo rovnostranných trojúhelníků. V těchto situacích šlo zejména o přikládání jednotlivých dílků a velikost takto vytvořené plochy byla omezena zejména počtem dílků příslušného tvaru. V omezeném rozsahu došlo i k vyplnění plochy s využitím dílků různých tvarů. Šlo ale spíše o přikládání jednotlivých díků stavebnice, které umožňovaly vyplnění plochy, tj. měly patřičný tvar, než využití rytmizace skupiny tvarů),

- vytváří „modely těles“ - jednotlivé prvky stavebnice umisťuje do prostoru.

(V této činnosti můžeme odlišit dvojí přístup. První je situace, kdy již od přiložení druhého dílku směřuje výstup „do prostoru“. V druhém případě skládá k sobě jednotlivé prvky stavebnice v rovině, vytváří „síť tělesa“ nebo jeho část a poté síť "zvedne" (magnetické části se spojí) a vytvoří model těleso).



Obr. 3: Výsledky činnosti/volné hry se stavebnicí.

4. Závěr

Společným rysem uvedených ukázek je předpoklad ponechat dětem prostor pro volbu vlastního *námětu, cíle i prostředků k volné hře,* která by mohla být využita k rozvoji předmatematických činností *(evidence údajů, třídění na dvě nebo tři disjunktní třídy, vytváření rovinných obrazců a jednoduchých hranatých těles).* Možnosti pro uplatnění se nabízejí v rodinném domácím prostředí i v mateřské škole. Za podstatnou považujeme *schopnost dospělého pozorovat a vnímat spontánní činnosti dětí*: rodič nebo učitelka mohou sledovat věci, které děti zajímají, oslovují, motivují a vhodně na ně navázat, rozvést je - například upravit podmínky dětské aktivity, pomůcky, které ke hře podněcují. V mateřské škole bývá prostor pro volnou hru většinou v době, kdy se ráno děti scházejí či naopak odpoledne, kdy čekají, až je rodiče vyzvednou.

Teoretické studie *(Opravilová, 2001)* i praxe předškolní edukace považují za nesporné, že v předškolním období *dítě pomoc a podporu dospělého potřebuje*. Zásadní otázkou je ovšem to, *v čem tato pomoc spočívá*. Někdy předbíháme vývoj dítěte. Snažíme se je naučit "věci" ze světa dospělých, ve snaze seznámit dítě se světem, ve kterém žijí, jim předkládáme množství faktů z různých oblastí lidské činnosti. Volná hra nabízí jednu z možností, jak poskytnout dítěti příležitost k osobnímu prožitku, uplatnění jeho zájmu, zkušeností a vyjádření vlastní představy o světě.

Literatura

1. KASLOVÁ, M. *Předmatematické činnosti v předškolním vzdělávání*. 1. vyd. Praha: Raabe, 2010, 206 s. ISBN 978-80-86307-96-1
2. KOŤÁTKOVÁ, S. *Hry v mateřské škole v teorii a v praxi.* Praha: Grada Publishing, a.s., 2005, 184 s. ISBN 80-247-0852-3.
3. OPRAVILOVÁ, E. Pojetí, smysl a základní orientace předškolní výchovy, s. 123 - 140. In: Kolláriková, Z., Pupala, B. (eds.): *Předškolní a primární pedagogika*. 1. vyd. Praha: Portál, 2001, 456 s. ISBN 80-7178- 585-7.

Kontaktní adresa

Mgr. Eva Nováková, Ph.D.
Katedra matematiky Pedagogická fakulta MU
Poříčí 7, Brno 603 00
Telefon: +420 549 49 6933
E-mail: novakova@ped.muni.cz

ACTA UNIVERSITATIS PALACKIANAE OLOMUCENSIS
FACULTAS PAEDAGOGICA 2014 MATHEMATICA IX

Z NURTEM RZEKI. JAK KSZTAŁTOWAĆ KOMPETENCJĘ ARYTMETYCZNĄ DZIECI

Zbigniew NOWAK

Abstrakt

Edukacja matematyczna dzieci przewiduje zarówno kształtowanie u nich dobrych podstaw pojęciowych, jak i koniecznej biegłości rachunkowej w zakresie posługiwania się nimi. O ile metoda czynnościowa i związane z nią manipulacje, są cennymsposobem kształtowania pojęć, to stają się uciążliwością, a nawet przeszkodą w `kształtowaniu sprawności rachunkowej, utrudniając intelektualizację tego procesu oraz czyniąc go szybko nieefektywnym (powolnym i zawodnym). Kztałtowanie kolejnych kompetencji arytmetycznych dzieci winno więc być każdorazowo zarazem powrotem do manipulacji jak i nabudowywaniem nowej sprawności na poprzednią.

Klíčová slova: arytmetyka, pojęcie, sprawność rachunkowa, metoda czynnościowa

With the flow. How to shape the arithmetic competencies of children

Abstract

Mathematical education of children provides both shaping a good conceptual basis and the necessary counting proficiency. While functional method and the manipulations which are related to it, are a valuable way of forming terms, it becomes a nuisance, and even an obstacle in the development of counting efficiency, intellectualization is hindering the process and making it ineffective rapidly (slow and unreliable). Shaping the next arithmetic competence of children should always be at the same time back to manipulation and overbuilding a new efficiency to the previous one.

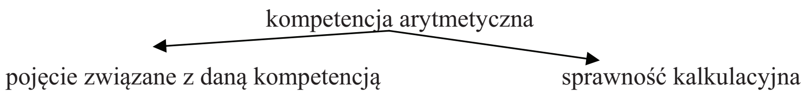
Key words: arithmetic, term, counting proficiency, functional method

1. Powrót do źródeł i kontynuacja

<Kompetencja> jest jednym z tych pojęc które niedawno weszły do pedagogiki i zrobiły w niej wielką karierę. Jak sądzę słusznie, gdyż zwraca uwagę na konieczność i integralność związku wiedzy, sprawności w posługiwaniu się nią i motywacji, która będzie je uruchamiać i nadawać im kierunek[1]. Nie odmawiając znaczenia temu ostatniemu czynnikowi, a nawet uząc go za decydujący w procesie powstawania kompetencji i korzystania z nich, tu skoncentruję się jednak na dwóch pierwszych wskazując na ich związki i uwarunkowania.

1 „Kompetencja“ to: „ dyspozycja do instrumentalnego działania, związana z wiedzą, umiejętnościami, motywacją do działania oraz przekonaniem podmiotu o posiadniu owej dyspozycji“. (Męczkowska 2003, 694)

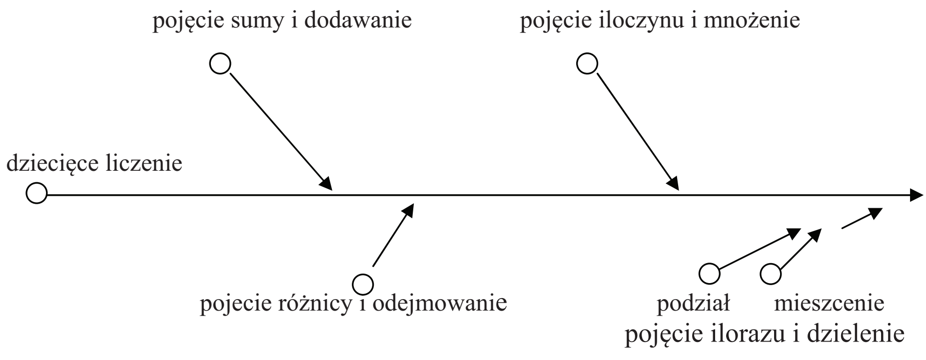
Arytmetyka jest, jak wiadomo działem matematyki, który w uproszceniu obejmuje liczby naturalne oraz cztery działania na nich i prawa rządzące tymi działaniami (Pańkowska 1983, 12). Jest to w zasadniczych zarysach korpus szkolnej wiedzy matematycznej na poziomie elementarnym, a przez to także fundament wszelkiej dalszej - dobrej lub złej edukacji.Chcąc tworzyć dobre kompetencje artmetyczne, potrzebna jest, jak sadzę nauczycielowi świadomość, iż każdorazowo ma to być dla dzieci powrót do metody czynnościowej i manipulacji, jako źródła wszelkich pojęć (Krygowska 1977), a zarazem podjęcie i kontynuacja uprzednio opanowanej sprawności kalkulacyjnej.



Tak więc na każdą kompetencję arytmetyczną będzie skłądało się:

1. Możliwie dobre rozumienie pojęcia danego działania, w powiązaniu z już posiadanymi, które powinno być wywiedzione z operacji manipulacyjnych.
2. Pewien satysfakcjonujący poziom sprawności kalkulacyjnej, wywiedziony z umiejętności opanowanych wcześniej i na nie nabudowanych.

Całą tę procedurę, jak sądzę, dość udatnie wyobraża rzeka, która mając swe najpierwotniejsze źródło, tocząc nurt, jest co pewien czas zasilana przez dopływy, właczające się w niego, ale swe wody czerpią z włąsnych źródeł. Tak więc przenosząc tę analogię na budowanie kompetencji w zakresie działań arytmetycznych: ich praźródłem jest numeracja i dziecięce licznie, które jest pierwszym pojęciem arytmetycznym i pierwszą kalkulacyjną sprawnością. Do tej rzeki sukcesywnie dopływają kolejne działania (dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie), które są wprowadzane odczynnościowo, ale w obszarze kalkulacyjnym nabudowywane są na poprzednich.



2. Liczenie i przeliczanie

Najbardziej elementarnym z pojęć i rownocześnie podstawą wszelkiej biegłości kalkulacyjnej, jest tzw „dziecięce liczenie", którego ukoronowaniem ma być umiejętność wzajemnie jednoznacznego odwzorowania zbioru liczb naturalnych na zbiorze przeliczným z jednoczesnym rozumieniem zasady „kardynacji", według której ostatnia liczba przyporządkowana ostatniemu elementowi zbioru przelicznego wskazuje zarówno, którym z kolei jest ten element, jak i o mocy przeliczanego zbioru (por. Puchalska, Semadeni 1992, 235-236).

Ta, pozornie banalna, bo będąca od pokoleń kulturowym standardem, umiejętność matematyczna jest fundamentem rozumienia pojęć ilościowych i sprawności arytmetycznych. Jest równocześnie klasycznym obszarem ujawniania się „bariery oczywistości", swoistej pułapki dydaktycznej, w której nauczyciel pewnym zewnętrznym pozorom poprawności działania ucznia, przypisuje własne ich rozumienie i interpretacje (Nowak 2010, 15). Tak więc to, co w przypadku dzieci może być wyłącznie, lub przede wszystkim mechanicznym odtwarzaniem zasłyszanej sekwencji słów i zaobserwowanych gestów, w oczach niezorientowanego nauczyciela, (tak jak rodzica) będzie pochopnie interpretowane jako kompetencja w liczeniu. By rzeczywiście mieć z nią do czynienia, znawca i badacz zjawiska, E. Gruszczyk-Kolczyńska uważa, iż dziecko powinno: 1) wskazywać kolejne elementy w przeliczanym szeregu przestrzegając reguły jeden do jednego, 2) licząc, wymieniać kolejne liczebniki, znając i przestrzegając niezależności porządkowej (liczenie od początku i od końca), 3) być przekonane, że ostatní z wymienionych liczebników ma podwójne znaczenie określając zarazem porządek ostatniego liczonego elementu jak i całkowitą ich liczbę (Gruszczyk-Kolczyńska, Zielińska 2009, 119-120).

3. Suma i różnica

Kolejną kompetencją będzie opanowanie pojęcia **sumy** i **różnicy** oraz towarzyszącej im sprawności w dodawaniu i odejmowaniu. Jak wiemy pojęcie sumy możemy kształtować mnogościowo przez łączenie dwóch zbiorów rozłącznych na zasadzie ich sumowania lub doliczania mniejszego (zwykle) do większego. Można także to robić w apekcie porzadkowym przez numerowanie. Obie te drogi, jak widać odwołują się do umiejętności przeliczania. Inaczej sprawa się ma, kiedy bedziemy kształtować pojęcie sumy w odniesieniu do wielkości ciągłych (rozciągłość, masa, pojemność, czas), a także w odniesieniu do obliczeń pieniężnych. Tu zasadniczo należy bazować na umiejętności kalkulacji nadając wynikom, dzieki rozumieniu przez dziecko liczby w aspekcie miarowym oraz wartościującym, odpowiednią rzeczową interpretację.

Pojęcie różnicy, analogicznie będziemy kształtować na zbiorach, przez ujmowanie, które może być liczeniem „do przodu" lub wstecz, albo doliczanie w granicach danej liczby. Ponieważ umiejętność dodawania zwykle wyprzedza umiejetność odejmowania i jest sprawniejsze, doliczanie może być także realizowane jako czynność czysto intelektualna, gdzie zadanie typu a-b=, zmieniamy na rachunek b+□= a. Tak, jak w przypadku sumy, mierzalne i wartościujące interpretowanie różnicy będzie zasadniczo związane z wykonywaniem obliczeń liczbowych[2].

4. Iloczyn

Kolejnym działaniem arytmetycznym, w zakresie którego dziecko powinno posiąść kompetencję jest **iloczyn.** Także tu poczatkiem drogi powinna być sytuacja konkretna, w której uczeń będzie miał do czynienia z kilkoma równolicznymi grupami liczmanów, co po omówieniu i przeliczeniu, można zinterpretować jako „kilka razy po tyle samo" oraz zapisać formułą mnożenia. Innymi, stopniowo coraz bardziej zaawansowanymi drogami mogą tu być obliczenia odnoszące się do mnożenia przez siebie zbiorów 9iloczyn kartezjański), obliczania liczby elementów w ukłdach szeregowo-kolumnowych oraz do zliczania kwadratów jednostkowych w prostokątach.

2 Zdaję sobie sprawę, że można w niektórych sytuacjach wyznaczać sumę i różnicę wielkości ciągłych manipulacyjnie odwołując się do odkładania i przeliczania liczby jednostek mieszcacych się w nich, tak, jak można to robić także w pewnych sytuacjach obliczania iloczynów i ilorazów wielkości ciągłych.

Sprawność kalkulacyjna w zakresie mnożenia, nim ją dziecko ostatecznie zautomatyzuje ucząc się tabliczki mnożenia, budowana będzie na wielokrotrnym dodawaniu jednakowych składników (3x4= 4+4+4=12), a w niektórych przypadkach nawet na przeliczaniu, tylko tym razem po kilka (po 2, 3, 5, 10). Iloczyny obliczane w odniesieniu do wielkości ciągłych i obliczenia pieniężne, także i tym razem będą realizowane zasadniczo jako czynności intelektualne.

5. Iloraz

Ostatnim z poznawanych w edukacji wczesnoszkolnej działań jest **dzielenie.** Kompetencję w zakresie rozumienia tego pojęcia kształtuje się manipulacynie dokonując podziału zbiorów na równe części (tzw. „podział“) oraz podziału po kilka (tzw. „mieszczenie“), które mają doprowadzić do dzielenia rozumianego jako ich uogólnienie odnoszące się do działań na liczbach.

Jeżeli jednak chodzi o aspekt kalkulacyjny, to kształtowany jest on przez nabudowanie na sprawność uczniów w zakresie mnożenia, tak że bez ryzyka można stwierdzić, iż warunkiem umiejętności dzielenia jest osiągnięcie poprzedzającej ją biegłości w zakresie mnożenia. Będzie to w pełni zrozumiałe, gdy uświadomimy sobie, iż obliczenie ilorazu: 24:6=, realizuje się przekształacając go w działanie odwrotne □x6=24, lub 6x□=24 szukając brakującego czynnika (Krygowska, Siwek 1985, 289). Niesie to przy okazji poważne konsekwencje dydaktyczne polegające na tym, iż zasadniczo nie pozwala poruszać kwestii dzielenia z resztą. To dzielenie, równie banalne i mechaniczne, jak całkowite, w obszarze manipulacyjnym, (w którymś momencie pozostają elementy nie dające się już podzielić, lub mieścić), staje się jakościowo inne, niepomiernie trudniejsze, kiedy operuje się na liczbach. Nawet najbieglesza bowiem znajomość tabliczki mnożenia, nie da odpowiedzi na pytanie: ile jest 26:6=?. Rozwiązanie tego dylematu wymga, obok znajomości tabliczki mnożenia, znajomości tajemnej i trudnej sztuki szacowania. Analogicznej i równie trudnej z jaką spotyka się dorosły realizując dzielenie pisemne. O „ból głowy“ może przyprawić samo już omówienie koniecznych czynności: *trzeba znaleźć liczbę, która pomnożona przez dzielnik da liczbę bliską dzielnej, ale mniejszą od niej o tyle jednak by ich różnica (zwana resztą) była mniejsza od dielnika*.

Warto też pamiętać, iż rozpatrywane w szkole ilorazy, które są odwrotnościami iloczynów, budują, niejako przy okazji, u dzieci oczywiste w tej sytuacji, ale nieprawdziwe przekonanie o podzielności wszelkich liczb, analogicznie, jak to ma miejsce w dodawaniu, odejmowaniu (zawsze można od większej odjąć mniejszą) i mnożeniu.

Jak poprzednio, zasadniczo dopiero na poziomie kalkulacji można wrócić do pogłębienia pojęcia iloczynu odnosząc go do podziału i mieszczenia wielkości ciągłych oraz stosownych obliczeń pieniężnych.

6. Konkluza

Odkrycie i stosowanie metody czynnościowej, matematyka „rąk“ i manipulacja, są w edukacji matematycznej dzieci zapewne przełomem, niemniej jak wszystko także i one mają swoje ograniczenia. Złe ich rozumienie, zwłaszcza przy realizującej się właśnie idei obniżenia wieku szkolnego, może powodować u nauczyciela skłonność do nadmiernej infantylizacji procesu nauczania, swoistego „fetyszyzowania“działań na konkretach i nadmiernego trwania przy nich.

Należy pamiętac, iż matematyka jest ostatecznie rzeczywistością mentalną, a my musimy dążyć do intelektualizacji przez uczniów jej procesów, a budowanie pojęć i sprawności, za każdym razem winno być tyle powrotem do manipulacyjnych źródeł, ile kontynuacją opanowanych już działań umysłowych.

Literatura

1. GRUSZCZYK-KOLCZYŃSKA, E., ZIELIŃSKA E. Liczenie. Wspomaganie dzieci w ustalaniu prawidłowości, które są stowane w liczeniu obiektów. Kształtowanie umiejętności liczenia. In: *Wspomaganie rozwoju umysłowego oraz edukacjamatematyczna dzieci w ostatnim roku wychowania przedszkolnego i w pierwszym roku szkolnej edukacji.* 1. vyd. Warszawa: Wydawnictwo Edukacja Polska, 2009. s.104-134. ISBN 978-83-7635-067-7.
2. Krygowska, A.Z. *Zarys dydaktyki matematyki.* Vyd. 2. Warszawa: WSiP, 1977, t.1. s. 184.
3. KRYGOWSKA, Z., SIWEK H. Pojęcie ilorazu. Dzielenie z resztą. In: Nauczanie początkowe matematyki. 1.vyd. Warszawa: WSiP, 1985, t.3. s. 289- 316. ISBN 83-02-01488-5.
4. MĘCZKOWSKA, A. Kompetencja. In: *Encyklopedia pedagogiczna XXI wieku.* 1.vyd.Warszawa: Wydawnictwo Akademickie „Żak“, 2003. s. 693-698. ISBN 83-89501-06-6.
5. NOWAK, Z. Poczucie oczywistości jako bariera w edukacji i tworzeniu się obrazu świata u dzieci. In: *Tworzenie obrazu świata u dzieci w młodszym wieku szkolnym. Szanse i bariery.* 1.vyd. Kraków:Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Pedagogicznego, 2010. s.9-24.ISBN 978-83-7271-586-9.
6. PAŃKOWSKA, H.(red.) *Matematyka. Encyklopedia szkolna.*1. vyd. Warszawa: WSiP, 1998. 383 s. ISBN 83-02-02551-8.
7. PUCHALSKA, E., SEMADENI Z. Wieloaspektowość pojęcia liczby naturalnej. In: *Nauczanie początkowe matematyki.* 2. vyd. Warszawa: WSiP, 1992, t.2. s. 233-260. ISBN 83-02-01184-3.

Kontaktní adresa

dr Zbigniew Nowak
Akademia Techniczno-Humanistyczna w Bielsku-Białej
Ul. Willowa 2
Telefon: +048-012-421-69-56
E-mail: amadeusz56@o2.pl

FENOMÉN CRTL-C A CTRL-V V PRÍPRAVE UČITEĽOV PRE PRIMÁRNE VZDLEÁVANIE

Edita PARTOVÁ

Abstrakt

Veľké množstvo dostupných zdrojov na internete láka študentov pri vypracovaní domácich úloh (seminárne práce, projekty, referáty...) zjednodušiť prácu kopírovaním a vložením (Ctrl-C, Ctrl-V). Tieto práce sú často kópiou iných, už odovzdaných prác, teda okrem toho, že študent podvádza pri ich odovzdaní, porušuje aj autorský zákon. V príspevku rozoberáme možnosti odhalenia plagiátorstva a prevencie zadávaním takých úloh, aby sa minimalizovala pravdepodobnosť kopírovania.

Klíčová slova: učiteľstvo pre primárne vzdelávanie, matematika, internet, originalita študentských prác

PHENOMENON OF CRTL-C A CTRL-V IN PRIMARY TEACHER EDUCATION

Abstract

The enormous amount of information from the internet makes easier for students do their homework the way copy and paste using different webpages. Doing so not only cheating at presenting the work as their own, but also they are breaking the low by using somebody else's work without authorization plagiarism. The following article suggesting different ways to prevent plagiarism as well as will show, how to create an assignment to eliminate-minimalize the opportunity of copying.

Key words: primary teacher education, mathematics, internet, originality of student´s works,

1. Elektronizácia vyučovania -výhody

Digitálny vek, ako nazývali koniec 20. storočia priniesol aj rozšírenie digitálnych technológií vo vzdelávaní. V súčasnosti je prirodzené, že vyučovacie materiály dostávajú študenti v elektronickej forme, komunikácia medzi študentmi a učiteľmi prebieha elektronickou formou - používame e-mail, skype, sociálne siete. Školská administrácia je digitalizovaná, študenti odovzdávajú domáce úlohy v elektronickej forme, záverečné a kvalifikačné práce sa povinne nahrávajú do elektronického evidenčného systému.

Elektronizácia vyučovania prináša nespočetné výhody. Študenti s obľubou prijímajú moderné aplikácie, svoje práce radi prezentujú pomocou prezentačného softvéru, spolupracujú prostredníctvom sociálnych sietí, informácie sa prenášajú elektronickou poštou. Prirodzene očakávajú, že študijné materiály môžu získať spôsobom, ktorým najčastejšie komunikujú. Zadané úlohy radi vypracujú a odovzdávajú v elektronickej forme, medzi použitými zdrojmi sa stále častejšie odvolávajú na elektronicky publikované zdroje dostupné na internete.

Elektronické výučbové materiály majú mnoho výhod oproti tlačeným materiálom, ktoré učivo značne zatraktívnia (farebnosť, množstvo obrázkov, dynamika, videá, animácie…). Pre učiteľov 1. stupňa ZŠ sú práve tieto prvky dôležité. Príprava takýchto materiálov vyžaduje od učiteľov (tvorcov) nové zručnosti (ovládanie spracovania obrázkov, videí, programovanie...) aj novú filozofiu tvorby. Táto filozofia ovplyvňuje aj zadania pre študentov. Systémy pre tvorbu elektronických materiálov ponúkajú rôzne možnosti aj pre tvorbu hodnotiacich prvkov (testy rôzneho typu, zadania, diskusiu). Azda každá univerzita na Slovensku v súčasnosti už ponúka elektronické kurzy, alebo aspoň čiastkové elektronické materiály, no pravdepodobne najrozšírenejšia hodnotiaca forma, ktorá sa vyžaduje v elektronickej forme, je odovzdanie referátov, úloh, zadaní, projektov, seminárnych prác. Elektronická forma odovzdania rôznych úloh má niekoľko výhod: rýchlosť doručenia, úsporné uskladnenie na elektronických médiách, čitateľnosť, jednotná úprav, možnosť vkladania rôznych vizuálnych prvkov, využívanie internetových zdrojov. Dostupnosť nepredstaviteľného množstva informácií na internete prispieva k získavaniu poznatkov komplexnou formou, čo ovplyvní nielen kvalitu odovzdaných prác, ale aj kvalitu poznatkov študentov. Nemôžeme prehliadnuť ani nevýhody možnosti internetu a iných elektronických zdrojov. Jeden veľmi vážny problém je porušenie autorských práv kopírovaním materiálov bez uvedenia zdroja.

2. Elektronizácia vyučovania - nebezpečenstvá

Každý učiteľ pozná nepríjemné zistenie, že študent prácu nevypracoval sám. Znaky plagiátorstva sa nedajú vždy odhaliť na prvé čítanie. Kvalita práce je vyhovujúca, a môže byť aj dobre hodnotená, až po hlbšej analýze, porovnávaní rôznych prác a kontrole zdrojov sa dá odhaliť kopírovanie. Bez pochyby je používanie klávesovej skratky Ctrl-C a Ctrl-V (kopírovanie a vloženie) jedným veľmi rozšírený spôsob „*tvorby*“ študentských prác v súčasnosti. Problematikou sa zaoberá aj Mészáros, A. v príspevku (Partová, Mészáros,.2013). Technické možnosti uľahčujú prácu študentov pri vypracovaní seminárnych prác, projektov, záverečných prác, zároveň skomplikujú možnosti overenia autenticity prác. Na internete len v slovenčine sú k dispozícii desiatky webstránok so zverejnenými vypracovanými referátmi seminárnymi alebo záverečnými prácami, bez uvedenia autorov (pozri zoznam litertúry). Okrem toho je veľký počet cudzojazyčných zdrojov podobného zamerania. Na rôznych vzdelávacích portáloch sú voľne dostupné didakticky spracované materiály, s cieľom vzájomnej výmeny skúseností medzi učiteľmi. Tieto zdroje študenti s obľubou používajú na uľahčenie plnenia povinností. Nie je možné prečítať všetky práce zverejnené na internete. Zistenie originality odovzdanej práce je veľmi ťažké, pričom sa učiteľ môže spoliehať v najväčšej miere na svoju intuíciu vyplývajúcu zo skúseností. Znaky plagiátorstva môže učiteľ ľahšie identifikovať vtedy, keď má k dispozícii viac prác od študenta alebo práce viacerých študentov na tú istú tému, preto má významnú úlohu priebežné hodnotenie a prezentácia prác všetkých študentov na danú tému. Fenomén kopírovania je, žiaľ, rozšírený aj v prácach vážnejšieho charakteru, ako sú záverečné práce všetkých druhov alebo rigorózne práce. Nie je zriedkavé, že plagiátorstvo sa zistí až po hodnotení práce a právne možnosti na nápravu sú už minimálne.

Iný typ problému vzniká pri zistení originality, ak ide o podnikanie v oblasti písania záverečných prác. V tomto prípade rovnako porušujú autorské práva obe strany; autor sa vzdáva svojich práv a klient si prisvojuje práva.

3. Problematika plagiátorstva v matematických disciplínach odboru učiteľstvo pre primárne vzdelávanie

Záverečné práce študentov stále častejšie obsahujú odvolávky na elektronické, internetové zdroje a citácie z týchto zdrojov. Principiálne nie sú tieto zdroje nepovolené alebo menejcenné, aj legislatívne sú printové a elektronické publikácie rovnocenné. Problémom je nesprávne chápanie pojmu „citácia" u niektorých študentov. Pod citáciou si predstavujú, že skopírujú niekoľko strán z rôznych zdrojov a zostavia z nich celok, ktorý považujú za svoje dielo. Môže byť uvedený autor citácií, teda autorské práva pôvodných autorov nemusia byť porušené, ale absentuje autorstvo samotného študenta. Študentom, najmä na nižších stupňoch vzdelávania má zmysel zadávať aj práce kompilačné alebo prehľadové, ale tie tiež musia obsahovať vlastné prvky autora, napr. jeho usporiadanie alebo klasifikáciu, jeho postoje, komentáre a pod. Situácia je horšia, ak nie sú uvedené zdroje a práca je vytvorená mozaikovým spôsobom. Práce takéhoto typu môžu byť urobené amatérsky, použitím prác spolužiakov alebo nespoľahlivých internetových zdrojov. Takéto práce sa dajú ľahko odhaliť a sú vyradené alebo hodnotené nízkou známkou. Práce vypracované profesionálnymi „výrobcami" je veľmi ťažké odhaliť, dokáže to len skúsený učiteľ, ktorý pozná veľmi dobre odbornú literatúru, štýl renomovaných autorov, pozná internetové stránky ponúkajúce vypracované práce. Najpopulárnejšie internetové stránky sú uvedené v zozname literatúry. Po prezeraní ponuky týchto stránok zistíme, že je pomerne málo prác s matematickou tematikou (približne 10% -pomer sa dá len odhadnúť z dôvodu stálej zmeny na webstránkach) a tie sú zamerané väčšinou na základné poznatky, definície vety dôkazy, riešené úlohy. Teda kopírovanie matematických textov sa dá pomerne ľahko odhaliť.

Študenti často dostanú za úlohu vypracovať prípravu na vyučovanie na konkrétne učivo, pričom hľadajú pomoc na stránkach moderný učiteľ, zborovňa, planéta vedomostí. Na týchto stránkach sa nachádzajú hotové prípravy na vyučovanie, ktoré lákajú študentov, aby ich odovzdali ako vlastné.

4. Spôsoby identifikácie a zamedzenia plagiátorstva

Najjednoduchšie sa dá odhaliť kopírovanie prác od spolužiakov, lebo učiteľ ich vie porovnať. Univerzity deklarujú, že majú zabezpečený systém na odhalenie plagiátorstva napr. pomocou softvéru „antiplagiátor". Musíme si však uvedomiť, že tento program zistí zhody len medzi záverečnými prácami navzájom, zhodu s inou odbornou publikáciou neskúma. Oponenti prác, alebo učitelia hodnotiaci práce študentov sa musia spoliehať na vlastné vedomosti a skúsenosti, aby objavili znaky kopírovania.

Podozrivé znaky plagiátorstva sú:

- zmeny štylizácie,
- odlišná kvalita grafického prejavu,
- opakovanie rovnakých ilustračných príkladov vo viacerých odovzdaných prácach,
- rovnaké obrázky v rôznych prácach,
- opakovane sa vyskytujúca chyba v rôznych prácach,
- nesúlad so slovenskou legislatívou,
- nesúlad s koncepciou vyučovania na Slovensku,

- nesúlad so zadanou témou .

Možnosti odhalenia kopírovania prác sa vyvíjajú, prevencia je však, vždy účinnejšia. Uvedieme niekoľko možností prevencie proti plagiátorstvu.

Môžeme zadávať témy seminárnej práce, ktoré sa týkajú malej komunity alebo regiónu, teda nie je komerčne zaujímavá, napr. skúmanie cien mlieka v malom regióne, pozorovanie vyučovania matematiky v konkrétnej triede za vopred daný čas.

Môžeme si zvoliť zadanie na veľmi úzku špeciálnu odbornú tému tak, aby si „pomáhajúci" autor nemohol vypracovať bez hlbšieho preštudovania odbornej literatúry. V takomto prípade je málo pravdepodobné, že z podnikateľských dôvodov si niekto naštuduje špecifickú tému, napríklad princíp netradičných algoritmov násobenia.

Dobrým riešením môže byť aj tvorba testov s premennou, kde pri každom otvorení sa zmenia vstupné údaje, čo logicky znemožní odovzdanie rovnakých riešení. Možnosti využívania elektronického testovania spracoval aj Klenovčan (Klenovčan 2013).

Okrem klasických referátov, na kontrolu faktických poznatkov je vhodné zadať úlohy, v ktorých sa vyžaduje, zdôvodnenie, vysvetlenie, vyjadrenie názoru, argumentácia výberu a pod.

Poskytnutie odporúčaných zdrojov je tiež účinná metóda, týmto spôsobom učiteľ ohraničí množstvo zdrojov a ľahšie vie skontrolovať kopírovanie. Výučbové materiály v elektronickej forme, sú často zverejnené v LMS systéme (podrobnejšie napr. v (Mokriš, 2011)). Tieto systémy môžeme vhodne využívať na určitú kontrolu a usmernenie študentov. Na pedagogickej fakulte UJS v Komárne sme sa rozhodli vytvoriť vzdelávací portál pre študentov učiteľstva aj pre učiteľov, so snahou usmerniť používanie vedeckých literárnych zdrojov.

Veľkým problémom je čerpanie z cudzojazyčných zdrojov. Na jednej strane je vítané, že študent hľadá aj cudzojazyčné zdroje, ale kontrola originality je o to ťažšia.

5. Záver

V kreditnom štúdiu je záťaž študenta vyjadrená počtom kreditov, pričom kredit znamená cca 30 hodín práce študenta. Podľa tejto normy zadávajú učitelia študentom rôzne zadania domácich prác. Predpokladá sa, že študent bude študovať literatúru, zbierať, údaje, vytvárať, schémy, kresliť obrázky a pod. Nebezpečne sa šíriace kopírovanie však deformuje aj záťaž študenta aj hodnotenie, vytvára presvedčenie študentov, že ten, kto podvádza má výhodu a tým núti nečestne postupovať študentov.

Odhalené plagiátorstvo by sa malo prísnejšie trestať už na úrovni priebežnej kontroly, znížený počet bodov za prácu, prípadne nutnosť prepracovania, zdá sa , nie sú dostatočne účinné a v skutočnosti pre študenta neznamenajú veľké riziko vylúčenia zo štúdia. Učitelia aj riadiace školské orgány nemôžu nechať tento jav bez povšimnutia, musia hľadať metódy odstránenia, alebo aspoň minimalizácie kopírovania prác.

Poďakovanie:
Príspevok vznikol ako súčasť projektu KEGA 004UJS-4/2012, ktorý je financovaný z prostriedkov MŠVVaŠ.

Literatura

1. KLENOVČAN, P.:Tvorba elektronických edukačných testov. In: Matematika v primárnej škole, Rôzne cesty, rovnaké ciele. PFPU, ISBN 978-80555-0765-1, Prešov 2013, s107-110.
2. MOKRIŠ, M.: *Elektronicky podporované vyučovanie matematiky*. PF PU, ISBN 978-80-555-0446-9 Prešov, 2011

3. PARTOVÁ, E, MÉSZÁROS, A.: *Elektronikus kurzusok Moodle-környezetben a komáromi Selye János Egyetem Tanárképző Karán* . In: Változó életformák – régi és új tanulási környezetek, Absztraktkötet, Magyar Tudományos Akadémia Pedagógiai Tudományos Bizottság , Líceum kiadó,Eger (2013), s 462-463. ISBN 978-615-5250-32-3
4. PARTOVÁ, E: *Tradícia verzus inovácia vo vyučovacích materiáloch pre didaktiku elementárnej matematiky.* In: Matematika 3 : Matematické vzdělávání z pohledu žáka a učitele primární školy. - Olomouc : Univerzita Palackého, 2008. - s. 208-212. - ISBN 978-80-244-1963-3

Internetové zdroje:

1. http://www.seminarkybezprace.sk/
2. www.zaverecneprace.sk
3. www.referáty.sk
4. www.zadania-seminarky.sk
5. www.referatyzababku.sk/
6. www.zaverecneprace.sk/
7. www.profiseminarky.sk
8. www.pisanieprac.sk
9. http://www.e-rigorozky.sk/
10. http://www.datakabinet.sk
11. www.moderniucitel.net
12. http://www.planetavedomosti.sk
13. www.naucteviac.sk
14. www.zborovna.sk

Kontaktní adresa
Edita Partová, doc. RNDr. CSc.
Univerzita J. Selyeho v Komárne, Pedagogická fakulta
Bratislavská cesta 3322, 94501 Komárno
Telefon: +4213260730
E-mail: partova@gmail.com

ACTA UNIVERSITATIS PALACKIANAE OLOMUCENSIS
FACULTAS PAEDAGOGICA 2014 MATHEMATICA IX

ZVYŠOVANIE MATEMATICKÝCH KOMPETENCIÍ UČITEĽOV Z PRAXE A V PREGRADUÁLNEJ PRÍPRAVE UČITEĽOV PRIMÁRNEHO VZDELÁVANIA

Gabriela PAVLOVIČOVÁ, Soňa ČERETKOVÁ

Abstrakt

Článok je zameraný na obsah a vyučovacie metódy kurzu celoživotného vzdelávania učiteľov z praxe v kontexte matematickej prípravy budúcich učiteľov primárneho vzdelávania na vysokej škole. Prezentujeme vzdelávací program kontinuálneho vzdelávania s názvom *Inovácia metód a foriem vyučovania matematiky a prírodovedy na primárnom stupni vzdelávania* a jeho hodnotenie absolventmi kurzu z pohľadu jeho potreby pre školskú prax a použitia metódy objavného vyučovania. Získaná spätná väzba nám umožňuje hodnotiť kvalitu obsahovej náplne kurzu, ktorá ovplyvňuje aj vybrané predmety vysokoškolského študijného programu učiteľstva pre primárne vzdelávanie. Uvádzame niektoré výstupy z dotazníka projektu Primas, ktorý zastrešoval uvedený kurz.

Kľúčové slová: kontinuálne vzdelávanie, objavné vyučovanie, matematika

INCERASING OF MATHEMATICAL COMPETENCIES OF IN-SERVICE TEACHERS AND IN PRE-SERVICE TEACHERS TRAINING FOR PRIMARY EDUCATION

Abstract

The article is focused on the content and teaching methods of in-service teachers' education in the context of mathematical pre-service teachers training at the university. We present a course of continual education *Innovation of methods and forms in education of mathematics and natural sciences at the primary level of education* and its assessment by participants of a course. They have assessed importance of a course for school practice and using inquiry based learning pedagogic. We can also assess a quality of a content of education through acquired feedback which could influence some subjects at the university mathematical education of primary school teachers. Some parts of questionnaire created by Primas project are presented too.

Key words: continuing education, inquiry based learning, mathematics

1. Úvod

Vzdelávanie v matematike by malo byť v súlade s rovnováhou medzi dvoma základnými otázkami: Čo ? a Ako?. Odpoveďou na otázku „Čo učiť?“, je konkrétne učivo matematiky, ktoré je obsiahnuté v učebných plánoch a učebných osnovách na príslušnom stupni vzdelávania. Výstupom sú štandardy, ktoré uvádzajú, čo má žiak po absolvovaní daného predmetu zvládnuť, aké vedomosti a zručnosti má nadobudnúť.

Druhá otázka „Ako učiť?“ smeruje k výberu vyučovacích metód a foriem, ktoré by mali byť volené vhodne a primerane veku žiaka. Diskutovanie o tom, čo je dôležitejšie - Čo? alebo Ako? - bolo a stále je predmetom záujmu mnohých pedagógov. My sa prikláňame k názoru, že obidve zložky, teda aj obsah aj metódy a formy vzdelávania, sú rovnocenné. Výber konkrétneho učiva ovplyvňuje výber konkrétnych vyučovacích metód a naopak. Dôležité je zvoliť tú správnu cestu k stanovenému cieľu. Učiteľ musí mať na zreteli poznatky, vedomosti a schopnosti, ktoré by mal žiak na konci vyučovacieho procesu nadobudnúť a tomu prispôsobiť cestu a spôsoby, ktorými tento cieľ dosiahne.

Na to nadväzuje i vysokoškolská príprava budúcich učiteľov, ktorá sa neustále formuje a inovuje aj vplyvom prebiehajúcich zmien v školstve a v spoločnosti. Týmto zmenám podlieha taktiež vzdelávanie na základných a stredných školách, a to sa odráža aj v pripravenosti študentov na vysokoškolské štúdium. Oblasti inovácie vzdelávania v pregraduálnej príprave budúcich učiteľov primárneho vzdelávania sa venujú viacerí pedagógovia, napríklad Brincková (2), Šedivý (10), Gerová, Klenovčan (3), Slavíčková (5), Scholtzová (8), Vallo, Rumanová (13), Švecová (11). Je dôležité nezabúdať i na ďalšie vzdelávanie učiteľov, ktoré by malo reflektovať na aktuálne zmeny v školskom vzdelávaní. Celoživotné vzdelávanie učiteľov je v súčasnosti zastrešované prevažne metodickými centrami a vysokými školami. Súhlasíme s názorom I. Tureka (12, s.135), podľa ktorého: „*Učiteľské fakulty by mali zabezpečovať celoživotné vzdelávanie učiteľov, nie iba pregraduálne a doktorandské štúdium, ale aj ďalšie vzdelávanie, ktoré dnes zabezpečujú metodicko-pedagogické centrá. Získali by tým neoceniteľnú spätnú väzbu o kvalite svojej práce, zdokonaľovali by sa učitelia, pretože vzdelávať učiteľov v praxi je oveľa ťažšie ako adeptov učiteľstva (sú zvýšené nároky na pedagogickú i odbornú spôsobilosť „učiteľov učiteľov“), rozšíril by sa priestor pre pedagogický výskum*.“

2. Vzdelávací program kontinuálneho vzdelávania učiteľov

Na Fakulte prírodných vied UKF v Nitre bol v rámci kontinuálneho inovačného vzdelávania akreditovaný aj vzdelávací programu s názvom *Inovácia metód a foriem vyučovania matematiky a prírodovedy na primárnom stupni vzdelávania* zameraný na zvyšovanie matematických a prírodovedných kompetencií učiteľov. Program vznikol na katedre matematiky v spolupráci s katedrou fyziky, ktorá zastrešuje oblasť prírodovedy a aktivity zamerané na fyzikálne experimenty a pokusy v prírodovede. Pri tvorbe jeho obsahovej náplne sme čiastočne vychádzali z obsahovej náplne niektorých predmetov bakalárskeho štúdia v odbore Predškolská a elementárna pedagogika a magisterského štúdia v odbore Učiteľstvo pre primárne vzdelávanie, z ktorých sme implementovali vybrané oblasti a aktivity.

Tento vzdelávací program kontinuálneho vzdelávania prebehol v akademickom roku 2012/2013 v rámci projektu PRIMAS (Promoting Inquiry In Mathematics and Sciences Education Across Europe), ktorý zastrešoval aj všetky finančné náklady s ním spojené. Učebný plán v oblasti matematiky obsahuje tieto témy:

1. Nové trendy vo vyučovaní matematiky na primárnom stupni vzdelávania – kľúčové kompetencie v oblasti matematického a prírodovedného myslenia, integrácia učiva matematiky a prírodovedy, medzipredmetové vzťahy a modernizácia vyučovania.
2. Tvorivé dielne zamerané na rozvoj geometrickej predstavivosti žiakov – experimentálne a manipulačné aktivity, stavby z kociek, siete kocky, didaktické hry, geometrické skladačky a stavebnice (Polydron, geomag, tangram).

3. IKT vo vyučovaní matematiky na primárnom stupni vzdelávania – metodika práce s počítačom, didaktické počítačové hry a softvéry, práca s internetom a práca v počítačových programoch vhodných na kreslenie obrázkov v geometrii.
4. Tvorba a realizácia projektových úloh z matematiky a prírodovedy – teória projektového vyučovania, príprava, tvorba a realizácia interdisciplinárnych projektov.
5. Rozvoj špecifického matematického myslenia žiakov – metodika riešenia kombinatorických úloh, základy výrokovej logiky a štatistického triedenia údajov, tvorba aplikačných úloh a didaktických hier na rozvoj logického a kombinatorického myslenia žiakov.

Hlavnou vyučovacou metódou bola metóda **objavného vyučovania** (IBL – Iquiry based learning), ktorú sa snažíme implementovať aj v rámci pregraduálnej prípravy učiteľov. Objavné vyučovanie, ako uvádza Linn et al.(4), je koncepcia vyučovania, ktorá je orientovaná na žiaka. Je zamerané na obsah vzdelávania, stratégie a samostatné učenie sa. Počas vyučovacích hodín, do ktorých je objavné vyučovanie implementované, žiaci rozvíjajú vlastné výskumné otázky, skúmajú problémy samostatne alebo v skupinách, formulujú hypotézy, zbierajú údaje, interpretujú výsledky a diskutujú o nich.

Neraz v odbornej verejnosti počúvame názory, že zaraďovanie objavovania do vyučovacieho procesu je náročné a často nemožné kvôli zníženej časovej dotácií hodín a ďalším faktorom. Práve to bolo impulzom na získanie názorov učiteľov z praxe, ktorí sa s touto metódou viac oboznámili absolvovaním uvedeného programu.

