

ACTA UNIVERSITATIS PALACKIANAE OLOMUCENSIS

FACULTAS PAEDAGOGICA
MATHEMATICA VIII

MATEMATIKA 5

Specifika matematické edukace
v prostředí primární školy

Sborník příspěvků z konference s mezinárodní účastí

Specifics of mathematics education
in primary school

The Conference Proceedings



OLOMOUC 2012



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Inovace matematické komponenty pregraduální přípravy učitelů primárních škol
ne Pedagogické fakultě UP v Olomouci
CZ.1.07/2.2.00/15.0319

Anotace

Sborník obsahuje příspěvky účastníků vědecké konference s mezinárodní účastí *Elementary Mathematics Education 2012*, která se pod názvem „Specifika matematické edukace v prostředí primární školy“ konala ve dnech 25.–27. 4. 2012 na Pedagogické fakultě UP v Olomouci. Výsledky vědecko-výzkumné, odborné a pedagogické činnosti účastníků konference jsou zaměřeny na aktuální problémy matematické přípravy učitelů primárních škol i školské praxe.

Cíl a zaměření konference

Prezentace původních výsledků v oblasti elementární matematiky a didaktiky matematiky, zaměřené k využití v teorii i praxi primární školy a v pregraduální přípravě učitelů. Teoretické reflexe i výstupy výzkumů na pracovištích v ČR a zahraničí v souvislosti se změnami v kurikulu i metodách vyučování matematice.

Hlavní témata konference

- Výstupy inovativních aktivit v profesní přípravě učitele matematiky primární školy.
- Tvořivý žák a tvořivý učitel primární školy.
- Aktuální problémy didaktiky matematiky a pedagogiky ve výzkumech studentů doktorských studijních programů.

Abstract

The proceedings contain contributions from all the participants of the scientific conference *Elementary Mathematics Education 2012*, with international participation that took place 25.–27. 4. 2012 at the Faculty of Education Palacký University in Olomouc. The results of scientific research, professional work and pedagogical activities of conference participants are focused on current problems in the mathematical preparation of primary school teachers and school practice.

Aims of the conference

Presentation of previous results in elementary mathematics and mathematical didactics focused on its usage in primary school theory and practice and in the mathematical preparation of primary school teachers. Theoretical reflection and research outputs at workplaces to the Czech Republic and abroad in connection with changes in curriculum and teaching mathematics methods.

Mezinárodní programový výbor/International programm committee

Georg Malaty (Joensuu, Finsko), Grazyna Rygal (Czestochowa, Polsko), Jolanta Seidel (Bydgoszcz, Polsko), Adam Plocki (Nowy Sacz, Polsko), Ondrej Šedivý (Nitra, Slovensko), Pavol Hanzel (Banská Bystrica, Slovensko), Iveta Scholtzová (Prešov, Slovensko), Jana Coufalová (Plzeň, Česká republika), Alena Hošpesová (České Budějovice, Česká republika), Michaela Kaslová (Praha, Česká republika), Bohumil Novák (Olomouc, Česká republika)

Organizační výbor/Organizing committee

Anna Stopenová, Eva Bártková, Pavol Hanzel, Jitka Hodaňová, Jitka Laitochová, Dagmar Ludvíková, David Nocar, Bohumil Novák, Martina Uhlířová, Tomáš Zdráhal

***Za původnost a správnost jednotlivých příspěvků odpovídají jejich autoři.
Příspěvky neprošly redakční ani jazykovou úpravou.***

Editor © Martina Uhlířová, 2012

ISBN 978-80-244-3048-5

ISSN 0862-9765

OBSAH

Úvodem	7
--------------	---

Plenární přednášky

Janík Tomáš

<i>Kultura školního vyučování a učení: pohledy (z) mezinárodně srovnávacích studií</i>	10
--	----

Nouh Mohamed

<i>Mathematics Supervisor's Perspectives on Freedom in Mathematics Classroom in Primary Schools</i>	21
---	----

Tichá Marie

<i>Rozvíjení profesních kompetencí učitelů</i>	25
--	----

Příspěvky

Bártková Eva, Stopenová Anna

<i>Analýza vzdělávacích potřeb studentů</i>	31
---	----

Beránek Jaroslav

<i>Algebraické operace definované na konečných množinách</i>	36
--	----

Blažková Růžena, Vaňurová Milena

<i>Kompetence k řešení problémů - zkušenosti z testování.....</i>	41
---	----

Brinckova Jaroslava

<i>Logika a práce s informacemi v prostředí hry SET</i>	46
---	----

Brožová Miroslava, Coufalová Jana

<i>Kulturní podmíněnost individualizace a diferenciací práce v matematice na 1. stupni ZŠ</i>	51
---	----