3. Reflexia na realizovaný vzdelávací program

V rámci hodnotenia kurzu jeho účastníkmi sme formou dotazníkov zistili názory učiteľov z praxe na realizovaný program, čo bolo pre nás spätnou väzbou na kvalitu našej práce i na obsahovú náplň kurzu. Zároveň sme tak získali reflexiu na niektoré oblasti matematickej prípravy budúcich učiteľov primárneho vzdelávania z aspektu ich primeranosti a použiteľnosti v školskej praxi. V súčasnosti je to pre nás užitočná informácia i z hľadiska prípravy nových učebných plánov pre uvedené študijné programy v rámci akreditácie 2014. Týka sa to vysokoškolských predmetov: Didaktika matematiky, Pracovné dielne z matematiky, Didaktické hry a zábavné úlohy, Interaktívne prvky vo vyučovaní matematiky, IKT vo vyučovaní matematiky, Kombinatorika a práca s údajmi, Základy prírodovedy, Pozorovania a pokusy z fyziky.

V príspevku uvádzame len vybrané otázky zo širokej škály dotazníkov, ktoré boli pripravené v rámci projektu Primas a realizované v kurzoch kontinuálneho vzdelávania. Na uvedené otázky odpovedalo 10 účastníčok kurzu, učiteliek primárneho stupňa ZŠ, po jeho ukončení. Prvá časť dotazníka (tab.1) sa týkala hodnotenia kurzu z pohľadu jeho potreby a dôležitosti pre zvýšenie odborných kompetencií učiteľov z praxe.

	úplne nesúhlasím	nesúhlasím	súhlasím	úplne súhlasím
Tento kurz je potrebný len pre začínajúcich učiteľov	40%	60%		
Tento kurz je potrebný na doplnenie odborných vedomostí			50%	50%
Tento kurz je potrebný na doplnenie mojich vyučovacích metód			60%	40%

Tento program je potrebný na doplnenie pedagogických zručností			60%	40%
Som naozaj rada, že sa môžem zúčastniť tohto kurzu			40%	60%

Tab. 1 Dotazník k hodnoteniu kurzu

Z uvedených odpovedí môžeme dedukovať, že učitelia ocenili prínos tohto kurzu tak pre začínajúcich učiteľov ako aj učiteľov z praxe, a to z pohľadu použitých vyučovacích metód ako aj obsahovej štruktúry. Pozitívne sa vyjadrili i k rozšíreniu svojich odborných vedomostí, pedagogických zručností a vyučovacích metód.

Druhá časť dotazníka (tab.2) sa týkala názorov učiteľov z praxe na implementáciu prvkov objavného vyučovania (IBL) do vyučovacieho procesu.

	úplne nesúhlasím	čiastočne nesúhlasím	čiastočne súhlasím	úplne súhlasím
IBL je vhodné na to, aby pomohlo prekonať problémy s motiváciou žiakov			70%	30%
Chcel/a by som do svojej praxe začleniť viac prvkov IBL, aby som ju obohatila			30%	70%
Žiaci majú z využívania IBL úžitok			30%	70%

Tab.2 Dotazník k názorom na IBL

Podľa uvedených názorov môžeme konštatovať, že učiteľky po absolvovaní kurzu nadobudli pozitívny postoj k tejto vyučovacej metóde a považujú ju za vhodnú a prínosnú pre žiaka. O tom svedčia i mnohé skúsenosti pedagógov v zahraničí, ktoré sú prezentované aj vo výstupoch projektu Primas, napríklad Abril at al (1). Dôležitý je ešte jeden pozitívny aspekt, a to je motivácia žiakov, ktorá je dôležitou hybnou silou matematického vzdelávania na všetkých stupňoch štúdia. Napomáhať pri prekonávaní problémov s vnútornou motiváciou žiakov, je jedným z hlavných cieľov objavného vyučovania, ktorý sa pozitívne prejavuje pri jeho realizácii.

Je potrebné však povedať, že nie všetky požadované vedomosti a schopnosti sa dajú v určitom veku žiaka objaviť. Tu je priestor pre transmisívne vyučovanie, kde môžeme dať žiakovi konkrétny poznatok - vzťah, vlastnosť, zákonitosť, ktoré si môže overiť alebo použiť ako aplikačný nástroj pri riešení rôznych problémov a úloh.

4. Záver

Prepojenie teórie s praxou považujeme za jeden z najdôležitejších aspektov pregraduálnej prípravy budúcich učiteľov. I keď by sme to mohli považovať za štandardnú záležitosť, realita so sebou prináša v tomto smere viacero prekážok. Preto pozitívne vnímame akúkoľvek príležitosť na implementáciu rôznych aktivít a úloh do školskej praxe a následné získanie spätnej väzby. O to sa snažíme v rámci bakalárskych a magisterských prác a tiež prác ŠVOČ vysokoškolských študentov a ako sme prezentovali v príspevku, i v rámci kontinuálneho vzdelávania učiteľov. To nám umožňuje zároveň zvyšovať vlastné odborné a pedagogické kompetencie, hľadať nové cesty na zvyšovanie vnútornej motivácie žiakov i učiteľov. Ako zdôrazňuje Šedivý (9, s.3): „*Pre aktivitu žiaka je potrebná vnútorná motivácia ako prvý predpoklad úspešného poznávacieho procesu. Ďalším predpokladom aktívneho prístupu žiaka sú* *podnety. Tieto môže dávať učiteľ, ktorý je schopný predkladať problém, riadiť prácu triedy, reagovať na prácu žiaka, postrehnúť chyby a odpovedať na otázky žiaka.*"

Literatúra

1. ABRIL, A. M. et al. *Inquiry-based learning in maths and science classes : What it is and how it works - examples - experiences*. Freiburg: PH Freiburg, 2013. 83 s. ISBN 978-3-00-043851-6.
2. BRINCKOVÁ, J. Edukačné koncepcie rozvoja matematickej gramotnosti v príprave učiteliek Predškolskej pedagogiky. In: *Matematika 4: Matematické vzdělání v kontextu proměn primární školy*. Olomouc: Univerzita Palackého, 2010, s. 62-66. ISBN 978-80-244-2511-5.
3. GEROVÁ, Ľ. - KLENOVČAN, P. Matematická gramotnosť budúcich učiteľov elementaristov. In: *Cieľom vyučovania matematiky je šťastný človek*. Žilina: Žilinská univerzita, 2011, s. 279-287. ISBN 978-80-554-0393-9 .
4. LINN, M. C., DAVIS, E. A., BELL, P. *Internet environments for science education.* Mahwah, NJ, USA : Lawrence Erlbaum, 2004. 440 p. ISBN 0-8058-4303-5.
5. SLAVÍČKOVÁ, M. Inovačné prístupy v príprave učiteľov matematiky. In: *Acta Mathematica 16.* Nitra: FPV UKF, 2013, s. 184-190. ISBN 978-80-558-0365-4.
6. PAVLOVIČOVÁ, G., a kol. *Experimentujeme v elementárnej matematike*. Nitra: FPV UKF, 2012. 123s. ISBN 978-80-558-0127-8.
7. PAVLOVIČOVÁ, G. *Niektoré kľúčové názory na rozvoj matematických predstáv*. Nitra: FPV UKF, 2012. 82 s. ISBN 978-80-558-0126-1.
8. SCHOLTZOVÁ, I. Niektoré aspekty matematickej gramotnosti študentov odboru Predškolská a elementárna Pedagogika. In: *Matematika 4: Matematické vzdělání v kontextu proměn primární školy*. Olomouc: Univerzita Palackého, 2010, s. 271-276. ISBN 978-80-244-2511-5.
9. ŠEDIVÝ, O. "Ako" a "prečo" vo vyučovaní matematiky. In *Konštruktivizmus pri vyučovaní matemaitky a budovanie geometrických predstáv.* Nitra: FPV UKF, 2010, s.3-10. ISBN 978-80-8094-723-1.
10. ŠEDIVÝ, O. – KRIŽALKOVIČ, K. *Didaktika matematiky pre štúdium učiteľstva I. stupňa ZŠ.* Bratislava: SPN, 1990. 266 s. ISBN 80-08-00378-2.
    ŠVECOVÁ, V. Analýza metód riešenia matematických úloh v príprave učiteľov elementaristov. In: *Matematika 5: Specifika matematické edukace v prostředí primární školy*. Olomouc: Univerzita Palackého, 2012, s. 280-284. ISBN 978-80-244-3048-5.
11. TUREK, I. *Didaktika*. Bratislava: Iura Edition, 2008. 595s. ISBN 978-80-8078-198-9.
12. VALLO, D. – RUMANOVÁ, L. *Geometria - vybrané kapitoly: zhodné a podobné zobrazenia.* Nitra: UKF, 2009. 108 s. ISBN 978-80-8094-567-1.
13. PRIMAS (projekt). http://www.primas-project.eu/en/index.do;jsessionid=63D6DFB2753E3B6DB20E27E68C7677B0

Kontaktná adresa

Doc. PaedDr. Gabriela Pavlovičová, PhD.
Katedra matematiky FPV UKF
Tr. Andreja Hlinku 1, 949 74 Nitra
Telefon: +421 37 6408 693
E-mail: gpavlovicova@ukf.sk

Doc. PaedDr. Soňa Čeretková, PhD.
Katedra matematiky FPV UKF
Tr. Andreja Hlinku 1, 949 74 Nitra
Telefon: +421 37 6408 693
E-mail: sceretkova@ukf.sk

ACTA UNIVERSITATIS PALACKIANAE OLOMUCENSIS
FACULTAS PAEDAGOGICA 2014 MATHEMATICA IX

MATEMATIKA AKTIVNĚ A HRAVĚ

Šárka PĚCHOUČKOVÁ

Abstrakt

Každý žák by měl dostat příležitost aktivně se zapojit do vyučovacího procesu, aby si osvojil potřebné strategie učení, naučil se logicky uvažovat a kreativně a zodpovědně řešil problémy. Mezi aktivizační metody patří v matematice na prvním stupni zejména problémové vyučování, hry, diskusní metody, situační metody a inscenační metody.

Klíčová slova: problémové úlohy, didaktické hry, diskusní metody, situační metody, inscenační metody

LEARNING MATHEMATICS ACTIVELLY AND PLAYFULLY

Abstract

Every student should be given the opportunity to be actively involved in the teaching process in order to adopt the necessary learning strategies, to learn logical thinking and to solve problems creatively and responsibly. In primary education, the most common activation methods are the problem-posing education, games, discussion methods, situational methods and inscenation methods.

Key words: problem-posing exercises, didactic games, discussion methods, situational methods, inscenation methods

1. Úvod

V dnešní škole nemohou učitelé 1. stupně setrvávat u tradičního způsobu vyučování, tedy předávat hotové poznatky žákům. Žáci si musí ve škole osvojit potřebné strategie učení, naučit se logicky uvažovat a řešit problémy, kreativně a zodpovědně pracovat, komunikovat, spolupracovat s ostatními, chápat je a respektovat. Každý žák by měl tedy dostat příležitost aktivně se zapojit do vyučování.

Škola proto musí nabízet žákům nejen vědomosti vedoucí k rozvoji myšlení, ale musí je trénovat pro budoucí život, tedy vybavit je potřebnými postoji, učit je vytvářet si názory, provokovat je problémy, umožňovat jim zvyšování sebedůvěry a nabídnout hlubší poznání mezilidských vztahů. Vyučování by tedy mělo být živým, aktivizujícím procesem.

Cílem je tedy vytvoření takového individuálního učebního stylu a učební strategie pro každého jedince, jimiž dokáže aplikovat získané vědomosti a dovednosti v běžných životních situacích. Během výuky na 1. stupni základní školy by měl žák získat takové kompetence, aby

- řídil svou vlastní učební aktivitu
- zvládal verbální a neverbální komunikaci, řešil jednoduché konfliktní situace, přijímal kritiku, obhajoval svůj názor, prezentoval výsledky své práce

- cvičil se ve skupinové práci, která je předstupněm týmové práce, přičemž se klade důraz na svobodné rozhodování, spolupráci a vzájemnou pomoc, posilování vědomí zodpovědnosti za výsledek své práce i práce celé skupiny a posilování vědomí sounáležitosti ke skupině
- učil se hodnotit sebe a druhé
- dodržoval dohodnutá pravidla, uplatňoval svá práva a plnil své povinnosti
- prohluboval sebedůvěru, vztah k lidem a přírodě a pozitivně myslel
- učil se toleranci, ohleduplnosti a respektování jiných kulturních a duchovních hodnot

Tyto cíle by měly být samozřejmě naplňovány ve všech předmětech, tedy i v matematice a to prostřednictvím různých forem vyučování a učení, vhodných typů matematických úloh a dalších matematických aktivit a objektivního pozitivního hodnocení žáků. Důležité je však, aby žák byl aktivně zapojen do vyučovacího procesu.

2. Aktivizační metody v matematice

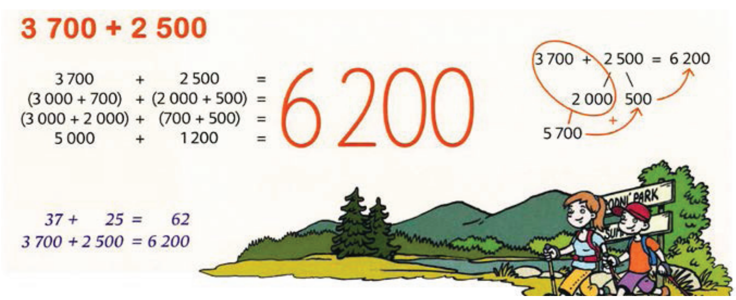
Aktivizační metody v matematice můžeme rozdělit na jednotlivé typy podle různých hledisek. Podle potřeby učitele mohou být hlediska tato (Kotrba, 2011):

- náročnost přípravy (čas potřebný na přípravu, materiálové vybavení, přípravu pomůcek potřebných pro realizaci aktivity)
- časová náročnost samotného průběhu ve výuce
- účel a cíle použití ve výuce (diagnostika, motivace, výklad, opakování, relaxace)

Nyní si popíšeme jednotlivé aktivizační metody a uvedeme si jejich konkrétní využití ve vyučování matematiky na 1. stupni. Budeme se zabývat následujícími metodami (Sitná, 2009):

- problémové vyučování
- hry
- diskusní metody
- situační metody
- inscenační metody

Problémové úlohy tvoří základ aktivizačních metod. V rámci každé je řešen určitý problém, který je pomocí aktivizační metody různě uchopen, zpracován a řešen. Problém může být žákům zprostředkován hrou, situační metodou (problém je popsán v textu, po jeho analýze by měli být žáci schopni nalézt řešení) nebo pomocí inscenační metody (žáci vyřeší daný problém dramatizací). V matematice může být problémové vyučování zařazeno při výkladu učiva, kdy na základě analogie s podobnou situací v jiném číselném oboru jsou žáci schopni sami vysvětlit např. algoritmus daného výpočtu. Danou situaci můžeme navodit problémovými otázkami „Proč…?“, „Jak bys vysvětlil….?“ nebo pokyny typu „Popiš, srovnej….“.



Obr. 1 [5, str. 32]

Pokud například žáci znají algoritmus pro pamětné sčítání čtyřciferných čísel typu 3 700 + 2 500 (obr. 1), mohou na základě analogie vyvodit i algoritmus pamětného sčítání pěticiferných čísel (typ 45 000 + 18 000) nebo šesticiferných čísel (typ 360 000 + 170 000). Žákům nemusíme tedy předávat hotový algoritmus, ale na základě problémového úkolu (obr. 2) žáci mohou vyvodit všechny tři způsoby výpočtu.

Zkus vysvětlit, jak bys počítal(a).

45 000 + 18 000

360 000 + 170 000

Umíš to vypočítat ještě jinými způsoby?

Obr. 2 [5, str. 33]

Hry mají důležitou roli v životě žáka. Vycházejí z jeho potřeb a pozitivně ho motivují. **Didaktická hra** je uvědomělá činnost, která má specifický význam a účel. Zvyšuje motivaci, podporuje myšlení a koncentraci pozornosti. Rozvíjí tvořivost, představivost, paměť, kombinační a logické myšlení. Prostřednictvím hry jsou žáci vedeni k hledání nových strategií a postupů. Zároveň hra podněcuje k vyšší aktivitě žáků. Matematické hry přispívají nenásilným způsobem k plnění výchovných a vzdělávacích cílů a umožňují skloubit matematické poznatky se znalostmi z jiných předmětů. Vedou tedy k integraci poznatků a uvědomování si vzájemných souvislostí mezi nimi (Krejčová, 2001).

Didaktické hry jsou učiteli často zařazovány do vyučování matematiky a jsou využívány i v učebnicích matematiky. Pro žáky je přínosné spojení procvičování početních spojů různé úrovně s odkrýváním tajenek, které může být propojeno s poznatky z českého jazyka a prvouky (obr. 3) nebo jen s českým jazykem (obr. 4).

26 Vypočítej příklady. K výsledkům přiřaď písmena z tabulky. Po sloupečcích přečteš názvy zeleniny, kterou můžeme sklízet na podzim.

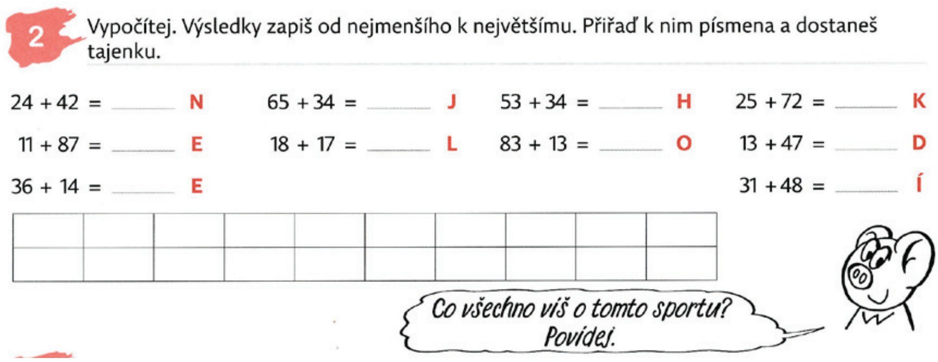
5 · 3 = ______	9 · 5 = ______	9 · 3 = ______
8 · 2 = ______	0 · 6 = ______	10 · 2 = ______
8 · 4 = ______	7 · 3 = ______	3 · 2 = ______
5 · 4 = ______	10 · 5 = ______	4 · 5 = ______
6 · 2 = ______		4 · 4 = ______

0	6	12	15	16	20	21	27	32	45	50
Ý	L	V	M	R	E	N	C	K	D	Ě

Na podzim můžeme sklízet ______________________________.

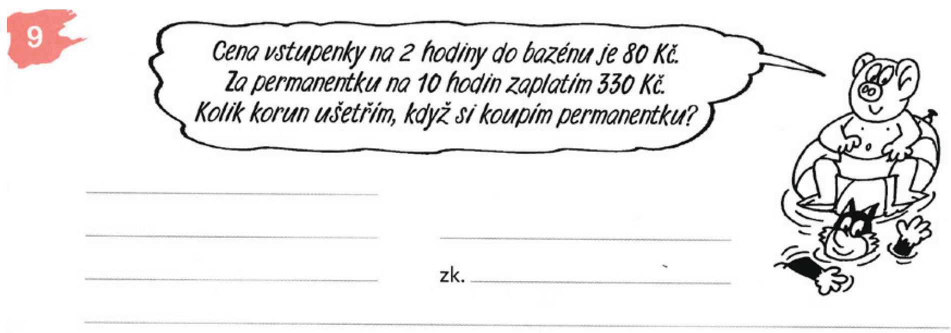
Obr. 3 [4, str. 10]

Primárním cílem **diskusních metod** je naučit žáky komunikovat mezi sebou, vyjadřovat své myšlenky a pocity a také vnímat ostatní a umět jim naslouchat. Na začátku je vhodné, aby učitel položil **startující otázku**, jejímž cílem je rozproudit samotnou diskusi. Základ diskuse pak tvoří **otevřené otázky,** které od žáků vyžadují vyslovení konkrétního názoru nebo zaujmutí určitého postoje či stanoviska. **Uzavřené otázky**, na které existuje jednoslovná odpověď ANO – NE, jsou v rámci diskuse pokládány zcela výjimečně, mohou však mít funkci startující otázky. Diskusní metody můžeme využít i v matematice a opět matematické poznatky propojit s jinými předměty nebo oblastmi dětského zájmu. Otázky doplňující úlohy (obr. 3, obr. 4) můžeme chápat jako startující otázky, kterými může učitel uvést diskusi. Ta může vycházet ze znalostí žáků z jiného předmětu (obr. 3) nebo se týká oblasti, která je pro některé žáky zajímavá (obr. 4). Záleží samozřejmě na učiteli, jakým způsobem a jakým směrem diskusi povede.



Obr. 4 [4, str. 17]

Situační metody jsou založeny na modelových situacích, které vycházejí z reálných událostí, které je třeba vyřešit. Modelové situace jsou obsaženy i ve slovních úlohách, ve kterých je popsán nějaký konkrétní reálný problém, např. zjišťování výhodnosti určitého nákupu (obr. 5)



Obr. 5 [6, str. 41]

Podstata **inscenačních metod** spočívá v hraní rolí a případném ztotožnění se s přidělenou rolí. Žák se naučí mnohem více, když danou situaci prožije nebo si roli zahraje, než když mu je jako vnějšímu pozorovateli pasivně zprostředkována. Do matematického vyučování v prvním ročníku je často zařazována dramatizace pohádky O veliké řepě, při které si žáci procvičují orientaci v uspořádané řadě a orientaci v prostoru (první, poslední, před, hned před, za, hned za). Ve vyšších ročnících je mezi žáky oblíbená Hra na obchod, kdy pracují s dětskými penězi a procvičují si operace sčítání, odčítání a násobení v daném číselném oboru. Mezi inscenační metody můžeme do jisté míry zařadit i Geometrické divadlo (Kozlová, 2012), při kterém žáci pracují na koberci a svými těly vytvářejí rovné, lomené nebo křivé čáry.

3. Závěr

Vlastní realizace většiny výše uvedených metod může u žáka vzbuzovat pocit, že si hraje. Jak je však zřejmé, všechny vedou k rozvoji matematických představ žáka a k jeho aktivnímu zapojení do vyučovacího procesu.

Literatura

1. KOTRBA, T., LACINA, L. *Aktivizační metody ve výuce. Příručka moderního pedagoga.* 1. vyd. Brno: Barrister&Principal, 2011. 185 s. ISBN 978-80-87474-34-1.
2. KOTRBA, T., LACINA, L. *Praktické využití aktivizačních metod ve výuce.* 1. vyd. Brno: Barrister&Principal, 2007. 186 s. ISBN 978-80-87029-12-1.
3. KOZLOVÁ, M., PĚCHOUČKOVÁ, Š., RAKOUŠOVÁ, A. *Matematika se Čtyřlístkem pro 2. ročník základní školy, příručka učitele.* 1. vyd. Plzeň: Nakladatelství Fraus, 2012. 96 s. ISBN 978-80-7238-986-5.
4. KOZLOVÁ, M., PĚCHOUČKOVÁ, Š., RAKOUŠOVÁ, A. *Matematika se Čtyřlístkem. Pracovní sešit 1 pro 3. ročník základní školy.* 1. vyd. Plzeň: Nakladatelství Fraus, 2013. 60 s. ISBN 978-80-7238-737-3.
5. KOZLOVÁ, M., PĚCHOUČKOVÁ, Š., RAKOUŠOVÁ, A., KAŠPAROVÁ, M. *Matematika se čtyřlístkem. Učebnice pro 4. ročník základní školy*. Plzeň: Nakladatelství Fraus, v tisku.
6. KOZLOVÁ, M., PĚCHOUČKOVÁ, Š., RAKOUŠOVÁ, A. Matematika se Čtyřlístkem. Pracovní sešit 2 pro 3. ročník základní školy. 1. vyd. Plzeň: Nakladatelství Fraus, 2013. 60 s. ISBN 978-80-7238-793-9.
7. SITNÁ, D. *Metody aktivního vyučování. Spolupráce žáků ve skupinách.* 1. vyd. Praha: Portál, 2009. 150 s. ISBN 978-80-7367-246-1.

Kontaktní adresa

PhDr. Šárka Pěchoučková, Ph.D.
Nakladatelství Fraus
Edvarda Beneše 72
Telefon: +420 377 636 274
E-mail: pechouck@kmt.zcu.cz

PŘEDSTAVIVOST MLADŠÍCH ŽÁKŮ A KRYCHLOVÁ TĚLESA

Jaroslav PERNÝ

Abstrakt

Příspěvek se zabývá některými ukázkami práce žáků primární školy s krychlovými tělesy, které by mohly napomáhat rozvoji jejich prostorové představivosti. Budou zde uvedena některá zjištění z jejich experimentů a srovnání úspěšnosti v řešení úloh po cílené práci s těmito krychlovými tělesy.

Klíčová slova: prostorová představivost, krychlová tělesa, experimenty, testování.

IMAGINATION OF YOUNGER PUPILS AND CUBIC SOLIDS

Abstract

The contribution deals with selected examples of primary school pupils' work with cubic solids, which could support development of their space imagination. There are presented some of the findings of these experiments and comparison of success in task solving after targeted practice with there cubic solids.

Key words: space imagination, cubic solids, experiment, testing

1. Experimenty mladších žáků s krychlovými tělesy

Krychlové těleso je sjednocení shodných krychlí, které mají s další krychlí společnou vždy aspoň jednu celou stěnu. Pro experiment byly používány soubory plastových krychlí, ze kterých byla tělesa sestavována. Krychlová tělesa byla kromě reálných modelů prezentována i obrazově.

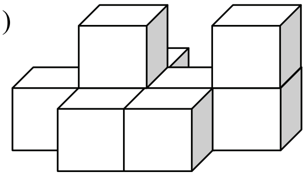
Snažím se studentům-budoucím učitelům primární školy i učitelům z praxe ukazovat trochu jinou geometrii, než je ta s rýsováním, převody jednotek a výpočty obvodů a obsahů. Hledám proto náměty úloh, jejichž řešení by napomohlo žákům k rozvíjení geometrické, v tomto případě prostorové představivosti. Jsou to např. úlohy s krychlovými tělesy, které žáci kladně přijímají. Následující typy úloh byly součástí experimentu s žáky 4. třídy. Přitom se sledovalo, jak žáci k řešení přistupují, co jim činí a nečiní potíže a celkový průběh činností. Po procvičení úloh byly jiné úlohy jako typové sestaveny do testů realizovaných žáky a testy byly následně vyhodnoceny.

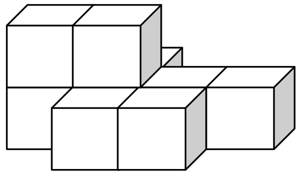
Experimenty se týkaly následujících typů úloh:

A) Určení počtu krychlí v krychlovém tělese.
B) Určení počtu chybějících krychlí v krychlovém tělese.
C) Skládání krychlových těles.
D) Sestavování krychlového tělesa zpaměti.
E) Pohledy na krychlové těleso z různých stran.
F) Sestavování krychlového tělesa z plánku či ze stavby.

Úloha typu A)

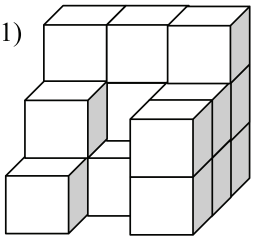
Kolik krychlí je na každém z těchto obrázků?

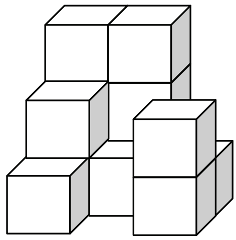
1)  ______

2)  ______

Úloha typu B)

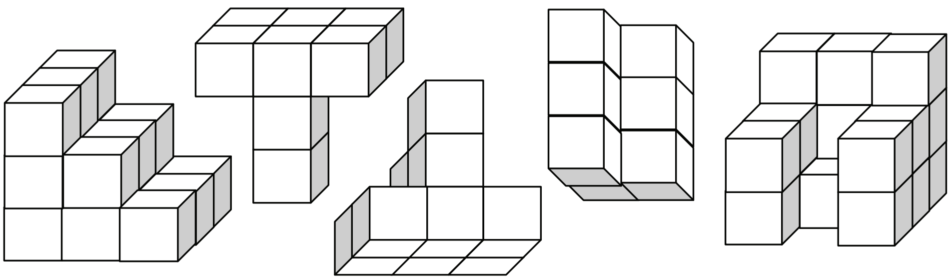
Kolik krychlí je třeba doplnit, aby vznikla velká krychle?

1)  ______

2)  ______

Úloha typu C)

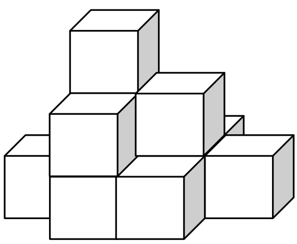
Která krychlová tělesa spolu vytvoří velkou krychli?

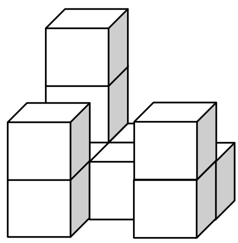


1 ***2*** ***3*** ***4*** ***5***

Úloha typu D)

Důkladně si prohlédněte krychlové těleso. Po chvíli bude zakryto a vy se pokuste postavit stejné krychlové těleso, podle toho, jak jste si ho zapamatovali.

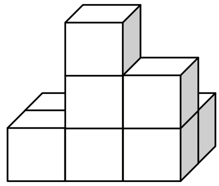
1) 

2) 

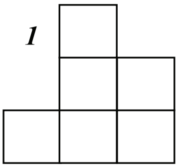
(Úloha typu D metodicky patří na konec této sestavy úloh, ale pak by musela být úloha typu E při tisku na stránky „roztržena".)

Úloha typu Ea)

Zakroužkuj, co vidíš při pohledu na toto krychlové těleso z různých stran? *(postaveno z kostek)*

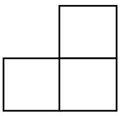


Zepředu: ***1***

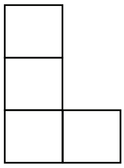


2

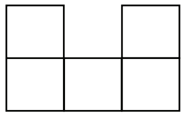
Z boku: ***1***



2



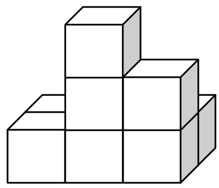
Shora: ***1***



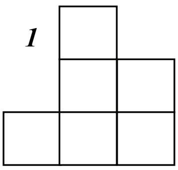
2

Úloha typu Eb)

Zakroužkuj, co vidíš při pohledu na tento obrázek krychlového tělesa z různých stran?

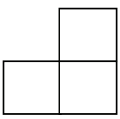


Zepředu: ***1***

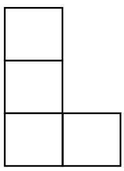


2

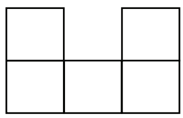
Z boku: ***1***



2



Shora: ***1***



2

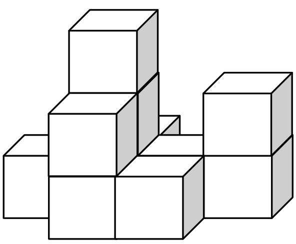
Úloha typu Fa)

Sestavte krychlové těleso podle stavby.

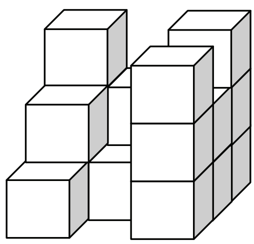
Úloha typu Fb)

Sestavte stejné krychlové těleso podle obrázku.

1)



2)



2. Komentář a poznámky k úlohám

Úloha typu A)

Sledovala, zda žák určí počet krychlí podle toho, co vidí, nebo připustí možnost krychle „schované". Pravý obrázek připouští možnost dvojího počtu krychlí v krychlovém tělese

Úloha typu B)

Dva příklady, které zjišťují, zda žák určí počet krychlí, které je třeba doplnit, aby vznikla velká krychle 3x3x3.

Úloha typu C)

Zjišťuje, zda žák určí, která dvě krychlová tělesa spolu vytvoří velkou krychli 3x3x3, případně, které krychlové těleso zůstane nedoplněno.

Úloha typu D)

Dva příklady, které zjišťují, zda jsou žáci schopni zapamatovat si tvar krychlového tělesa a po jeho zakrytí vytvořit jeho věrnou kopii. Úlohu je možno zpřesnit pokynem, že krychlové těleso je tvořeno pouze „viditelnými" krychlemi. (určeno pro dvojici žáků)

Úloha typu E)

Zjišťuje, zda žák je schopen správně přiřadit pohledy na krychlové těleso z různých stran (zepředu, z boku, shora), pokud je krychlové těleso

a) postaveno jako trojrozměrný model;
b) zobrazeno ve volném rovnoběžném promítání.

Úloha typu F)

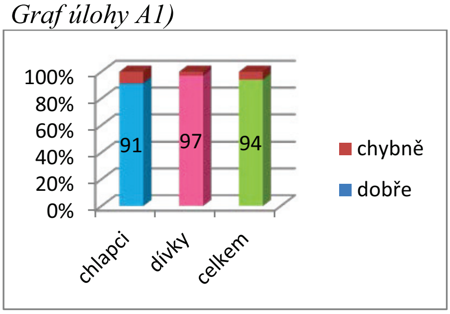
Zjišťuje, zda je žák schopen vytvořit věrohodnou kopii krychlového tělesa, které je mu prezentováno

a) jako trojrozměrný model; b) jako obrázek.

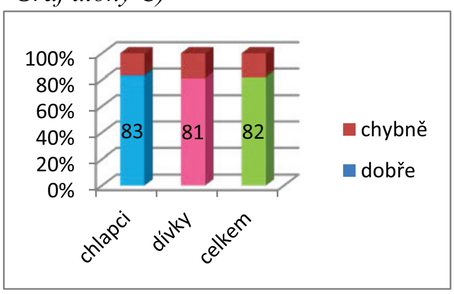
3. Grafy

K některým typům úloh experimentu máme grafy úspěšnosti řešení u žáků 4. r.

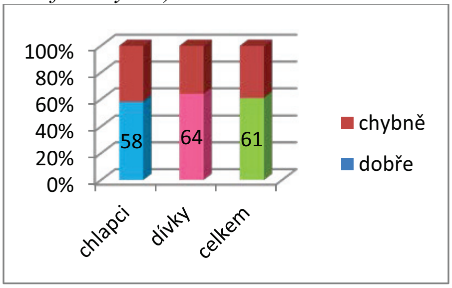
Graf úlohy A1)



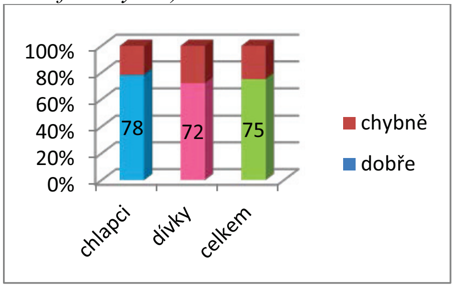
Graf úlohy C)



Graf úlohy Ea)



*Graf úlohy F1) **



4. Závěr

Z grafů je patrné několik zjištění:

- Žákům se úlohy líbili, většinou pracovali s velkým zaujetím, i když někteří, zejména dívky, zpočátku s určitým odstupem. *(Tohle jsme ještě nikdy nedělali.)*
- Ve 4. třídě jsou někdy dívky úspěšnější než chlapci. Je to především jejich větší přesností a pečlivostí. Chlapci bývají úspěšnější v typech úloh, které jsou trochu náročnější na představivost. Mezi pohlavími v tomto věku není velký rozdíl úrovně představivosti, což mi potvrzují i jiné experimenty.
- Největší potíže dělal, dle mého očekávání, typ úlohy s určením pohledů na krychlové těleso.
- U úlohy typu F se objevila velmi zajímavá věc. Někteří žáci, zejména chlapci, pro mě překvapivě, nepoužili pro stavbu věrné kopie krychlového tělesa jeho prostorový model, ale jeho tištěný plošný obrázek. Přitom byli často rychlejší než ti s použitím modelu. *(Jeden z komentářů žáka: „Dělá se mi s tím líp".)* Rád bych se tímto zjištěním zabýval v dalším výzkumu.

Domnívám se, že je třeba různými způsoby zlepšovat výuku geometrie a zvýšit úroveň geometrické představivosti, jako významné kompetence žáků i každého člověka.

Literatura

1. HANZALOVÁ, A. *Náměty pro rozvíjení představivosti na 1. stupni ZŠ.* Diplomová práce. Technická univerzita, 2013. 127 s.
2. PERNÝ, J. *Tvořivostí k rozvoji prostorové představivosti.* Monografie. Liberec: Technická univerzita, 2004. 81 s. ISBN 80-7083-802-7.

Kontaktní adresa

Jaroslav Perný, doc. PaedDr., Ph.D.
KMD FP TU v Liberci
Voroněžská 13, Liberec 1
Telefon: +420 485 352 285
E-mail: jaroslav.perny@tul.cz

ACTA UNIVERSITATIS PALACKIANAE OLOMUCENSIS
FACULTAS PAEDAGOGICA 2014 MATHEMATICA IX

AKO PRIPRAVIŤ BUDÚCICH UČITEĽOV PRE PRIMÁRNY STUPEŇ VZDELÁVANIA NA RIEŠENIE PROBLÉMOV(?)

Alena PRÍDAVKOVÁ, Dominika ŠTEFKOVÁ

Abstrakt

V reálnom živote sa denne vyskytujú situácie, v ktorých je potrebné využiť schopnosť riešiť problémy. Mnohé z nich predstavujú vhodné modely na vytváranie obsahu pre úlohy, ktoré je možné aplikovať v edukačnej praxi – konkrétne pri vyučovaní matematiky. Riešenie úloh s kontextom z reálneho života by malo byť zaradené do vyučovania matematiky nielen na základných a stredných školách, ale má mať svoje zastúpenie aj v rámci odbornej pregraduálnej prípravy budúcich učiteľov. V príspevku prezentujeme jeden z návrhov, ktorého zámerom je zvýšenie kvality vzdelávania učiteľov primárnej školy z pohľadu rozvoja ich matematickej gramotnosti.

Kľúčové slová: matematická príprava učiteľov, primárny stupeň vzdelávania, matematická gramotnosť

HOW WE CAN PREPARE PRIMARY SCHOOL TEACHERS TO SOLVING PROBLEMS (?)

Abstract

There are a lot of situations to solving problems in real life. Most of them represent suitable models to developing of tasks context. They can be applying in mathematical education practice. Solving real life context problems could be part of mathematical education not only on primary and secondary level of education. It has important position in the primary school teachers training. There is presented the suggestion to increasing of teachers training quality in the article. Suggestion is focused on mathematical literacy of prospective primary school teachers.

Key words: mathematical teachers training, primary level of education, mathematical literacy

1. Úvod

Ako zvýšiť kvalitu pregraduálnej prípravy budúcich učiteľov na primárnom stupni základných škôl z pohľadu rozvoja ich odborovo-didaktických kompetencií? Akými prostriedkami je možné rozvíjať úroveň matematickej gramotnosti budúcich učiteľov, nielen na primárnom stupni vzdelávania? Ako je možné rozvíjať schopnosť riešiť problémy reálneho života? Aké nástroje je potrebné a vhodné použiť na aktivizáciu kognície učiteľa z pohľadu rozvoja jeho schopnosti riešiť problémy? To sú niektoré z otázok, ktoré si posledné roky kladie mnoho odborníkov zaoberajúcich sa danou problematikou. Jedným z elementov ovplyvňujúcich kvalitu prípravy na povolanie učiteľa je nepochybne aj úroveň matematickej gramotnosti samotného absolventa.

Skúmanie úrovne matematickej gramotnosti študentov je na slovenských vysokých školách realizované, prostredníctvom vedecko-výskumných projektov, už takmer desať rokov. Testovanie úrovne matematickej gramotnosti realizovali viacerí odborníci na niekoľkých fakultách pripravujúcich budúcich učiteľov pre primárny stupeň vzdelávania (napr.: Klenovčan (2009), Mokriš – Zeľová (2010), Gerová (2011)).

2. Slovensko v testovaní PISA 2012

Pojem *matematická gramotnosť* je v súčasnosti pomerne často spomínaný v rozličných súvislostiach, nielen v odbornej, ale aj v laickej verejnosti. Jedným z dôvodov tejto skutočnosti sú nepochybne aj pomerne nelichotivé výsledky slovenských žiakov dosiahnuté v ostatnom cykle medzinárodnej štúdie OECD PISA, do ktorej bolo Slovensko v roku 2012 zapojené už po štvrtýkrát. Hlavnou sledovanou oblasťou spomínaného výskumu bola práve matematická gramotnosť, v ktorej výkon slovenských žiakov bol pod priemerom zúčastnených krajín OECD. V porovnaní s výkonmi v predchádzajúcich cykloch štúdie, došlo ku štatisticky významnému zníženiu dosiahnutého priemerného skóre - oproti výsledkom z roku 2009 sa výkon znížil o 15 bodov (Správa PISA 2012).

Niektorí odborníci (Pupala a kol., 2014), reagujúci na vzniknutú situáciu, uvádzajú ako jeden z dôvodov zlyhávania žiakov v ukazovateľoch nastavených testovaním PISA, deficity na strane učiteľov, ktoré si do školy prinášajú ako absolventi pedagogických a iných učiteľských fakúlt. Tvrdia, že dané fakulty svojim obsahom nedávajú budúcim učiteľom taký vzdelanostný základ, ktorý by im umožnil rozumieť tomu, čo budú robiť a ako môžu prispieť k vzdelávaniu súčasnej detskej generácie.

S týmto názorom sa nedá celkom nesúhlasiť. Je nutné si uvedomiť, že v súčasnosti platné študijné plány na slovenských pedagogických fakultách, podľa ktorých je realizovaná pregraduálna príprava učiteľov primárnej školy, nie sú v dostatočnej miere nasýtené disciplínami, ktoré sú orientované na rozvíjanie odborovo-didaktických matematických kompetencií a matematickej gramotnosti.

3. Matematická gramotnosť študentov

Ako už bolo v úvode spomenuté, v ostatnom období bolo realizovaných niekoľko výskumných šetrení zameraných na zisťovanie úrovne matematickej gramotnosti študentov študijného odboru Predškolská a elementárna pedagogika. Z prezentovaných výsledkov uvádzame niekoľko záverov (Gerová (2013), Mokriš – Zeľová (2010, s. 84)): medzi najproblémovejšie oblasti matematickej gramotnosti patria:

- problematika interpretovania údajov z grafu a tabuliek,
- zdôvodňovanie a zovšeobecňovanie,
- reprodukcia učiva základnej školy, t. j. zvládnutie riešenia úloh, v ktorom bolo potrebné využiť obsah vyučovacieho predmetu matematika na druhom stupni základnej školy (napr. čítanie a zápis čísel v desiatkovej číselnej sústave, v rímskej číselnej sústave, percentuálny počet, deliteľnosť prirodzených čísel, elementárna geometrická a aritmetická terminológia a spracovanie údajov z tabuliek a grafov),
- použitie jednoduchých myšlienkových operácií.

Z uvedeného vyplýva, že študenti majú nedostatočne rozvinuté matematické kompetencie na úrovni prepojenia a reflexie. Nie sú schopní racionálne a systematicky pristupovať k riešeniu problémov.

V kontexte s vyššie uvedenými zisteniami, ako aj vzhľadom na výsledky ďalších výskumov zameraných na oblasť matematickej gramotnosti budúcich učiteľov

(Klenovčan (2009), Mokriš – Zeľová (2010)), bol vypracovaný projekt KEGA, ktorý je riešený na UMB v Banskej Bystrici a na PU v Prešove. Cieľom projektu je podporiť rozvíjanie vyšších úrovní matematickej gramotnosti študentov v študijnom odbore Predškolská a elementárna pedagogika. Výstupom projektu budú štyri elektronické podporné kurzy k vybraným predmetom zaradeným v študijných plánoch na oboch participujúcich pracoviskách.

Na Pedagogickej fakulte PU v Prešove bude vytvorený elektronický podporný kurz k predmetu *Matematika pre život – rozvíjanie matematickej gramotnosti*. Predmet je zaradený v študijných plánoch v magisterskom študijnom programe Učiteľstvo pre primárne vzdelávanie, ako odporúčaný výberový. V dennej forme štúdia je výučba realizovaná vo forme seminárov v rozsahu jednej hodiny týždenne.

Cieľom predmetu je riešiť úlohy zamerané na rozvíjanie matematickej gramotnosti žiakov mladšieho školského veku, identifikovať situácie reálneho života, v ktorých sa vyskytujú elementy matematiky a tvoriť súbor aplikačných úloh na troch úrovniach kompetencií – reprodukčnej, na úrovni prepojenia a reflexie. V procese riešenia úloh je vytvorený priestor na analýzu úloh z pohľadu existencie rôznych stratégií, prezentovaniu niekoľkých postupov, ktoré vedú k riešeniu problémov zadaných v úlohách.

V akademickom roku 2012/2013, kedy výučba predmetu bola realizovaná prvýkrát, si disciplínu zaradilo do študijných plánov len 5 študentov (zo skupiny 88 študentov). Na seminároch boli riešené rôzne úlohy zamerané na rozvíjanie matematickej gramotnosti, pričom študenti mali pri riešení aplikovať matematický aparát, ktorý majú zvládnutý žiaci na prvom stupni ZŠ. So samotným riešením jednotlivých úloh nemali problém, avšak nie vždy boli schopní využiť v procese riešenia úlohy postup primeraný žiakom primárneho stupňa. Nedostatky sa vyskytli pri činnosti, ktorej cieľom bolo charakterizovať úlohy z hľadiska úrovne rozvíjaných kompetencií. Do obsahu predmetu boli zaradené aj aktivity takého typu, kde študenti mali vytvárať úlohy na rozvíjanie matematickej gramotnosti žiakov primárnej školy, ktoré by vychádzali z bežných životných situácií, s ktorými sa už žiaci stretli, alebo sa v blízkej budúcnosti môžu stretnúť. Východiskom pre výber situácií bola ich klasifikácia podľa úloh zaradených do testov medzinárodných výskumov OECD PISA, ktorá vymedzuje štyri skupiny situácií: *osobný život, škola, zamestnanie a voľný čas, spoločnosť, veda* (Koršňáková, 2004, s. 8). Prekvapujúce bolo zistenie, že študenti tvorili úlohy, ktoré boli buď vzdialené skúsenostiam žiakov v danom veku, alebo išlo o úlohy učebnicového typu, kde nebolo možné vidieť prepojenie so životom, resp. tvorili úlohy, ktoré vyjadrovali situácie, ktoré v skutočnosti nemôžu nastať, a teda študenti nedokázali uvažovať v kontexte reálneho života.

V priebehu realizácie výučby spomínaného predmetu, boli do jeho obsahu vyberané úlohy zo zbierky úloh, ktorá bola vytvorená v rámci projektu KEGA (Palková – Prídavková, 2011). Ako uvádza Scholtzová (2001), úlohy, ktoré riešia žiaci už na 1. stupni ZŠ by nemali mať „iba“ klasickú matematickú formuláciu, ale mohli by vyjadrovať určitú reálnu situáciu. V tomto zmysle bola koncipovaná aj spomínaná zbierka, ktorá obsahuje viac ako 50 súborov úloh spracovaných vo forme pracovných listov, ktoré sú tematicky zamerané na rozličné oblasti života žiakov mladšieho školského veku. Úlohy sa odlišujú matematickým obsahom a pri ich riešení sa vyžaduje uplatňovanie rôznych matematických kompetencií (Vašutová, 2010). Zbierka obsahuje klasifikáciu vytvorených úloh vo forme odporúčaní pre zaradenie do konkrétneho ročníka a tematického okruhu učiva matematiky, ako aj z pohľadu úrovne kompetencií, ktoré sú rozvíjané pri riešení konkrétnej úlohy.

4. Úrovne matematickej gramotnosti

V štúdii PISA sú výkony žiakov dosiahnuté v matematike zaradené do 6 úrovní matematickej gramotnosti. Ako sa uvádza v správe PISA 2012 (2013, s. 3) *„definovanie každej úrovne bolo stanovené na základe kognitívnych procesov, vedomostí a zručností požadovaných na riešenie úloh zaradených do jednotlivých úrovní“* .

V súčasnosti, v rámci riešenia projektu, prebieha analýza už vytvorených úloh z pohľadu existencie rôznych riešiteľských stratégií. Do kurzu budú zaradené úlohy zamerané na riešenie problémov z reálneho života. Postupne budú vytvárané ďalšie námety so situáciami z reálneho života, ako východiskový kontext pre kreovanie nových problémových matematických úloh. Cieľom bude vytvoriť také úlohy, ktoré budú u študentov rozvíjať vyššie úrovne matematickej gramotnosti. Podľa nášho názoru je dôležité a nutné, aby aj učitelia mali rozvinuté najvyššie úrovne matematickej gramotnosti, ak chceme, aby boli kompetentní túto zložku gramotnosti posilňovať u žiakov. V uvedenom kontexte budú v elektronickom podpornom kurze pripravené úlohy, pri riešení ktorých sú aplikované kognitívne procesy, vedomosti a zručnosti charakteristické pre všetky úrovne matematickej gramotnosti, predovšetkým však pre úrovne 4, 5 a 6.

Uvádzame niektoré východiská, ktoré využijeme pri tvorbe úloh (podľa opisu úrovní v správe PISA 2012, s. 5):

- Úroveň 4: žiak vie efektívne narábať s explicitnými modelmi pri zložitejších konkrétnych situáciách; dokáže zdôvodňovať v jednoduchých súvislostiach; vie vytvoriť vysvetlenia a argumenty na základe vlastnej interpretácie.
- Úroveň 5: žiak vie vybrať vhodnú stratégiu riešenia problémov spojených s modelmi zložitejších situácií; vie strategicky pracovať, využíva schopnosť zdôvodňovať; vie formulovať a vyjadrovať vlastné interpretácie a zdôvodnenia.
- Úroveň 6: žiak dokáže konceptualizovať informácie na základe vlastného skúmania a modelovania zložitých problémových situácií; vie využívať vedomosti v neštandardných súvislostiach; je schopný zdôvodňovať; svoje vedomosti využíva na rozvíjanie nových stratégií pri spracovaní situácií.

5. Záver

Ukazuje sa, že je nevyhnutné v rámci odbornej a didaktickej matematickej prípravy učiteľov na 1. stupni základných škôl vytvoriť priestor na rozvoj kompetencie riešiť problémy. Primárnym prostriedkom pre posilnenie matematickej gramotnosti je matematická úloha, ktorej kontext vychádza zo situácií reálneho života. Navyše, ak je úloha formulovaná tak, že v procese jej riešenia je nutné použiť také vedomosti, zručnosti a kognitívne funkcie, ktoré sú zahrnuté v opise vyšších úrovní matematickej gramotnosti, potom je to len pozitívny krok k riešeniu danej problematiky.

Snažili sme sa naznačiť jednu z ciest, ktorou by bolo možné dosiahnuť rozšírenie priestoru na rozvíjanie odborovo-didaktických kompetencií učiteľov už počas ich prípravy na vysokej škole. Na druhej strane, by mali byť aj samotní študenti motivovaní k tomu, aby vnímali matematiku ako nástroj napomáhajúci pri riešení problémov vyskytujúcich sa v každodennej realite.

Poznámka: Príspevok je čiastkovým výstupom grantového projektu
KEGA 020UMB-4/2013 Rozvíjanie matematickej gramotnosti prostredníctvom elektronicky podporovanej výučby v odbore Predškolská a elementárna pedagogika.

Literatúra

1. GEROVÁ, Ľ: Pohľad na úroveň matematickej gramotnosti budúcich učiteľov – elementaristov. In: *Tvořivost v počátečním vyučování matematiky. Sborník z konference.* Plzeň: ZČU v Plzni, 2011. s. 75-78. ISBN 978-80-7043-992-0.
2. GEROVÁ, Ľ. Pripravenosť študentov k štúdiu matematiky na vysokých školách. In: *Matematika v primárnej škole. Rôzne cesty, rovnaké ciele. Zborník príspevkov z medzinárodnej konferencie s medzinárodnou účasťou.* Prešov: PU v Prešove, 2013. S. 69-73. ISBN 978-80-555-0765-1
3. KLENOVČAN, P. Matematická gramotnosť študentov odboru Predškolská a elementárna pedagogika. In: *Matematika z pohľadu primárneho vzdelávania. Zborník príspevkov z konferencie s medzinárodnou účasťou.* 1. vyd. Banská Bystrica: UMB v Banskej Bystrici, 2009. s. 97 – 101. ISBN 978-80-8083-742-6.
4. KORŠŇÁKOVÁ, P. *PISA - Matematika. Úlohy 2003.* Bratislava: ŠPÚ, 2004. 40.s ISBN 80-85756-89-7.
5. MOKRIŠ, M., ZEĽOVÁ, V. Elementy rozvoja matematickej gramotnosti študentov v študijnom programe Predškolská a elementárna pedagogika na Pedagogickej fakulte Prešovskej univerzity v Prešove. In: *Nové trendy v matematickom vzdelávaní. Zborník vedeckých prác.* Nitra: FEM SPU v Nitre, 2010. s. 83-88. ISBN 978-80-522-0413-0.
6. PALKOVÁ, V., PRÍDAVKOVÁ, A. a kol. *Matematika pre život. Zbierka úloh na rozvíjanie matematickej gramotnosti žiakov primárnej školy.* Prešov: PF PU v Prešove, 2011. 156 s. ISBN 978-80-555-0473-5.
7. PISA 2012 – krátka správa. Dostupné na: http://www.nucem.sk/documents//27/medzinarodne_merania/pisa/publikacie_a_diseminacia/4_ine/PISA_2012.pdf
8. PUPALA, B. a kol. Chabé jadro učiteľských fakúlt. In: *Učiteľské noviny*. Roč. LX, č. 38/2014, s. 4-5. ISSN 0139-5769
9. SCHOLTZOVÁ, I. Kombinatorické úlohy v prijímacích testoch na stredné školy. In *Matematika v škole dnes a zajtra. Zborník príspevkov z konferencie.* Ružomberok: Pedagogická fakulta KU, 2001. s. 157-162
10. VAŠUTOVÁ, A. Úloha ako prostriedok na rozvíjanie matematickej gramotnosti žiakov mladšieho školského veku. In *7. Žilinská didaktická konferencia. Zborník príspevkov z konferencie s medzinárodnou účasťou konanej dňa 17.6.2010 v Žiline.* (CD nosič). Žilina: FPV ŽU v Žiline, 2010. ISBN 978-80-554-0216-1.

Kontaktná adresa

Alena Prídavková, doc. RNDr., PhD.
Dominika Štefková, Mgr., PhD.
Prešovská univerzita v Prešove, Pedagogická fakulta, Katedra matematickej edukácie
Ul. 17. novembra 15, 080 01 Prešov, Slovensko
Telefón: +421 51 7470542, +421 51 7470540
E-mail: alena.pridavkova@pf.unipo.sk; dominika.stefkova@pf.unipo.sk

ACTA UNIVERSITATIS PALACKIANAE OLOMUCENSIS
FACULTAS PAEDAGOGICA 2014 MATHEMATICA IX

VYUŽITÍ IT VE VÝUCE MATEMATIKY V PRIMÁRNÍ ŠKOLE

Jana PŘÍHONSKÁ

Abstrakt

Důležitou součástí matematického vzdělávání jsou Nestandardní aplikační úlohy a problémy, jejichž řešení může být do značné míry nezávislé na znalostech a dovednostech školské matematiky, ale při němž je nutné uplatnit logické myšlení. Tyto úlohy by měly prolínat všemi tematickými okruhy v průběhu celého základního vzdělávání. Žáci se tak učí řešit problémové situace a úlohy z běžného života, učí se využívat prostředky výpočetní techniky (především kalkulátory, vhodný počítačový software, určité typy výukových programů). V příspěvku je diskutována možnost využití IT již na prvním stupni ZŠ. Nabídnuty jsou některé užitečné zdroje a prostředky dostupné prostřednictvím webového portálu.

Klíčová slova: aktivity na internetu, elektronické opory, digitální učební materiály

NÁZEV PŘÍSPĚVKU V ANGLICKÉM JAZYCE

Abstract

Non-standard application tasks and problems are an important part of mathematical education. Problem solving can be independent on school math knowledge and skills, although applying logical thinking is required. Such tasks should be present in all fields of education. Pupils are trained to solve real-life problems and to use IT technologies (esp. calculators, appropriate computer software and educational programs). In the contribution, the possibility of using IT technology already in elementary school is discussed. We offer some useful resources and means available through a web portal.

Key words: activities on internet, electronic support, digital learning materials

1. ICT ve škole

Využití ICT ve škole souvisí do značné míry s technologickým vybavením jednotlivých škol. Multimédia umožňují přijímání informací všemi smysly – výrazně tak napomáhají hlubšímu pochopení, analýze, utřídění dat a posléze jejich interpretaci. Výhoda zapojení těchto prostředků do výuky je ve zlepšení komunikace a aktivní roli žáka. Nejde tedy jen o pouhou názornost jak obrazovou tak zvukovou. Zařazení multimediálních pomůcek do výuky dává prostor pro maximální rozvoj všech průřezových témat ve výuce matematiky. Žák si konkrétním prožitkem odnáší novou zkušenost či dovednost.

V souvislosti s informačními a komunikačními technologiemi hovoříme též o multimediálních programech. Tyto programy jsou velice atraktivní pro svoje grafické zpracování, názornost, jednoduchost ovládání, užití hypertextu, užití různých videofrekvencí, zvukovou podporu a celkovou interaktivitu. Výběru programů by nemělo být hlavním kritériem cena, ale především praktická užitečnost a obsahová kvalita. Na prvním stupni základní školy jsou důležité a žádoucí programy, které především aktivizují děti k práci, kdy si mohou sami vše osahat a vyzkoušet. Vhodným programem pro prvňáčky je např. **TS Matematika pro prvňáčky 1 (2000)**. Celý program je motivován zvířátky, s jejichž pomocí žáci opakují, procvičují a upevňují své znalosti a dovednosti. V části Geometrie se snaží program vzbudit v žácích zájem o pozorování a experimentování s tvary a prostorem.

Přehled výukových programů včetně programů volně dostupných na internetu uvádí ve své práci Baďurová. [1]

2. Využití internetu na vyučovací hodině

S internetem mohou děti pracovat bez problému již od třetí třídy. V podstatě využíváme internetu pro vyhledávání informací, vzájemnou komunikaci, e-learningové kurzy. E-learning využívá převážně interaktivní formu výuky s použitím multimediálních prvků (animace, audio a video záznamy, prezentace, hlasové komentáře, testy atd.).

„Již samotná změna názvu vzdělávacího oboru v RVP – Matematika a její aplikace – navozuje nutnost určité změny pojetí vyučování matematice, větší akcent než doposud bude položen na aplikace. Zdaleka to však neznamená, že by se vyučování matematice mělo stát primárně podáváním návodů, jak řešit praktické příklady a situace. Matematika nepochybně musí zůstat matematikou, nelze ji vyučovat bez vytváření pevné pojmové struktury a odhalování jejích logických vazeb, nemůžeme z jejího vyučování vypustit nácvik důležitých dovedností či algoritmů, jistě nepřestaneme rozvíjet myšlení žáků řešením „abstraktních“ úloh. Je však nezbytné, abychom nejenom rozšířili povědomí žáků o uplatnění matematických poznatků a metod v ostatních předmětech i v praxi, ale abychom ve výuce dokázali aplikací soustavně a organicky využívat. Není myslitelné k současné výuce matematiky jen přidat více aplikací, na to by ani vyučovací čas nestačil – je třeba výuku opravdu změnit. Jednou z možností, jak tohoto cíle dosáhnout, je užívat a naučit žáky užívat výpočetní techniku“. [2]

3. Vhodné prostředky pro výuku matematiky na prvním stupni

Z hlediska dosažení očekávaných výstupů vymezených v RVP ZV doporučujeme jako vhodné nástroje:

- Prezentace v PowerPointu – pro nové učivo, zadání problémů, testování (formou zadání);
- Smart Nootebok – interaktivní řešení problémů, výklad nového učiva, rozvoj logického myšlení;
- Geometrické softwary – zejména Cabri geometrii a prostředí C. a R. (virtuální kružítko a pravítko)

Klasickým studijním materiálem pro žáky jsou učebnice. S využitím počítačů a různých softwarů je výhodné některé materiály zpracovat do elektronické podoby a vytvořit tak elektronický studijní materiál. Pojem elektronický studijní materiál je velmi široký. Při jeho vymezení musíme brát do úvahy dvě roviny zpracování: technickou a didaktickou. Technickou stránkou se zabývají převážně profesionální informatici, kteří vytvářejí vhodné softwarové prostředí pro výuku s ohledem na specifiku jeho využití. Za didaktickou stránku zodpovídají učitelé, kteří dané softwarové prostředí využívají přímo ve výuce. Výběr učiva, jeho metodické zpracování a následná transformace do elektronického prostředí je úkolem učitele. Zde se v plné míře promítají jeho pedagogické i počítačové schopnosti. Při výkladu nového učiva v prezentační formě, resp. užitím prezentační metody v PowerPointu využíváme učebních textů, které doplňujeme applety, hypertextovými odkazy, obrázky, případně dalšími multimediálními prvky.

Dále jsou nabídnuty některé užitečné zdroje, dostupné prostřednictvím webového portálu. Soustřeďujeme se na tři oblasti:

I. Digitální učební materiály pro SMART Board jako prostředek:
  - k výkladu nového učiva;
  - k procvičování učiva, rozvoj logického myšlení.

II. Elektronické opory pro výuku na 1. stupni základní školy:
  - prezentační software, resp. prezentace jako prostředek k výkladu nového učiva, zadání problémů s ukázkami správného řešení, modelování;
  - aktivizující činnosti pro žáky – hlavolamy, hry.

III. Podpora výuky geometrie:
  - Geometrické softwary – využití při výuce geometrie jako prostředek k modelování a vizualizaci, testování, animaci postupů.

Zaměřujeme se přitom zejména na naplňování očekávaných výstupů vymezených v kapitole 1.1.1 pro 1. stupeň (oblast Nestandardní aplikační úlohy).

Ad I)

Portál **Ve škole:** <http://www.veskole.cz/

Místo pro vzdělávání, inspiraci a ukládání DUMů. V sekci DUMy najdete soubory pro interaktivní tabule SMART Board a Active Board. Část je rozdělena na nejnovější DUMy obecně, dále pak dle stupně vzdělávání – mateřské školy, ZŠ 1. stupeň, ZŠ 2. stupeň, Střední školy a Ostatní školy.

Ad II)

Volně dostupné zdroje pro výuku matematiky pro elementární ročníky

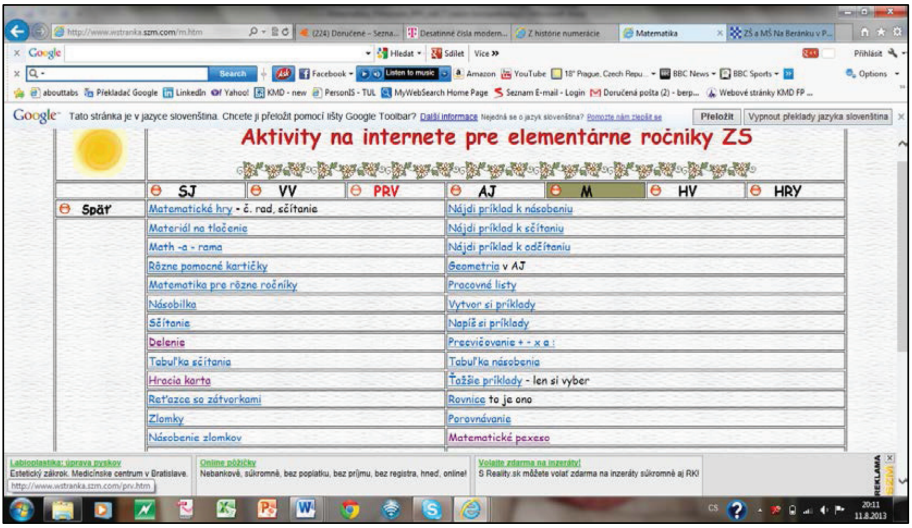
- **Aktivity na internetu pro elementární ročníky Základní školy** (Obrázek 1)

Dostupné z WWW: < http://www.wstranka.szm.com/m.htm>

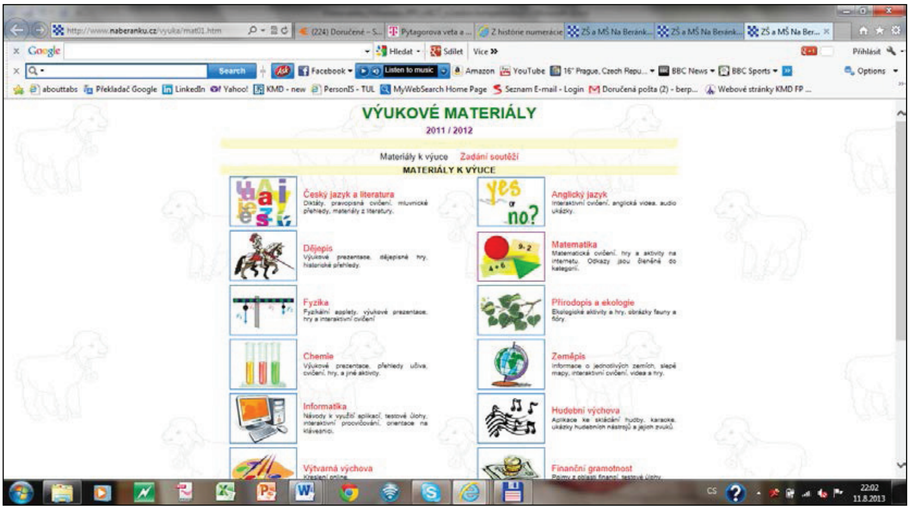
- **Matematika na internetu – webové stránky vytvářené ZŠ a MŠ Na Beránku v Praze 12** (Obrázek 2).

Stránky jsou věnovány výuce, která je pro žáky i pracovníky vedena v klidném a tvůrřím prostředí. Dostupné z WWW: <http://www.naberanku.cz/uvod.htm>
Po otevření uvedeného odkazu nalezne čtenář v dolní části stránky rozcestník a po volbě Výukové materiály se otevře okno s nabídkou různých předmětů (Obrázek 3). Po výběru části matematika je možno vybrat různé aktivity. Informace k jednotlivým vybraným aktivitám jsou následně v anglickém jazyce, nicméně naprosto srozumitelné. Jsou zde aktivity pro počítání předmětů, zápis čísel, porovnávání, počítání do dvaceti, sčítání a odčítání, násobení a dělení, desetinná čísla, zlomky, procenta, rovnice, geometrii (včetně různých apletů), logické hry. Pro učitele je vyhrazena samostatná část, kde jsou zpracovány interaktivní ilustrace k jednotlivým tématům, jež mohou využít při tvorbě vlastních prezentací. S výhodou se dají využít vytvořené pracovní listy. U apletů jsou uvedeny instrukce, jak postupovat při jejich využití.

Na dostupné materiály se zájemce dostane přímo z WWW:
<http://www.naberanku.cz/vyuka/matematika/zaci/mat01.htm>



Obrázek 1 Aktivity na internetu pro elementární ročníky



Obrázek 2 Matematika na internetu

Ad III)

- **WebMatika.sk**

Elektronická podpory výuky geometrie na 1. a 2. stupni základní školy autorky Žilkové [3]. Stránka obsahuje jak demonstrační tak i interaktivní animace. Tyto jsou většinou založené na platformách dynamických geometrických systémů a profesionálního grafického systému, využívají prvky virtuálního a reálného videa. Slouží k objasňování a vizualizaci základních a odvozených matematických pojmů, standardních i méně standardních postupů, resp. algoritmů:

- úhel a jeho velikost, operace s úhly, osová souměrnost, posunutí,
- geometrie skládání papíru.

Obrázek 3 Výukové materiály ZŠ Na Beránku

4. Závěr

Matematika patří mezi předměty, které nejsou založeny na pouhém získávání encyklopedických poznatků. Zvládnutí látky je podmíněno schopností samostatně řešit úlohy – nikoli jen podat správnou odpověď. Při řešení většiny úloh či problémů není až tak podstatný výsledek, jako spíše celý postup řešení Proto musíme velice obezřetně rozhodovat, jaký způsob IT prostředků pro konkrétní učivo využít.

Literatura

1. BAĎUROVÁ, L., 2008. *Informační technologie ve výuce matematiky na 1. stupni ZŠ* [online]. [cit. 2013-11-09]. Diplomová práce. Masarykova univerzita, Pedagogická fakulta. Vedoucí práce Jaroslav Beránek. Dostupné z WWW: <http://is.muni.cz/th/129707/pedf_m/>
2. CIHLÁŘ, J.- NOCAR, D.- ZELENKA, M., 2006. Využití informačních a komunikačních technologií ve vyučování matematice na 2. stupni ZŠ [cit. 2013-08-10]. Dostupné z WWW: <http://www.google.cz/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&frm=1&source=web&cd=1&ved=0CCsQFjAA&url=http%3A%2F%2Fclass.pedf.cuni.cz%2FNewSUMA%2FFileDownload.aspx%3FFileID%3D93&ei=VK9-UrHxIImPswbOloHgDw&usg=AFQjCNG6DasBfwsiGspgAoKfPArB8ufeTA>
3. ŽILKOVÁ, K., 2008. *Školská matematika v prostředí IKT* (Informačné a komunikačné technológie. [cit. 2014-02-10]. Dostupné z WWW: < http://www.webmatika.sk/>

Kontaktní adresa

doc. RNDr. Jana Příhonská, Ph.D.
Fakulta přírodovědně humanitní a pedagogická
Technická univerzita v Liberci
Voroněžská 1329/13, 461 17 Liberec 1
Telefon: +420 485 352 370
E-mail: jana.prihonska@tul.cz

ACTA UNIVERSITATIS PALACKIANAE OLOMUCENSIS
FACULTAS PAEDAGOGICA 2014 MATHEMATICA IX

THE ABILITY OF PERCEIVING THE RELATIONSHIP IN A NUMERICAL SEQUENCE BY 9-10 YEARS OLD STUDENTS

Marta PYTLAK

Abstract

Developing interest in mathematics among students at all educational levels is highly desirable. The typical school activities do not always give this opportunity. The article presents the example of classes with students of the third grade of primary school, whose aim was to develop a creative mathematical activity of students.

The described activities related primarily to ability to perceive differences and similarities between the numbers in the sequence.

Key words: primary school education, numbers, perceiving relationship, critical thinking

1. Introduction

In the latest trends in the early education a large emphasis is placed on developing the skills needed for a child to explore and understand the world, to cope with different situations of everyday life. The skills that are particularly useful in various situations include analyzing, critical thinking, putting and verifying hypotheses. The tasks of the school according the new curriculum include the care that a child could acquire the knowledge and skills needed to understand the world and equipment the child needs in math skills in real-life and school situations and for solving the problems.

The most important skills acquired by the student in the course of general education in elementary school should be, inter alia, mathematical thinking, comprehension as the ability to use the basic tools of mathematics in his or her daily live and carring out the elementary mathematical understandings.

An important task of school is to prepare students for life in the information society. It is associated with the ability to search and organize information, verification of hypotheses and critical thinking.

There is a belief that every child is gifted, each can work creatively (Gruszczyk-Kolczyńska, 2009, Brandl 2009, Munz 2013). Studies show that on the first stage of education a lot of students show talents towards mathematics. Therefore it is necessary to raise efforts to find and develop mathematical talents within pupils of the lower grades of primary school.

Mindful that children feel the satisfaction of creative activity, you need to create the conditions for them to present their achievements. That possibility gives classes in which the student has the opportunity to meet with unusual tasks that do not impose a single method to solve

To meet the expectations a series of classes with students of the third grade of primary school were carried out. The classes were prepared by teacher and author of this paper. We were playing a series of lessons with students from the 3rd grade of primary school (8-9 years old) from the October 2012 till the January 2013. Lessons have taken place once a week and lasted one lesson hour (45 minutes). Their aim was primarily to develop students' interest in mathematics. The subjects of classes were very diverse. The subjects dealt with both issues of geometric and arithmetic. One of the ongoing issues was a fun with numbers. In these classes students have not only to improve skills, but also shaped their mathematical language, they were able to demonstrate the ability of making hypotheses, verifying them argue.

2. A series of activities relating to natural numbers

A series of activities linked with numbers started with the play "What number you are?". Students pick out cards with numbers, and then their job was to present the drawn number in an interesting way. The purpose of this task was to draw attention of students to the various features and aspects of the number and guide appropriate mathematical vocabulary (pay attention to the meaning of the words: number, digit, even, odd)

The next step was to draw up the pairs: students backgrounds to their number of "partner", and this choice they have to justify. The aim of this task was to draw attention to common features of numbers, the ability to perceive common features.

At this stage of classes, the argument most commonly used by students concerned the parity odd parity/data numbers. This task was repeated on subsequent activities, and argument used by students was far more diverse. The students were trying to present different characteristics of the number – less than half of them invoked the parity this time, and more than one-third of them highlighted on the number of tens and the number of unity. This may indicate a more analytical approach of the students to presented to them task.

Subsequent activities of a series of "fun with the numbers" began the following tasks::

Point to the one that does not match the other among the numbers. Justify your choice.

9	15	24	16

21	42	41	14

12	16	18	20

25	16	34	18

18	15	25	30

33	15	12	6

The numbers of individual examples have been chosen in such a way that there were more than one possibility of choice, depending on the adopted criterion. The idea was to see what criteria the students will apply. Will they be creative and productive, how many different choices they will discover in the particular examples. What features will be soon discovered, what mostly will they take into account. Therefore, this task has developed the ability to: analyze, see similarities and differences between the objects (here: the numbers), make and verify hypotheses; and also develope critical thinking skills.

Presented task was the new challenge for students. Previously they have not had to deal with that kind of tasks. Students willingly joined the work. Each of the 20 participating in the classes students pointed out at least one number in each of the given examples, which according to him or her did not fit into the other. Half of the pupils reported more than one example of a number that does not match the other.

The students worked single-handed. Each of students received a card, on which they can write all their thoughts and discovered depending. The students worked during one hour of classes; they were informed that each task can have different solutions, and they should include those that are the most appropriate according them.

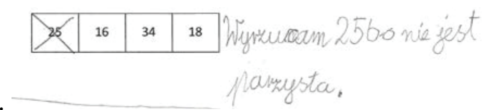
The analysis of all students' work helped to distinguish the following types of arguments on which the students appealed in their responses:

- Reference to digits (digit, digit of tens, the lack of specific digit in the remaining numbers) – 28 %[1]
- The number of single-, two-digit – 20 %
- Odd, even number – 12 %
- Small, big number – 12 %
- Sum/difference of digits – 9 %
- divisibility/ multiplication – 9 %
- the relationship between the numbers in the sequence – 6 %
- others – 4 %.

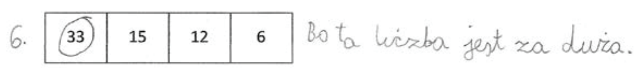
As can be seen from the above statement, the most frequently used criterion associates with the visual aspect. So it was, inter alia, in example 2, where the students throw the number "21", arguing that “in the rest of the numbers there is digit "4", and in this one-is not” (other numbers in this sequence is 41, 42, 14).

The visual aspect was also associated with the amount of digits in the number. A lot of students throw number that had a different number of digits than the other, for example “because it is not two-digits number”:

The next criterion used by student was connected with odd-even numbers. We can see it in following example: a student cross out 25 and wrote “I throw 25 because it is not even”.



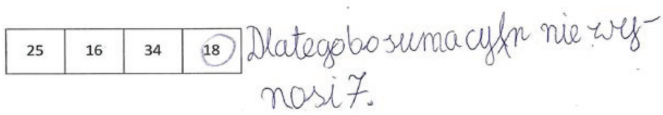
Then they made the analysis of numbers contained in the series and, above all, compared to the basic characteristics of the number, which is the parity and odd parity. Equally frequently argument related to the size of the numbers was mentioned, for example. "I throw out 33 because it is the biggest", "6-because it is the smallest".



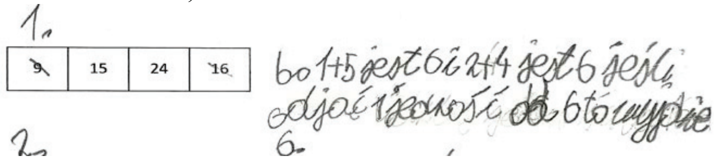
The application of this criterion was associated with the arrangement of the numbers in the specified sequence, referred to the aspect of the ordinal numbers. Although this is a very simple criterion, however, required the student carry out at least a brief analysis of the figures given in the statement.

[1] In respect of all applicable argument

Another criterion used by students was referring to the sum or difference of digits in different numbers. This argument usually was used in the example 6. Students by striking out 12, argued, "because the sum of the digits is 6”. Likewise, in example 4: delete the number 18 was associated with reasoning "because the sum of the digits is not 7".



Quite originally this criterion was applied by one of the students to example 1. He deleted "9" arguing, that the sum and difference of the other numbers is 6. He wrote “because 1+5 is 6 and 2+4 is 6, if subtract 1 from 16 it will be 6”



Indeed, the sum of the digits in the numbers 15 and 24 is 6. The situation is different in the case of 16. It seems that the number of apprentice applied the "difference" but understood not as a subtraction, but just deletion. Thanks to duelist the digits "1" in the number "16" you can get the desired result. In example 5. by striking out 18 students wrote "it does not divide by 5" or "because it does not compose of fifes." Similarly in an example 3 - the deletion of 18 arguing "is not divisible by 4”. The use of this type of argument provides a more analytical approach, looking at the numbers from another point of view. It is very interesting that at this stage of education students don't learn more about characteristics of severability and numbers and they solve any tasks relating to this issue.

Among the others, quite original justification was also such "because adding the remaining we receive a full of dozens". Such reasoning applied students in the third example (in the sequence 12, 16, 18, 20 deletion 16) and the fifth (among numbers 18, 15, 25, 30 they delete 18).

These students have to perform more complex analysis, they studied the relationship between various combinations of the given numbers. They demonstrated the ability to complex analysis.

It seems that students were able to go beyond the traditional scope of school looking at the numbers, they began to invent new things. And it is the most important activity during such classes.

3. **Conclusions:**

Classes in which students participated were for them a new challenge. So far they did not meet with such kind of tasks. Nobody expected to provide a particular result, but to give the appropriate arguments to justify their choice. Everyone seriously approached to the task presented to them. They eagerly attempted to solve each of the examples, some students tried to enter more than one solution in each of the examples. Students demonstrated great creativity and criticality of thinking. One student tried to find arguments for each number in each of the examples.

An argue, classification, the ability to see the differences and similarities between objects are very desirable skills not only in lessons of mathematics, but also in everyday life. Properly prepared classes allow students to develop these skills. It seems that the series of "fun with numbers" gave the students this opportunity.

References

1. BRANDL, M. 2011. High attaining versus (highly) gifted pupils in mathematics: a theoretical concept and an empirical survey. In Pytlak, M., Swoboda, E., Rowland, T. (Eds.) *Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, Rzeszow: University of Rzeszow, 2011. p. 1044-1055. ISBN 978-83-7338-683-9.
2. GRUSZCZYK-KOLCZYŃSKA, E. *Wspomaganie rozwoju umysłowego oraz edukacja matematyczna dzieci w ostatnim roku wychowania przedszkolnego i w pierwszym roku szkoły podstawowej*. Edukacja Polska, 2009, ISBN 9788376350677
3. MUNZ, M. Mathematical creative solution processes of children with different attachment patterns. In *Proceedings of the Eighth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education.* Manavgat-Side, Turkey, 2013 [http://cerme8.metu.edu.tr/wgpapers/WG7/WG7_Munz.pdf]

Contact address

dr Marta Pytlak
Wydział Matematyczno-Przyrodniczy
Al. T.Rejtana 16C
35-959 Rzeszów
Poland
E-mail: mpytlak@ur.edu.pl

DZIAŁANIA ARYTMETYCZNE W POCZĄTKOWEJ EDUKACJI MATEMATYCZNEJ – KSZTAŁTOWANIE POJĘĆ CZY ROZWIJANIE NAWYKÓW RACHUNKOWYCH?

Renata RECLIK

Abstrakt

Wszystkie współczesne koncepcje nauczania matematyki podkreślają, iż szkolne nauczanie matematyki powinno inspirować rozumienie pojęć a nie prowadzić do zdobycia wiedzy automatycznej, bez zastanowienia i refleksji nad tym co i dlaczego się robi. Rozumne opanowanie umiejętności pozwoli na lepsze i skuteczniejsze ich wykorzystywanie w różnych sytuacjach problemowych. W artykule zawarte są rozważania na temat prawidłowego kształtowania pojęć działań arytmetycznych oraz prezentacja wyników badań empirycznych dotyczących umiejętności wykonywania i rozumienia czterech podstawowych działań arytmetycznych przez uczniów klasy 3.

Słowa kluczowe: edukacja matematyczna, rozumienie pojęć, działania arytmetyczne.

ELEMENTARY ARITHMETIC IN THE EARLY MATHEMATICAL EDUCATION: FORMING NOTIONS OR DEVELOPING CALCULATION HABITS?

Abstract

All of the contemporary concepts of teaching mathematics underline the fact that teaching the subject at school should inspire understanding notions and not lead merely to acquiring automatic knowledge, without thinking or reflecting on what and why it is being done. Cognitive mastering of skills will allow applying them in all sorts of different problem situations in a better and more effective way. In the paper, the author includes her considerations regarding appropriate formation of the notions of elementary arithmetic, as well as presents the results of empirical research relating to the skill of carrying out and understanding the four basic arithmetic operations by pupils of Class 3 of elementary school.

Key words: mathematical education; understanding notions; elementary arithmetic;

1. Wprowadzenie

Określając miejsce i rolę matematyki w zreformowanym systemie edukacyjnym oraz metody wprowadzania ucznia w świat pojęć i operacji matematycznych, powinniśmy myśleć o potrzebach i możliwościach człowieka XXI wieku. Zdaniem E. Smak obecne „społeczeństwo informatyczne” potrzebuje zupełnie odmiennego typu instytucjonalnej edukacji aniżeli „społeczeństwo przemysłowe” ubiegłego stulecia. Szkołę tradycyjną powinna zastąpić szkoła-laboratorium, w której dominuje kształcenie kompetencji kluczowych, takich jak umiejętność zdobywania informacji i działania, twórczość i umiejętność myślenia (Smak, 2013, s. 47). Osiągnięcie tego celu jest uwarunkowane właściwą realizacją procesu dydaktyczno-wychowawczego, w którym, obok celów kształcenia i materiału nauczania, istotną rolę odgrywają procedury osiągania zamierzonych rezultatów czyli strategie i metody kształcenia.

Punktem wyjścia rozważań dotyczących zmian w sposobach nauczania matematyki powinno być zatem uświadomienie sobie celów współczesnej edukacji matematycznej. Przed podjęciem decyzji, czego i jak uczyć, należy zastanowić się, co chcemy osiągnąć. Wszystkie współczesne koncepcje nauczania matematyki podkreślają, iż nauka ta powinna inspirować rozumienie pojęć, a nie prowadzić do zdobycia wiedzy automatycznej, bez zastanowienia i refleksji nad tym co i dlaczego się robi. Rozumne opanowanie umiejętności przyczyni się nie tylko do wszechstronnego rozwoju intelektualnego uczniów ale również stanowić będzie doskonałą bazę i punk wyjścia do nauki matematyki na kolejnych etapach kształcenia. Niestety nader często szkolne nauczanie matematyki sprowadza się do pamięciowego wyuczenia nazw, opanowania gotowych algorytmów postępowania i wyćwiczenia określonych sprawności poprzez wielokrotne powtarzanie i automatyzowanie czynności. Wąsko rozumiane wymagania szczegółowe stają się często dla nauczycieli jedynymi celami nauczania tego przedmiotu. Jednak samo, nawet perfekcyjne, wyćwiczenie sprawności rachunkowych nie determinuje rozumienia istoty dodawania czy mnożenia, co może przyczynić się do trudności w zrozumieniu nowych działań i w rozwiązywaniu zadań wymagających nieschematycznego myślenia. Doznawane wówczas niepowodzenia powodują u uczniów poczucie bezradności, brak wiary w sukces i często rezygnują oni z wykonywania kolejnych zadań, co tylko potęguje trudności (Jędrzejowska, 2013, s. 79 – 80).

Rozwój techniki i elektroniki spowodował spadek znaczenia umiejętności tradycyjnego wykonywania działań. Kształcenie sprawności rachunkowych, choć są one potrzebne na każdym etapie nauczania i w życiu codziennym, nie może być zatem celem samym w sobie we współczesnej szkole. Ważniejsze jest kształtowanie umiejętności rozumnego operowania liczbami i działaniami na liczbach, rozwijanie inwencji dziecka oraz umiejętności radzenie sobie w różnych sytuacjach. Należy zatem w trakcie nauczania arytmetyki silniej akcentować pojęciową i treściową stronę działań oraz ich własności na bazie której oparta powinna być sprawność rachunkowa. Nauczanie nastawione przede wszystkim na ćwiczenie sprawności rachunkowej i nie doceniające wagi rozumienia sensu wykonywanych operacji prowadzi do błędnego postrzegania arytmetyki jako sposobu obliczania wyników. Zmechanizowana sprawność wykonywania działań powinna być zatem poprzedzona długim okresem poznawania i stosowania różnych metod i sposobów wykonywania obliczeń prowadzących do właściwego zrozumienia wykonywanych operacji i stanowić końcowy etap procesu nauczania. *„Wykonując obliczenia arytmetyczne, uczeń powinien robić to świadomie, z przekonaniem o słuszności swego postępowania. (...) Dla dzieci kształcące jest wyszukiwanie różnych metod obliczania wartości liczbowej danego wyrażenia arytmetycznego, a w mniejszym stopniu samo obliczenie, które jest często tylko ćwiczeniem według wyznaczonego schematu. Technika obliczeń, sprawności rachunkowe jest to „wartość dodatkowa" nauczania i uczenia się, zwłaszcza na szczeblu nauczania początkowego."* (Filip, Rams, 2000, s. 124).

Zakres umiejętności wykonywania działań arytmetycznych przez uczniów określa podstawa programowa w myśl której:

Uczeń kończący klasę I w zakresie liczenia i sprawności rachunkowych:

- *wyznacza sumy (dodaje) i różnice (odejmuje), manipulując obiektami lub rachując na zbiorach zastępczych, np. na palcach;*
- *sprawnie dodaje i odejmuje w zakresie do 10, poprawnie zapisuje te działania,*
- *radzi sobie w sytuacjach życiowych, których pomyślne zakończenie wymaga dodawania lub odejmowania.*

Uczeń kończący klasę III:

- *dodaje i odejmuje liczby w zakresie 100 (bez algorytmów działań pisemnych); sprawdza wyniki odejmowania za pomocą dodawania;*
- *podaje z pamięci iloczyny w zakresie tabliczki mnożenia; sprawdza wyniki dzielenia za pomocą mnożenia;*(Podstawa programowa, 2009)

Powyższe sformułowania („wyznacza sumy", „sprawnie dodaje i odejmuje", „podaje z pamięci") silnie akcentują techniczną/mechaniczną stronę wykonywania działań arytmetycznych. Jednak to nie technika (sprawność) rachunkowa determinuje znajomość rachunków. Decydującą rolę w tym zakresie odgrywa świadomość, jakie działanie trzeba zastosować w konkretnej sytuacji oraz rozumienie sensu wykonywanych operacji. *„Należy dążyć do tego, by uczeń najpierw intuicyjnie uchwycił nowe pojęcie (w formie odpowiedniej do swego wieku), następnie stopniowo pogłębiał jego rozumienie, opanowując przy tym umiejętność stosowania go w różnych sytuacjach, a dopiero na koniec zdobył biegłość w wykonywaniu samego rachunku."* (Puchalska, Semadeni, 1991, s. 53).

2. Wyniki badań

Celem badań empirycznych było sprawdzenie wiedzy i umiejętności uczniów klas trzecich w zakresie wykonywania czterech podstawowych działań arytmetycznych oraz próba odpowiedzi na pytanie: czy doskonalenie sprawności rachunkowej jest jednocześnie połączone z rozumieniem pojęć? W tym celu skonstruowano test, który składał się z dwóch części. W pierwszej z nich znalazły się zadania sprawdzające umiejętność dodawania, odejmowania, mnożenia i dzielenia w zakresie 100. Część druga zawierała zadania sprawdzające rozumienie istoty działań arytmetycznych oraz ich własności. Badania przeprowadzono w 2013r. wśród 134 trzecioklasistów.