Coufalová Jana, Hrabětová Regina

<i>Efektivnost projektové metody v matematice z hlediska rozvoje žákovských kompetencí</i>	56
--	----

Drobotun Boris Nikolayevich

<i>To the question of determination of the scientific-theoretical foundation for introduction of notions „set“, „propositions“ and „events“</i>	61
---	----

Ficová Lucia

<i>Prírodné čísla trochu (ne)špecificky v matematickej edukácii</i>	67
---	----

Gerová Ľubica

<i>Podmienky pre rozvoj matematickej gramotnosti študentov pred vstupom na vysokú školu</i>	72
---	----

Hanzel Pavol

<i>Didaktické aspekty E-lekcie v systéme Moodle</i>	77
---	----

Híc Pavel, Pokorný Milan

<i>Interaktívne prvky v E-learningovom kurze Aritmetika</i>	84
---	----

Hodaňová Jitka

<i>Specifika modelování objektů v primární škole</i>	89
--	----

Chytrý Vlastimil	
<i>Logické myšlení jedince a jeho rozvoj pomocí matematických her</i>	93
Issin Meiram Yestaevich, Karimova Samal Maksutovna	
<i>Technological approach to teaching "Economic-mathematical modeling" course</i>	98
Jirotková Darina, Procházková Ivana	
<i>Pojmy míry na prvním stupni ZŠ</i>	103
Klenovčan Pavel	
<i>Edukačné matematické testy</i>	108
Kopáčová Jana	
<i>Didaktická vybavenosť slovenských učebníc matematiky</i>	113
Kováčik Štefan	
<i>Úroveň matematických kompetencií budúcich učiteľov – elementaristov</i>	118
Krause Agnieszka, Wysokińska-Pliszka Magdalena	
<i>On certain experiences in teaching pupils intrested in mathematics – mathematical competition "Problems League"</i>	123
Krejčová Eva	
<i>Inovace profesní přípravy učitelů 1. stupně ZŠ z pohledu podněcování tvořivosti žáků v matematice</i>	133
Krpec Radek	
<i>Hrací kostka jako nástroj k procvičování matematických operací na 1. stupni ZŠ</i>	138
Macháčková Jana	
<i>O jedné z cest ke zkvalitňování didaktických znalostí u obsahu učitele</i>	142
Malinová Dagmar	
<i>Matematické úlohy pro nadané žáky</i>	147
Mesaroš Miroslav	
<i>Vizualizácia vo vyučovaní matematiky</i>	152
Mokriš Marek	
<i>Autoevalvácia v elektornicky podporovanom vyučovaní geometrie</i>	157
Nawolska Barbara	
<i>Uczniowie 9-letni odkrywają regularności arytmetyczne</i>	162
Nocar David	
<i>Finanční gramotnost na 1. stupni ZŠ</i>	167
Novák Bohumil	
<i>K tvorbě slovních úloh žáky primární školy</i>	175
Novotná Jiřina	
<i>Hrajeme si a rozvíjíme prostorovou představivost</i>	182
Nowak Zbigniew	
<i>Błąd nie zawsze znaczy to samo. O pożytkach płynących z błędów uczniów na zajęciach z edukacji matematycznej</i>	187
Partová Edita	
<i>Učitel'ská matematika</i>	192
Pavlovičová Gabriela	
<i>Výroková logika vo vyučovaní elementárnej matematiky</i>	197
Pěchoučková Šárka, Piačková Miroslava	
<i>Modelování jako prostředek vytváření předmatematických představ</i>	202
Perný Jaroslav	
<i>Tvořivý žák a tvořivý učitel primární školy</i>	206