Diagram 1. Wyniki testu sprawności rachunkowej w zakresie dodawania i odejmowania – procent poprawnych obliczeń

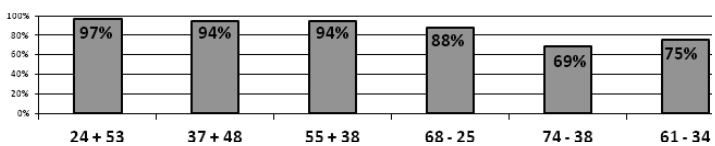
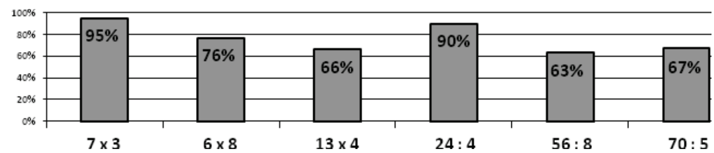


Diagram 2. Wyniki testu w zakresie mnożenia i dzielenia – procent poprawnych obliczeń

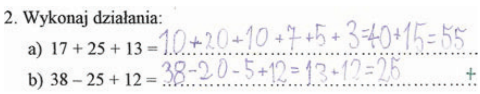


Wyniki badań wskazują, iż najlepiej uczniowie radzą sobie z dodawaniem w zakresie 100 oraz mnożeniem i dzieleniem w zakresie 30. Dużą trudność sprawiło uczniom odejmowanie z przekroczeniem progu dziesiątkowego (co trzeci uczeń wykonał te działania błędnie). Problemy te są najczęściej efektem nierozróżniania w trakcie nauczania arytmetyki dwóch sytuacji: kształtowania pojęcia i uczenia sposobów obliczania. Uczeń, wiedząc czym jest suma czy różnica, potrafi ją znaleźć różnymi, dostępnymi dla siebie sposobami. Jednak, gdy działania te są tylko liczbami, które należy obliczyć postępując zgodnie z określonym schematem (najczęściej narzuconym przez nauczyciela) pojawiają się kłopoty z jego zapamiętaniem i odtworzeniem w określonej, nowej sytuacji.

Mnożenie i dzielenie powyżej 30 też jest dla wielu uczniów trudne. Warto zwrócić uwagę na fakt, iż najwięcej błędów uczniowie popełnili w działaniach: 13 · 4 (34% niepoprawnych odpowiedzi) i 70 : 5 (33% niepoprawnych odpowiedzi). Przyczyn tych trudności należałoby szukać w pamięciowym, często bezmyślnym opanowaniu tabliczki mnożenia bez rozumienia istoty tego działania w różnych jego aspektach (dodawanie jednakowych składników, pole prostokąta, iloczyn kartezjański) (Turnau, 1985, s. 252 – 258).

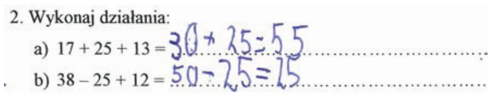
W kolejnym zadaniu uczniowie mieli obliczyć wynik działania złożonego, w którym, w celu uproszczenia rachunków, można było skorzystać z własności przemienności dodawania. Działanie *17 + 25 + 13* poprawnie wykonało 91% uczniów, natomiast *38 – 25 + 12* już tylko 63%. Podstawową strategią przy wykonywaniu tych działań był rozkład liczb na dziesiątki i jedności.

Rys. 1


2. Wykonaj działania:
a) 17 + 25 + 13 = 10+20+10+7+5+3=40+15=55
b) 38 – 25 + 12 = 38-20-5+12=13+12=25 +

Tylko nieliczni uczniowie zastosowali własność przemienności i łączności dodawania a więc dla wielu z nich własności te są tylko kolejną regułką do zapamiętania, której znajomość nie znajduje zastosowania w prowadzonych obliczeniach.

Rys. 2


2. Wykonaj działania:
a) 17 + 25 + 13 = 30+25=55
b) 38 – 25 + 12 = 50-25=25

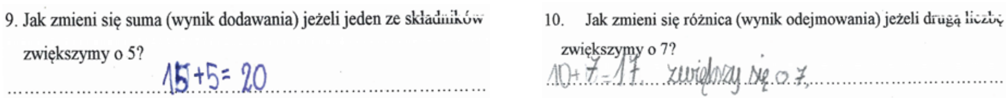
Trzy ostatnie zadania sprawdzały umiejętność zastosowania działań w konkretnej sytuacji oraz rozumienie sensu wykonywanych operacji. W pierwszym z nich uczniowie mieli odpowiedzieć na pytanie, jaka liczba jest:

a) *mniejsza o 16 od liczby 53* – 69% poprawnych odpowiedzi,
b) *większa o 26 od liczby 48* – 76% poprawnych odpowiedzi,
c) *większa 4 razy od liczby 9* – 81% poprawnych odpowiedzi
d) *mniejsza 5 razy od liczby 40* – 66% poprawnych odpowiedzi.

Odpowiedzi udzielone przez uczniów na dwa kolejne pytanie:
Jak zmieni się suma (wynik dodawania) jeżeli jeden ze składników zwiększymy o 5?
Jak zmieni się różnica (wynik odejmowania) jeżeli drugą liczbę zwiększymy o 7?
wykazały, iż wielu z nich ma problem z rozumieniem istoty dodawania i odejmowania oraz znaczenia liczb w tych działaniach. Na pierwsze z tych pytań poprawnej odpowiedzi udzieliło 57% badanych uczniów, a na drugie jedynie 34%. W obu zadaniach spora grupa uczniów dążyła do zapisania działania, którego wynik będzie rozwiązaniem, jednak bardzo często nie miało ono związku z postawionym pytaniem.

Część uczniów uważa, że po zwiększeniu odjemnika różnica wzrośnie. Dla nich najważniejsze są pojedyncze słowa (*zwiększymy*) i liczby występujące w treści (*5*), a nie ich znaczenie i sens. Uważają one, że jeśli coś zwiększamy to wynik też musi być przecież większy.

Rys. 3


9. Jak zmieni się suma (wynik dodawania) jeżeli jeden ze składników zwiększymy o 5?
15+5=20

10. Jak zmieni się różnica (wynik odejmowania) jeżeli drugą liczbę zwiększymy o 7?
10+7=17 zwiększy się o 7

3. Podsumowanie

Kształtowanie pojęć arytmetycznych na etapie nauczania początkowego nie powinno polegać na wyuczeniu dzieci definicji, reguł i wzorów ale na intuicyjnym, operatywnym i rozumnym ujęciu związków i zależności występujących pomiędzy liczbami. Zdaniem Z. Krygowskiej *„Nastawienie na „wyuczenie" określonych wiadomości i na „wyćwiczenie" określonych sprawności, jako na główny cel nauczania i uczenia się (...) w stosunku do dzieci zaczynających edukację szkolną pociąga za sobą – często nieodwracalne – negatywne skutki dla ich intelektualnego rozwoju."* (Krygowska, 1976, s. 37).

Literatura

1. PUCHALSKA E., SEMADENI Z., *Założenia reformy*. W: SEMADENI Z. (red.), *Nauczanie początkowe matematyki*, Tom 1. Warszawa: WSiP, 1991, ss. 21 – 57. ISBN 83-02-04415-6.
2. KRYGOWSKA Z., *Na czym polega modernizacja nauczania początkowego matematyki*, „Zbiorcza Szkoła Gminna" 5/1976, ss. 33 – 39.
3. FILIP J., RAMS T., *Dziecko w świecie matematyki*. Kraków: Oficyna Wydawnicza „Impuls", 2000. ISBN 83-88030-54-X.
4. JĘDRZEJOWSKA E., *Trudności w uczeniu się dzieci na starcie szkolnym wyzwaniem dla ich rodziców. Uwagi na marginesie wejścia 6-latkow do szkół*. W: MYŚLIWCZYK I. (red.), *W kręgu trudnego dzieciństwa i rodzicielstwa*, Warszawa: Wyd. WSP im. Janusza Korczaka, 2013, ss. 72 – 84. ISBN 978-83-61121-75-6.
5. *Podstawa programowa kształcenia ogólnego dla szkół podstawowych*, Dziennik Ustaw MEN z dnia15 stycznia 2009 Nr 4, poz. 17, Załącznik nr 2.
6. SMAK E., *Wyznaczniki przemian drogą do innowacyjnych zmian w systemie polsiej edukacji*. W: SMAK E., KŁOSIŃSKA T., KONOPNICKA I. (red.), *Edukacja wczesnoszkolna teoria i praktyka* red. Opole: Wyd. Uniwersytetu Opolskiego, 2013, ss. 41 – 49. ISBN 978-83-7395-558-5.
7. TURNAU S., *Pojęcie iloczynu liczb*. W: SEMADENI Z. (red.), *Nauczanie początkowe matematyki*, Tom 3. Warszawa: WSiP, 1985, ss. 252 – 258. ISBN 83-02-01488-5.

Contact address

dr Renata Reclik
Uniwersytet Opolski, Instytut Studiów Edukacyjnych
ul. Ojca Józefa Czaplaka 2a, 45-055 Opole
Phone: 077 452 73 37
E-mail: rreclik@uni.opole.pl

ACTA UNIVERSITATIS PALACKIANAE OLOMUCENSIS
FACULTAS PAEDAGOGICA 2014 MATHEMATICA IX

APLIKAČNÉ ÚLOHY PRE DESAŤROČNÝCH ŽIAKOV ZAMERANÉ NA ŠTATISTIKU

Viera RINGLEROVÁ, Tatiana KOŠINÁROVÁ

Abstrakt

K napísaniu príspevku nás viedli výsledky slovenských žiakov v medzinárodných meraniach TIMSS a PISA. S prvkami štatistiky – prácou s údajmi, ich vyhľadávaním, grafickým znázorňovaním, sa stretávajú už žiaci na 1. stupni základnej školy. Bohužiaľ, slovenské výsledky v medzinárodných meraniach sú už dlhodobo na nízkej úrovni. Aby sa výkony slovenských žiakov zlepšili, nesmieme zanedbať propedeutiku.

Kľúčové slová: štatistika, aplikačné úlohy, diagram, tabuľka, aritmetický priemer

STATISTICS FOCUSED APLICATION EXERCISES FOR TEN-YEAR-OLD PUPILS

Abstract

The results of Slovak pupils in the international testings TIMSS and PISA served as motivation for writing this article. Pupils encounter basic elements of statistics- working with data, searching data, grafical illustration-already during the first level of grammar school. Unfortunatelly, Slovak results of the international testings are on low level over a long term period. To improve performance of Slovak pupils, we can not neglect propaedeutic study.

Key words: statistics, aplication exercises, diagram, table, average

1. Úvod

Tematický celok *Kombinatorika, pravdepodobnosť, štatistika* sa do našich učebných osnov z matematiky dostal v roku 1997. Kapitoly s týmto zameraním už vtedy boli v osnovách matematiky viacerých štátov. Medzinárodná štúdia TIMSS a v nej sa nachádzajúce úlohy z kombinatoriky, pravdepodobnosti a štatistiky slúžili na obhajobu návrhu UO ako konkrétne argumenty, potvrdzujúce správnosť zámeru. V UO z roku 1997 Bálint uvádza, že „v súlade so svetovým trendom do učebných osnov je zaradená propedeutika kombinatoriky, pravdepodobnosti a štatistiky". Svetový trend najlepšie vyjadrujú a potvrdzujú merania celosvetového charakteru, ku ktorým patrí aj TIMSS.

V súčasnosti podľa Štátneho vzdelávacieho programu pre 4. aj 5. ročník je štatistika zaradená v tematickom celku „*Riešenie aplikačných úloh a úloh rozvíjajúcich špecifické matematické myslenie*", pričom žiaci by mali vedieť získavať a zhromažďovať potrebné údaje, čítať a nakresliť stĺpcový diagram zo získaných údajov, vypočítať aritmetický priemer pre menší počet primeraných dát, vedieť čítať údaje z jednoduchej tabuľky, zhromažďovať, triediť a usporiadať údaje, znázorniť údaje jednoduchým diagramom.

2. Čo ponúkajú učebnice

V učebniciach pre 4./5. ročník ZŠ od autorov Černek/Černek, Žabka sú tzv. *rubriky*, a v nich veľkú časť úloh tvoria témy, ktoré sú dlhodobou propedeutikou pravdepodobnosti a štatistiky.

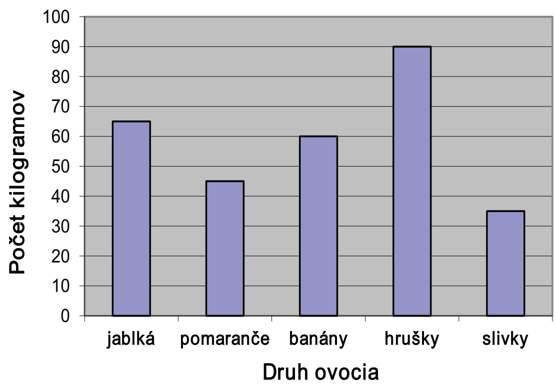
Berová, Bero (2011) pokladajú „znalosť stĺpcových diagramov za jednu z najužitočnejších vecí, ktoré sa deti majú v škole naučiť. Je to vec, ktorá im bude v živote naozaj pomáhať". V učebnici a pracovných zošitoch pre 5. ročník ZŠ žiaci nájdu úlohy na vypĺňanie tabuliek údajmi, ktoré sú im blízke napr. zápis času príchodu a odchodu do/zo školy. Žiaci sa stretávajú už aj so stĺpcovým a kruhovým diagramom a so zápisom počtu pomocou čiarok.

3. Ako si s úlohami vedia poradiť žiaci

Na ukážku sme vybrali niekoľko úloh z národných a medzinárodných meraní. Prvé dve úlohy žiaci riešili v školskom roku 2002/2003 – na začiatku 5. ročníka ZŠ, kedy ŠPÚ realizoval meranie vedomostí a zručností desaťročných žiakov zo slovenského jazyka a literatúry a matematiky a ku koncu školského roka 2010/2011, kedy sa uskutočnilo pilotné testovanie žiakov vo 4. ročníku ZŠ v projekte Národného ústavu certifikovaných meraní vzdelávania „*Hodnotenie kvality vzdelávania na základných a stredných školách v kontexte prebiehajúcej obsahovej reformy vzdelávania*" (HKV).

Úloha 1

Do predajne doviezli rôzne druhy ovocia v rôznom množstve (pozri graf):



O koľko kilogramov doviezli viac hrušiek ako banánov?

Úloha bola zaradená do tretej úrovne kognitívnej náročnosti – špecifický transfer podľa Niemierka. Žiaci ju v oboch rokoch zvládli na porovnateľnej úrovni, v roku 2002 bola ich úspešnosť 78,9 %, v roku 2011 71,4 %. Tieto úspešnosti svedčia o tom, že úloha žiakom nerobila väčšie problémy.

Úloha 2

Pozorne si pozri tabuľku a odpovedz na otázku:

známka z testu	počet chlapcov	počet dievčat
1	2	2
2	5	2
3	4	6
4	8	1

5	0	1

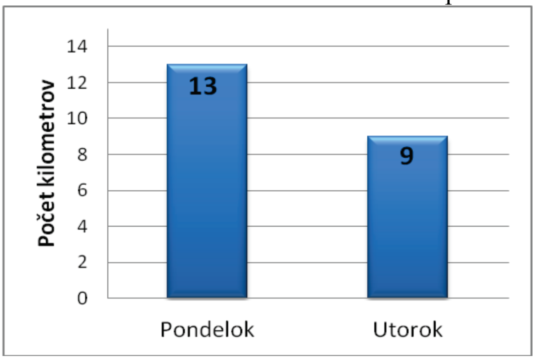
Koľko chlapcov dostalo z testu známku lepšiu ako štvorku?

Úloha na zisťovanie informácii z tabuľky bola zaradená do tretej úrovne kognitívnej náročnosti. Žiaci ju v roku 2002 riešili s úspešnosťou 66,8 % a v roku 2011 s porovnateľnou úspešnosťou a to 62,7 %.

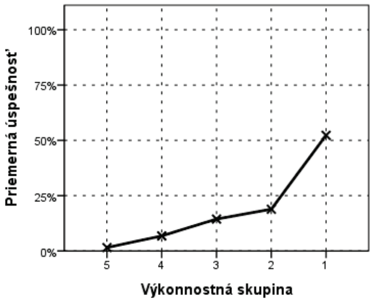
Z pilotného testovania v projekte HKV z roku 2012 uvádzame tretiu úlohu.

Úloha 3

Petra bola na dvojdňovom turistickom výlete vo Vysokých Tatrách. Každý deň absolvovala inú túru. Počet prejdených kilometrov si zaznačovala do grafu. Priemerne koľko kilometrov denne za tieto dva dni prešla?



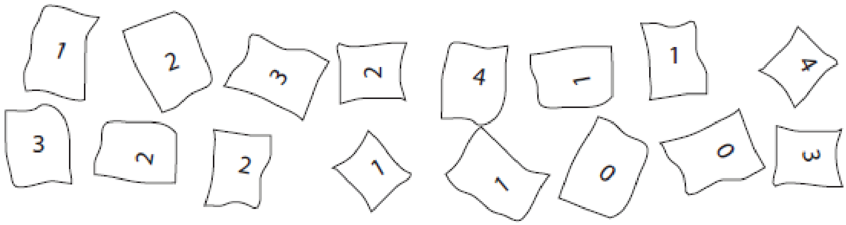
Bola to najobťažnejšia úloha v danom pilotnom teste, zaradená do najvyššej úrovne kognitívnej náročnosti – nešpecifický transfer podľa Niemierka. Od žiakov sa vyžadovalo prečítať z jednoduchého stĺpcového diagramu informáciu, koľko kilometrov prešla Petra za jeden a za druhý deň a tieto údaje použiť pri výpočte aritmetického priemeru. Úlohu správne vyriešilo 18,8 % žiakov. Viac ako 13 % žiakov ju vôbec neriešilo (úlohu vynechali), čo spolu s nesprávnym riešením takmer 68 % tvorilo celkovú neriešenosť úlohy nad 81 %. Ako vidno z grafu distribúcie úspešnosti, úloha výrazne oddelila skupinu výkonnostne najlepších žiakov. Žiaci celkovo v teste najmenej úspešní (5. výkonnostná skupina) úlohu nevedeli riešiť. Najčastejšie sa opakovala chyba, keď žiaci len spočítali kilometre, ktoré prešla Petra za dva dni, ale už z nich nevypočítali priemer. Z uvedených slabých výsledkov usudzujeme, že na hodinách matematiky je potrebné častejšou premyslenou manipulačnou činnosťou vytvoriť najskôr základné predstavy o aritmetickom priemere napr. vyrovnávaním stĺpcov kociek.



Obr. 1 Distribúcia úspešnosti

Poslednú ukážku sme vybrali z medzinárodnej štúdie TIMSS 2007.

Úloha 4



Júlia požiadala svojich spolužiakov, aby napísali, koľko majú súrodencov. Ich odpovede pozbierala a začala dopĺňať odpovede do tabuľky. Pri nule zapísala dve čiarky.

Doplň Júliinu tabuľku.

Počet súrodencov	Čiarky
0	//
1	
2	
3	
4	

Obsahová oblasť: Zobrazovanie údajov
Kognitívna oblasť: Aplikácia
Referenčná úroveň: 4 – najvyššia
Počet bodov: 1

Porovnanie úspešnosti vybraných krajín [%]

Krajina		spolu	dievčatá		chlapci
Rakúsko	⇨	30,0	34,2	⇩	26,3
Česká republika	⇩	24,3	27,2	⇩	21,1
Maďarsko	⇩	25,0	26,9	⇩	22,9
Slovenská republika	⇩	18,6	20,7	⇩	16,7
Ukrajina	⇩	15,3	18,1	⇩	13,1
Medzinárodný priemer		27,7	29,5	⇧	25,9
Priemer OECD		34,7	37,0	⇧	32,4
Priemer EU		31,3	33,5	⇨	29,3

Obr. 2 Zaradenie úlohy a výsledky

Z porovnania vybraných krajín vidno, že desaťroční žiaci na Slovensku nemajú skúsenosti s takýmto triedením a zaznamenávaním údajov. V pilotných testovaniach žiakov 9. ročníka ZŠ sa ukázalo, že žiaci nerozumejú záznamom z čiarok, pretože sa s nimi pravdepodobne v tejto podobe vo vyučovaní ani v bežnom živote nestretli.

4. Záver

V príspevku sme sa snažili ukázať, ktoré úlohy, patriace k prvkom štatistiky, robia desaťročným žiakom problémy. Zisťovanie informácií z tabuliek a diagramov sa nejaví veľmi problematické. Pozornosť skôr treba venovať možnostiam rôznych zápisov získaných údajov. Čo sa týka aritmetického priemeru, žiaci by najskôr mali dostatočne porozumieť samotnému pojmu a priemer zisťovať manipulačnou činnosťou napr. preskupovaním kociek. Po dostatočnom porozumení sa môže pridať aj výpočet. Pri manipulačnej činnosti môžu žiaci využívať aj technické prostriedky, počítač, interaktívnu tabuľu, ktoré im túto činnosť môžu nielen uľahčiť, ale aj zatraktívniť.

Poznámka: Príspevok bol spracovaný ako súčasť Aktivity 1.1 projektu „Zvyšovanie kvality vzdelávania na základných a stredných školách s využitím elektronického testovania“ (ITMS kód 26140130030 – RKZ, 26110130546 - K) spolufinancovaného z prostriedkov EÚ, ktorého riešiteľom je NÚCEM.

Literatura

1. ALFÖLDYOVÁ, I. (zost.): *Zbierka úloh pre vzdelávací stupeň ISCED 1.* Bratislava: NÚCEM, 2013. 110 s. ISBN 978-80-89638-03-1.
2. BEROVÁ, Z., BERO, P.: *Pomocník z matematiky pre 5. ročník ZŠ. Zošit pre učiteľa.* Bratislava: Orbis Pictus Istropolitana, s.r.o., 2011. 80 s. ISBN 978-80-8120-113-4.
3. GALÁDOVÁ, A., JAMRICHOVÁ, E. (zost.): *Zbierka uvoľnených úloh z matematiky štúdie TIMSS 2007. Úlohy z matematiky pre Žižkov 4. ročníka základných škôl.* Bratislava: NÚCEM, 2012. 88 s. ISBN 978-80-89638-01-7. Dostupné na World Wide Web: <http://www.nucem.sk/documents//27/medzinarodne_merania/timss/publikacie/Zbierka_uvolnenych_uloh_z_matematiky_TIMSS_2007.pdf>
4. HALÁSOVÁ, A. a kol..: *Vedomosti a zručnosti desaťročných žiakov zo slovenského jazyka a literatúry a matematiky.* Bratislava: ŠPÚ, 2006. ISBN 80-89225-01-2.
5. Štátny vzdelávací program pre 1. stupeň základných škôl (ISCED1). Bratislava: ŠPÚ 2009, 34 s. Dostupné na World Wide Web: <http://www.statpedu.sk/files/documents/svp/1stzs/isced1/vzdelavacie_oblasti/matematika_isced1.pdf>
6. Učebné osnovy z matematiky pre 5. – 9. ročník základnej školy, MŠ SR, 3. apríla 1997, číslo 1640/97 – 151 s platnosťou od 1. septembra 1997.
7. ŽABKA, J., ČERNEK, P.: *Matematika pre 5. ročník ZŠ, 2. časť.* Bratislava: Orbis Pictus Istropolitana, s.r.o., 2011. 120 s. ISBN 978-80-8120-110-3.

Kontaktní adresa

RNDr. Viera Ringlerová, PhD.
Mgr. Tatiana Košinárová
Národný ústav certifikovaných meraní vzdelávania
Žehrianska 9, Bratislava
E-mail: tatiana.kosinarova@nucem.sk
E-mail: viera.ringlerova@nucem.sk

ACTA UNIVERSITATIS PALACKIANAE OLOMUCENSIS
FACULTAS PAEDAGOGICA 2014 MATHEMATICA IX

GEOMETRICKÉ KONSTRUKCE A PRAVIDELNÉ MOZAIKY

Filip ROUBÍČEK

Abstrakt

Pravidelné mozaiky představují ve vyučování geometrii vhodné prostředí pro rozvíjení geometrické představivosti a konstrukčních postupů založených na užití shodných zobrazení v rovině. Mozaiky jsou rovinné teselace, tj. pokrytí roviny (většinou shodnými) útvary bez mezer a překrytí. Konstrukce geometrické mozaiky vychází z tvaru dlaždic a jejich uspořádání. Rozbor mozaiky je založen na identifikaci její sítě a konstrukce dlaždic.

Klíčová slova: vyučování geometrii, teselace, modelování, shodná zobrazení

GEOMETRICAL CONSTRUCTIONS AND REGULAR MOSAICS

Abstract

In the teaching of geometry regular mosaics represent a suitable environment for developing of geometrical imagination and constructing procedures based on the use of isometries in plane. Mosaics are plane tessellations, i.e. coverages of plane by (in most case identical) shapes without gaps and overlaps. The construction of a geometrical mosaic follows from a shape of tiles and their assembling. Analyse of a mosaic is based on identification of its grid and a construction of tiles.

Key words: teaching of geometry, tessellation, modelling, isometry

1. Úvod

Otázce, jak zprostředkovat žákům prvního stupně základní školy svět geometrie, aby mu plně porozuměli, se věnují didaktici matematiky u nás i v zahraničí již řadu let. Přestože byly předloženy uspokojivé odpovědi, praxe ve školách nenaznačuje, že by nové přístupy byly učiteli přijaty a uplatňovány. Přetrvávají tendence upínat se k formalizovanému pojetí geometrie s hlavním důrazem na abstraktní geometrické pojmy namísto soustavného rozvíjení geometrické představivosti prostřednictvím užití různých modelů vycházejících ze zkušeností dětí. Příčinou tohoto stavu může být nedostatečná znalost elementární geometrie (zejména porozumění souvislostem mezi geometrickými objekty) a absence dovednosti vidět geometrii kolem sebe.

Ačkoliv práce s abstraktními objekty, jako jsou například body, přímky a úsečky, je pro porozumění geometrii důležitá, nepřináší žákům zejména na prvním stupni tolik příležitostí k objevování jako aktivity, ve kterých mohou přirozeně uplatnit své geometrické zkušenosti a tvořivost. Geometrické modelování, které je dětem známé z předškolních let a jimi vyhledávané i v mladším školním věku, má své nezastupitelné místo také ve vyučování geometrii. Stavění z kostek, sestavovaní mozaiky, kreslení, vystřihování a skládání z papíru a mnohé další aktivity jsou zdrojem geometrických představ a nezbytnou etapou pojmotvorného procesu v geometrii.

Geometrické konstrukce představují jednu z podstatných oblastí školské geometrie. Mnohdy se však konstruování omezuje na geometrii v rovině a prezentuje jako rýsování trojúhelníku, čtverce, obdélníku, kružnice apod. Ve skutečnosti je tato oblast geometrie mnohem širší a rozmanitější, neboť se netýká jen rovinných, ale i prostorových úvarů a zahrnuje různé způsoby modelování, grafické a manipulativní činnosti.

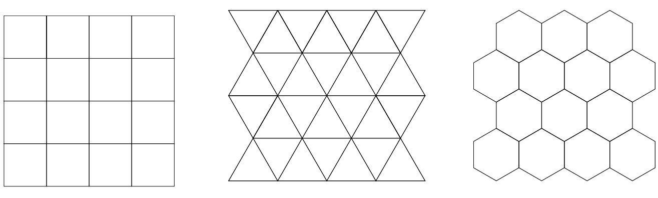
2. Geometrické mozaiky

Příkladem specifické geometrické konstrukce ve školské geometrii je sestavování geometrické mozaiky z mnohoúhelníků (například trojúhelníků nebo čtyřúhelníků). Výsledkem takové činnosti může být souměrný obrazec, dláždění, pravidelný vzor (Heuvel-Panhuizen, Buys 2005). V rámci této činnosti si žáci vytvářejí představy o mnohoúhelnících, poznávají vlastnosti mnohoúhelníků a vztahy mezi nimi, seznamují se s pojmy shodnost, podobnost a shodná zobrazení (zejména souměrnost) a zvědomují principy dělení a vyplňování prostoru (Hošpesová, Jagoda, Roubíček, Swoboda 2010).

Pokrytí roviny útvary bez mezer a překrytí se nazývá rovinná *teselace* (Ilucová 2006, Voráčová 2013); ve školské praxi se vžilo označení mozaika nebo parketáž. V tomto příspěvku se zaměříme na pravidelné mozaiky, tj. pokrytí roviny shodnými obrazci, které tvoří pravidelný vzor (např. dláždění na obr. 1). Označení *pravidelný* bývá běžně interpretováno jako pravidelně se opakující (stejný prvek). Toto intuitivní pojetí neodpovídá užití pojmu pravidelný v geometrii (např. pojem pravidelný mnohoúhelník).

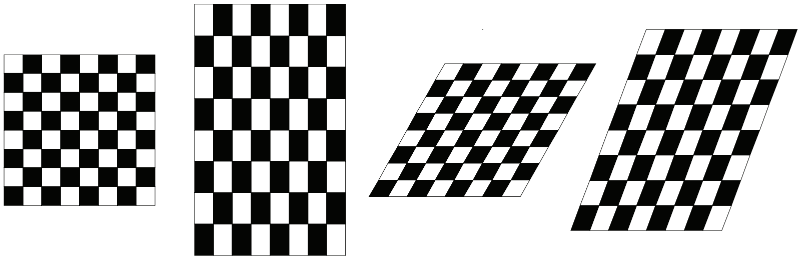
Obr. 1 Různá dláždění z obdélníků

Existují tři pravidelné geometrické mozaiky, které jsou tvořeny shodnými pravidelnými mnohoúhelníky (Levitin 1991), a to čtvercová, trojúhelníková a šestiúhelníková (viz obr. 2). Trojúhelníková a šestiúhelníková mozaika jsou navzájem duální, čtvercová mozaika je duální sama k sobě.



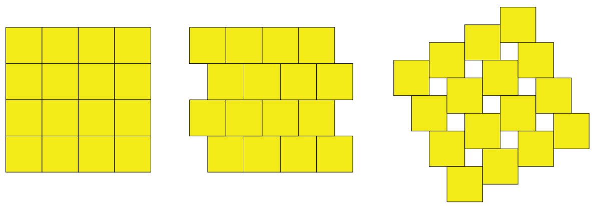
Obr. 2 Pravidelné geometrické mozaiky

Pokrytí roviny lze provést pomocí libovolného trojúhelníku nebo čtyřúhelníku. Například šachovnici, která představuje pravidelnou čtvercovou mozaiku, lze přeměnit na obdélníkovou, kosočtvercovou nebo kosodélníkovou (viz obr. 3). Kromě rovnoběžníků lze použít také libovolné lichoběžníky, různoběžníky i nekonvexní čtyřúhelníky.



Obr. 3 Mozaiky tvořené rovnoběžníky

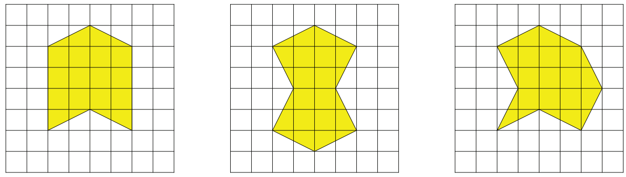
Základem čtvercové mozaiky nemusí být pouze pravidelná čtvercová síť; řady nebo sloupce čtverců mohou být vůči sobě posunuty (viz obr. 4). Posunutím lze získat bezpočet různých možností (pozn. v praxi se však nejčastěji používá posunutí o polovinu délky strany čtverce). V případě posunutí ve sloupci i řadě vznikne čtvercová mozaika, která je tvořena čtverci dvou velikostí.



Obr. 4 Čtvercové mozaiky

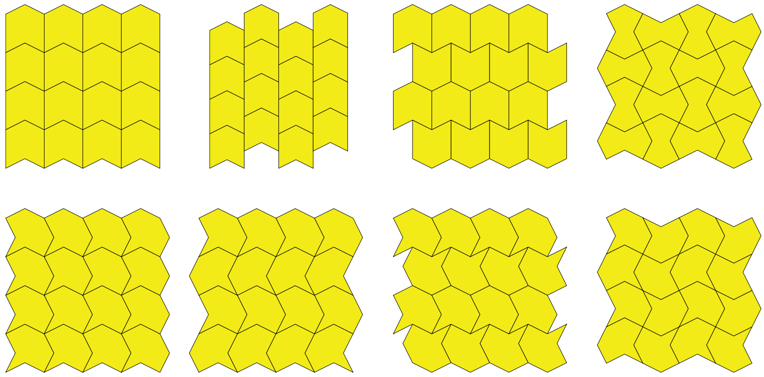
3. Konstruování geometrické mozaiky

Vytvoření mozaiky vyžaduje použití obrazce, který umožňuje pokrytí roviny bez mezer a překrytí; ve školním prostředí se používá pro takový obrazec pojem dlaždice. Zatímco trojúhelníková nebo čtyřúhelníková dlaždice tomuto účelu vyhovuje vždy, u pětiúhelníkové to již neplatí. Dlaždice rozmanitých tvarů (i nekonvexních) lze získat z trojúhelníku nebo čtyřúhelníku jednoduchým postupem. Například dlaždice na obr. 5 vznikly ze čtverce přemístěním jeho částí tak, aby byl zachován původní obsah. Ze čtverce vyřízneme rovnoramenný trojúhelník a posuneme jej k jiné straně. Dělicí čarou může být souměrná i nesouměrná křivka nebo lomená čára. Oddělenou část přemístíme pomocí posunutí, posunuté souměrnosti nebo otočení. Tímto způsobem lze vytvořit souměrné i nesouměrné dlaždice.



Obr. 5 Dlaždice vytvořené přeměnou čtverce

Uvedená *shodná zobrazení* (Roubíček 2012) se používají i při uspořádání dlaždic v mozaice (dláždění). V uspořádání dlaždic do řad nebo sloupců se vyskytuje posunutí (příp. posunutá souměrnost) a v uspořádání do skupin otáčení nebo osová a středová souměrnost. Všechna uvedená shodná zobrazení lze objevit v mozaikách na obr. 6. Počet různých uspořádání dlaždic je dán jejich tvarem, např. z dlaždice na obr. 5 uprostřed lze sestavit jen jednu mozaiku. Uvedené mozaiky se vyznačují pravidelností v uspořádání dlaždic, proto bývají označovány jako pravidelné.



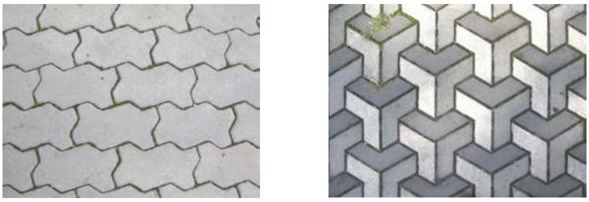
Obr. 6 Různé mozaiky vytvořené z dlaždic na obr. 5

4. Rozbor geometrické mozaiky

Práce s geometrickými mozaikami ve vyučování geometrii může být založena také na obráceném postupu, tj. rozboru již hotové mozaiky. Na obr. 7 je mozaika známého nizozemského grafika M. C. Eschera, která je sestavena z bílých a černých dlaždic. Vyznačíme-li opakující se prvek dlaždice (například zobák) body, získáme čtvercovou síť, která je základem mozaiky. Uvedenou mozaiku můžeme tedy rozdělit na shodné čtverce. Ze čtverců na obr. 7 vpravo je zřejmá konstrukce dlaždice. Část ocasu a spodní část s nohama jsou částmi původního čtverce, které byly ze čtverce vyjmuty a přemístěny. I v tomto případě platí, že dlaždice ve tvaru ptáka má stejný obsah jako původní čtverec.

Obr. 7 Mozaika M. C. Eschera
(zdroj http://www.mcescher.com)

Obdobným způsobem lze analyzovat i různé typy dláždění. Základem dlažby na obr. 8 vlevo je obdélníková nebo čtvercová síť a vpravo trojúhelníková nebo šestiúhelníková síť.



Obr. 8 Dláždění

5. Závěr

Pravidelné mozaiky představují ve vyučování geometrii prostředí, které propojuje základní geometrické znalosti, jako jsou vlastnosti rovinných útvarů a shodná zobrazení, a dává žákům prostor pro uplatnění jejich zkušeností a tvořivosti. V rámci práce s mozaikami lze otevřít také diskusi k různým geometrickým tématům nebo rozvíjet konstrukční postupy a kombinatorické úvahy. Mozaiky lze vytvářet několika způsoby: sestavováním z připravených dílků, zakreslováním v síti, na počítači v grafickém editoru (např. GeoGebra). Popis nebo rozbor geometrické mozaiky přispívá k rozvoji geometrické představivosti, schopnosti identifikovat elementární geometrické útvary a vztahy mezi nimi. V jistém ohledu je tato činnost svou podstatou blízká bádání, proto geometrické mozaiky jsou vhodným námětem pro badatelsky orientované vyučování.

Výzkum je podporován grantem GAČR 14-01417S a RVO 67985840.

Literatura

1. HEUVEL-PANHUIZEN, M., BUYS, K. (eds) *Young Children Learn Measurement and Geometry.* Utrecht: Freudenthal Institute, 2005.
2. HOŠPESOVÁ, A., JAGODA, E., ROUBÍČEK, F., SWOBODA, E. (eds) *Ideas for Natural Differentiation in Primary mathematics - Geometrical Environment.* Rzeszow: WUR, 2010.
3. ILUCOVÁ, L. Tessellating plane - Creative Human Activity. In *Department of Mathematics Report Series*. Roč. 14, 1 (2006), s. 73-76.
4. LEVITIN, K. *Geometrická rapsódie.* Praha: SNTL, 1991.
5. ROUBÍČEK, F. Reprezentace shodných zobrazení. In *Specifika matematické edukace v prostředí primární školy.* Olomouc: UP, 2012, s. 241-245.
6. VORÁČOVÁ, Š. a kol. *Atlas geometrie - Geometrie krásná a užitečná.* 1.vyd. Praha: Academie, 2012.

Kontaktní adresa

PhDr. Filip Roubíček, Ph.D.
Matematický ústav AV ČR, v.v.i.
Žitná 25, 115 67 Praha 1
Telefon: +420 222 090 750
E-mail: roubicek@math.cas.cz

ROZWIJANIE AKTYWNOŚCI MATEMATYCZNYCH UCZNIÓW NA POCZĄTKOWYM POZIOMIE EDUKACJI

Bożena ROŻEK

Abstrakt

Opracowanie dotyczy zagadnień związanych z prowokowaniem i rozwijaniem u uczniów klas początkowych matematycznych aktywności twórczych. Główna część opracowania to prezentacja i analiza dziecięcych prac, powstałych w ramach pozalekcyjnych spotkań *Klubiku Młodego Matematyka*. Różnorodność ujawnionych przez uczniów strategii podczas rozwiązywania zadań i konsekwencja ich stosowania okazuje się zadziwiająca. Pomysłowość uczniów zarówno w zadaniach liczbowych jak i kombinatorycznych zostanie zilustrowana przykładowymi rozwiązaniami uczniów.

Klíčová slova: aktywności matematyczne, edukacja wczesnoszkolna, uzdolniony uczeń

DEVELOPING OF MATHEMATICAL ACTIVIETES AT ELEMENTARY LEVEL

Abstract

This study regards issues relating to evoking and developing creative mathematical activities in early grade pupils. The main part of the study comprises presentation and analysis of children's works created during after-school meetings of the Young Mathematician's Club. Diversity of the applied strategies and consistency in their application is striking in children's solutions of the tasks. Pupils' inventiveness both in numerical and geometrical tasks is illustrated with examples of solutions of the selected tasks.

Key words: mathematical activietes, primary school, gifted pupil

1. Wprowadzenie

Prowadzone w Polsce badania nad uzdolnieniami matematycznymi małych dzieci wskazują że *„wyniki ostatnio zrealizowanych badań, których celem było rozpoznawanie uzdolnień matematycznych, wyazały, że uzdolnienia te manifestują już starsze przedszkolaki i mali uczniowie. Ponad połowa dzieci jest nimi obdarzona, w tej grupie jest też sporo wybitnie uzdolnionych"* (Gruszczyk-Kolczyńska, 2012, s. 20). Z badań wynika, że dzieci takie chętnie *„uczestniczą w grach wymagających sporego wysiłku intelektualnego, kombinatorycznego rozumowania (...). Wykazują się przy tym zadziwiającą dociekliwością poznawczą (...). Potrafią też skupić się przez dłuższy czas na złożonych zadaniach, ponadto sami je wynajdują, wykazując się zadziwiającą pomysłowością"* (Gruszczyk-Kolczyńska, 2011). W związku z tym, podkreśla się *„konieczność wspierania uzdolnionych matematycznie dzieci już na poziomie wychowania przedszkolnego i w pierwszych latach szkolnej edukacji"* (Gruszczyk-

Kolczyńska, 2011). Początkowe lata nauki szkolnej mają duże znaczenie dla dalszej edukacji. To wtedy dziecko wyrabia sobie, tak motywującą do działania wiarę we własne możliwości. W tym początkowym okresie nauki kształtują się umiejętności różnego typu rozumowań, a wiadomo, że o wiele ważniejszą inwestycją w dziecięcy rozwój poznawczy jest pomoc w stwarzaniu okazji do rozwijania myślenia niż zapas wiedzy. Obecnie jednak, jak podkreśla E. Gruszczyk-Kolczyńska *„w zakresie wychowania przedszkolnego i edukacji wczesnoszkolnej nie ma zajęć przygotowujących do wspomagania rozwoju dzieci zdolnych, w tym uzdolnionych matematycznie"* (Gruszczyk-Kolczyńska, 2011). Autorka widzi tu konieczność stworzenia dodatkowej ścieżki edukacyjnej dla uzdolnionych uczniów początkowych klas szkoły podstawowej. Na podobny problem braku rozwijania zdolności matematycznych uczniów klas początkowych zwracają uwagę także badacze sąsiednich krajów (Prídavková, 2009). Autorka zwraca uwagę na konieczność wyposażenia nauczycieli edukacji wczesnoszkolnej w dodatkowe umiejętności pracy z uczniem zdolnym. Podkreśla także, iż *„zadania na analogiczne i twórcze myślenie, jako naturalna część nauczania matematyki, jest jednym z wielu sposobów, aby rozwijać u uczniów wyższy poziom poznawczych funkcjimyślenia"* (Prídavková, 2003). Wydaje się być jednak istotne, by w ramach ścieżki zajęć pozalekcyjnych uczniowie w celu rozwijania dodatkowych aktywności matematycznych mieli możliwość poszerzania swych kompetencji jakby „w poziomie", czyli w zakresie materiału dostępnego dla danego ucznia, a nie wyuczanie się treści objętych nauczaniem szkolnym. W niniejszym artykule zostanie zarysowany pomysł zajęć pozalekcyjnych, na których uczniowie klas początkowych mogą rozwijać swoje aktywności matematyczne.

2. Koncepcja zajęć pozalekcyjnych

Szczegółowa koncepcja zajęć pozalekcyjnych, które mogą wspierać rozwój umysłowy uczniów klas początkowych w zakresie twórczości matematycznej, została przedstawiona w poradniku dla nauczyciela klas początkowych *Klubik Małego Matematyka* (Rożek, Urbańska, 2013). Proponowane tam zajęcia adresowane są do uczniów, którzy są zainteresowanymi liczbami, geometrycznym światem i odczuwają radość tworzenia. Tematyka przedstawionych w poradniku cyklów spotkań jest luźno związana z programem I etapu edukacyjnego. Zabawy, ćwiczenia i zadania ułożone są tak, by uczniowie mieli wiele okazji do ćwiczeń manipulacyjnych oraz do odkrywania własnych strategii postępowania i rozwiązywania matematycznych problemów.

Każdy cykl zajęć *Klubiku* prezentowany w poradniku składa się z ćwiczeń i zadań stanowiących tematyczną serię i składa się z trzech etapów: *Startera, Ćwiczeń manipulacyjnych, Karty pracy. Starter* ma służyć wprowadzeniu ucznia w kontekst sytuacyjny, ustala się tu z uczniami zarówno język komunikacji jak i rozumienie znaczenia proponowanych materiałów manipulacyjnych oraz graficznych przedstawień. *Ćwiczenia manipulacyjne* stanowią formę zabawy dla dzieci. Na tym etapie chodzi o umożliwienie eksperymentowania w zakresie możliwych rozwiązań podanych zadań i ćwiczeń. *Karta pracy* odnosi się do tych samych aktywności, którymi zajmowali się uczniowie w *Starterze* i *Ćwiczeniach manipulacyjnych,* ale podane tam zadania mają najczęściej inny kontekst realny. Rozwiązywanie tych zadań łączy się z graficznym przedstawieniem występującego w zadaniu warunku i prostymi obliczeniami.

Wszystkie prezentowane w poradniku zajęcia *Klubiku* testowane były wśród chętnych uczniów klasy trzeciej pewnej szkoły podstawowej w Krakowie. Zajęcia prowadzone były w ramach godzin pozalekcyjnych.

W poradniku, oprócz prezentacji cyklu zajęć zawarto też *Charakterystykę zajęć* i *Uwagi do zadań,* gdzie nauczyciel znajdzie szczegółowe wskazówki i sugestie do prowadzącego dane zajęcia. Z kolei w części *Praca uczniów – omówienie* zamieszczone są przykłady autentycznych uczniowskich rozwiązań zadań z *Kart pracy,* ilustrowane skanami prac uczniów.

3. Prace uczniów w ramach zajęć *Klubiku*

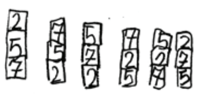
Poniżej przedstawiamy przykładowe prace uczniów, pochodzące z pisemnych rozwiązań zadań z *Kart pracy* z wybranych cyklów zajęć.

Zadanie. *Wojtek ma kartoniki z trzema cyframi: 2, 5, 7 i układa z nich liczby trzycyfrowe tak, aby żadna cyfra się nie powtórzyła. Podaj przykład liczby, którą może ułożyć. Znajdź jak najwięcej takich liczb.*

Niektórzy uczniowie stosują tu strategię wypisywania liczb przez zmianę cyfry setek i w ten sposób podają wszystkie możliwe liczby:

257, 275, 752, 725, 527, 572.

Ciekawa okazała się praca ucznia, który zapis liczb silnie związał z układaniem liczb z kartoników:



Widać tu jakby budowanie różnych możliwych wież z trzech różnych liczbowych kartoników. Pozostaje jeszcze kwestia jak uczeń widział liczbę w ułożonych przez siebie wieżach – czy czytał ją „od dołu” czy „od góry”.

Zadanie. *Podaj takie dwie liczby, które twoim zadaniem są do siebie podobne. Zapisz, dlaczego według ciebie, są one podobne.*

Niektóre uczniowie podawane argumentacje odnosili do graficznego wyglądu liczb:

3, 2

Trzy i dwa dlamnie są podobne bo obydwie mają takie półkola.

Uczeń wskazał liczby 3 i 2 i stwierdził, że są podobne, bo bie mają takie półkola.

Inny uczeń podaje liczby 262 i 273:

262
273
Zaczynają się 2 że są 1 jedna cyfrowa więcej

Zauważa, że cyfra setek obu liczb jest taka sama oraz, że zarówno cyfry dziesiątek jak i cyfry jedności w drugiej liczbie są o jeden większe niż w pierwszej.

W jednej z prac mamy rozumienie podobieństwa jakby wewnątrz swojego zapisu każdej z dwu liczb:

66 poniewarz są parzyste

79 poniewarz są nieparzyste

Uczeń nie porównuje tu liczb 66 i 79 ale dostrzega podobieństwo miedzy cyframi dziesiątek i cyframi jedności w każdej z zapisanych liczb.

Podobne swoje rozumienie polecenia widać w rozwiązaniu:

10 100

Dlatego, że w liczbie sto jest o jedno zero więcej niż w liczbie 10.

Uczeń skupia się tu na dostrzeżeniu jakiejś różnicy między podanymi liczbami: *dlatego, że w liczbie sto jest o jedno zero więcej niż w liczbie 10*.

Zadanie. *Lodziarz sprzedaje lody czekoladowe, truskawkowe, jagodowe i śmietankowe. Jacek chce kupić 3 kulki lodów o różnych smakach. Zaznacz lody czekoladowe kolorem brązowym, truskawkowe – czerwonym, jagodowe – fioletowym a śmietankowe – żółtym. Narysuj jak najwięcej różnych lodów, jakie może kupić Jacek.*

Dziecięce rozwiązania prezentowanego zadania można podzielić na dwie główne grupy. Do jednej zaliczymy te, w których uczniowie uznali, że kolejność występowania elementów w tworzonych grupach nie jest istotna (różne porcje lodów to takie, które mają inny zestaw smaków), do drugiej te rozwiązania, w których pojawia się inne życiowe rozumienie tej realnej sytuacji - kolejność elementów w tworzonych grupach jest istotna (np. ważna staje się kolejność nakładanych smaków).

Przykład rozwiązania zadania, w którym uczeń przyjmuje, że nie kolejność nakładania gałek lodowych, a zestaw smaków jest istotny, znajdujemy w następującej pracy ucznia:

Widać, że chłopiec zaplanował więcej wafli lodowych, ale po znalezieniu wszystkich czterech możliwych porcji nabrał przekonania, że nie da się znaleźć kolejnej kombinacji smaków innej od poprzednich, dlatego wymazał dwa przygotowane wcześniej lodowe wafle.

Próby poszukiwań większej niż cztery liczby różnych lodowych zestawów smaków widać jeszcze wyraźniej w następującej pracy ucznia:

Uczeń rozpoczął tworzenie piątej porcji lodów od smaku jagodowo-truskawkowego. Najprawdopodobniej zauważył, że dołożenie trzeciej kulki spośród pozostałych smaków: śmietankowego lub czekoladowego utworzy porcje o tych samych smakach jak wcześniej narysowana porcja i z tego powodu skreślił swoją propozycję. Podobnie postępował podejmując kolejne dwie próby. Nabrał wtedy przekonania, że więcej kombinacji trzech różnych kulek lodowych spośród czterech smaków nie da się już utworzyć.

Uczniowie, którzy uznali jako istotną kolejność elementów w tworzonych grupach potwierdzają przypuszczenie, że niektórym uczniom trudno jest pominąć w rozwiązaniu warunek, który jest dla nich istotny w sytuacji realnej. Widać to w pracy ucznia, który w rozwiązaniu zadania tworzy zestawy lodowe z kolejnych gałek smakowych:

Ciekawe, że przy swojej interpretacji sytuacji narysował on wszystkie możliwe 24 zestawy lodowe, stosując przy tym konsekwentnie strategię: *tworzę kolejno wszystkie możliwe porcje lodów, które rozpoczynają się od kulki o ustalonym smaku, a potem zmieniam smak pierwszej kulki.*

4. Podsumowanie

Mali uczniowie zarówno podczas pracy nad zadaniami dotyczącymi liczb, jak i zadaniami kombinatorycznymi wykazują się niebywałą pomysłowością i ujawniają różnorodne strategie rozwiązywania tego samego zadania, a co więcej potrafią niejednokrotnie konsekwentnie stosować te strategie w celu uzyskania wszystkich rozwiązań danego zadania.

Interpretacja realnych sytuacji przedstawianych w zadaniach nie zawsze jest rozumiana przez uczniów w ten sam sposób. Niezbędne w pracy z uczniami jest więc prowokowanie dyskusji, w której uczniowie mogą ujawniać swoje własne rozumienie przedstawionej w zadaniach rzeczywistości. Nie warto zbyt wcześnie narzucać dzieciom ani swoich sposobów interpretacji zadań ani sposobów ich rozwiązywania. Odpowiednie rozwijanie dziecięcego „innego spojrzenia" na tę samą rzeczywistość wspomaga rozwijanie matematycznych aktywności małego ucznia oraz prowadzi do samodzielności myślenia i działania.

Literatura

1. GRUSZCZYK KOLCZYŃSKA, E. *Dzieci uzdolnione matematycznie (cz.2),* „Psychologia w Szkole" nr 2, 2011.
2. GRUSZCZYK KOLCZYŃSKA, E. *O dzieciach matematycznie uzdolnionych,* Warszawa: 2012. 323 s. ISBN 978-83-267-0613-4.
3. PRÍDAVKOVÁ, A. *Matematická úloha v kontexte rozvoja nadania žiakov primárnej školy*, In: Nadaní žáci - výzva pro učitele: sborník referátů z mezinárodního semináře. Brno: Masarykova univerzita, 2009. ISBN 978-80-210-5039-6. s. 151-158.
4. PRÍDAVKOVÁ, A. *Analógia, tvorivosť a fantázia v žiackych riešeniach,* In: Od činnosti k poznatku: vědecká konference s mezinárodní účastí konaná pod záštitou rektora Západočeské univerzity v Plzni prof. Ing. Zdeňka Vostrackého, DrSc. Srní 24.-26. dubna 2003. Plzeň : Západočeská univerzita, 2003. ISBN 80-7082-955-9.- s. 115-119.
5. ROŻEK, B., URBAŃSKA, E. Klubik Małego Matematyka. Rozwijanie aktywności matematycznych uczniów I etapu edukacyjnego, Ośrodek Rozwoju Edukacji, Warszawa, 2013. 125 s.

Kontaktní adresa

Bożena Rożek
Uniwersytet Pedagogiczny
ul. Podchorążych 2
30-084 Kraków
Telefon: +48 (12) 662 62 74
E-mail:brozek@up.krakow.pl

ACTA UNIVERSITATIS PALACKIANAE OLOMUCENSIS
FACULTAS PAEDAGOGICA 2014 MATHEMATICA IX

INNOWACYJNY PROGRAM ROZWIJANIA UZDOLNIEŃ MATEMATYCZNYCH DZIECI

Grażyna RYGAŁ

Abstract

W artykule zaprezentowany jest innowacyjny program rozwijania myślenia matematycznego dzieci. Eksperyment prowadzony jest w Chorzowie. Rozpoczął się od zastosowania programu wspierającego myślenie matematyczne dzieci. Programem objęto grupę dzieci pięcio i sześcioletnich. Na początku eksperymentu przebadano dzieci sprawdzając ich zdolności matematyczne. W wyniku zastosowanego programu grupa dzieci wykazujących te zdolności znacząco się zwiększyła. Eksperyment jest kontynuowany i obecnie obejmuje te same dzieci ale już w klasie I. Trwają prace nad opracowaniem programu wspierania uzdolnień matematycznych dzieci aż do klasy VI szkoły podstawowej.

Key words: uzdolnienia matematyczne, program nauczania matematyki, rozwój matematyczny dzieci

INNOVATIVE PROGRAMME OF DEVELOPING CHILDREN'S MATHEMATICAL ABILITIES

Abstract

In this paper, we have presented the innovative program of developing mathematical thinking of children. The experiment is carried out in Chorzow and has started from application of the program supporting children's mathematical thinking. A group of children of five and six years old takes part in the program. At the beginning of the experiment, we have studied children to verify their mathematical abilities. As a result of applying the program a group of children having such abilities has increased significantly. The experiment is continuing and involves the same children which now are in the class I of primary school. We are working at the program for supporting mathematical abilities of children up to the class VI of the primary school.

Key words: mathematical abilities, program of mathematics teaching, mathematical development of children

1. Wprowadzenie

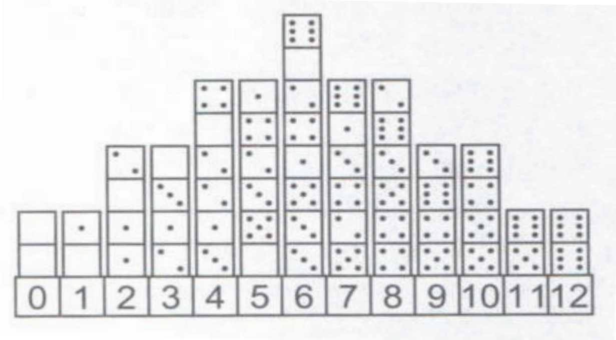
Dostrzegając potrzebę wprowadzenia dzieci w świat matematyczny, aby w swej dziecięcej ciekawości świata mogły uzyskać dobre intuicje matematyczne poprzez ciekawe zabawy i własne doświadczenia nabyte podczas ćwiczeń, nauczyciele ze Stowarzyszenia Nauczycieli Matematyki wspólnie z wychowczyniami przedszkola postanowili podjąć się realizacji nowego programu. Celem tych działań jest stworzenie wzorca nauczania wspierającego rozwój umiejętności matematycznych dzieci

W roku szkolnym 2012/2013 w jednym z Przedszkoli w Chorzowie objęto autorskim programem dzieci pięcio i sześcioletnie.

2. Eksperyment w przedszkolu

Rozwój zdolności matematycznych oparto na „Programie rozwijania uzdolnień matematycznych dzieci w ostatnim roku wychowania przedszkolnego oraz w pierwszym roku nauki szkolnej [1, 2]. Eksperymentem objęto 28 dzieci w jednej grupie przedszkolnej. W pierwszej fazie eksperymentu przebadano dzieci określając ich poziom uzdolnień matematycznych. W grupie wykazujących duże uzdolnienia znalazło się ośmiooro dzieci, w grupie o średnim poziomie uzdolnień dziesięcioro i tyle samo nie wykazywało uzdolnień matematycznych.

Zajęcia z zakresu edukacji matematycznej odbywały się codziennie w ramach planowanych zajęć wychowawczo-dydaktycznych. Zajęcia te wielokrotnie prowadzili nauczyciele matematyki zaangażowani w projekt. W całym eksperymencie bardzo ważną rolę odgrywali też rodzice, poprzez udział w zajęciach i podejmowanie ćwiczeń z dziećmi w domu. Przykładowe ćwiczenie, mające na celu wdrażanie dzieci do rachowania w pamięci, przedstawiono na Rysunku 1 [3].



Rys. 1. Gra z kostkami domina

Stosując tego typu ćwiczenia dzieci nabierają intuicji dotyczęcej aspektu algebraicznego liczb. Liczba 6 to 3 + 3, 5 + 1, 4 + 2 i 6 + 0.

Po roku stosowania eksperymentu ponownie przebadano dzieci. Do grupy wykazującej duże uzdolnienia matematyczne dołączyło siedmioro dzieci. Zatem grupa ta liczy piętnaście osób. W grupie o średnich uzdolnieniach znalazło się dziesięć osób, a niewykazujących uzdolnień pozostało tylko troje dzieci.

3. Eksperyment w klasie pierwszej szkoły podstawowej

Rodzice, dyrektorzy placówek i władze oświatowe Chorzowa podjęli zobowiązanie, że grupa dzieci objętych eksperymentem w całości rozpocznie edukację w pierwszej klasie szkoły podstawowej, jako jedna klasa.

Program – eksperyment w zakresie edukacji matematycznej realizowany w klasie I szkoły podstawowej jest prowadzony jako uzupełnienie programu wybranego przez nauczyciela dla danej klasy i jest realizowany równolegle bez dodatkowych godzin lekcyjnych.

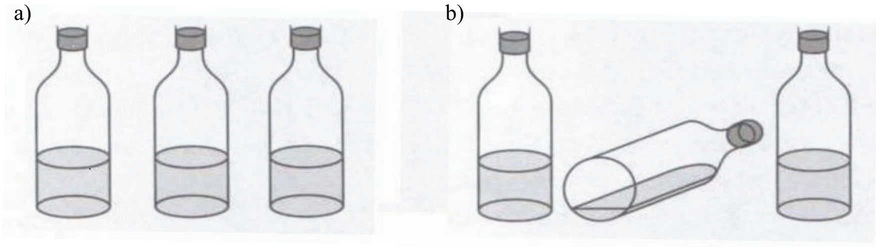
Zasadniczym celem programu realizowanego w pierwszej klasie jest takie nauczanie matematyki aby uczeń od początku rozumiał pojęcia matematyczne i potrafił zastosować je w codziennych sytuacjach, nabierał dobrych intuicji oraz nawyków w poszukiwaniu rozwiązań zadań matematycznych. Wprowadzanie nowych treści opiera się na przeprowadzaniu wielu doświadczeń z różnymi pomocami dydaktycznymi.

Program jest realizowany w Szkole Podstawowej Nr 5 w Zespole Szkół Sportowych w Chorzowie. Rodzice i dyrekcja szkoły zobowiązali się do utrzymania tej grupy
w jednej klasie, aż do zakończenia II etapu edukacyjnego, czyli do klasy szóstej. Obecnie nadzór merytoryczny i metodyczny nad projektem sprawuje Edyta Gruszczyk – Kolczyńska. Przykładowe doświadczenie realizowane z dziećmi w klasie pierwszej przedstawiono poniżej [3].

Zadanie. Nauczyciel stawia przed dzieckiem w szeregu 3 puste butelki i wyjaśnia: *W każdej butelce ma być tyle wody*... pokazuje palcem 1/3 wysokości butelki. *Będę wlewać, a Ty patrz. Gdy wody będzie tyle* (jeszcze raz pokazuje 1/3 wysokości butelki), *powiedz: Dosyć*. Nauczyciel i dziecko kontrolują ilość nalewanej wody. Gdy dziecko stwierdzi: *W butelkach jest tyle samo wody*, zakręcamy butelki (rys. 2a).

Nauczyciel pyta: *Czy w butelkach jest tyle samo wody?* Gdy dziecko to potwierdzi, nauczyciel wskazuje środkową butelkę i mówi: *Połóż tę butelkę* ... Gdy dziecko wykona to polecenie mamy sytuację jak na Rysunku 2b.

a) b)



Rys. 2. Butelki wypełnione wodą do 1/3 wysokości

Zachęcamy dziecko i pytamy: *Popatrz na wodę w butelkach ... Czy teraz, gdy ta butelka leży, wody we wszystkich butelkach jest tyle samo? Dlaczego tak uważasz?*

Jeśli dziecko chce postawić leżącą butelkę, może to zrobić. Wówczas ponownie pytamy: *Czy nadal w butelkach jest po tyle samo wody?*

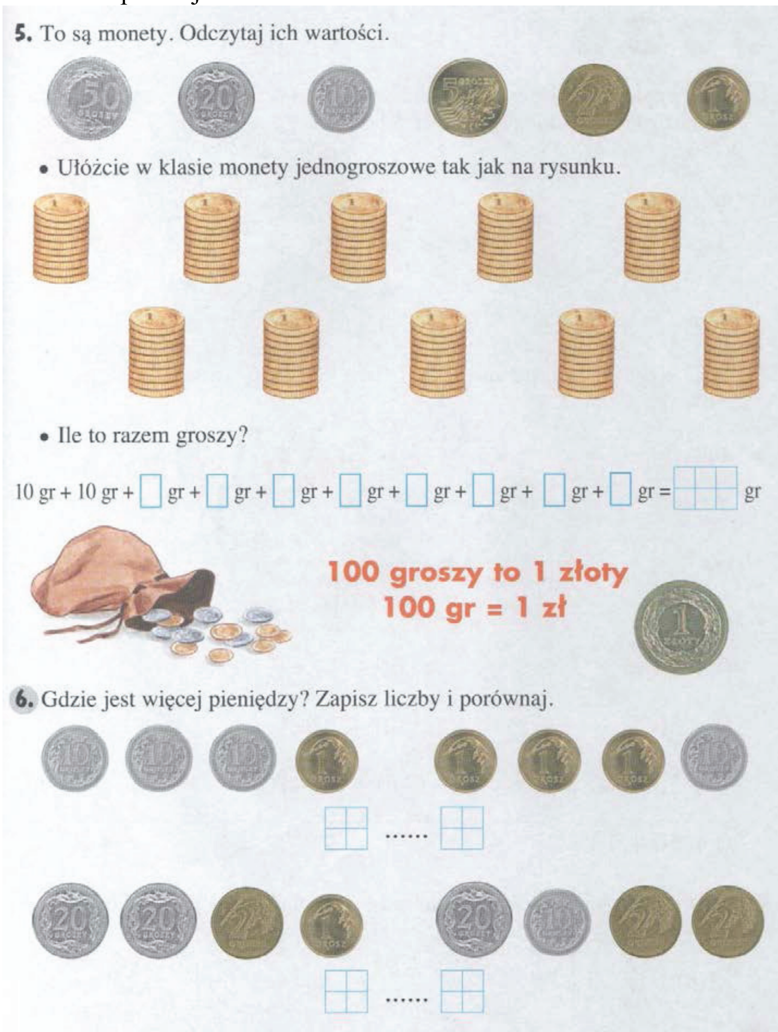
Osiągnięcia dzieci z grupy eksperymentalnej są systematyczne obserwowane i kontrolowane.

4. Plany na dalszą realizację eksperymentu

Widząc efekty realizowanego programu, nauczyciele matematyki i edukacji wczesnoszkolnej postanowili przygotować program wspierania rozwoju matematycznego dzieci w klasie II i III. Przewiduje się również opracowanie programu dla drugiego etapu edukacyjnego (kasy IV – VI). Opiekę merytoryczną i metodyczną nad tą fazą projektu przejmie Grażyna Rygał, przy ścisłej współpracy z Edytą Gruszczyk – Kolczyńską.

W nowym programie nadal będą realizowane postulaty zawarte w obecnie realizowanym eksperymencie. Są to: ścisła współpraca z rodzicami dzieci, pobudzanie naturalnej ciekawości i cierpliwe oraz efektywne jej zaspokajanie, odstąpienie od przeciętności edukacyjnej.

Przykład realizacji w klasie II tematu dotyczącego systemu monetarnego w jednym z podręczników (rys. 3) [4] oraz propozycja ćwiczeń uzupełniejących w eksperymencie [5] są przedstawione poniżej.



Rys. 3. Polski system monetarny [4]

Ćwiczenia. Dzieci powinny zrozumieć, że rozmienianie pieniędzy jest zależne od nominałów i nie można rozmieniać na nieistniejące nominały (np. 3 zł). Ćwiczenie wykonujemy na modelach. Zachęcamy do szukania wielu możliwych rozwiązań.

1) Masz 10 jednogroszówek. Na jakie monety możesz je zamienić?
2) Masz 10 dziesięciogroszówek. Na jakie monety możesz je zamienić?
3) Masz 10 jednozłotówek. Na jakie monety i banknot możesz je zamienić?
4) Masz 10 banknotów dziesięciozłotowych. Na jakie monety i banknoty możesz je zamienić?
5) Masz 20 jednogroszówek. Na jakie monety możesz je zamienić?
6) Rozmień 5 złotych tak aby mieć 5 monet.
7) Jakie banknoty i monety dają kwotę 25 złotych?

8) Masz 50 złotych i chcesz je rozmienić aby mieć dziesięciozłotówki, pięciozłotówki, dwuzłotówki. Jak możesz to zrobić?
9) Rozmień 100 złotych tak aby mieć dwa różne banknoty i co najwyżej dziesięć monet.
10) Ułóż podobne zadanie dla sąsiada z ławki i rozwiąż je.

5. Podsumowanie

Wykorzystanie naturalnej ciekawości dzieci i ich chęci do zabawy może pomóc dzieciom w odkrywaniu świata matematycznego. Zastosowany eksperyment pokazuje jak można osiągnąć efekty w rozwoju zdolności matematycznych dzieci.

Do przeprowadzania takich lub podobnych eksperymentów potrzeba dobrze przygotowanych nauczycieli matematyki i edukacji wczesnoszkolnej. Takie przygotowanie trudno osiągnąć w trzyletnim toku studiów licencjsackich. Dobrym rozwiązaniem jest pogłębiona współpraca nauczycieli przedszkoli i klas I – III z nauczycielami matematyki.

Literatura

1. GRUSZCZYK-KOLCZYŃSKA E., Zielińska E., GRABOWSKA G. *Program wychowania i kształcenia oraz wspomagania rozwoju sześciolatków w przedszkolach, klasach zerowych i placówkach integracyjnych. Z komentarzami psychologicznymi i metodycznymi*, (numer dopuszczenia DKOS-5002-39/03), Nowa Era, Warszawa 2003
2. GRUSZCZYK-KOLCZYŃSKA E., Zielińska E. *Dziecięca matematyka. Program dla przedszkoli, klas zerowych i placówek integracyjnych* (numer dopuszczenia DKW-413-5/01), WSiP Warszawa 1999
3. *Wspomaganie rozwoju umysłowego oraz edukacja matematyczna dzieci w ostatnim roku wychowania przedszkolnego i pierwszym roku szkolnej edukacji. Cele i treści kształcenia, podstawy psychologiczne i pedagogiczne oraz wskazówki do prowadzenia zajęć z dziećmi w domu, przedszkoli i w szkole*, pod redakcją E. GRUSZCZYK-KOLCZYŃSKIEJ, Wydawnictwo Edukacja Polska, Warszawa 2009
4. BIELENICA K., Bura M., KWIL M. Już w szkole. Kształcenie zintegrowane w klasie drugiej. Matematyka część pierwsza, Wydawnictwo Nowa Era, Warszawa 2009
5. CHEMICZ M., Miczek Z., SOLGA J., Strzelecka D., WIELGUS A., Ząbkowska-Petka A. *Projekt programu rozwijania uzdolnień matematycznych i plastycznych dzieci w drugim i trzecim roku nauki szkolnej*, Chorzów 2014

Contact address

dr hab. Grażyna Rygał prof. AJD
Instytut Edukacji Przedszkolnej i Wczesnoszkolnej
Akademia im. Jana Długosza w Częstochowie
ul. Waszyngtona 4/8, 42-200 Częstochowa
Polska
E-mail: g.rygal@ajd.czest.pl

MATEMATICKÁ A INFORMATICKÁ PRÍPRAVA ŠTUDENTOV UČITEĽSTVA PRE 1. STUPEŇ ZŠ

Katarína SEBÍNOVÁ

Abstrakt

Príspevok sa zaoberá obsahom a skúsenosťami jedného z predmetov bakalárskeho stupňa študijného programu *Predškolská a elementárna pedagogika* na Pedagogickej fakulte UMB Banská Bystrica. Popisovaný predmet spája v sebe oblasť matematickej a informatickej prípravy študentov učiteľstva pre 1. stupeň základných škôl, v súlade so vzdelávacou oblasťou *Matematika a práca s informáciami* uvedenou v štátnom vzdelávacom programe ISCED 1.

Klíčová slova: IKT, informačná gramotnosť, matematická príprava, informatická príprava

MATHEMATICAL AND INFORMATICS PREPARATION OF NEXT TEACHERS AT ELEMENTARY SCHOOL

Abstract

The article is dealing with the content and experience of one of the subjects of the bachelor degree study program Preschool and Elementary Education at Faculty of Education at Matej Bel University in Banska Bystrica. Described subject combines area of mathematical and informatics preparation of next teachers at elementary school according with the educational area Mathematics and Work with Information given in the official educational program ISCED 1.

Key words: ICT, information legacy, mathematical preparation, informatics preparation

1. Úvod

Moderné informačno-komunikačné technológie (ďalej len IKT) prenikli do takmer všetkých sfér ľudskej činnosti a zaujímajú významné miesto aj v oblasti vzdelávania. Význam moderných technológií vo vzdelávacom procese podčiarkuje aj skutočnosť, že jedným z cieľov štátneho vzdelávacieho programu (ďalej len ŠVP) je zvyšovanie úrovne informačnej gramotnosti učiteľov na prvom stupni základných škôl. Z toho dôvodu musí byť súčasná vysokoškolská príprava budúcich učiteľov orientovaná aj na rozvoj schopnosti pracovať s IKT (Brincková, 2010, s. 31).

2. Charakteristika predmetu „Matematika a práca s informáciami“

V študijnom programe Predškolská a elementárna pedagogika na Pedagogickej fakulte UMB Banská Bystrica sú zaradené aj predmety zamerané na zdokonaľovanie zručností v oblasti IKT. Medzi nimi je výberový predmet *Matematika a práca s informáciami* v treťom semestri bakalárskeho štúdia. Vychádza zo zamerania vzdelávacej oblasti *Matematika a práca s informáciami* uvedenej v ŠVP ISCED1. Tá v sebe zahŕňa učebné predmety *Matematika* a *Informatická výchova*.

V predmete matematika sú zastúpené tematické okruhy:

- Čísla, premenná a počtové výkony s číslami;
- Postupnosti, vzťahy, funkcie, tabuľky, diagramy;
- Geometria a meranie;
- Kombinatorika, pravdepodobnosť, štatistika;
- Logika, dôvodenie, dôkazy.

V predmete informatická výchova sú zastúpené tematické okruhy:

- Informácie okolo nás;
- Komunikácia prostredníctvom IKT;
- Postupy, riešenie problémov, algoritmické myslenie;
- Princípy fungovania IKT;
- Informačná spoločnosť.

Predmet *Matematika a práca s informáciami* na PF UMB integruje v sebe témy so zameraním na IKT a matematické disciplíny. Cieľom predmetu je:

- rozvíjať myslenie študentov, ich schopnosť hľadať riešenia problémových úloh a overovať ich s použitím IKT;
- viesť k presnému vyjadrovaniu myšlienok a postupov a k ich zaznamenaniu vo formálnych zápisoch, ktoré slúžia ako všeobecný prostriedok komunikácie;
- rozvíjať schopnosť vyhľadať, spracovať a použiť informácie pre vyučovanie predmetu matematika na 1. stupni ZŠ a pre rozvíjanie matematických predstáv detí predškolského veku.

Študent po ukončení predmetu by mal preukázať zručnosti:

- v ovládaní počítača, jeho vstupných a výstupných zariadení;
- v práci s textom (textový editor, napr. MS Word); prezentáciou (prezentačný program, napr. MS PowerPoint);
- v kreslení v grafickom prostredí (grafický editor, napr. Skicár) a v spracovaní grafických informácií;
- v práci so súbormi a priečinkami, s rôznymi médiami, v nahrávaní a prehrávaní zvukov a videí;
- vo využívaní nástrojov internetu na komunikáciu, na vlastné učenie sa, na riešenie školských problémov, na získavanie a sprostredkovanie informácií;
- v bezpečnom používaní nástrojov internetu a počítača;
- vo vyhľadávaní a využívaní rôznych typov edukačných programov pre matematické disciplíny.

Podporným prostredím pre vyučovanie predmetu bol elektronický kurz *Matematika a práca s informáciami*, vytvorený v LMS Moodle (*https://lms2.umb.sk/course/index.php?categoryid=46*).

Jedným z výstupov predmetu bola aj seminárna práca, prostredníctvom ktorej mali študenti preukázať tieto získané zručnosti. Študenti spracovali témy, ktoré vychádzali z matematických predmetov ich predchádzajúceho štúdia na vysokej škole *Matematická gramotnosť I, Matematická gramotnosť II* (napr. „Obrázok – cesta k porozumeniu informácií", „Prirodzené číslo", „Tvary okolo nás", ...). Úlohou študenta bolo danú tému vhodným spôsobom spracovať tak, aby ju mohol využiť v práci so žiakmi 1. stupňa ZŠ. Zároveň mal tým preukázať aj svoje poznatky a zručnosti nadobudnuté v štúdiu matematických disciplín a v oblasti IKT.

Seminárna práca pozostávala z troch častí:

1. Získavanie a výber informácií:

Vyhľadať, triediť a spracovať informácie z rôznych zdrojov. Spracovaný materiál mal spĺňať motivačnú funkciu vzhľadom na jeho použite na 1. stupni ZŠ, mal byť prepojený s reálnym životom žiaka alebo predškoláka a ukázať mu užitočnosť poznatkov danej témy v jeho živote. Študent mohol takto preukázať svoj originálny prístup, dôvtip, tvorivosť.

2. Matematické poznatky:

Spracovaný materiál uviesť do súvisu s matematickým učivom podľa ŠVP ISCED 0 alebo ISCED 1 a navrhnúť jeho konkrétne použitie.

3. Informatické poznatky:

Popísať, ktoré zručnosti v oblasti IKT boli uplatnené pri spracovaní zadanej témy.

3. Skúsenosti a postrehy

Na základe vyhodnotenia seminárnych prác sme zistili nasledovné:

1. Získavanie a výber informácií:

Za správne vypracované práce tejto časti možno považovať len 20 % prác. V nich študenti spracovali údaje z rôznorodých zdrojov, uplatnili jazykové znalosti pri preklade zo zahraničných zdrojov a väčšina nájdených materiálov vykazovala spojitosť s reálnym životom žiaka.

V ostatných prácach bolo najčastejším nedostatkom, že pri vyhľadávaní využívali len slovenské webové stránky, knižná alebo časopisecká literatúra bola použitá len ojedinele a niektoré zdroje sa nevyskytovali vôbec (CD, DVD, vlastné fotografie a pod.). Často študenti používali metodické materiály, napr. pracovné listy bez dosahu na reálny život žiakov.

2. Matematické poznatky:

Táto časť bola zameraná na schopnosť uplatniť vyhľadané ukážky v školskom matematickom učive. Študenti často zvolili ukážky, ktoré nesúviseli s učivom 1. stupňa ZŠ, čím slabšie uplatnili informácie zo ŠVP ISCED 1. Nepresnosti pri charakteristike matematických pojmov sa vyskytovali zriedka, pretože sa opierali o učebnicovú literatúru. No mnohokrát sa vzhľadom na zadanú tému odklonili od jej podstaty.

3. Informatické poznatky:

V tejto časti vedeli študenti väčšinou správne určiť a popísať, ktoré zručnosti a informatické poznatky pri vypracovaní využili. Išlo hlavne o činnosti spojené s úpravami textu a spôsobu hľadania informácií na internete. Len ojedinele bola táto tretia časť spracovaná skôr všeobecne v teoretickej rovine, príp. úplne chýbala.

Čo sa týka formálnej úpravy celej seminárnej práce, až na niektoré výnimky sa znovu potvrdilo, že študenti nemajú zautomatizované používanie základných nástrojov pri úpravách textu a mnohé prvky pre efektívnu úpravu dokumentu úplne chýbajú, napr. používanie číslovaných zoznamov, nesprávne použitie hypertextových odkazov na zdrojové súbory (napr. zvukový súbor – pieseň), nejednotný formát písma, či odseku a pod. K nedostatkom možno zaradiť aj absenciu uvádzania zdrojov na použité obrázky.

4. Záver

Z uvedeného vyplýva. že treba naďalej rozvíjať obe stránky informačnej gramotnosti. V predmete *Matematika a práca s informáciami* by sme sa v budúcnosti chceli viac zamerať na zlepšovanie zručností študentov vo využívaní efektívnych postupov vyhľadávania informácií a zlepšovanie schopnosti vedieť posúdiť nájdené informácie z hľadiska ich aplikácií do praxe. V prostredí e-learningového kurzu *Matematika a práca s informáciami* plánujeme využiť nástroje kurzu v spolupráci študentov pri vypracúvaní seminárnej práce a to nielen v rámci jej tvorby, ale aj jej hodnotení.

Poznámka: Príspevok je čiastkovým výstupom grantového projektu KEGA č. 008UMB-4/2013 *Efektivita blended learningu v príprave budúcich učiteľov matematiky*.

Literatúra

1. BRINCKOVÁ, J. *Vyučovanie matematiky z pohľadu súčasnej školskej reformy*. Banská Bystrica : FPV UMB, 2010. ISBN 978-80-8083-936-9.
2. Štátny vzdelávací program. [online]. [citované 14.2.2014]. Dostupné na Internete: <h*ttp://www.statpedu.sk/sk/Statny-vzdelavaci-program/Statny-vzdelavaci-program-pre-1-stupen-zakladnych-skol-ISCED-1.alej*>.

Kontaktná adresa

RNDr. Katarína Sebínová, PhD.
Katedra matematiky Fakulty prírodných vied UMB
Tajovského 40, 974 01 Banská Bystrica, SR
Telefon: +421 048 446 7223
E-mail: Katarina.Sebinova@umb.sk

ACTA UNIVERSITATIS PALACKIANAE OLOMUCENSIS
FACULTAS PAEDAGOGICA 2014 MATHEMATICA IX

TIMSS 2011 A VÝSLEDKY SLOVENSKÝCH ŽIAKOV – OBSAHOVÁ OBLASŤ GEOMETRICKÉ ÚTVARY A MERANIE[1]

Iveta SCHOLTZOVÁ, Marek MOKRIŠ

Abstrakt

Medzinárodná komparatívna štúdia TIMSS (*Trends in International Mathematics and Science Study*) v štvorročných cykloch prináša informácie o úrovni vedomostí a zručností žiakov zúčastnených krajín v matematike. Meranie výkonov žiakov sa uskutočňuje v troch obsahových oblastiach. Jednou z nich je obsahová oblasť Geometrické útvary a meranie. Analýza výsledkov slovenských žiakov v porovnaní s výsledkami žiakov z iných krajín je zdrojom zaujímavých informácií. Na jednej strane je to čiastočný obraz o stave primárneho matematického vzdelávania a na druhej strane zdroj nových podnetov pre pregraduálnu matematickú prípravu budúcich učiteľov na primárnom stupni vzdelávania.

Klíčová slova: matematika, geometria, primárne vzdelávanie, TIMSS

TIMSS 2011 AND RESULTS ACHIEVED BY SLOVAK PUPILS – CONTENT DOMAIN GEOMETRIC SHAPES AND MEASURES

Abstract

The international comparative survey TIMSS (*Trends in International Mathematics and Science Study*) provides, in four-year cycles, information on the standards of knowledge and skills of the students from participating countries in mathematics. Students' performance is measured in three content domains. Geometric Shapes and Measures is one of them. The analysis of the results achieved by the Slovak pupils in comparison with the results achieved by the students from other countries provides some intriguing information. On the one hand, it presents a partial picture of the state of primary mathematics education and, on the other hand, it is an inspiration for improvement in undergraduate mathematical training of prospective teachers at the primary stage of education.

Key words: Mathematics, Geometry, Primary Education, TIMSS

1. Úvod

V rámci medzinárodnej komparatívnej štúdie TIMSS (*Trends in International Mathematics and Science Study)* sa realizuje meranie výkonov žiakov v troch obsahových oblastiach: Čísla (*Number*), Geometrické útvary a meranie (*Geometric*

[1] Príspevok je čiastkovým výstupom grantového projektu VEGA 1/1230/12 *Komparatívna analýza vybraných aspektov primárnej matematickej edukácie na Slovensku a v zahraničí v kontexte kurikulárnej transformácie vzdelávania na ZŠ a medzinárodných výskumov OECD PISA a IEA TIMSS.*

Shapes and Measures), Zobrazovanie údajov *(Data Display*). Slovenskí žiaci 4. ročníka základnej školy boli zapojení do testovania v rokoch 2007 a 2011. Testovania v roku 2011 sa zúčastnili žiaci, ktorí absolvovali matematické vzdelávanie na 1. stupni základnej školy ešte podľa kurikulárnych dokumentov platných od roku 1995. Dosiahnuté výsledky je preto potrebné analyzovať vzhľadom na obsah matematického vzdelávania, ktorý bol vymedzený podľa učebných osnov matematiky pre 1. stupeň základnej školy z roku 1995. Od školského roka 2008/2009 je vzdelávanie realizované podľa *Štátneho vzdelávacieho programu pre primárne vzdelávanie*. Pre matematiku je to *Štátny vzdelávací program. Matematika. (Vzdelávacia oblasť: Matematika a práca s informáciami). Príloha ISCED 1* (v ďalšom texte: *ISCED1-M*). (Scholtzová, 2013b)

Ďalším aspektom realizovanej analýzy je komparácia výsledkov slovenských žiakov s výsledkami žiakov z iných krajín vzhľadom na obsah geometrického učiva v daných štátoch. Je to jedna zo súčastí riešenia grantového projektu (VEGA 1/1230/12 *Komparatívna analýza vybraných aspektov primárnej matematickej edukácie na Slovensku a v zahraničí v kontexte kurikulárnej transformácie vzdelávania na ZŠ a medzinárodných výskumov OECD PISA a IEA TIMSS*).

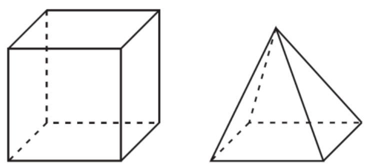
2. Medzinárodná štúdia TIMSS 2011

Medzinárodná správa z testovania TIMSS 2011 analyzuje z obsahovej oblasti Geometrické útvary a meranie (*Geometric Shapes and Measures*) dve kognitívne domény (*Cognitive Domain*): Poznatky (*Knowing*) a Aplikácia (*Applying*). (Mullis, I.V.S., Martin, M.O., Foy, P., & Arora, A. *TIMSS 2011 International Results in Mathematics*, 2012 – v ďalšom texte: *TIMSS-2011-M*)

2.1 Kognitívna doména Poznatky

Na analýzu výsledkov v doméne *Poznatky* bola použitá testová položka M06-09 (*TIMSS-2011-M*, s. 111) so stupňom náročnosti 4. Jej znenie bolo nasledovné:

Teleso A *Teleso B*



V tabuľke je niekoľko tvrdení o telesách A a B. Označ krížikom X, či je tvrdenie pravdivé alebo nepravdivé.

Tvrdenie	Pravdivé	Nepravdivé
A i B majú štvorcovú stenu.	X	
A i B majú rovnaký počet stien.		
Všetky uhly telesa A sú pravé uhly.		
B má viac hrán ako A.		
Teleso B má niektoré hrany zakrivené.		

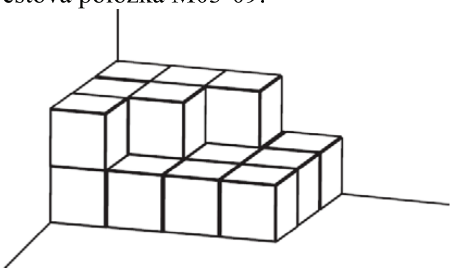
Cieľom úlohy bolo identifikovať základné geometrické útvary, poznať ich vlastnosti, aplikovať vedomosti o pravom uhle a určiť pravdivostnú hodnotu výroku.
Na správne vyriešenie úlohy musí žiak poznať kocku i štvorboký ihlan, ich vlastnosti (stena, hrana) a vedieť identifikovať pravý uhol. Pre slovenských žiakov bola táto úloha

náročná najmä svojím obsahom, pretože na primárnom stupni vzdelávania sa v predmete matematika nepracuje s ihlanom (sprístupnené sú len kocka, valec, guľa a kváder). Podľa učebných osnov z roku 1995 (aj *ISCED1-M*) sa nepožaduje, aby žiak poznal vlastnosti telies. Dokonca v súčasnosti je pojem pravý uhol zavádzaný až na druhom stupni základnej školy. Z tohto pohľadu bolo možné očakávať nízku mieru úspešnosti riešenia úlohy. Tieto predpoklady potvrdzuje aj medzinárodná správa, na základe ktorej slovenskí žiaci v tejto testovej položke dosiahli podpriemernú úroveň skóre (Slovensko 19, medzinárodný priemer 32). Krajiny, ktoré vo svojom vzdelávacom systéme venujú väčšiu pozornosť práci s priestorovými útvarmi (napr. Nemecko, dosiahnuté skóre 44), dosiahli aj lepšie výsledky. Na tieto zistenia poukazujú práce M. Mokriša (2013a, 2013b) venované analýze úloh daného typu v učebných textoch na Slovensku a v Nemecku. Napríklad v Írsku je problematika priestorových útvarov a ich vlastností exaktne uvedená v obsahu matematického vzdelávania (Scholtzová, 2013). Bolo by vhodné zamyslieť sa nad tým, či by sa táto problematika - manipulácia s ďalšími základnými telesami (ihlan, kužeľ) a sprístupnenie vlastnosti všetkých základných telies (stena, hrana, podstava, vrchol) – nemala objaviť aj v obsahu primárneho matematického vzdelávania na Slovensku.

2.2 Kognitívna doména Aplikácia

Na analýzu výsledkov v doméne *Aplikácia* boli použité testové položky (*TIMSS-2011-M*, s. 101, 106) M03-09 (stupeň náročnosti 2) a M02-08 (stupeň náročnosti 3).

Testová položka M03-09:



Anna uložila škatule do rohu izby. Všetky škatule sú rovnako veľké. Koľko škatúľ použila?

A 25
B 19
C 18
D 13

Cieľom úlohy bolo určiť počet škatúľ použitých na postavenie zobrazeného objektu (telesa). Z pohľadu geometrie je možné identifikovať dve oblasti: propedeutika objemu priestorových útvarov a stavby telies z kociek.

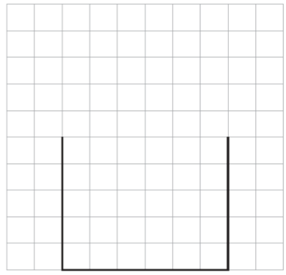
Učebné osnovy z roku 1995 v tematickom celku geometria neobsahovali tému venovanú stavbám z kociek a propedeutike objemu priestorových útvarov. Avšak predškolská príprava, v rámci hrových činností, obsahovala elementy zamerané na manipuláciu s kockami. (Guziová, 1999).

Testová úloha klasifikovala dosiahnutý výsledok slovenských žiakov na priemernej úrovni (Slovensko 66, medzinárodný priemer 63).

Na daný obsahový deficit už reaguje *ISCED1-M.* Ten požaduje, aby absolvent primárneho stupňa vzdelávania vedel budovať telesá z kociek podľa vzoru alebo podľa obrázka a bol schopný nakresliť plán stavby z kociek. Analýza úloh v učebných textoch a ich komparácia s učebnými textami používanými v Nemecku ukázala, že v slovenských učebných textoch absentujú isté typy úloh (Mokriš, 2013b). V tomto kontexte by bolo možné inšpirovať sa napr. nemeckým vzdelávacím systémom, nakoľko nemeckí žiaci v tejto testovej položke dosiahli nadpriemerné skóre 85 (5. miesto v meraní).

Testová položka M02-08:

Juraj kreslí útvar.
Útvar musí mať 5 strán.
Útvar musí byť symetrický podľa jednej osi.
Juraj začal kresliť útvar.
Dokonči Jurajov útvar.



Cieľom úlohy bolo dokončiť v štvorcovej sieti znázornenú časť 5-uholníka, ktorý má byť osovo súmerný. Primárnym problémom pri hľadaní riešenia je identifikovať os súmernosti.

Výsledky štúdie v tejto položke zaradili úroveň slovenských žiakov do pásma nadpriemerný výsledok (Slovensko 47, medzinárodný priemer 42). Na základe toho je možné usúdiť, že vzdelávanie v tejto oblasti je na Slovensku na dobrej úrovni. Táto skutočnosť je pomerne zaujímavá. Problematika zhodných zobrazení (propedeutiky zhodných zobrazení) nebola a nie je na Slovensku v kurikulárnych dokumentoch exaktne uvedená. V učebných textoch v minulosti a aj v súčasnosti sa ale vždy vyskytovali úlohy na propedeutiku zhodných zobrazení. Najčastejšie to bolo v podobe obrázka v štvorcovej (bodkovej) sieti, ktorý bolo treba dokresliť. V učebných textoch používaných v súčasnosti sa okrem úloh zameraných na propedeutiku osovej súmernosti a posunutia vyskytujú aj úlohy na propedeutiku stredovej súmernosti a otočenia.

3. Záver

Predškolské matematické vzdelávanie v geometrii je realizované hlavne prostredníctvom manipulácie s geometrickými útvarmi. Manipulačná činnosť v geometrii by mala pokračovať aj na primárnom stupni vzdelávania, tak ako je to uvedené v kurikulárnych dokumentoch. Vo väčšej miere by teda mali byť v učebných textoch zaradené úlohy s takýmto obsahom. V neposlednom rade je ale úloha učiteľa, aby manipulačnú činnosť s priestorovými útvarmi na vyučovaní so žiakmi realizoval. Takéto nastavenie výučby geometrie je možné pozorovať pri analýze učebných textov zo zahraničia, napr. v Nemecku.

Všetky tieto skúsenosti, nadobudnuté v rámci komparatívneho pedagogického výskumu, by mali nájsť svoj odraz v pregraduálnej matematickej príprave budúcich učiteľov – elementaristov. Komplexná akreditácia vysokých škôl, ktorá v súčasnosti prebieha na Slovensku, ponúka priestor na modifikáciu študijných programov. V tomto kontexte bude na Pedagogickej fakulte Prešovskej univerzity v Prešove v povinne voliteľných predmetoch v magisterskom stupni štúdia ponúkaný predmet Matematická edukácia vo svete. V rámci výučby bude vytvorený priestor ukázať študentom, ako sa jednotlivé elementy matematického učiva sprístupňujú žiakom v zahraničí. Tieto námety môžu byť pre pedagógov vhodným materiálom na inkorporáciu do vyučovacieho procesu.

Literatura

1. GUZIOVÁ, K. *Program výchovy a vzdelávania detí v materských školách.* Bratislava: MŠ SR, 1999. 208 s. ISBN 80-967721-1-2.
2. *Mathematics. Primary School Curriculum.* Dublin: Published by the Stationery Office, 1999, 127 p. Dostupné na World Wide Web: http://www.curriculumonline .ie/en/Primary_School_Curriculum/Mathematics/Mathematics_Curriculum_.pdf
3. MOKRIŠ, M. Úlohy zo stereometrie v učebných textoch na primárnom stupni vzdelávania na Slovensku a v Nemecku – pohľad prvý. In: *Matematika v primárnej škole – rôzne cesty, rovnaké ciele.* 1.vyd. Prešov: Prešovská univerzita, Pedagogická fakulta, 2013a. s. 136-140. ISBN 978-80-555-0765-1.
4. MOKRIŠ, M. Úlohy zo stereometrie v učebných textoch na primárnom stupni vzdelávania na Slovensku a v Nemecku – pohľad druhý. In: *ACTA MATHEMATICA 16.* 1.vyd. Nitra: UKF v Nitre, 2013b. s. 155-160. ISBN 978-80-558-0365-4.
5. MULLIS, I.V.S., MARTIN, M.O., FOY, P., & ARORA, A. *TIMSS 2011 International Results in Mathematics.* Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center, Boston College, 2012. 504 p. Dostupné na World Wide Web: http://timss.bc.edu/timss2011/international-results-mathematics.html
6. SCHOLTZOVÁ, I. Geometria a meranie v primárnej edukácii na Slovensku a v Írsku. In: *ACTA MATHEMATICA 16.* Nitra: FPV UKF v Nitre, 2013a. s. 179 – 183. ISBN 978-80-558-0365-4.
7. SCHOLTZOVÁ, I. Jeden pohľad na obsah matematického vzdelávania v primárnej škole na Slovensku od roku 1989 po súčasnosť. In: *Obzory matematiky, fyziky a informatiky, 2/2013 (42).* Jednota slovenských matematikov a fyzikov, 2013b. s. 19 – 26. ISSN 1335-4981.
8. *Štátny vzdelávací program. Matematika. (Vzdelávacia oblasť: Matematika a práca s informáciami). Príloha ISCED 1.* Bratislava: ŠPÚ, 2009, 34 s. Dostupné na World Wide Web: http://www.statpedu.sk/files/documents/svp/1stzs/isced1/vzdelavacie_oblasti /matematika_isced1.pdf
9. *Učebné osnovy pre 1. stupeň základných škôl.* Bratislava: Príroda, a. s., 1995. 155 s. ISBN 80-07-00748-2.

Kontaktní adresa

doc. RNDr. Iveta Scholtzová, PhD., Mgr. Marek Mokriš, PhD.
Prešovská univerzita v Prešove, Pedagogická fakulta, Katedra matematickej edukácie
Ul. 17. Novembra15, 080 01 Prešov, Slovensko
Telefon: +421 51 7470541 (544)
E-mail: iveta.scholtzova@unipo.sk, marek.mokris@unipo.sk

ACTA UNIVERSITATIS PALACKIANAE OLOMUCENSIS
FACULTAS PAEDAGOGICA 2014 MATHEMATICA IX

POZIOMY AKTYWNOŚCI DZIECI KLAS I – III W PROCESIE UCZENIA SIĘ

Helena SIWEK

Abstrakt

Zmiany w systemach dydaktycznych powodowały zmiany w metodach nauczania oraz uczenia się. Rozwój dydaktyki matematyki, a w szczególności różnych koncepcji kształcenia matematycznego uczniów również wpływał na zmiany w procesie nauczania - uczenia się. Zachodzi pytanie, czy i jak osiągnięcia teorii i badań dydaktycznych są stosowane w praktyce edukacyjnej i w jakim stopniu wpływają na stosowanie wyższych poziomów aktywności w procesie uczenia się dzieci.

Kluczowe słowa: metody uczenia się, aktywności dzieci w uczeniu się, podręczniki szkolne

THE LEVELS OF ACTIVITY OF CHILDREN FROM CLASS I - III IN LEARNING PROCESS

Abstract

The changes in systems of didactics resulted in changes in the methods of teaching and learning. The development considering methodology of teaching mathematics, in particular different concepts of mathematics education of students also affected the changes in the teaching - learning process. The question is whether and how the achievements in the field of theory and didactic research are used in educational practice, and to what extent they affect applying higher levels of children's activity in their process of learning.

Key words: methods of learning, children's learning activities, textbooks

1. Wprowadzenie

Obserwując zmiany w systemach oświatowych ostatnich stuleci – począwszy od XVIII w., widać wyraźne różnice w postrzeganiu roli nauczyciela i ucznia, a także metod nauczania i uczenia się. W systemie szkoły tradycyjnej materiał nauczania podawał nauczyciel lub był przyswajany przez ucznia z podręcznika na drodze kopiowania i wielokrotnych powtórzeń; nauczyciel sprawdzał opanowanie materiału przez odpytywanie; nauczanie miało charakter pamięciowy, werbalny i schematyczny.

System szkoły aktywnej kładł nacisk na praktyczne działanie przydatne w życiu; prawa przyrody i pojęcia w szkole progresywnej miały być narzędziami interpretacji i kontroli; nauczanie miało powodować harmonijny rozwój osobowości uczniów, którzy powinni być aktywni, mieć wpływ na dobór treści; być partnerami w pracy.

Współczesny model szkoły emancypacyjnej apeluje o dostrzeganie potrzeb dziecka, które należy traktować podmiotowo; podkreśla, aby nie kierować i wymagać, nie„urabiać" czy „zniewalać", tylko szukać i osiągać, wyzwalać i wychowywać do wolności i autonomii.

Zmiany w powyższych systemach miały na celu doskonalenie i osiąganie lepszych wyników. I rzeczywiście, jak pokazują badania międzynarodowe, w krajach, gdzie stosuje się problemowe i aktywne metody nauczania te wyniki są wysokie. Niestety, takimi wynikami z matematyki nie mogą się pochwalić polscy trzecioklasiści, o czym jest mowa poniżej.

2. Wyniki badań umiejętności matematycznych polskich trzecioklasistów

System integralnego kształcenia, obowiązujący od 1999 roku, nie zapisał się dobrze dla matematyki w klasach początkowych. Wszystkie badania wyników umiejętności matematycznych dzieci klas III prowadzone w ostatnim dziesięcioleciu (Cackowska, Siwek, Kruszko, Dąbrowski, badania OBUT) wskazywały na regres w umiejętnościach matematycznych trzecioklasistów. Tutaj przywołam w skrócie niepokojące dane z badań umiejętności matematycznych polskich trzecioklasistów w badaniach międzynarodowych TIMSS; wykorzystując artykuł Marii Legutko, z czasopisma *Matematyka, VI* 2013.

1. Badani uczniowie (śr. 9,9 lat) realizowali podstawę programową z r. 2007; okazało się, że polski program zawierał tylko 3 na 8 zagadnień z liczb, tylko 3 na 7 z geometrii, i nie było działu: sposoby przedstawiania danych (3 tematy) – a więc występowało 6 tematów na 18!

A więc polskie podstawy programowe i polskie podręczniki do matematyki dla klas I-III zawierają bardzo ubogie treści, bardzo łatwą – nastawioną na schematyzm – matematykę.

2. Polscy uczniowie uzyskali: 481 pkt. (najwyżej Singapur – 606); wynik poniżej średniej dla wszystkich uczniów; pozycję 34. na 50 krajów; ostatnie miejsce z 25 krajów Europy!

(Teraz prawdopodobnie byłoby gorzej! Nowa podstawa programowa z r. 2008 usunęła jeszcze kilka 'trudnych' tematów, ponadto została przygotowana dla dzieci w wieku 6-9 lat, a realizowana jest głównie z dziećmi w wieku 7-10 lat.)

3. Nasi uczniowie uzyskali stosunkowo dobre wyniki w zastosowaniach nietypowych i w zakresie przedstawiania danych – 493 pkt., a więc w tym – czego się nie uczyli. Uzyskali wynik o 12 pkt. wyższy od średniej, ale oczywiście daleko mu do 588 pkt. Singapuru. Świadczy to o niezłych możliwościach intelektualnych dzieci, i radzeniu sobie „po swojemu".

4. Paradoksalnie ankiety pokazały, że: polskie dzieci lubią uczyć się matematyki, lubią lekcje matematyki, i wysoko oceniają swoją wiedzę matematyczną! (Ale znowu to nie dziwi, bo przecież niewiele się od nich wymaga. Wpadają więc w samozadowolenie.) Ta sytuacja stawia na przeciwnym biegunie dzieci z Singapuru, których negatywne oceny na temat lubienia matematyki są zawsze wyższe od średniej! (Ci uczniowie wiedzą, ile wysiłku i pracy wymaga, aby być dobrym w matematyce.)

Oczywiście nie ma nadziei na poprawę sytuacji; na razie widać, że w teorii głosimy z pełnym przekonaniem, iż uczymy problemowo, a uczniowie badają, odkrywają i tworzą, ale w praktyce jest inaczej, i niestety wyniki badań na tle innych krajów wypadają bardzo źle.

3. O metodach nauczania i metodach uczenia się w teorii dydaktycznej

Już w latach 50-tych XX wieku zarówno w pedagogice (W. Okoń), jak i dydaktyce matematyki (Z. Krygowska) bardzo wyraźnie proces nauczania zaczęto wiązać z procesem uczenia się. Rozwijał się bardzo bujnie dział poświęcony metodom nauczania, powstało mnóstwo klasyfikacji, a w szczególności bardzo popularna teoria wielostronnego nauczania.

Jej twórca, W. Okoń wyróżnił i opisał cztery grupy metod: podające, poszukujące, eksponujące i praktyczne. Z kolei Z. Krygowska, twórca metody czynnościowej, podkreślała w swej koncepcji znaczenie analizy operacji tkwiących w opracowywanym pojęciu i zaplanowanie sytuacji problemowych ukierunkowanych na wykonywanie przez uczniów czynności konkretnych, wyobrażonych i pomyślanych (abstrakcyjnych).

W II połowie XX w. powstała bardzo bogata literatura na temat metod nauczania (lub też łącznie traktowanych metod nauczania-uczenia się), natomiast brak jest analitycznego opracowania metod uczenia się. A jest to problem obecnie podstawowy, bo jak twierdzi T. Lewowicki zmiana myślenia o edukacji wymaga teraz przede wszystkim skierowania uwagi na dziecko, ucznia, wychowanka, a co za tym idzie na METODY UCZENIA SIĘ.

Poszukiwania jakiejś listy czy klasyfikacji metod uczenia się doprowadziły do znalezienia ciekawego ujęcia metod uczenia się (Dyduchowa, 1988) w książce dotyczącej kształcenia językowego uczniów. Jest to interesująca propozycja też z tego powodu, że w matematyce zależy nam na poznaniu przez ucznia języka matematycznego i uzyskaniu przez niego operatywności w posługiwaniu się tym trudnym językiem ze zrozumieniem. W wyniku modyfikacji i uzupełnienia metod uczenia się tej autorki, powstała na użytek dydaktyki matematyki następująca lista rodzajów metod uczenia się (Siwek, 2005, s.156):

1. analiza i twórcze naśladowanie wzorów, np. rozwiązywanie zadań po zmianie danych, oznaczeń, układu rysunku itp.;
2. metoda prób i błędów, np. wykonywanie konkretnych obliczeń czy konstrukcji i sprawdzanie ich zgodności z ogólną tezą, warunkami zadania itp., także konstruowanie przykładów i kontrprzykładów;
3. wnioskowanie z przykładów i formułowanie ogólnych reguł, i na odwrót – interpretowanie ogólnych praw konkretnymi przykładami;
4. opisy i konstrukcje, ich interpretowanie w konkretnym modelu oraz formułowanie opisów definicyjnych, definicji, algorytmów;
5. przekłady z języka potocznego na język bardziej formalny, naukowy w sensie szkolnym – i odwrotnie, zachowujące znaczenie, strukturę i użyteczność sformułowań;
6. rozwiązywanie zadań złożonych, problemowych, stawianie i weryfikowanie hipotez, formułowanie pytań, posługiwanie się wyobraźnią, intuicją, rekurencją, analogią;
7. redagowanie w formie pisemnej wniosków z badań i obserwacji, rozwiązań zadań, referatów, grupowych projektów itp.

W ujęciu tym dominuje podejście językowe, nastawione na operowanie różnymi konstrukcjami myślowymi, wyrażonymi w mowie czy piśmie, które są uporządkowane od najłatwiejszych do najtrudniejszych. Wymienione rodzaje metod uczenia się ukazują w pewnej mierze jak przebiega proces uczenia się, jakie czynności uczeń wykonuje, na jakim materiale podejmuje działania.

Powszechnie znana jest teoria R. Gagne'a (1992, s.64) na temat rodzajów umiejętności umysłowych w procesie uczenia się w warunkach szkolnych. Są one także ułożone od prostych do złożonych i mają niewątpliwie walor praktyczny. Oto ich nazwy i krótkie opisy:

1. **rozróżnienia** – dostrzeganie w przedmiotach cech wspólnych bądź odmiennych.
2. **pojęcia konkretne** – tworzenie klas konkretnych przedmiotów o wspólnych własnościach, umiejętność wskazania i nazwania obiektów należących do tej samej klasy.
3. **pojęcia abstrakcyjne i reguły proste** – konstruowanie opisu słownego lub definicji dla pojęć np. symetryczny, obcokrajowiec; określanie relacji między pojęciami.
4. **reguły złożone** – budowanie reguł będących kombinacją prostszych reguł; ich zastosowanie jest często bardzo korzystne, bo umożliwia rozwiązanie problemu.
5. **rozwiązywanie problemu** – „odkrycie" lub wynalezienie przez ucznia rozwiązania nowego problemu samodzielnie, bez jakiegokolwiek kierowania uczeniem się.

Inne spojrzenie na proces uczenia się ma źródło w rozważaniach nad koncepcją czynnościowego nauczania matematyki (Siwek, 1998), a w szczególności: nad aktywnościami matematycznymi towarzyszącymi wykonywaniu czynności konkretnych, wyobrażonych i abstrakcyjnych na danym piętrze abstrakcji, a także efektami możliwymi do osiągnięcia podczas interioryzacji tych trzech rodzajów czynności. Zasygnalizowane trzy powyższe podejścia stały się podstawą stworzenia projektu poziomów aktywności dzieci w procesie rozwiązywania zadań i uczenia się, co jest przedmiotem następnego punktu opracowania.

4. Metody uczenia się dzieci w koncepcji integralnego kształcenia

Po konfrontacji rodzajów metod uczenia się Dyduchowej z umiejętnościami umysłowymi w procesie uczenia się Gagne'a oraz listą aktywności w ujęciu Siwek -

występujących w metodzie czynnościowej, powstała propozycja „Aktywności w procesie uczenia się”, jako podstawa do analizy podręczników zintegrowanych dla seminarium magisterskiego. Jej ostateczny kształt, po modyfikacji, uzupełnieniu, poszerzeniu w czasie analizy zadań z podręczników i dyskusji na seminarium magisterskim, przyjął postać pięciu poziomów.

Lista potencjalnych aktywności, które są potrzebne do rozwiązywania zadań, wykonywania ćwiczeń i poleceń, szukania odpowiedzi na pytania stawiane w podręcznikach dla klas I – III, nadała konkretne znaczenie pojęciom występującym w teorii Gagne’a. Była również dla mnie inspiracją do stworzenia nazw dla ustalonych wcześniej poziomów.

I. Naśladowanie i rozróżnianie

Naśladowanie wierne (kopiowanie np. szlaczków), odwzorowywanie znaków i symboli, ćwiczenie kaligrafii, ćwiczenie prostych schematów – pisanie poprawne liter i cyfr, ćwiczenie gotowych algorytmów – przepisywanie wyrazów napisanych drukiem do zeszytu z poprawnością połączeń liter, ćwiczenie automatyzmów, sprawności w wykonywaniu zadań rachunkowych (np. słupków), porównywanie i dostrzeganie podobieństw i różnic.

II. Klasyfikowanie i nazywanie

Naśladowanie rozumne, dostrzeganie analogii i zależności między konkretnymi przedmiotami, uzupełnianie zdań wyrazami, budowanie zdania z podanych wyrazów lub do danej ilustracji, matematyzacja prostych zadań tekstowych z jednym działaniem, przyporządkowywanie, tworzenie zbiorów o wspólnych własnościach, formułowanie odpowiedzi na pytanie do tekstu, odgadywanie łatwych zagadek, tworzenie nazw z liter lub sylab, kodowanie, szeregowanie i porządkowanie elementów w zbiorach przedmiotów lub nazw, klasyfikowanie.

III. Charakteryzowanie i opisywanie

Metoda prób i błędów – eliminowanie przypadków pewnych i oczywistych i zajmowanie się wątpliwymi, posługiwanie się językiem symbolicznym, planowanie realnego doświadczenia, porządkowanie małej liczby zdań, interpretacja danych i warunków zadania prostego z dodatkowym warunkiem lub z dwoma działaniami, odgadywanie bardziej złożonych zagadek, twórcze naśladowanie różnych zapisów (np. iloczynu, prawa, reguły), planowanie połączone z realizacją i sprawdzeniem rozwiązania, wymyślanie przykładów i kontrprzykładów nowych pojęć, uzasadnianie rozwiązań, analiza złożonych, kodów, szyfrów, rysunków.

IV. Wnioskowanie i uzasadnianie

Wnioskowanie z przykładów, twórcza kontynuacja opowiadania, interpretacja polecenia, baśni, wiersza itp. na obrazku, konstruowanie ogólnych praw (formułowanie słowne lub symboliczne) i uzasadnianie ich na konkretnych przykładach (np. pisownia wyrazów z ó wymiennym, prawo przemienności dodawania czy mnożenia), formułowanie dłuższych i logicznie uporządkowanych wypowiedzi z rozsypanek wyrazowych lub zdaniowych, interpretowanie danych zawartych w zadaniu złożonym (np. trzydziałaniowym) na stworzonym przez siebie modelu rysunkowym, symulacyjnym, świadome stosowanie teorii (praw, opisów definicyjnych, reguł, algorytmów) do rozwiązywania zadań.

V. Odkrywanie i tworzenie

Formułowanie charakterystyki pojęcia i wskazywanie jego różnych własności na podstawie eksperymentowania i badań, samodzielne lub zespołowe tworzenie i redagowanie opisów, wniosków, sprawozdań, instrukcji, wnioskowanie z opisu i samodzielna interpretacja tekstu, rozwiązywanie zadań problemowych, trudnych, złożonych, dostrzeganie błędów i elastyczna zmiana metod rozwiązywania zadań.

Nazwy pochodzą od czynności, które są dominantami na kolejnych poziomach aktywności, i dotyczą nie tylko matematyki. Jest to uzasadnione tym, że współcześnie obowiązuje integralny system nauczania, a więc dzieci mają poznawać świat całościowo, zarówno od strony środowiskowej, polonistycznej, matematycznej, artystycznej.

5. Zastosowanie poziomów aktywności do analizy porównawczej podręczników

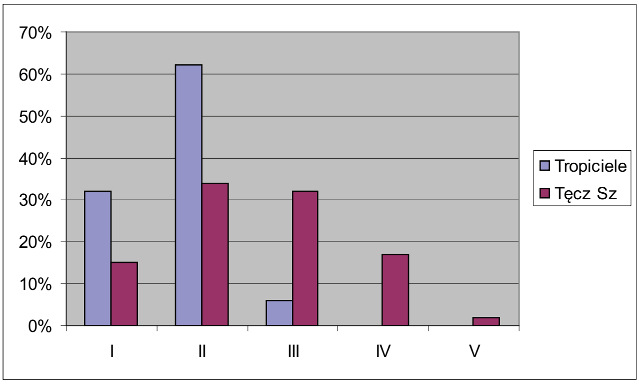
Poziomy aktywności są użytecznym narzędziem do analizy porównawczej podręczników. Dla przykładu przedstawiam poniżej wyniki analizy podobnych tematycznie fragmentów z dwóch podręczników, z których jasno widać, który z nich jest ukierunkowany na proste, łatwe operacje, a który wymaga bardziej zróżnicowanych aktywności w rozwiązywaniu zadań.

Tabela 1. Procentowe zestawienie poziomów aktywności koniecznych w procesie rozwiązywania zadań i uczenia się z podręcznika zintegrowanego

Tropiciele (z kl. I i II– 34 zadania) oraz Tęczowej Szkoły (z kl. I i II – 41 zadań).

Poziom	I	II	III	IV	V
Tropiciele	32%	62%	6%		
Tęczowa Szkoła	15%	34%	32%	17%	2%

Wykres 1. Procentowe zestawienie poziomów aktywności potrzebnych do rozwiązania zadań z podręcznika Tropiciele i Tęczowa Szkoła (odpowiednio 34 i 41 zadań).



Interpretację wyników pozostawiam Czytelnikowi.

Literatura

1. DYDUCHOWA, A.: *Metody kształcenia sprawności językowej*, WSP, Kraków, 1988.
2. GAGNE, R., BRIGGS, L., WAGER, W.: *Zasady projektowania dydaktycznego*, WSiP, Warszawa, 1992.
3. KRYGOWSKA, Z.: *Zarys dydaktyki matematyki*. Cz. 1, Warszawa: WSiP, 1979.
4. LEGUTKO, M.: *O umiejętnościach matematycznych polskich trzecioklasistów w badaniach TIMSS 2011*, w: Matematyka, Nr 6, EduPress, Warszawa, 2013.
5. LEWOWICKI, T.: *Przemiany oświaty a poszukiwania nowych koncepcji i modeli edukacji nauczycielskiej*. UMCS, Lublin, 1995.
6. OKOŃ, W.: *Wprowadzenie do dydaktyki ogólnej*. Warszawa, Żak, 2003.
7. SIWEK H.: *Czynnościowe nauczanie matematyki*, WSiP, Warszawa, 1998.
8. SIWEK, H.: *Dydaktyka matematyki*. Warszawa, WSiP, 2005.

Kontaktna adresa:

SIWEK Helena, prof. dr hab.
Wyższa Szkoła Pedagogiczna w Warszawie/ WNSP w Katowicach
ul. Katowicka 27, 40-173 Katowice, Polska
E-mail: h.siwek91@gmail.com

ACTA UNIVERSITATIS PALACKIANAE OLOMUCENSIS
FACULTAS PAEDAGOGICA 2014 MATHEMATICA IX

ZLOMKY A BUDÚCI UČITELIA ELEMENTARISTI

Valéria ŠVECOVÁ

Abstrakt

Mnohosť reprezentovaná prirodzenými číslami je ľahko pochopiteľná. Môžeme počítať a povedať, koľko jabĺk máme v miske. Ale zlomky predstavujú problém pre veľa ľudí, pretože sa týkajú vzťahov medzi množstvom. So zlomkami sa oboznamujú žiaci už na primárnom stupni základnej školy. Zaujímalo nás, akú úroveň vedomostí o zlomkoch dosahujú budúci učitelia – elementaristi. V príspevku porovnávame výsledky testu študentov dvoch študijných odborov Predškolská a elementárna pedagogika a Učiteľstvo pre primárny vzdelávanie.

Klíčová slova: zlomky, predškolská a elementárna pedagogika, učiteľstvo pre primárne vzdelávanie

FRACTIONS AND FUTURE ELEMENTARY SCHOOL TEACHER

Abstract

Multiplicity represented by natural numbers is easy to understand. We can count and say how many apples we have in the bowl, but fractions represent a problem for many people because they constitute the relations between the quantities. Already primary levels pupils meet fraction. We interested in prospective elementary school teachers and their level of knowledge of fractions. In this paper, we compare the test results of students' two departments of study Preschool and Elementary Pedagogy and Teaching for the Primary Education.

Key words: Fractions, Preschool and Elementary Pedagogy and Teaching for the Primary Education

1. Úvod

Prirodzené čísla, ktoré reprezentujú počet, sú pomerne ľahko pochopiteľné a predstaviteľné. Môžeme počítať a povedať, koľko jabĺk máme v miske. Ale zlomky predstavujú problém pre veľa ľudí, pretože sa týkajú vzťahov medzi množstvom. Čo je to jedna polovica? Jedna polovica z čoho? Ak Peter a Janka minuli polovicu ich vreckového na občerstvenie, nemuseli minúť rovnaké množstvo peňazí.

Študenti učiteľstva pre primárne vzdelávanie prichádzajú na vysokú školu často s pomerne nízkou úrovňou základných matematických vedomostí. Príčiny môžu byť rôzne:

- absolvovaný typ strednej školy a s ním spojená úroveň vzdelávania v matematike;
- nízke požiadavky zo strany vysokej na prijatie študentov;

- mylná predstava študentov, že matematiku nebudú potrebovať ... (Pavlovičová, 2011).

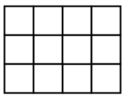
Ako uvádza Prídavková(2011) nutným predpokladom rozvíjania odborovo-didaktickej kompetencie budúcich učiteľov –elementaristov v matematickej oblasti je zvládnutie tých odborných poznatkov, ktoré sú následne interpretované do vyučovania matematiky. Nejde však len o elementárne pojmy sprístupnené na primárnom stupni vzdelávania, ale aj o také, ktoré sú prezentované na vyšších stupňoch školského vzdelávania a na 1. stupni základnej školy sú na úrovni propedeutiky.

So zlomkami sa žiaci stretávajú už na primárnom stupni základnej školy. V 3. ročníku sa učia rozdeliť určitý počet prvkov na polovicu, tretinu, štvrtinu atď. V 4. ročníku sa žiaci učia rozdeľovať na rovnaké časti útvary – kruh, štvorec, obdĺžnik. Je preto dôležité, aby aj budúci učitelia vedeli pracovať a počítať so zlomkami, okrem iného aj pretože ako uvádzajú Vallo a Rumanová (2013) na primárnom stupni základnej školy má veľký vplyv na ďalšie vzdelávanie žiakov pôsobenie samotného učiteľa.

2. Výskumná sonda

Cieľom našej výskumnej sondy bolo zistiť úroveň vedomostí o zlomkoch u študentov 1 ročníka odboru predškolská a elementárna pedagogika (PEP) - bakalársky stupeň) a študentov 1. ročníka odboru Učiteľstvo pre primárne vzdelávanie (UPV) - magisterský stupeň. Tieto odbory sme si vybrali na základe toho, že sú to na seba nadväzujúce odbory a prevažná väčšina študentov magisterského odboru Učiteľstvo pre primárny stupeň sú absolventi bakalárskeho odboru Predškolská a elementárna pedagogika.

Test pozostával zo 4 úloh nasledovných úloh.

1. *Vyznačte zlomok* $\frac{3}{4}$ 
2. *Koľko je* $\frac{5}{6}$ *z 1200?*
3. *Ktorá skupina zlomkov je usporiadaná od najmenšieho po najväčší?*
   a) $\frac{1}{2}, \frac{1}{10}, \frac{1}{5}$
   b) $\frac{1}{2}, \frac{1}{5}, \frac{1}{10}$
   c) $\frac{1}{10}, \frac{1}{5}, \frac{1}{2}$
4. *Vypočítajte:* $\frac{3}{4} - \frac{5}{6} \times \frac{2}{5} + \frac{4}{6} \div \frac{2}{3}$

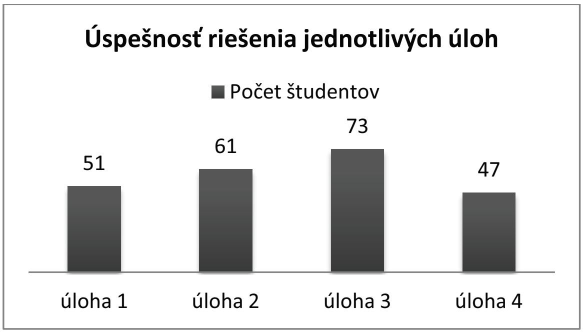
Ako vidieť, úlohou študentov bolo znázorniť zlomok, určiť časť z celku, porovnávať zlomky a počítať so zlomkami, pričom jednotlivé úlohy neprevyšovali náročnosť základnej školy.

Testovaných bolo 89 študentov, z toho 46 študentov bolo z odboru Predškolská a elementárna pedagogika a 43 študentov z odboru Učiteľstvo pre primárne vzdelávanie. V tabuľke 1 uvádzame, akú strednú školu majú študenti absolvovali.

	Počet študentov odboru PEP	*Počet študentov odboru UPV*
Gymnázium	12	23
Pedagogická a sociálna akadémia	15	13
Odborná škola	19	7

Ako vidieť až 53% študentov odboru Učiteľstvo pre primárny stupeň sú absolventi gymnázií. My sa v našom príspevku nezaoberáme závislosťou medzi absolvovanou strednou školou a úspešnosťou riešenia jednotlivých úloh. To bude predmetom ďalšieho skúmania. V prvom rade nás zaujímala úspešnosť riešenia jednotlivých úloh, a to nielen v celej výskumnej vzorke, ale aj v jednotlivých odboroch.

Úspešnosť riešenia jednotlivých úloh je znázornená v grafe 1.



Graf č.1

Najvyššiu úspešnosť mala úloha č.3, čiže porovnávanie zlomkov a najväčšie ťažkosti robila študentom úloha č.4, teda operácie so zlomkami, ktorú správne vyriešilo 53% študentov.

Najčastejšie chyby, ktoré v tejto úlohe študenti robili:

- neuprednostnili operáciu násobenia, t.j. rátali po poradí $(\frac{3}{4}-\frac{5}{6}\times\frac{2}{5}+\frac{4}{6}\div\frac{2}{3}=\frac{9-10}{12}\times\frac{2}{5}+\frac{4}{6}\div\frac{2}{3})$
- numerické chyby, ktoré pramenili z formálnych poznatkov, napr. nekrátili zlomky, čím museli rátať s vyššími číslami; spoločného menovateľa neurčili ako najmenší spoločný násobok, ale ako súčin menovateľov, čo opäť viedlo k rátaniu s vyššími číslami$\left(\frac{3}{4}-\frac{10}{30}+\frac{4}{6}\times\frac{3}{2}=\frac{3}{4}-\frac{10}{30}+\frac{12}{12}=\frac{1800-480+1440}{1440}=\frac{2760}{1440}\right)$;
- pri delení krátili zlomky ešte predtým, ako operáciu delenia previedli na operáciu násobenia$(\frac{3}{4}-\frac{5}{6}\times\frac{2}{5}+\frac{4}{6}\div\frac{2}{3}=\frac{3}{4}-\frac{1}{3}+\frac{4}{3}\div\frac{1}{3})$;
- po správnom vykrátení im pri operácii delenia ostal zlomok $\frac{1}{1}$, s ktorým ďalej už nerátali $(\frac{3}{4}-\frac{5}{6}\times\frac{2}{5}+\frac{4}{6}\div\frac{2}{3}=\frac{3}{4}-\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\times\frac{3}{2}=\frac{3}{4}-\frac{1}{3}=\frac{9-4}{12}=\frac{5}{12})$;
- nesprávne krátili zlomky pri operácii odčítania $(\frac{3}{4}-\frac{5}{6}\times\frac{2}{5}+\frac{4}{6}\div\frac{2}{3}=\frac{1}{4}-\frac{5}{2}\times\frac{2}{5}+\frac{2}{3}\times\frac{3}{2}=\frac{1}{4}-1+1=\frac{1}{4})$.

Uvedené chyby svedčia o nedostatočne zvládnutom učive základnej školy, prípadne o formálnych vedomostiach o zlomkoch. Predpokladáme, že u študentov absentuje nácvik k získaniu dostatočných zručnosti. Na základe toho potom aj postačujúce vedomosti vedú ku chybnému riešeniu.

Úspešnosť riešenia jednotlivých úloh študentmi v oboch odboroch je uvedená v tabuľke 2.

Tabuľka 2 Úspešnosť riešenia jednotlivých úloh podľa odborov

	Počet študentov PEP(%)	*Počet študentov UPV(%)*
1. úloha	30%	86%
2. úloha	46%	93%
3. úloha	70%	95%
4. úloha	43%	63%

Z tabuľky je zrejmé, že študenti magisterského štúdia boli v danom teste úspešnejší a všetky úlohy zvládli lepšie. Predpokladáme, že to súvisí jednak s absolvovanou strednou školou a jednak s tým, že väčšina študentov magisterského stupňa už absolvovala matematické disciplíny, v ktorých okrem iného využívali zlomky, napr. Geometria – vybrané kapitoly I,II; Metódy riešenia matematických úloh.

Kým študenti odboru UPV mali najnižšiu úspešnosť už v spomínanej 4. úlohe, študenti odboru PEP mali najväčšie ťažkosti s prvou úlohou, t.j. so znázornením zlomu, úlohu správne vyriešilo iba 14 študentov zo 46. Najčastejšie vyšrafovali tri dieliky. Takto úlohu riešilo až 25 študentov, zvyšní študenti sa úlohu ani nepokúsili riešiť. Z toho vyplýva, že si študenti neuvedomili, že majú znázorniť $\frac{3}{4}$ z 12.

3. Záver

Zlomky predstavujú problém aj pre budúcich učiteľov primárneho stupňa. V našom príspevku sme porovnali výsledky testu študentov odborov Predškolská a elementárna pedagogika a Učiteľstvo pre primárny stupeň. Pri porovnaní výsledkov jednotlivých úloh, vyššiu úspešnosť mali študenti magisterského stupňa.

Najhoršie výsledky dosahovali študenti pri znázornení zlomku a pri operáciách so zlomkami. Domnievame sa, že študenti majú síce postačujúce vedomosti, absentujú však potrebné zručnosti , čím sa vedomosti stávajú formálnymi.

Literatura

1. PAVLOVIČOVÁ, G. Ornamenty – tvorivé prostredie vo vyučovaní geometrie. In: *Tvořivost v počátečním vyučovaní matematiky,* 1.vyd. Plzeň: , Západočeská Univerzita v Plzni, 2011. 342s. ISBN 978-80-7043-992-0.
2. PRÍDAVKOVÁ, A. Elementárne pojmy teórie množín v príprave učiteľov primárnej školy. In: *Tvořivost v počátečním vyučovaní matematiky,* 1.vyd. Plzeň: , Západočeská Univerzita v Plzni, 2011. 342s. ISBN 978-80-7043-992-0.
3. VALLO, D.-RUMANOVÁ, L. Skladanie osových súmerností vo vyučovaní elementárnej geometrie. In: *Matematika v primárnej škole. Rôzne cesty, rovnaké ciele,* 1 vyd. Prešov: Prešovská univerzita v Prešove, 2013. 288s. ISBN 978-80-555-0765-1

Kontaktní adresa
PaedDr. PhDr. Valéria Švecová, PhD.
KM FPV UKF v Nitre
Trieda Andreja Hlinku 1
Telefon: +421 376 408 700
E-mail: vsvecova@ukf.sk

ACTA UNIVERSITATIS PALACKIANAE OLOMUCENSIS
FACULTAS PAEDAGOGICA 2014 MATHEMATICA IX

OBJEVOVÁNÍ STRUKTURY SLOVNÍCH ÚLOH VE VZDĚLÁVÁNÍ UČITELŮ

Marie TICHÁ

Abstrakt

V předloženém příspěvku se snažíme v návaznosti na předchozí práce ukázat, jak rozvíjíme cesty ke zkvalitňování profesionality studentů učitelství i učitelů. Pokračujeme ve studiu přínosu a možností využití činností spojených s tvořením (slovních) úloh. Jde nám o vědomé respektování a uplatňování požadavků, které jsou kladeny na formulaci slovních úloh a o uvědomení si potřeby věnovat pozornost struktuře vytvářených úloh.

Klíčová slova: profesionalita, badatelsky orientované vzdělávání, tvoření úloh, struktura úlohy

DISCOVERING THE STRUCTURE OF WORD PROBLEMS IN TEACHER EDUCATION

Abstract

In this paper we endeavor - following our previous work - to show how we develop ways of improving the quality of teacher students and teachers professionalism. We continue to study the benefits and possibilities of utilization of activities connected with the problem posing. We aim at conscious respecting and implementation of the requirements that are imposed on the formulation of word problems, and especially at the awareness of the need to pay attention to the posed problems structure.

Key words: professionalism, inquiry based education, problem posing, structure of problem

1. Úvodem

V naší práci hledáme cesty efektivního rozvíjení profesionality učitelů i studentů učitelství. Jde nám o to, aby byli schopni matematiku vidět a ukázat ve světě kolem sebe, a posléze odpovídat (nejen) žákům na otázku *K čemu je učení se matematice?* Proto se snažíme o prohlubování poznatkové báze učitelství, o zkvalitňování didaktických znalostí obsahu, o rozvíjení oborově didaktické kompetence. Důraz klademe na znalost oboru (tedy matematiky) i didaktických přístupů k němu a na uplatnění těchto znalostí v praxi vyučování.

Od počátku 60. let, kdy se začala konstituovat didaktika matematiky jako samostatná vědní disciplina, se u nás požadovalo, aby učitelé byli připraveni soustavně rozvíjet matematické myšlení žáků a studentů rozmnožováním zásoby osvojovaných matematických pojmů a postupů, rozvíjením schopnosti abstrahovat a generalizovat; spojovat matematické vyučování s životní praxí; plně respektovat psychologické podmínky vyučování a využívat matematiku k rozvíjení pracovních návyků (např. Vyšín, 1973).

Tento přístup se snažíme prohlubovat hledáním cest pěstování matematické gramotnosti a rozvíjení matematické kultury, to znamená schopnosti znát, rozumět a umět použít to učivo příslušného ročníku, které je základní (Kuřina, 2011) a přesvědčení, že matematické vzdělávání je užitečné a smysluplné, rozvíjí schopnost samostatného a kritického myšlení a je pomocníkem v řešení problémů každodenní praxe. Navazujeme na ideu genetického vyučování a řízeného (znovu)-objevování J.S.Brunnera (1966), E.Wittmanna (1974), H. Freudenthala (1991), J. Vyšína (1976) a jeho spolupracovníků a dalších. S těmito myšlenkami jsou konzistentní u nás i ve světě zvláště v poslední době propagované úvahy o badatelsky orientovaném vyučování (Inquiry based teaching). Ukazuje se, že zkušenosti s badatelsky orientovaným vzděláváním zaujímají významnou roli pro prohlubování a zkvalitňování profesních kompetencí budoucích učitelů prvního stupně základní školy.

2. O cestě ke tvoření úloh

Vycházíme z rozšířeného a obecně uznávaného přesvědčení, že žáci i studenti se učí matematice prostřednictvím řešení úloh, že jádrem matematického vzdělávání je *řešení úloh*. Jednou z oblastí, které se dlouhodobě snažíme věnovat, je prohloubení kontaktů školské matematiky s realitou (Tichá, 2013). Mluvíme o uchopování situací, čímž máme na mysli zvláště: vnímání situace; objevení klíčových objektů, jevů a vztahů; stanovení určitého směru uchopování zaměřeného na určité téma, pojem nebo na metodu řešení; vytvoření modelu, který umožní *formulování otázek* a *tvoření úloh*. V následujících činnostech *převládá* řešení úloh: hledání odpovědí na formulované otázky a řešení vytvořených úloh; interpretace a hodnocení výsledků a jejich posouzení z různých hledisek; eventuálně identifikace nové situace a její uchopování s využitím zkušeností obohacených během dosavadní činnosti (Tichá, Koman, 2000; Tichá, Hošpesová, 2009). Proč říkáme, že převládá? Na řešení úlohy se totiž díváme jako na rozhovor řešitele s úlohou, v jehož průběhu se vynořují další otázky a úlohy, tedy řešení úloh a jejich tvoření se navzájem prolínají a doplňují. Podle našeho názoru je tak možné naznačené činnosti chápat jako jednu z cest badatelsky orientovaného vzdělávání.

3. Tvoření úloh a rozvíjení profesionality

Do centra našich úvah o přípravě učitelů, o jejich matematickém vzdělávání se v posledních době dostalo tvoření úloh, které vyrůstají v různých *matematických* i *nematematických (reálných)* situacích (Tichá, Hošpesová, 2011). Kladli jsme důraz na to, aby učitelé byli schopni dvou úhlů pohledu: (a) od učiva k situaci: při probírání určitého učiva s konkrétními žáky vybavit si podnětné situace, prostředí, do kterých by bylo vhodné toto učivo „zasadit“, (b) od situace k učivu: uvažovat, které učivo je možné „zasadit“ do situace, prostředí, které se ukázalo zajímavé pro žáky.

Ukázali jsme, že zařazování činností spojených s tvořením úloh do vzdělávání učitelů i studentů je jedna z podnětných cest pro rozvíjení profesionality učitelů matematiky. Například jsme zadávali úkoly vytvořit 3 – 5 úloh vyrůstajících z určité volně popsané situace (příběh, obrázek, prostředí, ...); v jejichž zadání se vyskytují určité údaje; při jejichž řešení stačí provést určitý výpočet (Tichá, Hošpesová, 2013).

Na základě několika šetření provedených se studenty učitelství i učiteli z praxe jsme se přesvědčili o tom, že vytvořené úlohy (a zvláště jejich následná společná reflexe) mají významnou funkci ve vzdělávání učitelů, například upozorní na nedostatky, chyby, miskoncepce a motivují mnohé studenty k jejich odstraňování, tedy ke zkvalitňování oborově didaktické kompetence.

4. Některá zjištění

Došli jsme k názoru, že nedostatky vytvořených úloh jsou často výsledkem toho, že respondenti nejsou schopni vyrovnat se s požadavky, které jsou kladeny na logickou správnost, stupeň určenosti, míru zobecnění, míru úplnosti slovní úlohy a zvláště na strukturu (Mareš, 1980). Ve společné diskusi o vytvořených úlohách a při jejich posuzování se ukázalo, že studenti a často ani učitelé o zmíněných požadavcích vůbec neuvažují, že si potřebu všímat si těchto charakteristik vůbec neuvědomují. U většiny respondentů jsme zvláště postrádali vědomou práci se strukturou.

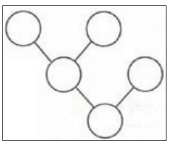
Práce jednotlivých respondentů ukázaly, že jimi vytvořené úlohy jsou často stereotypní jak v kontextu, kvalitě prostředí, reprezentaci, tak ve struktuře/stavbě. Rozšířit okruh kontextů, prostředí nedělalo problémy. Obtíže vznikají, když začneme uvažovat o vědomé práci učitelů se strukturou. Proto se v současnosti zaměřujeme na tuto oblast (Hošpesová, Tichá, 2013).

5. O realizované výuce a provedeném šetření

Otázkám struktury úloh jsme se věnovali s několika skupinami respondentů. Byli to (a) studenti učitelství pro 1. stupeň ZŠ v prezenční i kombinované formě studia, (b) učitelé působící na 1. stupni ZŠ a (c) studenti navazujícího magisterského studia matematiky se zaměřením na vzdělávání.

Popíšeme jeden z prvních realizovaných výukových experimentů. Jeho cílem bylo odpovědět na otázku, zda respondenti chápou jednoduchá schémata (pod označením „schéma“ rozumíme „jednoduché grafické znázornění“, které např. J. Kittler nazýval větvené řetězce) jako prostředek pro záznam postupu řešení úlohy nebo jako model její struktury. Omezili jsme se zatím na úlohy řešitelné dvěma početními výkony (Divíšek, 1989). Studentům byly bezprostředně po sobě zadány tři úkoly.

Úkol A

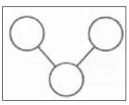


Začali jsme diskusí o obrázku.

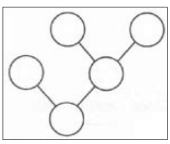
- Nejprve jsme se ptali: *Doporučujete používat podobné obrázky, schémata, větvené řetězce ve vyučování? A proč?*
- Poté jsme zadali úkol: *K tomuto schématu vytvořte úlohu (napište historku, příběh).*

Studenti prezenční i kombinované formy studia učitelství pro 1. stupeň ZŠ se shodli na tom, že takové schéma slouží zpravidla k záznamu, k vizualizaci postupu řešení. Jediná studentka uvedla, že je možné využít toto schéma k vizualizaci postupu řešení úlohy i stavby úlohy. Avšak pokládala za potřebné vytvořit pro tyto dva případy dvě různé úlohy. (Poznámka: Studenti navazujícího magisterského studia matematiky se zaměřením na vzdělávání častěji viděli ve schématu grafické znázornění stavby úlohy.)

Úkol B



obr.1



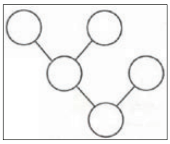
obr.2

- Studenti měli nejprve vytvořit úlohu k obr.1.
- Poté měli jeden ze zadaných údajů nahradit jednoduchou úlohou (např. jako na obr.2), aby vznikla úloha, k jejímuž vyřešení stačí dva výkony.
- Dále měli najít jiné možnosti „rozšíření“ obr. 1.

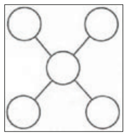
Cílem zadávání tohoto úkolu bylo vést studenty k uvědomování si stavby složené slovní úlohy. Při plnění tohoto úkolu studenti opět vytvářeli stereotypní úlohy (stále stejný kontext i stavba) a několik z nich si neuvědomilo, že dílčí úlohy by měly být propojené a vytvořili úlohy na sebe nenavazující.

Úkol C
Při řešení **úkolu A** studentka z jiné skupiny vytvořila úlohu: *Mám 15 sešitů modrých a 9 sešitů červených. Sešity jsou baleny po třech. Kolik balení je celkem?*
V rámci společné reflexe a hodnocení této úlohy studenti upozornili na některé matoucí momenty v zadání a úlohu společně upravili na: *Rozdávali jsme sešity. Z jednoho balení zbylo 15 a ze druhého 9 sešitů. Ze zbylých sešitů chci udělat balíčky po třech. Kolik balíčků vytvořím?*

Jirka



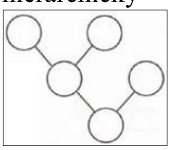
Hanka



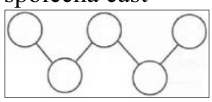
Dalším úkolem studentů potom bylo rozhodnout, které ze schémat vytvořených při řešení **úkolu B**, Jirkovo nebo Hančino, „se hodí" k tomuto upravenému zadání.
Své rozhodnutí měli odůvodnit.

Posléze jsme studenty seznámili s přístupem P. Nesher a S. Herskovitz (1994), které vytvořily tři možná uspořádání dvou jednoduchých schémat a ve svém výzkumu použily pro reprezentaci úloh se dvěma operacemi následující tři „diagramy pro schémata" (diagrams for schemas):

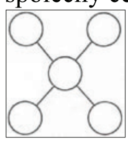
hierarchický



společná část



společný celek



Na závěr byl studentům zadán **Úkol D** - Vytvořit ke každému z uvedených tří „diagramů pro schémata" slovní úlohu a požádali jsme je, aby napsali, jak hodnotí práci se schématy (jednoduchými grafickými znázorněními). Vytvořené úlohy i názory byly podkladem pro společnou reflexi při následujícím setkání.

6. Závěrem

Respondenti se shodovali v přesvědčení, že sestavit úlohu ke schématu je obtížnější než schéma k úloze. Práci se schématy považovali většinou za přínosnou (i když obtížnou). Zpravidla v tomto případě chápali schéma jako vizualizací postupu řešení úlohy (o struktuře se nezmiňovali) a mnozí vyslovili přesvědčení, že schéma žákům pomůže při řešení úloh. Vyskytl se ale i názor: *Já bych schémata vůbec nepoužila.* Uvedeme některé další názory respondentů:

- *Myslím si, že pokud se* (schémata) *naučíme používat, může nám* (to) *v mnohém usnadnit práci. Proto (tento přístup) považuji za přínosný.*
- *Objevení vhodného typu schématu a naučit se jeho používání ... není otázka krátkého časového úseku. Je to složité i pro dospělé, natož pro děti.*
- *Pro mě bylo docela náročné napasovat úlohy právě do toho znázornění. Nejvíc zabrat mi dalo vymyslet úlohu se společným celkem. Ve výuce ráda používám všelijaká grafická znázornění ... a určitě začnu používat i tyto větvené řetězce. Jsou hodně nápomocné hlavně v takovýchto úlohách, kde je hodně zbytečného textu.*
- *Větvené řetězce považuji za dobrý přínos pro přípravu učitele. Pomáhají k vytvoření jiných typů úloh, než k jakým učitel stereotypně směřuje. Jejich použití může také být východiskem v situaci, kdy učitel ... zdánlivě nedokáže „nic nového vymyslet".*
- *To, že se musí důkladněji zamyslet nad strukturou vytvářené úlohy, je skrytým přínosem i pro žáky, kteří budou úlohu řešit. Brzy totiž poznají, že ani jim k vyřešení úlohy nepomůže zažitý stereotyp – nacvičený postup.*

V příspěvku jsme se pokusili ukázat jeden ze směrů probíhajícího výzkumu zaměřeného na hledání cest zvyšování profesionality učitelů i studentů učitelství. Avšak o přínosu využívání schémat pro práci učitele při tvoření úloh se zmiňovali jen někteří respondenti. Proto se v této fázi zaměřujeme na vědomou práci se strukturou úloh s využitím schémat a to zvláště při tvoření úloh.

Výzkum je podporován grantem GAČR 14-01417S a RVO: 67985840

Literatura

1. BRUNER, J. S. *Vzdělávací proces.* Praha: SPN 1965
2. DIVÍŠEK, J. *Didaktika matematiky.* Praha: SPN, 1989.
3. FREUDENTHAL, H. *Revisiting Mathematics Education.* Dordrecht: Kluwer, 1991.
4. HOŠPESOVÁ, A., TICHÁ, M. Posing problems with a given structure by pre-service teachers. In Novotná, J., Moraová, H. (eds.) *SEMT '13 – International Symposium, Elementary Maths Teaching.* Praha: UK PedF, 2013, 387-388.
5. KUŘINA, F. Matematická kultura a matematická gramotnost. Hošpesová, A. et al. *Matematická gramotnost a vyučování matematice.* Č.Budějovice: JU, 2011, 19–38.
6. MAREŠ, J. Fridmanova teorie učebních úloh. *Pedagogika,* 1980, 30, 5, 595-610.
7. NESHER, P., HERSHKOVITZ, S. The role of schemes in two-step problems: analysis and research findings. *Educational Studies in Mathematics*, 1994, 26, 1-23.
8. TICHÁ, M. Modernizace vyučování matematice v letech 1965–1985. *Orbis scholae,* 2013, **7** (1), 119-130.
9. TICHÁ, M., HOŠPESOVÁ, A. Tvoření úloh jako cesta k matematické gramotnosti. In: Stehlíková, N. (ed.) *Jak učit matematice žáky ve věku 11 – 15 let; sborník příspěvků celostátní konference.* Plzeň: Vydavatelský servis, 2009, 133 – 145.
10. TICHÁ, M., HOŠPESOVÁ, A. Developing teachers' subject didactic competence through problem posing. *Educational Studies in Mathematics*, 2013, 83, 133-143.
11. TICHÁ, M., HOŠPESOVÁ, A. Gramotnost učitele matematiky a tvoření úloh. Hošpesová, A. et al. *Matematická gramotnost a vyučování matematice.* České Budějovice: JU, 2011, 39-56.
12. TICHÁ, M., KOMAN, M. Towards developing teachers' ability for grasping situations. In: Kohnová, J. (ed.), *Conference „Teachers and their University Education at the Turn of the Millennium".* Praha: PedF UK 2000, 300-306.
13. VYŠÍN, J. Vědeckovýzkumná práce v teorii vyučování matematice. *Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*, 1973, 18, 1, 32-38.
14. VYŠÍN, J. () Genetická metoda ve vyučování matematice. *Matematika a fyzika ve škole,* 1976, 6, 582 -593.
15. WITTMANN, E. CH. *Grundlagen des Mathematikunterrichts.* Stuttgart: Vieweg, 1974.

Kontaktní adresa

Marie Tichá, CSc.
Matematický ústav AV ČR, v.v.i.
Žitná 25, 115 67 Praha 1
Telefon: +420 222 090 726
E-mail: ticha@math.cas.cz

ACTA UNIVERSITATIS PALACKIANAE OLOMUCENSIS
FACULTAS PAEDAGOGICA 2014 MATHEMATICA IX

APLIKACE ANGLIČTINY VE VÝUCE PRIMÁRNÍ MATEMATIKY

Martina UHLÍŘOVÁ, Jan WOSSALA, David NOCAR, Jitka LAITOCHOVÁ

Abstrakt

Příspěvek je zaměřen na aktuální problematiku možné integrace cizího jazyka a výuky nejazykového předmětu, konkrétně matematiky, z pohledu budoucích učitelů primární školy. Věnujeme se možnostem rozšíření programové nabídky oboru Učitelství pro 1. stupeň ZŠ prostřednictvím nově koncipovaného volitelného předmětu „Aplikace angličtiny ve výuce primární matematiky“, který má studentům poskytnout větší rozhled nad možnostmi mezipředmětového propojení matematiky a anglického jazyka na základě metody CLIL (Content and Language Integrated Learning).

Klíčová slova: CLIL, primární matematika, pregraduální příprava učitelů

ENGLISH AS A FOREIGN LANGUAGE IN TEACHING PRIMARY MATHEMATICS

Abstract

The paper focuses on the current issues of possible integration of teaching a foreign language and a non-language subject, namely mathematics, from the perspective of future primary school teachers. We consider a possible extension of the university courses for prospective primary school teachers, namely through a newly designed elective course "Application of English in teaching primary mathematics", which should provide students with a knowledge how to make cross-curricular connections with mathematics and English language using CLIL (Content and Language Integrated Learning).

Key words: CLIL, primary mathematics, prospective teacher training

1. Úvod

Pedagogové na Pedagogické fakultě Univerzity Palackého v Olomouci věnující se především profesní přípravě učitelů základních škol stále inovují a přizpůsobují vzdělávací nabídku aktuálním trendům a požadavkům současné společnosti. Pozadu nezůstávají ani pedagogové katedry matematiky. V evropském výchovně vzdělávacím kontextu je v posledních letech v popředí zájmu především potřeba zvyšování jazykové vzdělanosti. V dokumentu Evropské komise Podpora jazykového vzdělávání a jazykové rozmanitosti: Akční plán 2004–2006 (2004) se uvádí, že schopnost rozumět a komunikovat kromě mateřského jazyka také v jiných jazycích by měla být základní výbavou všech evropských občanů. Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání České republiky reflektuje tuto tendenci a přinesl povinnou výuku cizího jazyka. Jedním z nejnovějších inovativních přístupů v zavádění cizích jazyků do vzdělávacího procesu je výuka označovaná termínem CLIL.

2. Metoda CLIL

Zkratka CLIL pochází z anglického Content and Language Integrated Learning. Volně by se dal tento název do češtiny přeložit jako integrace obsahového a jazykového vzdělávání. Jedná se o výuku vybraných odborných předmětů prostřednictvím cizího jazyka. Nejazykové předměty (např. matematika, výtvarná výchova, tělesná výchova) jsou vyučovány prostřednictvím cizího jazyka (např. angličtiny, němčiny). Obsah nejazykového předmětu je rozvíjen za pomoci cizího jazyka a zároveň cizí jazyk slouží jako komunikační platforma při zprostředkování daného vzdělávacího obsahu. Jazyk se zde stává spíše nástrojem výuky, než jejím cílem. Pro metodu CLIL je charakteristická dualita cílů. Při integrované výuce musí být nutně stanoveny dva cíle – cíl obsahový a cíl jazykový, které spolu vzájemně korespondují. Jazyk má být při této formě výuky rozvíjen jako prostředek komunikace a žáci si jej osvojují bezděčně, přirozenou cestou. Pozornost žáků je zaměřena na obsah nejazykového předmětu, nikoliv na jazyk samotný. Žáci se postupně učí v cizím jazyce myslet. Při výuce metodou CLIL je vhodné využívat aktivizační metody, skupinovou práci a práci ve dvojicích, důležité je přenést stěžejní aktivitu na žáky samotné.

Míra užití cizího a mateřského jazyka závisí na konkrétních potřebách a záměrech vyučujícího, na věku a jazykové úrovni žáků. Integrace by měla začínat jednoduchými pokyny učitele v cizím jazyce, postupně se rozvíjet, až nakonec dosáhne plného začlenění cizích jazyků. Jednou z „výchozích" forem výuky prostřednictvím metody CLIL jsou tzv. language showers neboli jazykové sprchy. Jedná se o metodu vhodnou právě pro žáky na 1. stupni základních škol. „Language shovers" spočívají v pravidelných krátkých 15-20 minut dlouhých cvičení, během kterých učitel používá cizí jazyk. Při této formě integrace se jedná především o hry, písně, manipulaci s objekty, práci s obrazovým, audio a video materiálem. Osvojování obsahu probíhá v mateřském jazyce, instrukce jsou vedeny v mateřském i v cizím jazyce podle potřeby učitele. Žáci aktivně pracují s různými cizojazyčnými materiály a texty. Jak uvádí Hofmannová a Novotná (Hofmannová, Novotná, 2003), vhodné začlenění jazykových sprch může velmi účinně rozbít stereotyp klasické hodiny a zlepšit tím vztah žáků ke konkrétnímu předmětu. Cizojazyčné aktivity mohou vést ke zvýšení motivace žáků pro získávání nových poznatků.

Velkým problémem souvisejícím s širší edukační aplikací metody CLIL je velká náročnost kladená na učitele. Učitel odborného předmětu zpravidla nedisponuje potřebnými jazykovými kompetencemi a naopak učitel jazyka se dostatečně neorientuje v odborné problematice nejazykového předmětu. Studenti oboru Učitelství pro 1. stupeň ZŠ jsou systematicky vzděláváni jak v oblasti jazykové, tak i v oblasti primární matematiky a didaktiky matematiky. Studenti tohoto oboru tedy disponují základními oborovými a didaktickými kompetencemi, které jsou nezbytné pro realizaci metody CLIL.

3. Aplikace angličtiny ve výuce primární matematiky

Na katedře matematiky Pedagogické fakulty UP v Olomouci jsme od školního roku 2013/2014 zavedli předmět „Aplikace angličtiny ve výuce primární matematiky". Cílem předmětu je poskytnout budoucím učitelům primární školy větší rozhled nad možnostmi mezipředmětového propojení matematiky a anglického jazyka na základě metody CLIL. Obsahově předmět prohlubuje a rozvíjí vybraná témata z didaktiky matematiky a didaktiky angličtiny směřující k jazykově integrovanému vyučování. Náplň předmětu je zaměřena jak na jazykové (terminologické) znalosti rozvinutím odborné slovní zásoby, tak i na potřebné znalosti z metodiky jazykově integrované výuky.

Obsahová náplň předmětu byla rozčleněna do následujících tematických celků.

1. **Metoda CLIL** (Content and Language Integrated Learning) – metoda obsahově a jazykově integrovaného učení - základní východiska a metododologické přístupy v kontextu edukačního prostředí primární školy se zaměřením na primární matematiku. Principy a cíle CLIL výuky, Metody a nástroje CLIL (pedagogický konstruktivismus, projektové vyučování, Scaffoldin), formy CLIL.
2. **Odborná matematická slovní zásoba** - vymezení základních matematických pojmů v rozsahu matematického učiva 1. stupně ZŠ, sestavení souboru základní anglické matematické terminologie. Matematické odborné a výkladové slovníky, aktivní práce s odbornou anglickou (matematickou) terminologií.
3. **Nové role učitele a žáka** při jazykově a obsahově integrovaném učení (CLIL) – vhodné metody a formy výuky, dualita výukových cílů, nové přístupy k hodnocení výkonu žáka. Práce s chybou, pojmové mapování – strukturování pojmů).
4. **Vhodné komunikační platformy** mezi učitelem a žákem - zásady aktivní CLIL komunikace, prostředky komunikace, typy komunikace (verbální, nonverbální, grafická, kontextuální), netradiční komunikační média (matematická nástěnka, matematicky orientovaný portál, kognitivní počítačová prostředí)
5. **Náměty vhodných žákovských aktivit a činností** podporujících CLIL – jazykové sprchy, pracovní listy, učební aktivity.

Byl vytvořen základ „portfolia studentských prací“. V rámci výuky předmětu je kladen důraz na samostatnou kreativní práci studentů s důrazem na didaktickou kvalitu výsledných prací a na úroveň praktické prezentace. Naší snahou je seznámit studenty s možnostmi edukační implementace metody CLIL v kontextu edukační reality primární školy, konkrétně primární matematiky. Neplánujeme předkládat studentům „hotové návody“, nýbrž ukazovat náměty pro inspiraci jejich vlastní tvořivé práce.

Pojmové mapování - ukázka návrhu a praktické realizace konkrétní matematické činnosti v 5. ročníku ZŠ (navrhla a realizovala P. Škeříková). Uvedená aktivita je závěrečnou činností v navrhovaném souboru 6 krátkých matematických aktivit (*tzv. language showers*) se sjednocujícím tématem integrace angličtiny a učiva geometrie v rovině a v prostoru.

Název aktivity: pojmové mapování

Téma: základní pojmy z geometrie v rovině a v prostoru

Učební strategie/metoda: metoda kritického myšlení.

Obsahové cíle: shrnout a utřídit základní pojmy matematické terminologie

Jazykové cíle: procvičit anglické pojmy k tématu geometrie v rovině a prostoru. Písemné i ústní ověřování, opakování, fonetická nápodoba.

Učební pomůcky: list papíru, psací potřeby, tabule (fix, křída).

Časová náročnost: 15 minut.

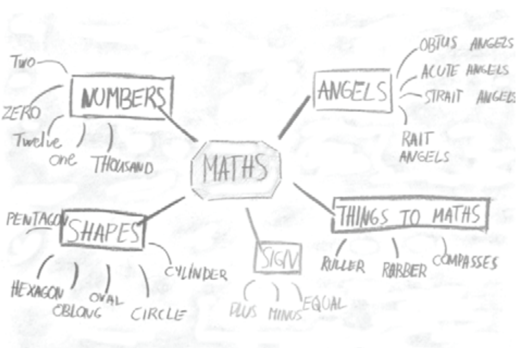
Charakteristika činnosti

- Myšlenková mapa je jednou z metod kritického myšlení, která slouží k uspořádání
  a utřídění klíčových pojmů, vztahů a souvislostí mezi nimi.
- Myšlenková mapa je učební strategie, která podporuje aktivní učení. Je vhodná pro fázi reflexe, v níž slouží jako prostředek shrnutí naučeného či grafického zobrazení nových znalostí. Myšlenková mapa může také sloužit k tomu, aby si žáci uvědomili nové znalosti v souvislostech.(Zormanová, 2012)
- Myšlenkovou mapu lze tvořit individuálně, ve skupinách či hromadně na tabuli.

Předpokládaný průběh

- Každý z žáků dostane čistý list papíru a připraví si psací potřeby. Učitel řekne žákům základní instrukce (anglicky) a ukáže jim jednoduchou myšlenkovou mapu na téma zoologická zahrada (předem připravená na tabuli).
- Žáci začínají pracovat společně s učitelem – učitel píše na tabuli, žáci na své papíry. Učitel zahájí činnost tím, že napíše klíčový pojem doprostřed tabule (např. geometry).
- Učitel žákům pokládá takové otázky, které je budou podněcovat k dalšímu tvoření, hledání vztahů a souvislostí, vazeb mezi pojmy, k určování kategorií, skupin apod.
- Žáci již samostatně hledají další pojmy, které souvisí s pojmem klíčovým. Nové pojmy postupně zapisují okolo základního klíčového pojmu a graficky zaznamenávají vzájemné vztahy mezi pojmy.
- Úkolem žáků je nalézt a graficky zaznamenat co největší počet pojmů a vzájemných vazeb, vytvořit tak rozvětvenou síť pojmů a vztahů mezi nimi – *pojmovou mapu*.
- Po uplynutí časového limitu následuje reflexe, kdy žáci porovnají své mapy s mapami spolužáků. Každá mapa je individuálním odrazem myšlenkových procesů svého autora. Mapa odráží míru a hloubku porozumění žáka danému tématu, poskytuje prostor pro vzájemnou diskusi.

Ukázky zpracovaných žákovských pojmových map



Obr. č. 1a

Obr. č. 1b

Komentář k průběhu aktivity

Žáci velice rychle pochopili, co je jejich úkolem. Aktivita nepřesáhla stanovený časový limit, trvala cca patnáct minut. Žáci byli až překvapivě samostatní, nebylo třeba je podněcovat k práci. Učitel pouze přihlížel a v případě zájmu s žáky konzultoval správnou psanou podobou anglických slov. Po dokončení aktivity žáci položili své myšlenkové mapy na volnou podlahu před tabuli a společně hodnotili různá provedení myšlenkových map. Hledali rozdíly v rozsahu a třídění pojmů, které si zapamatovali, zjišťovali, které pojmy uvedlo nejvíce žáků. Ze závěrečného hodnocení vyplynulo, že žáky vytváření pojmových map a zařazení anglického jazyka do hodiny matematiky velmi zaujalo, realizovanou aktivitu hodnotili převážně kladně.

4. Závěr

Jaká je aktuální reflexe zavedení volitelného předmětu *Aplikace angličtiny ve výuce primární matematiky*? Přestože je dosud předčasné dělat nějaké zásadní závěry, překvapil nás velký zájem studentů o téma spojené s jazykovou a předmětovou integrací a jejich zaujetí při plnění zadaných úkolů. Kladný je i ohlas ze školské praxe, kde byly vybrané edukační aktivity vycházející z metody CLIL ověřovány v rámci řešení zadaných diplomových prací. Domníváme se tedy, že začlenění informací o metodě CLIL a možnostech její edukační implementace v rámci jednotlivých nejazykových předmětů má v pregraduální přípravě budoucích učitelů své opodstatnění a smysl.

Příspěvek byl zpracován s podporou projektu IGA_PdF_2014026 - „Vliv metody CLIL na klima výuky a motivaci žáků“.

Literatura

1. BERČÍKOVÁ, E. *Anglická matematická terminologie v kontextu metodologie CLIL se zaměřením na 1. stupeň ZŠ.*
2. HOFMANNOVÁ, M. NOVOTNÁ, J. Clil – nový směr ve výuce. In *Cizí jazyky*. Plzeň: Fraus, 2002, roč. 46, č. 1. ISSN 1210-0811.
3. Podpora jazykového vzdělávání a jazykové rozmanitosti. Akční plán 2004-2006. Praha: Sokrates, 2004.
4. ŠKEŘÍKOVÁ, P. Metodologie CLIL ve výuce primární matematiky se zaměřením na anglický jazyk. Diplomová práce. Olomouc, 2014.
5. UHLÍŘOVÁ, M., LAITOCHOVÁ, J. *Pojmová mapa jako most k porozumění matematice.* In: *Matematika 5 - ACTA UNEVERSITATIS PALACKIANAE OLOMUCENSIS*. Olomouc: VUP, 2012, s. 302-307. ISBN 978-80-244-3048-5.
6. ZORMANOVÁ, L. *Výukové metody v pedagogice.* 1. vyd. Praha: GRADA, 2012. 160 s. ISBN 978-80-247-4100-0.
7. WOSSALA, J. - NOCAR. D. Integrace anglického jazyka do výuky matematických předmětů na Katedře matematiky Pedagogické fakulty Univerzity Palackého v Olomouci. In *Moderní trendy ve vyučování matematiky a přírodovědných předmětů II*. Brno: MU, 2012. CD, 157 s. ISBN 978-80-210-6148-4.

Kontaktní adresa

RNDr. Martina Uhlířová, Ph.D., Mgr. Jan Wossala, Mgr. David Nocar, Pd.D.,
doc. Jitka, Laitochová, CSc.
Katedra matematiky PdF UP v Olomouci
Žižkovo nám. 5, 771 40 Olomouc
Tel: +420 585 635 702
E-mail: martina.uhlirova@upol.cz, jan.wossala@upol.cz, david.nocar@upol.cz,
jitka.laitochova@upol.cz

ACTA UNIVERSITATIS PALACKIANAE OLOMUCENSIS
FACULTAS PAEDAGOGICA 2014 MATHEMATICA IX

PRÍPRAVA ŠTUDENTOV UČITEĽSKÝCH ODBOROV VO FÍNSKEJ REPUBLIKE

Anna VAŠUTOVÁ

Abstrakt

Školský systém na Slovensku je už dve dekády v procese transformácie, pričom hlavnou snahou uplatňovaných zmien je zaradiť sa medzi krajiny s najvýkonnejšími vzdelávacími sústavami. Za vzor je často uvádzaný fínsky školský systém, ktorý reprezentuje funkčný a úspešný vzdelávací model, a to z niekoľkých dôvodov. Výsledky medzinárodných testovaní OECD PISA a IEA TIMSS ukázali, že fínsky žiaci dosahujú spomedzi európskych krajín najvyššiu úroveň matematickej, čitateľskej a prírodovednej gramotnosti, rozdiely medzi školami či regiónmi sú nevýrazné a žiaci trávia v škole porovnateľne dlhý čas ako napríklad slovenskí žiaci a výrazne kratší ako ich rovesníci z ázijských krajín, ktorí obsadzujú prvé priečky v uvedených meraniach. Za úspešnosťou vzdelávacieho systému je samozrejme viacero činiteľov, ale jedným z najdôležitejších je určite kvalitný učiteľ. Príspevok prezentuje priebeh pregraduálnej prípravy študentov učiteľských odborov vo Fínskej republike.

Kľúčové slová: pregraduálna príprava, učiteľ, vzdelávací systém

PREPARATION OF STUDENTS IN TEACHER EDUCATION PROGRAM IN FINLAND

Abstract

School system in Slovakia has been in the process of transformation for more than two decades. During this time the main ambition of applying changes is to be integrated into a group of countries with the most productive education systems. Finnish school system is very often for many reasons presented as a model which represents a functional and successful education model. The results of international testing OECD PISA and IEA TIMSS demonstrate that the Finnish pupils´ achievement in Mathematics, Reading and Science Study is on the highest level among European countries. Differences between schools or regions are negligible and pupils spend in school comparatively the same time as Slovak pupils, but markedly shorter than their peers from Asian countries, who occupy the first positions in mentioned measurements. The success of education system is influenced by several factors, but one of the most important, without doubt, is a great teacher. The article presents a process of undergraduate preparation of students in Teacher Education Program in Finland.

Key words: pre-graduate preparation, teacher, educational system

1. Úvod

Vláda Slovenskej republiky vo svojom programovom vyhlásení ešte v roku 1998 deklarovala výchovu a vzdelávanie za jednu zo svojich priorít, ktorá je pre spoločnosť zdrojom dlhodobej perspektívy. Na zabezpečenie jej naplnenia bola vypracovaná koncepcia, neskôr Národný program výchovy a vzdelávania v Slovenskej republike Milénium, kde sa okrem iného uvádza potreba zlepšenia odborno-pedagogickej a metodickej prípravy učiteľov v období pregraduálnej prípravy, ďalej dobudovanie cvičných škôl a školských zariadení, ale aj vypracovanie celoštátnych štandardov odborno-pedagogickej spôsobilosti absolventov učiteľskej prípravy. Do pozornosti sa dostalo aj spoločenské a sociálne postavenie učiteľa, ktoré je podľa uvedeného dokumentu potrebné zvýšiť rovnako ako financovanie školskej sústavy. Inak je tomu napríklad vo Fínsku, kde je profesia učiteľa spoločensky vysoko cenená. Rovnako je iná štruktúra programov učiteľských odborov ale aj ich úroveň.

2. Vysokoškolská príprava učiteľov v súčasnosti

Na štúdium učiteľstva sa každoročne hlási mnohonásobne viac študentov, ako môžu fakulty prijať. Každá z ôsmich univerzít vo Fínsku ponúka štúdium v odbore vzdelávanie učiteľov najmä v programoch: triedny učiteľ (1.-6. ročník jednotnej základnej školy), predmetový učiteľ (7.-12. ročník) a učiteľ pre materské školy. Väčšie univerzity ponúkajú širší výber programov, akými sú napríklad: špeciálny pedagóg alebo výchovný poradca, ale aj učiteľ domáceho hospodárstva, remesiel a učiteľ telesnej výchovy. Učitelia hudobnej alebo výtvarnej výchovy majú svoje vlastné vzdelávacie inštitúcie.

Výber študentov do jednotlivých študijných programov je rôzny. Do programu triedny učiteľ, s hlavným predmetom pedagogika, sa študenti vyberajú na základe prijímacích skúšok, ktoré prebiehajú v dvoch fázach. Prvou je výber uchádzačov na základe výsledkov maturitnej skúšky, súhrnu školských známok a bodov navyše v prípade, že kandidát má predchádzajúce skúsenosti s prácou s deťmi. Druhá fáza pozostáva z troch častí. Začína skúškou z niektorých učebných textov, potom pokračuje úlohou, ktorá je zameraná na prezentovanie zručností v sociálnej interakcii a komunikácii a nakoniec nasleduje osobný pohovor zameraný na zisťovanie motivácie uchádzačov stať sa učiteľmi.

Jadrom fínskeho vzdelávania učiteľov je pedagogické štúdium, za ktoré je možné získať 35 kreditov a vyžaduje sa od všetkých učiteľov s výnimkou učiteľov materských škôl. Ponúka ho výlučne katedra pre vzdelávanie učiteľov. Vo všetkých učiteľských programoch je potrebné získať magisterský titul, čo predstavuje 160 kreditov v trvaní štyri až päť rokov. Výnimkou je len učiteľstvo pre materské školy, ktoré je ponúkané ako trojročný program, v ktorom je potrebné získať 120 kreditov.

Flexibilita fínskeho školského systému je v možnosti modifikovať svoje štúdium. Napríklad, ak sa chce študent programu predmetový učiteľ stať triednym učiteľom, stačí, keď si doplní štúdium o predmety, ktoré sa vyučujú na nižšom stupni jednotnej základnej školy, a ktoré nemal vo svojom programe. Naopak, ak sa študent programu triedny učiteľ rozhodne postúpiť na predmetového učiteľa, musí si doplniť svoje štúdium o predmety, ktoré má v pláne vyučovať. V oboch prípadoch im bude hlavné, pedagogické štúdium uznané (Kansanen 2003).

3. Hlavné princípy vzdelávania učiteľov

Hlavnou disciplínou je didaktika, a to ako všeobecná, tak aj didaktiky konkrétnych predmetov. Dôležitú úlohu zohráva aj štúdium pedagogickej psychológie a sociológie so zameraním na oblasť vzdelávania. Zámerom je prepojiť teóriu s praxou v takej miere, aby učiteľ vedel riešiť problémy každodennej školskej praxe na základe svojich teoretických poznatkov. Školy, v ktorých je vykonávaná veľká časť pedagogickej praxe sú organicky spojené s katedrou pre vzdelávanie (majú status cvičných škôl). Zvyšná časť praxe sa uskutočňuje v bežných školách po celej krajine.

Zásadnou ideou, ktorá ovplyvňuje štruktúru študijných programov učiteľských odborov je výskumne orientované vzdelávanie učiteľov (research-based teacher education). Tento prístup je začlenený do každého samostatného predmetu programu. Naplánované kurzy o výskumných metódach sú zavedené hneď na začiatku štúdia a ich vyústením je napísanie diplomovej práce. Výskumne orientovaný prístup vo vzdelávaní vychádza z konštruktivistickej paradigmy. Okrem znalostí výskumných metód je zdôrazňovaná reflexia, ako spôsob získavania informácií o svojej činnosti a vzájomných vzťahoch, ktoré vznikli v procese vyučovania, štúdia a učenia sa. Ich zámerom je vytvoriť pre študentov príležitosť uvažovať nad vlastnými rozhodnutiami a ich úlohou v praxi. Počas štúdia realizujú študenti niekoľko, najčastejšie kvalitatívne orientovaných výskumov (okrem výskumu realizovaného v rámci diplomovej práce), ktoré sú spojené s ich vlastnou pedagogickou praxou. Ich úlohou je skúmať, popisovať a vyhodnocovať svoje vlastné výučbové pôsobenie (Kansanen, 2003). Veľký dôraz je vo fínskom vzdelávacom systéme kladený na diskusiu a vzájomné obohacovanie sa, a to nie iba v rámci štúdia, ale aj neskôr v učiteľskej praxi. Princíp kooperácie, ktorý tvorí základ edukácie, pretrváva počas celého obdobia vzdelávania a aj po jeho ukončení. Na rozdiel od našich škôl, kde prevláda súťaživosť a vytváranie konkurenčného prostredia (poznámka autora).

4. Štruktúra študijného programu Triedny učiteľ

Študenti programu Triedny učiteľ, získajú takmer všetko vzdelanie a odbornú prípravu v rámci ponuky Katedry pre vzdelávanie učiteľov. Štruktúra programu je nasledovná.

- Vzdelávacie štúdie (75 kreditov) – hlavný predmet
- Pedagogické štúdie učiteľov (35 kreditov)
- Predmetové didaktiky (35 kreditov)
- Vedľajšie predmetové štúdie (35 kreditov)
- Jazykové a komunikačné štúdie (12 kreditov)
- Voliteľné predmety (3 kredity)

V hlavnom predmete **vzdelávacie štúdie** (educational studies) sa kladie dôraz na výučbu, výskum a didaktiku. Kurikulum má charakter špirály s neustálym prepájaním teoretických a praktických aspektov s podporou vedomostí z metodológie pedagogického výskumu. V akademických študijných programoch má každý odbor alebo disciplína tri hierarchické úrovne štúdia: predmety na základnej úrovni (15 kreditov), predmety na stredne pokročilej úrovni (35 kreditov) a predmety na pokročilej úrovni (55 kreditov).

Predmety na základnej úrovni pozostávajú z prednášok, malých skupinových diskusií o odporúčanej odbornej literatúre. Celkové ciele a obsah sa zameriavajú na historický vývin vzdelávacích a školských aktivít. Dôraz sa kladie na teoretické pojmové analýzy odborných publikácie z oblasti štúdia, o ktorých potom študenti diskutujú v malých skupinách, čo zabezpečuje hlbšie pochopenie preberaného učiva. Ústrednými témami na tejto úrovni sú pôsobenie sociálnej kontroly, formovanie osobného názoru a význam procesu výučba-štúdium-učenie a faktory jeho riadenia. V oblasti pedagogiky sa študenti oboznamujú so základnými otázkami plánovania výučby. Reprodukujú základné didaktické pojmy, formy vzdelávacích postupov a hodnotia didaktický výskum a jeho aplikáciu. Ďalej vykonávajú na triedu orientované výskumy v malom meradle a praktické pozorovania v prostredí školskej praxe. V rámci skupinových diskusií, ktoré slúžia ako reflexia vlastnej činnosti, študenti formulujú výučbové ciele ich funkciu a základné učebné postupy.

Premety stredne pokročilej úrovne sú zamerané na hlbšie porozumenie didaktiky, teoretické aspekty výučby, profesijný rozvoj, hodnotenie výučby a psychologické posúdenie žiakov. Obsahom sú pokročilé kurzy štatistiky ako aj kvantitatívnych a kvalitatívnych výskumných metód, ktoré sú prepojené s predmetmi z oblasti pedagogiky a najmä s praxou. Dôležitou súčasťou je príprava na výučbu čítania a písania, ale aj kurzy z oblasti špeciálnej pedagogiky a poradenstva. Proseminárna práca, ktorú študenti realizujú samostatne alebo vo dvojiciach a ktorá pozostáva z prípravy projektu a návrhu výskumného plánu, je zacielená na získanie vlastných praktických výskumných skúseností o procese výučby-štúdia-učenia a súčasne na ich spätné uplatňovanie vo vlastnej praxi. Navrhnuté výskumné plány študenti predstavujú na seminároch, kde o nich spoločne diskutujú, kritizujú a hodnotia a na záver vypracujú výskumnú správu. Súčasťou je aj získanie informácií o informačných a komunikačných technológiách v praktickej výučbe, ale aj výskume. Počas praxe, ktorá je zaradená hneď na začiatok štúdia a trvá dva týždne, navštevujú cvičné školy, kde sa postupne oboznamujú so žiakmi a pedagogickou činnosťou na nižšom stupni základnej školy. Pozorujú výučbu, oboznamujú sa s miestnym kurikulom a metódami hodnotenia. Ako reflexia slúži vypracovanie portfólia, ktoré obsahuje jednak ciele, ktoré je potrebné počas praxe dodržať, ale aj zaznamenávanie skúseností s cieľom analyzovať výučbu rôznych predmetov, vytváranie výučbových materiálov, čo je prepojené s predmetovými didaktikami.

Predmety na pokročilej úrovni sa skladajú z troch častí: vypracovanie študijného projektu, testu z rozšírenej odbornej literatúry a s praxe. Hoci stredne pokročilé a pokročilé štúdie sú od seba oddelené, aby bolo vzdelávanie diferencované, niektoré predmety z týchto dvoch úrovní môžu prebiehať súbežne alebo v rovnakých obdobiach štúdia. Nosnou časťou je písanie záverečnej práce, ktorá je prepojená s pedagogickou praxou. Úlohou študentov je vypracovať výskumný zámer, kde načrtnú riešený problém, dáta, ktoré chcú získavať a metódy ich zberu, ktoré majú prezentovať pred spolužiakmi na seminári. Témy si vyberajú podľa vlastných záujmov, napríklad problémy školy, učenie žiakov, práca učiteľa, plánovanie kurikula a iné. Na druhom seminári už majú predstaviť priebežné zistenia výskumu. Diplomovú prácu píšu študenti jednotlivo, ale zber dát, rešerše, analýzy dát a podobne, môžu vykonávať vo dvojiciach alebo skupinách. Diplomové práce sú napokon hodnotené na sedembodovej stupnici. Keď má študent akceptovanú záverečnú prácu, vykonanú skúšku a nahromadených 160 kreditov, môže sa zapísať na doktorandské štúdium.

Predmetové didaktiky

Uvedené štúdium má multidisciplinárny charakter a zameriava sa na predmety, ktoré sú vyučované na základnej škole v 1. až 6. ročníku. Štúdium materinského jazyka a matematiky je povinné pre všetkých študentov. Predmety umeleckého charakteru (umenie, remeslá vrátane textilných remesiel, technické práce, hudby a telesnej výchovy) sú zoskupené do povinných a voliteľných predmetov. Takzvané úvodné predmety ako história, prírodné vedy, biológia, geografia, náboženstvo a etika sú rozdelené rovnako. Vo väčších školách sa môžu učitelia špecializovať v niekoľkých predmetoch, a tak využiť svoje silné stránky. Tieto predmety sú sčasti organizované v rámci katedry pre vzdelávanie učiteľov a sčasti na katedrách iných fakúlt, podľa predmetu špecializácie.

Vedľajšie predmetové štúdie

Na výber sú okrem tradičných tém k dispozícii aj niektoré integrované predmetové moduly ako napríklad: vzdelávanie v ranom veku, umenia, didaktika telesnej výchovy, hudba, remeslá ako aj informačná a mediálna výchova.

Jazykové a komunikačné štúdie

Uvedené štúdium je rozdelené na kurzy materinského a cudzieho jazyka. Kurzy materinského jazyka zahŕňajú verbálnu komunikáciu, fínsky jazyk a kultúru, triednu komunikáciu a didaktiku jazykového vyučovania. Kurzy písomnej komunikácie sa koncentrujú na získavanie zručností potrebných na tvorbu vedeckých správ. Cieľom štúdia cudzieho jazyka je rozvíjať u študentov schopnosť čítať zahraničnú literatúru, ktorú využijú aj pri písaní diplomovej práce.

5. Záver

Po ukončení štúdia získavajú študenti certifikát, ktorý potvrdzuje ich kvalifikáciu pre prácu vo fínskom školskom systéme. Certifikát obsahuje všetky informácie o štúdiu, to znamená, že ak si študent zvolí nejakú špecializáciu alebo kurz mimo štandardnej ponuky študijného programu, ten sa mu zapíše do certifikátu, čím si podľa vlastného výberu rozširuje svoje kompetencie v oblasti vzdelávania. Celý systém vzdelávania učiteľov umožňuje študentom vyberať si, špecializovať sa bez obmedzení, je flexibilný, otvorený a efektívne prepojený s ich vlastnou praxou, čo im umožňuje spoznávať seba ako učiteľa už počas štúdia a modifikovať svoje pôsobenie. Vo Fínsku sa rešpektuje, alebo dokonca požaduje, aby bol učiteľ svojský a jedinečný vo svojom pôsobení.

Príspevok je čiastkovým výstupom grantového projektu VEGA č. 1/1230/12 2012-2014 Komparatívna analýza vybraných aspektov primárnej matematickej edukácie na Slovensku a v zahraničí v kontexte kurikulárnej transformácie vzdelávania na základných školách a medzinárodných výskumov OECD PISA a IEA TIMSS.

Literatúra

1. Department of Teacher Education. 2014. Dostupné na internete: <http://www.helsinki.fi/teachereducation/about/history.html>
2. KANSANEN, P. *Teacher Education in Finland: Current Models and New Developments.* 2003. Dostupné na internete: <http://www.helsinki.fi/~pkansane/Cepes.pdf?>

Kontaktná adresa

Mgr. Anna Vašutová, PhD.
Prešovská univerzita, Pedagogická fakulta, Katedra matematickej edukácie
Ul. 17. novembra 15, 080 01 Prešov
Telefón: +420 51 7470 540
E-mail: anna.vasutova@unipo.sk

ACTA UNIVERSITATIS PALACKIANAE OLOMUCENSIS
FACULTAS PAEDAGOGICA 2014 MATHEMATICA IX

PARABOLA JAKO OBALOVÁ KŘIVKA SVÝCH TEČEN

Tomáš ZDRÁHAL

Abstrakt

V příspěvku je ukázáno, že použitím geometrického softwaru (GeoGebry) lze kinematický pohled na kuželosečky objasnit dokonce už žákům 1. stupně ZŠ. Konkrétně se jedná o parabolu coby obalovou křivku svých tečen. GeoGebra totiž dokáže v podstatě „spojitě" vytvářet tečny, které parabolu obalují. Dřívější, „předpočítačový" postup vytváření tečen ohýbáním papíru je zdlouhavý a nepřesný, což se negativně projevovalo při snaze o aktivní pochopení charakteristických vlastností paraboly ze strany žáků nižších stupňů základních škol.

Klíčová slova: parabola, obalová křivka, tečna ke křivce

PARABOLA AS THE ENVELOPE OF ITS TANGENT LINES

Abstract

In this paper it is shown that the use of geometric software (GeoGebra) may clarify kinematic view of conic sections even to pupils of elementary school. Specifically, the parabola as an envelope of its tangent lines is investigated. Because GeoGebra is essentially able to "continuously" create tangents that form the parabola. Earlier, "before computers" process of paper folding tangents is tedious and imprecise, which negatively reflected the active understanding of the characteristics properties of the parabola from the part of lower grades of elementary schools' pupils.

Key words: parabola, envelope curve, tangent lines

1. Úvod

Konstrukce paraboly ohýbáním papíru je aktivitou, která je vhodná i pro žáky 1. stupně ZŠ. Otázkou ovšem zůstává, zda si při ní žáci stačí uvědomit typické vlastnosti této kuželosečky. Tato manuální konstrukce jim totiž zabere nejen dost času, ale hlavně jim neumožní odhalit charakteristickou vlastnost této kuželosečky, a to i v tom případě, kdy pracují pod přímým dohledem učitele a jsou jím tedy účelově vedeni.

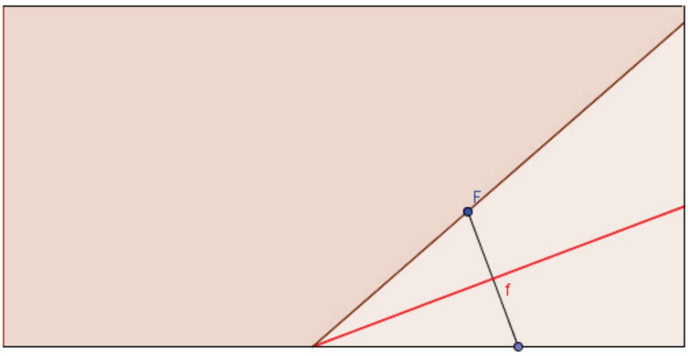
Ukazuje se však, že použitím vhodného geometrického softwaru a jistou modifikací procesu „ohýbání papíru" jsou žáci s to (pod odborným vedením) tuto charakteristickou vlastnost „objevit". Zejména u paraboly se jim to podaří, u zbývajících kuželoseček je to již obtížnější. Zde je třeba se spokojit pouze s jejich konstrukcí - vždy se jedná o jisté obalové křivky. V tomto příspěvku se věnujeme, v souladu s tím, komu je tento text určen, pouze parabole. Dalšími kuželosečkami se zabývá např. článek [1].

2. Parabola vytvořená ohýbáním papíru

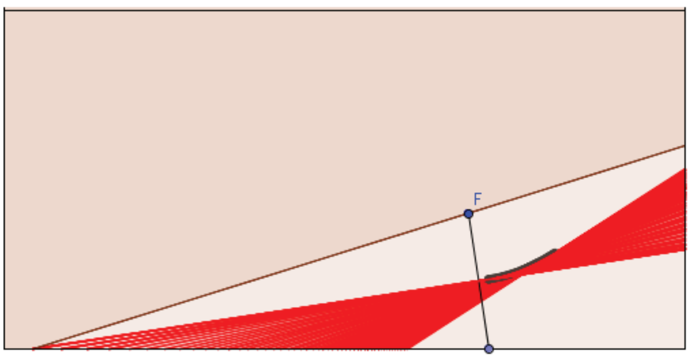
Vezměme list papíru a vyznačme na něm libovolný bod *F*. Vyberme si na spodním okraji listu nějaký bod a papír ohněme tak, aby ležely oba body na sobě. Ohyb řádně „přitlačíme“, aby byl jasně viditelný. Postup je patrný z obr. 1 - červená úsečka znázorňuje naším postupem získaný ohyb.

Nyní list papíru znovu narovnáme, vybereme na spodním okraji listu další bod a postup opakujeme. Opakujeme tak dlouho, až jasně rozeznáme křivku vytvořenou z našich ohybů. Vše je vidět na obr. 2. Můžeme sice žákům říci, že se tato křivka nazývá parabola, ale to je asi tak všechno. Situace se však změní, budeme-li celou situaci vhodně modifikovat a provádět v nějakém geometrickém softwaru.

Použili jsme zde program GeoGebra (na rozdíl od aktivit popisovaných v článku [1], kde jsme pracovali s programem Cabri Geometrie). Lze říci, že v podstatě není při těchto aktivitách žádný rozdíl mezi těmito dvěma geometrickými softwary. Volba je tedy jenom otázkou zvyku (či problém peněz ☺ - volně šiřitelná GeoGebra versus placená Cabri Geometrie…). Podstatné však je (především pro zkoumání dalších kuželoseček), aby geometrický software, pro tuto aktivitu používaný, měl funkce jako například měření délek, úhlů a ploch, uměl provádět různé výpočty, uměl sestrojovat tečny, oskulační kružnice apod.



Obr. 1

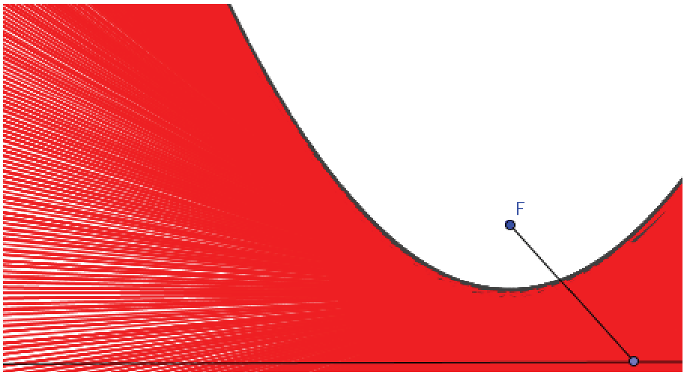


Obr. 2

3. Parabola vytvořená GeoGebrou narýsovanými osami

Nakresleme v programu GeoGebra libovolnou úsečku. Umístěme bod F „někam nad tuto úsečku“, zvolme na úsečce nějaký bod a spojme ho s bodem F - dostaneme tak další úsečku.

Nyní sestrojíme osu této druhé úsečky (červenou barvou), následně zaškrtneme možnost „zobrazit stopu“ a teď už jen pohybujeme bodem na první úsečce. Výsledkem bude množina os této úsečky, která vytváří červeně obarvenou plochu, jejíž okraj má tvar paraboly - viz obrázek 3.

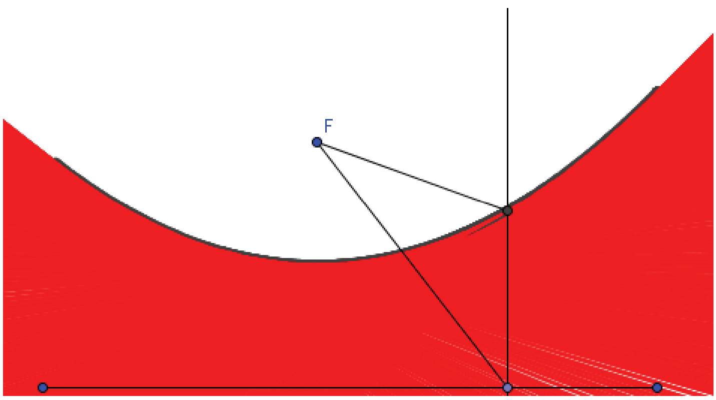


Obr. 3

Skutečnost, že se jedná o parabolu, žákům oznámíme - stejně jako v případě paraboly sestrojené ohýbáním papíru. Tam jsme se už ale nedostali k tomu, abychom je přiměli „objevit“ charakteristickou vlastnost paraboly - tedy vlastnost, kterou může být tato kuželosečka definována. Pokud jsme použili GeoGebru a v tomto odstavci popisovaný postup, není problém žáky „navést“:

Nás zajímající kontura obrázku je červená a osy úseček s jedním krajním bodem F a druhým krajním bodem ležícím na dané úsečce byly také červené. To znamená, že všechny body naší křivky jsou zároveň body os těchto úseček. A bod na ose úsečky je stejně vzdálen od obou krajních bodů této úsečky - to je vše:

Naše křivka, která se nazývá parabola, je **množina bodů** v rovině, které **mají od daného bodu** (náš bod F) **a dané úsečky** (naše první úsečka; je pochopitelně možné ji rozšířit na přímku) **stejnou vzdálenost.** Vše je vidět z obrázku 4.



Obr. 4

Protože program GeoGebra umožňuje například měřit délky úseček, je možné shora uvedené demonstrovat tím, že tyto délky změříme a pozorujeme, že se s pohybem bodu na první úsečce mění, ale pochopitelně zůstávají pořád sobě rovné.
Skutečností, že ohyb papíru (odstavec 2) či červená osa úsečky jsou vlastně tečnami paraboly a že tedy parabola je obalovou křivkou svých tečen (viz název tohoto příspěvku) žáky pochopitelně nezatěžujeme - to už je problematika poněkud složitější…
V závěru poznamenejme ještě jednou, že i když lze s výhodou použít tento postup i pro kreslení elipsy (a jejího speciálního případu kružnice) a hyperboly, „objevení“ jejich definitorických vlastností je už nad síly žáků 1 stupně ZŠ.

Literatura

[1] RYS, P., ZDRÁHAL, T. *Kuželosečky a Cabri Geometrie.* Podíl matematiky na přípravě učitele primární školy. UP Olomouc 2002, 158-162.

Kontaktní adresa

Doc. RNDr. Tomáš Zdráhal, CSc.
Katedra matematiky PdF UP
Žižkovo nám. 5, 771 40 Olomouc
Telefon: +420 585 56 5710
E-mail: tomas.zdrahal@upol.cz

ZKUŠENOSTI UČITELE MATEMATIKY VYUČOVANÉ HEJNÉHO METODOU VE STŘETU S METODOU TRADIČNÍ

Renáta ZEMANOVÁ

Abstrakt

Analyzujeme profesní zkušenosti autora, vysokoškolského učitele matematiky, s výukou matematiky ve 3. ročníku ZŠ Hejného metodou. Shrnujeme důvody rozhodnutí získat tyto praktické zkušenosti, počáteční administrativní, organizační, obsahová a metodická úskalí konfrontace tradiční a konstruktivistické metody výuky matematiky v různých třídách jednoho ročníku stejné školy i v časové posloupnosti, kdy žáci po dvou letech tradiční výuky přešli k výuce konstruktivistické. Klíčovým příspěvkem je porovnání obsahu učebnice matematiky 3. ročníku (Hejný a kol., 2009) se Školním vzdělávacím programem ZŠ Matiční, Ostrava, v části matematika, 3. ročník. Připojujeme ukázky žákovských řešení úloh z Hejného učebnice pro 3. ročník a stručný komentář jejich přístupu k jednotlivým tématům.

Klíčová slova: vyučování orientované na budování schémat, edukační metoda, zkušenost učitele

EXPERIENCE OF MATHEMATICS TEACHER WITH HEJNY'S METHOD IN CONTRAST WITH THE TRADITIONAL METHOD

Abstract

We analyse professional experiences of the author, university teacher of Mathematics, with the teaching of Mathematics in the 3rd grade of primary school using the Hejny's method. It summarises the reasons for obtaining this practical experience and details the initial administrative, organisational, content and methodical difficulties of confrontation between the traditional and constructivist method of Mathematics teaching in different classrooms of one grade of the same school in time, with pupils switching to the constructivist method after two years of being taught the traditional way. The key part is the comparison of Hejny's Mathematics textbook for 3rd graders (Hejny et al., 2009) with the School Educational Programme of Maticni Primary School in Ostrava, mathematics for 3rd graders part. We include examples of exercises from Hejny's textbook solved by pupils and a brief commentary on their approach to individual subjects.

Key words: schema-oriented education, education method, teacher experience

1. Formulace problému

Od poloviny roku 2012 se rozvíjí intenzivní spolupráce Katedry matematiky s didaktikou Pedagogické fakulty Ostravské univerzity s Katedrou matematiky a didaktiky matematiky Pedagogické fakulty Univerzity Karlovy. K zahájení spolupráce vedl ostravskou katedru zájem o konstruktivistickou výuku matematiky metodou budování schémat, kterou pražská katedra prostřednictvím činnosti prof. Hejného a členů jeho výzkumného týmu dlouhodobě cíleně a systematicky rozvíjí ve výuce budoucích učitelů, dalším vzdělávání pedagogických pracovníků i ve výzkumu.

Od akademického roku 2013/14 jsme v Ostravě významně přepracovali obsahy didaktik matematiky oboru Učitelství pro 1. st. ZŠ. Didaktiky geometrie a aritmetiky se staly více propojenými jednak zdůrazněním prostupností geometrických témat do aritmetických a naopak, jednak zařazením obecných didaktických principů na úrovni teorie generických modelů, mentálních schémat, matematických prostředí apod. Didaktiky získaly těsnější vazbu na profesní praxi studentů, rozsah praxe se navýšil.

Vzhledem k snaze o posílení dovedností absolventů v metodě, která je v mnoha ohledech nestandardní, jsme se rozhodli vyslat didaktiky katedry matematiky do školní praxe. Od září 2013 působí Radek Krpec a Renáta Zemanová jako učitelé matematiky třetího ročníku na ZŠ Matiční v Ostravě. A právě z jejich praxe čerpáme pro tento příspěvek.

2. Zahájení výuky matematiky na 1. st. ZŠ

Před zahájením pracovního poměru na ZŠ Matiční jsme předpokládali dva okruhy problémů: (1) problémy administrativní a organizační, (2) problémy obsahové a metodické. Problémy prvního typu pramenily zejména z naší nekvalifikovanosti pro příslušný stupeň školy, kde v souladu s legislativou nehraje roli skutečnost, že více než deset let didaktiku matematiky pro 1. stupeň na vysoké škole vyučujeme. Po vyloučení jednodušších možností jsme souhlasili, že od akademického roku 2014/15 zahájíme studium oboru Učitelství pro 1. st. ZŠ.

Klíčové pro naši práci didaktiků matematiky v přípravě učitelů byly problémy obsahové a metodické. Témata v Hejného učebnicích matematiky pro 1. st. ZŠ (Hejný a kol., 2007–2011) splňují výstupy RVP ZV, nicméně jednak obsahují další témata navíc, jednak většinu úloh zde zařazených by tradiční učitel matematiky označil za nestandardní, resp. problémové. Učitel, který má do metody hlubší vhled, vidí, že v nestandardních úlohách je tvořen standardní obsah. Tedy nestandardní je pouze metoda. Úlohy jsou formulovány v prostředích, která žák dobře zná z každodenního života, žáci se s nimi postupně seznamují. Cílem je vytvořit, resp. prohlubovat a rozšiřovat mentální schémata žáků, tedy nikoli izolované poznatky, ale jejich vzájemné vazby. Vedle neobvyklé formulace úloh ve specifických prostředích jsou v této metodě netradičně pojaty role učitele a žáka, kdy učitel poznatky nesděluje, o pravdě nerozhoduje, pouze organizuje práci žáků. (Hejný, 2007–11).

Přebírali jsme třídu, ve které byla matematika dva roky vyučována tradičně, a to podle učebnic nakladatelství Alter. Učitel žákům sděloval hotové poznatky, dával množství úloh k jejich aplikaci, netradiční řešení připouštěl, ale nepreferoval – tedy nedával žákovi prostor k jeho šíření. Třída byla tichá, čekala na pokyny učitele, žáci se obraceli na učitele, učitel rozhodoval o správnosti řešení. Dominovala komunikace učitel – učitel, učitel – žák, akustická přítomnost učitele byla významná. Převládal tedy transmisivní edukační styl. Hejného metoda však se zahájením výuky až ve třetím ročníku počítá, obsahový problém učebních materiálů jsme tedy nemuseli řešit.

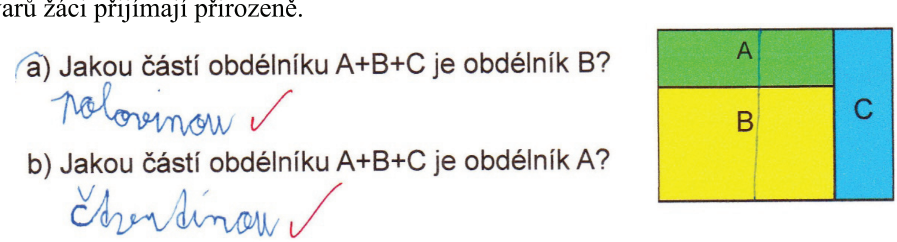
V následující kapitole bychom se věnovali srovnání Školního vzdělávacího programu ZŠ Matiční (matematika 3. ročník, dále jen ŠVP) s obsahem Hejného učebnice pro 3. ročník a doplnili komentář k disproporcím. Problémem jsme se detailně zabývali, když jsme v souladu s ŠVP a zřetelem k Hejného učebnici v srpnu 2013 připravovali roční tematický plán výuky matematiky. Připojujeme i postoj žáků tam, kde je z jejich projevů ve výuce zřetelně identifikovatelný.

3. Srovnání obsahu ŠVP ZŠ Matiční a Hejného učebnice – 3. ročník ZŠ

Klíčovými problémy, které jsme mnohokrát na různých úrovních diskutovali, byly: pamětné početní operace, zlomky, slovní úlohy, algoritmy početních operací, mnohoúhelníky, obvody a obsahy obrazců, úsečka a přímka a rýsování.

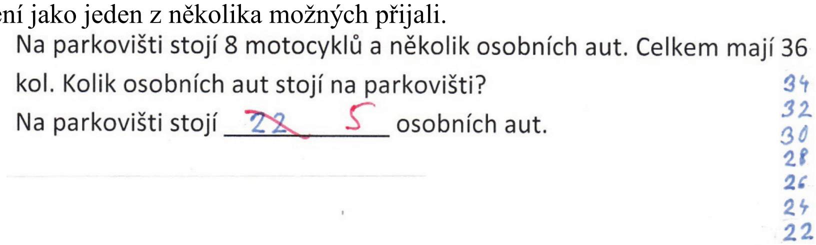
Tradiční výuka matematiky klade mnohem větší důraz na pamětné počítání, kdy toto je prováděno jako prvoplánové zadání úlohy (sloupečky). Vedení školy, ostatní učitele, ale i některé rodiče jsme museli přesvědčit, že žáci v našich hodinách spočítají nejméně stejné množství příkladů, jako jejich kolegové z ročníku, přičemž při řešení těchto příkladů byť s příslušnou pomůckou (stovková tabulka, tabulka násobků) získají větší vhled do struktury početních operací i logických úloh. Jedním z argumentů byl Hejného výrok: „Matematika není o rychlém a správném počítání. Je o kvalitě myšlení. Rychle a spolehlivě umí počítat každá kalkulačka. Tuto schopnost na trhu práce vaše dítě v budoucnu neprodá. Co je a bude stále více žádáno, je schopnost řešit problémy a komunikovat. Naše metoda učí obojí.“ (Hejný, 2007–11)

Naopak zařazení kmenových zlomků, které RVP různě přesouvá mezi 5. ročníkem a druhým stupněm, Hejného učebnice a tedy i náš tematický plán obsahuje. Propedeutika kmenových zlomků je aktuálně prosazována již v předškolním vzdělávání, žáci neměli s tématem žádný problém, úlohy je velmi bavily a bylo možné je optimálně gradovat. Obr. 1 – úloha z písemné práce, 3. ročník, říjen 2013. Plus namísto sjednocení útvarů žáci přijímají přirozeně.



Obr. 1: Úloha z písemné práce, 3. ročník, říjen 2013

Dalším nesourodým obsahem jsou slovní úlohy. Náš tematický plán v souladu s Hejného učebnicí zařazuje řešení slovních úloh průběžně jako jednu z nejčastějších aktivit ve vyučování matematice, přičemž zadání úloh je většinou opět netradiční – nemají na první pohled zřejmé řešení (čísla a signální slova) a používají číslo v různých sémantických významech. Obr. 2 – slovní úloha z písemné práce se zajímavým (chybným) řešením, 3. ročník, leden 2014. Žáci velmi rádi a úspěšně identifikují chybu a její příčiny, nejen ve slovních úlohách – u této úlohy chybu našli, opravili a způsob řešení jako jeden z několika možných přijali.



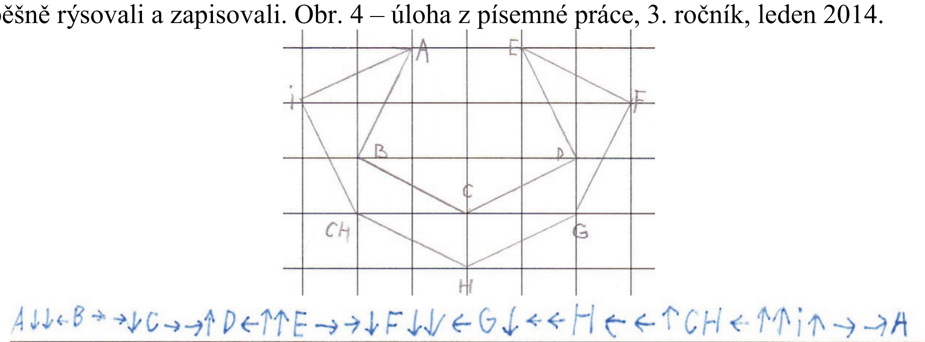
Obr. 2: Úloha z písemné práce, 3. ročník, leden 2014

V písemném sčítání je rozdílem mezi ŠVP a Hejného učebnicí pouze číselný obor, kdy ŠVP pracuje v oboru do 100, učebnice obor rozšiřujeme do 1000. Stejně tak v písemném odčítání, kde navíc přidává alternativní algoritmus.

Výstupem ŠVP není písemné násobení, kdežto Hejného učebnice zavádí algoritmus písemného násobení, a to indickým a následně běžným způsobem. Algoritmus indického násobení žáci vyvodili z několika vyřešených příkladů sami, během první hodiny většina bez chyb násobila dvojciferné číslo jednociferným, později se počet cifer zvyšoval. Žáci žádají další úlohy, předvádějí algoritmus rodičům, dobrovolně zvyšují počet cifer v činitelích. Obr. 3 – úloha z písemné práce, 3. ročník, listopad 2013.

Obr. 3: Úloha z písemné práce, 3. ročník, listopad 2013

ŠVP požaduje „zobrazit geometrické tvary ve čtvercové síti a určit vzájemnou polohu jejich stran“. Předpokládáme tedy, že se jedná o mnohoúhelníky. Zde jsme ve shodě s Hejného učebnicí, která však doplňuje zápis mnohoúhelníků pomocí šipek. Důraz na určení vzájemné polohy stran kladen není. Žáci mnohoúhelníky nejprve modelují užitím geoboardu, teprve poté rýsují a nakonec zapisují. Práce s mnohoúhelníky byla zahájena již v 1. ročníku, a to v prostředí Dřívkové geometrie, Parket a Origami. Geoboardy se staly oblíbenou pomůckou žáků, tito již ve třetí hodině úspěšně rýsovali a zapisovali. Obr. 4 – úloha z písemné práce, 3. ročník, leden 2014.



Obr. 4: Úloha písemné práce, 3. ročník, leden 2014

Zatímco ŠVP požaduje porovnat obsahy obrazců, Hejného učebnice zařazuje navíc množství úloh k zjištění jejich obvodů a obsahů. Ukázkou může být úloha, obr. 1, kdy žáci mají postupně určit obvody a obsahy obdélníků A, B, C, A+B, B+C, A+C, A+B+C. Dalším typem jsou úlohy určení obvodů a obsahů mřížových útvarů.

V 3D geometrii má žák podle ŠVP popsat jednoduchá tělesa, což je formulace poměrně obsáhlá a neurčitá. V Hejného učebnici pracuje v prostředí Krychlových staveb, které je velmi bohaté. Nejobtížnějším a pro některé žáky zatím neřešitelným typem úloh se staly úlohy požadující zakreslení plánu překlopené krychle kolem některé z hran dolní podstavy. Učebnice později zařazuje poznání dalších těles ve shodě s ŠVP a navíc vazbu na jejich sítě (zejména síť krychle – prostředí Oblékáme paní Krychli).

Naopak co v Hejného učebnici zařazeno není, jsou přímky a jejich polohové vlastnosti. ŠVP předpokládá práci mimo čtvercovou mříž, kdežto učebnice čtvercovou mříž opouští až ve 4. ročníku.

Hejného učebnice navíc oproti ŠVP systematicky rozvíjí práci s histogramy, náhodou a zobecňováním. Zobecňování má přímou vazbu na teorii generických modelů, o kterou se autoři učebnic výrazně opírají, ale to už by bylo jiné téma nové práce.

4. Závěr

Vyučovali jsme matematiku Hejného metodou v ročníku, jehož ostatní třídy byly souběžně vyučovány tradičně. Po počátečních obtížích s vyladěním tematických plánů tak, aby odpovídaly ŠVP i Hejného učebnici, neshledáváme další problémy. Metodická komise matematiky připravila písemnou prací, která by měla znalosti žáků porovnat. Výsledky žáků nebyly do odevzdání článku známy, nicméně mohou být tématem dalšího šetření.

Převzali jsme ve třetím ročníku žáky, kteří byli do té doby vzděláváni metodou tradiční. V počátečních měsících jsme při zavádění nových prostředí zpomalili standardní tempo, žáci posilovali komunikaci mezi sebou (žák – žák, žák – třída), strategii pokus – omyl jako metodu řešení úloh a odpovědnost za správnost výsledku. V dalším šetření můžeme zjistit, zda a jak se změnil jejich vztah k matematice.

Literatura

1. HEJNÝ, M.: 2007, Budování matematických schémat, A. Hošpesová, N. Stehlíková, M. Tichá (Eds.), *Cesty zdokonalování kultury vyučování matematice,* České Budějovice, pp 81-122.
2. HEJNÝ, M. a kol.: 2007 – 2011, *Matematika pro 1. – 5. ročník ZŠ*, učebnice, pracovní sešity a příručka učitele, Fraus, Plzeň.
3. Školní vzdělávací program ZŠ Matiční.

Kontaktní adresa

RNDr. Renáta Zemanová, Ph.D.
Katedra matematiky s didaktikou
Pedagogická fakulta, Ostravská univerzita
Mlýnská 5, 701 03 Ostrava
Telefon: +420 731 505 282
E-mail: renata.zemanova@osu.cz

ACTA UNIVERSITATIS PALACKIANAE OLOMUCENSIS
FACULTAS PAEDAGOGICA 2014 MATHEMATICA IX

POZNATKY A PREDSTAVY O PRAVOUHOLNÍKOCH ŠTUDENTOV UČITEĽSTVA PRE PRIMÁRNE VZDELÁVANIE

Katarína ŽILKOVÁ

Abstrakt

V rámci procesu skvalitňovania matematickej prípravy študentov učiteľstva pre primárne vzdelávanie je potrebné priebežne mapovať a vyhodnocovať úroveň ich poznatkov. Zahraničné aj domáce výskumy často poukazujú na pomerne nízku úroveň poznatkov z geometrie. Príspevok pojednáva o niektorých chybných poznatkoch a predstavách o pravouholníkoch študentov učiteľstva pre primárne vzdelávanie.

Key words: key words in the contribution language

RECTANGLES, THEIR VISUALIZATIONS AND FINDINGS IN TRAINING OF PROSPECTIVE PRIMARY EDUCATION TEACHERS

Abstract

It is necessary to check the progress and assess the knowledge in the process of improving the quality of mathematical preparation of prospective teachers in primary education. Foreign and domestic studies often point out a relatively low level of knowledge of geometry. The paper discusses some erroneous rectangle findings and visualizations in training of primary education teachers.

Key words: key words in English

1. Úvod

Súčasťou matematického vzdelávania študentov študijného odboru Učiteľstva pre predprimárne a primárne vzdelávanie sú predmety zamerané na rozvoj a rozširovanie základných geometrických predstáv a poznatkov. V štátnych dokumentoch sú vymedzené špecifické ciele stanovené pre predprimárne a primárne vzdelávanie, medzi ktoré sa zaraďuje poznať, rozlíšiť, priradiť, triediť a určiť niektoré rovinné geometrické tvary. Vo vzťahu k úspešnému vzdelávaciemu procesu na 1. stupni ZŠ v oblasti základných geometrických poznatkov je potrebné, aby absolventi univerzitnej prípravy zameranej na uvedené cieľové skupiny preukázali dostatočné odborné vedomosti potrebné pre úspešný výkon profesie, na ktorú sú pripravovaní. Dlhodobejšie subjektívne pozorovanie nedostatkov v poznatkoch študentov z oblasti základných vlastností konvexných mnohouholníkov vyústilo do realizácie výskumného overovania o úrovni geometrických poznatkov študentov Učiteľstva pre predprimárne a primárne vzdelávanie. Cieľom zisťovania úrovne vedomostí bola najmä diagnostika a identifikácia ťažkostí, resp. deformácií v poznatkoch študentov, ktorá je základným predpokladom pre úspešnú potenciálnu reedukáciu chybných predstáv.

2. Výskumy o úrovni poznatkov o štvoruholníkoch

Na základe dostupných vedeckých štúdií, najmä zo zahraničia, môžeme konštatovať, že zisťovanie úrovne geometrických poznatkov študentov učiteľstva pre predprimárne a primárne vzdelávanie a diagnostika potenciálnych deformácií v poznávacom procese je významným výskumným problémom. Konkrétne diagnostikou poznatkových nedostatkov z oblasti konvexných štvoruholníkov sa v Rumunsku zaoberala Marchis (2012) a formulovala najčastejšie problémy spojené s tvorbou definícií jednotlivých štvoruholníkových skupín. Podobný výskumný cieľ mala aj ďalšia štúdia autorov Çontay a Duatepe Paksu (2012) z Turecka, ktorí sa zamerali na úroveň chápania relácií so zameraním na deltoidy a štvorce. V Škótsku sa analýzou úrovne poznatkov v tej iste cieľovej skupine respondentov venovali Fujita a Jones (2006) a zamerali sa tiež najmä na zisťovanie úrovne vzťahov medzi príslušnými skupinami štvoruholníkov.

Hlavným cieľom nášho výskumu bolo zistiť úroveň poznatkov študentov o vlastnostiach konvexných štvoruholníkov podľa definovaných hladín geometrického poznávania manželov van Hielovcov. Súčasťou výskumu bolo identifikovať tie konvexné štvoruholníky a ich vlastnosti, ktoré sú z pohľadu osvojenia si príslušného pojmu pre študentov najťažšie, resp. najproblematickejšie.

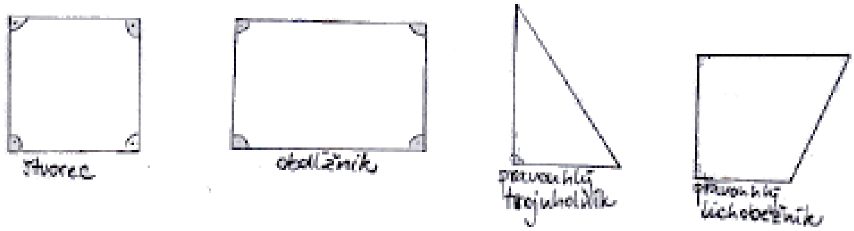
Výskumný súbor tvorili študenti bakalárskeho študijného odboru Učiteľstva pre predprimárne a primárne vzdelávanie vybranej slovenskej fakulty v rokoch 2011 až 2013. Na rozdiel od vyššie uvedených zahraničných výskumov z Turecka a Rumunska, bol rozsah výskumného súboru podstatne väčší a tvorilo ho 159 respondentov. Podrobnejšie výsledky výskumu sú uvedené v publikácii Žilkovej (2013), avšak pre potreby tohto príspevku vyberieme len krátke závery výskumu, ktoré sa týkajú pravouholníkov a ich vlastností.

3. Predstavy o pravouholníkoch a ich vlastnostiach

Vo výsledkoch uvedeného výskumu je konštatované, že študenti majú problém s pojmom pravouholník, ale vzhľadom na použitý výskumný nástroj nebolo možné presne identifikovať, o aký problém ide. Z uvedeného dôvodu doplníme závery výskumu o mimovýskumné, ale autentické ukážky zo študentských testov zamerané na figurálne predstavy o pravouholníkoch.

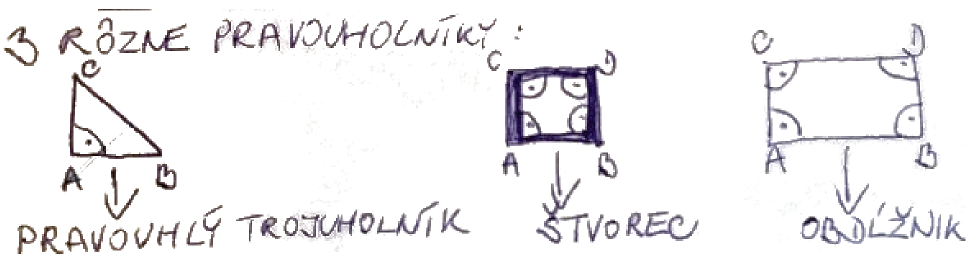
Spracovanie získaných údajov v rámci uvedeného výskumu bolo realizované prostredníctvom štatistickej implikačnej analýzy, ktorej cieľom je skúmať vzťahy medzi „kvázi-implikáciami". Vzťahy sú vizualizované tzv. implikačným grafom, čo je orientovaný graf, v ktorom sa vzťah medzi skúmanými premennými vytvorí vtedy, keď je dosiahnutá určitá (používateľom zvolená) úroveň. Závislosti boli sledované na rôznych úrovniach a výstupy boli prezentované formou implikačných grafov a tzv. grafov podobnosti odpovedí. Voľnejšia interpretácia štatisticky významnej podobnosti odpovedí je, že študenti odpovedali „podobne" na napríklad dve otázky, medzi ktorými je vyznačená podobnosť (buď obe správne, alebo obe nesprávne). Z analýzy údajov vyplynulo, že napriek podobnosti odpovedí študentov v úlohách týkajúcich sa pravouholníkov, úspešnosť v týchto úlohách nebola taká, akú sme očakávali. Ukázalo sa, že zaradiť štvorec do kategórie pravouholníkov nie je pre študentov taký veľký problém, ako zaradiť pravouholníky do kategórie rovnobežníkov. Inkluzívny vzťah štvorec -> rovnobežník sa ukázal jednoduchším a ľahšie identifikovateľným ako vzťah pravouholník -> rovnobežník. Z toho sme usúdili, že problematický je pojem pravouholník, pod ktorým respondenti nemuseli mať predstavu len obdĺžnika a štvorca. V uvedenom výskume nebolo možné urobiť konkrétnejší záver, pretože dotazníky neobsahovali relevantné položky na vyhodnotenie kvality poznatkov a figurálnych predstáv o pravouholníkoch. V rámci iných foriem testovania študentov tých istých skupín, v akých bol realizovaný opisovaný výskum, sme získavali materiál na ďalšie odhaľovanie poznatkových nedostatkov.

Z dôvodu identifikácie potenciálnych chýb vo figurálnych predstavách, sme študentom formulovali úlohu: *Načrtnite (narysujte) aspoň tri rôzne pravouholníky.* Cieľom bolo zistiť poznatok o existencii práve dvoch rôznych typoch pravouholníkov a očakávali sme odpovede formou náčrtov štvorca, obdĺžnika a prípadného komentáru o neexistencii ďalšieho, typovo rôzneho, pravouholníka.



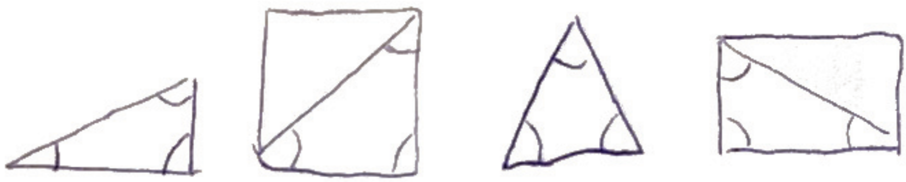
Obr. 1

Na obr. 1 a obr. 2 sú znázornené najčastejšie zastúpené chybné odpovede študentov, v ktorých sa ukázalo, že študenti pod pojmom pravouholník majú vytvorenú pomerne silnú a stabilnú, ale chybnú, koncepciu o zaradení pravouhlého trojuholníka a pravouhlého lichobežníka do triedy pravouholníkov. Pri dôkladnejšom pohľade na obrázky zistíme, že študentky vyznačili na príslušných modeloch aj pravé uhly, ale zrejme chýbal poznatok o všeobecnom kvantifikátore v definícii pravouholníka.



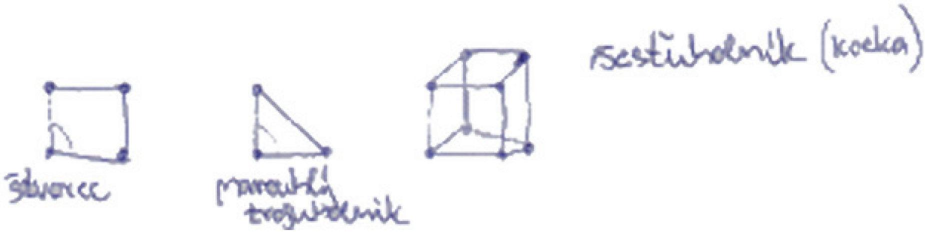
Obr. 2

Na druhej strane, z obr. 3, môžeme predpokladať prítomnosť formálneho poznatku o všetkých uhloch pravých v pravouholníku a zrejme snahu všetky vnútorné (pravé) uhly vyznačiť. Absentuje však pravdepodobne predstava o veľkosti pravého uhla, resp. schopnosť aspoň približne korektne vizualizovať pravý uhol.



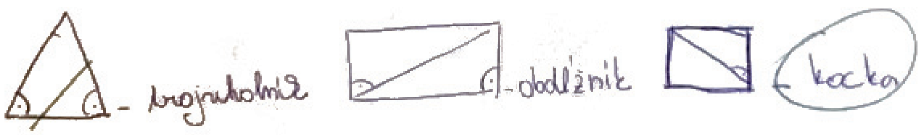
Obr. 3

Podobne sa zasa v iných úlohách ukázalo, že napríklad do triedy rovnobežníkov boli začleňované lichobežníky, čo tiež môže znamenať potenciálne neporozumenie významu kvantifikátorov, alebo nedostatočné vnímanie všetkých podstatných atribútov príslušnej skupiny mnohouholníkov. Z hľadiska dôkladnejšej diagnostiky by mohli pomôcť úlohy cielené na formuláciu významných vlastností útvarov, resp. na definovanie príslušnej triedy útvarov. Využívanie uvedených diagnostických postupov môže prispieť k precizovaniu pojmov.



Obr. 4

K ďalším, pomerne prekvapivým, vizualizáciám pravouholníka patria ukážky zobrazené na obr. 4 a obr. 5. Ilustrácia kocky (obr. 4) a jej začlenenie do kategórie pravouholníkov môže mať minimálne dva dôvody. Buď ide o neznalosť faktu, že každý pravouholník je rovinný útvar, alebo problém mohlo spôsobiť nesprávne slovné označenie kocky ako šesťuholníka (namiesto pravidelného šesťstena). Šesťuholník svojim názvom pripomína kategóriu mnohouholníkov a obrázok kocky mohol evokovať splnenie podmienky o všetkých vnútorných uhloch pravých.



Obr. 5

Obrázok 5 dokumentuje, okrem iného, chybné predstavy o rovinných a priestorových útvaroch, konkrétne nedostatočne vyvinutú schopnosť vnímať štvorec ako rovinný útvar a kocku ako priestorový útvar. Uvedenú skutočnosť môžeme tvrdiť po dodatočnom rozhovore s autorkou obr. 5, v ktorom sa vyjadrila, že „štvorec a kocka je to isté“ a tvrdila to aj po ukážke tradičného zobrazenia pravého nadhľadu kocky.

Ďalšiu skupinu chybných odpovedí tvorili tie, v ktorých sa ukázalo (v súlade s výsledkami nášho, ale aj zahraničných výskumov), že z hľadiska úrovne geometrických poznatkov časť študentov nedosahuje úroveň analýzy (obr. 6). Z obr. 6 je zrejmé, že študentka za pravouholník považuje pravouhlý trojuholník a za rôzne útvary považuje aj útvary, ktoré vzniknú zhodnou geometrickou transformáciou.

Obr. 6

4. Záver

V porovnaní s výsledkami získanými zo zahraničných výskumov môžeme zhodne konštatovať, že aj väčšina našich študentov v rámci Van Hielových hladín geometrického poznávania sa nachádza na úrovni najmä hladiny analýzy a opisu, nepatrná časť z nich na úrovni hladiny abstrakcie a vzťahov. V mnohých prípadoch nedokážu študenti rozpoznať geometrický útvar (zobrazený najmä v netradičnej polohe), a tiež nepoznajú dôsledne vlastnosti konvexných štvoruholníkov, ktoré ich predurčujú ku správnej kategorizácii.

Domnievame sa, že mentálna predstava o príslušnom rovinnom geometrickom útvare bude korektná vtedy, ak sa v nej synkretizujú nielen tvarové prvky útvaru, ale aj poznatky o vlastnostiach rovinného geometrického útvaru. Výskumné zistenia poukazujú na skutočnosť, že študenti sledovaných výskumných súborov majú nepostačujúce poznatky o niektorých vlastnostiach konvexných štvoruholníkov, z čoho vyplývajú aj časté chyby pri začleňovaní konkrétnych útvarov do jednotlivých kategórií. Významné poznatkové absencie neumožňujú študentom aktívne tvoriť definície ani relatívne jednoduchých rovinných geometrických útvarov (často frekventovaných už v elementárnej školskej geometrii). Z uvedených i ďalších dôvodov je opodstatnené odporúčanie využívať v príprave učiteľov pre predprimárne a primárne vzdelávanie také úlohy, pomocou ktorých by sa cieľavedome a aktívne spresňovali mentálne predstavy študentov o geometrických pojmoch a útvaroch. Zo získaných výskumných aktivít, ale aj dlhoročného pedagogického pôsobenia mnohých odborníkov vyplýva požiadavka výrazne obohatiť z obsahového i didaktického hľadiska geometrickú prípravu v sledovanej príprave učiteľov pre počiatočné matematické vzdelávanie, ako aj vo vzdelávaní učiteľov pre materské školy.

References

1. ÇONTAY, E. G., DUATEPE PAKSU, A. (2012). Preservice Mathematics Teachers' Understandings of The Class Inclusion Between Kite and Square. In: *Procedia – Social and Behavioral Sciences 55.* Volume 55, 2012, p. 782-788.
2. FUJITA, T., JONES, K. (2006). Primary Trainee Teachers' Understanding of Basic Geometrical Figures in Scotland. 2006. In Novotná, J., Moraová, H., Krátká, M. & Stehlíková, N. (Eds*.). Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.* Prague : PME.Volume 3, pp. 129-136.
3. MARCHIS, I. (2012). Preservice Primary School Teachers' Elementary Geometry Knowledge. In: *Acta Didactica Napocensia.* Volume 5, 2012 Number 2, s. 33 - 40.
4. ŽILKOVÁ, K. (2013). *Teória a prax geometrických manipulácií v primárnom vzdelávaní.* Praha: Powerprint, 2013. 115 s. ISBN 978-80-87415-84-9

Contact address

doc. PaedDr. Katarína Žilková, PhD.
Katedra predškolskej a elementárnej pedagogiky
PF KU v Ružomberku
Hrabovská cesta 1, 034 01 Ružomberok
E-mail: katarina@zilka.sk

RECENZE

Na recenzích příspěvků se podíleli:

RNDr. Růžena Blažková, CSc.
Doc. PaedDr. Jana Coufalová, CSc.
Prof. RNDr. Pavol Hanzel, CSc.
Doc. PhDr. Bohumil Novák, CSc.
Dr. Hab. Grazyna Rygal, prof. AJD
Doc. RNDr. Iveta Scholtzová, Ph.D.
Prof. Dr. Helena Siwek
PaedDr. Anna Stopenová, Ph.D.
Doc. RNDr. Tomáš Zdráhal, CSc.
Doc. PhDr. Oliver Židek, CSc.

ACTA UNIVERSITATIS PALACKIANAE OLOMUCENSIS
FACULTAS PAEDAGOGICA, MATHEMATICA IX

MATEMATIKA 6

Hlavní uspořadatel RNDr. Martina Uhlířová
Odborný redaktor doc PhDr. Bohumil Novák, CSc.
Odpovědná redaktorka Mgr. Jana Kreiselová
Technická úprava RNDr. Martina Uhlířová

Vydala a vytiskla Univerzita Palackého v Olomouci
Křížkovského 8, 771 47 Olomouc
www.vydavatelstvi.upol.cz
vup@upol.cz

1. vydání

Olomouc 2014

Ediční řada - Sborník

ISSN 0862-9765
ISBN 978-80-244-4062-0

Neprodejná publikace
z. č. 2014/251

9 788024 440620