Pražáková Dana	
<i>Vzdělávací styl rodin v domácím vzdělávání</i>	211
Prídavková Alena	
<i>Jeden pohľad na pravdepodobnosť v elementárnej matematike</i>	216
Příhonská Jana, Vilimovská Lucie	
<i>Kombinatorické úlohy na prvním stupni ZŠ</i>	221
Pytlak Marta, Maj-Tatsis Božena, Tatsis Konstantinos	
<i>Definitions of geometrical objects of pre-service mathematics teachers</i>	226
Rakoušová Alena	
<i>Vývoj postojů žáků 4. ročníku základní školy k řešení slovních úloh</i>	231
Repiská Lucia	
<i>Skladačky typu IQ a ich didaktické možnosti aplikácie v matematike</i>	236
Roubíček Filip	
<i>Reprezentace shodných zobrazení</i>	241
Rumanová Lucia, Záhorská Júlia	
<i>Možnosti využitia štvorcovej siete vo vyučovaní geometrie</i>	246
Rygał Grażyna	
<i>Kompetencje matematyczne studentów edukacji wczesnoszkolnej</i>	251
Salvetová Leona	
<i>K aspektům funkčního myšlení</i>	255
Sebínová Katarína	
<i>Informačná a matematická gramotnosť v príprave budúcich učiteľov na ZŠ ...</i>	259
Sekelská Katarína, Palková Veronika	
<i>Východisková báza vedomostí študentov pedagogickej fakulty PU z oblasti kombinatorika, pravdepodobnosť a statistika</i>	264
Scholtzová Iveta	
<i>Geometria v primárnom vzdelávaní na Slovensku a v Českej republike</i>	269
Siwek Helena	
<i>Rola czynnościowego nauczania matematyki w projektowaniu zabaw dydaktycznych</i>	275
Svecová Valéria	
<i>Analýza metód riešenia matematických úloh v príprave učiteľov elemntaristov</i>	280
Swoboda Ewa	
<i>Geometria dla najmłodszych – ale jaka (i po co)?</i>	285
Štefková Dominika	
<i>Matematická úloha - prostriedok rozvíjania poznávacích funkcií nadaných žiakov</i>	292
Tomková Blanka	
<i>Formalizmus riešenia slovných úloh na neprázdný prienik</i>	297
Uhlířová Martina, Laitochová Jitka	
<i>Pojmové mapování jako most k porozumění matematice</i>	302
Vašutová Anna	
<i>Riešenie problémových úloh z matematiky žiakov 1. ročníka primárnej školy..</i>	308
Żądło Joanna	
<i>O potrzebie indywidualizacji aktywności uczniów klas początkowych na zajęciach matematycznych</i>	313

Zaduban Zuzana	
<i>Obsah a specifiká prípravy na učiteľské povolanie pre prvý stupeň ZŠ</i>	
<i>v nemeckej spolkovej krajine Bayern</i>	318
Zdráhal Tomáš	
<i>Modulo designs in arithmetic</i>	323
Zemanová Renáta	
<i>Soulad rozvíjení prostorových představ mezi preprimárním a primárním</i>	
<i>vzděláváním</i>	327
Židek Oliver	
<i>Deltaéder nie je deltoéder</i>	331
Žilková Katarína	
<i>Štúdium symetrií v kaleidoskope</i>	336
Recenze.....	341

ÚVODEM

Letošní konference *Elementary Mathematics Education 2012* je věnována tématu „Specifika matematické edukace v prostředí primární školy“. Navazuje na 16 předchozích ročníků konference, konaných v Čechách (Hradec Králové, Srní, Litoměřice, Srní, Plzeň), na Slovensku (Liptovský Trnovec, Smolenice, Tále) a na Moravě (Šilheřovice a Olomouc).

Druhá nejstarší univerzita v českých zemích, Univerzita Palackého v Olomouci, nabízí prostor pro setkání učitelů vysokých i základních škol, jejichž vědecká, odborná i pedagogická práce je věnovaná aktuálním problémům matematiky v primárním vzdělávání a vysokoškolské přípravě učitelů matematiky primárních škol, již poosmé.

Předchozí ročníky přesvědčivě ukázaly, že různé aspekty primárního matematického vzdělávání a vzdělávání učitelů primárních škol jsou nosnými tématy didaktiky matematiky. V letošním roce jsou to především dvě vzájemně související témata: *inovativní aktivity v profesní přípravě učitele matematiky* nemohou směřovat k jinému cíli než je *tvořivý žák a tvořivý učitel primární školy*.

Po zkušenostech z minulých let se rozhodli organizátoři poskytnout možnost prezentovat také výstupy prací studentů doktorských studijních programů, reflektující aktuální problémy didaktiky matematiky a pedagogiky v samostatné sekci.

V tomto roce jsme v Olomouci přivítali mnohé tradiční účastníky ze Slovenska, Polska a České republiky, o účast projevili zájem také kolegové z dalších evropských i mimoevropských zemí.

Slavnostní rámec dává letošní akci významné jubileum spoluorganizátora – 150. výročí založení Jednoty českých matematiků a fyziků.

Význam konference podtrhuje také skutečnost, že záštitu nad ní přijali rektor Univerzity Palackého prof. RNDr. Miroslav Mašláň, CSc. a děkanka Pedagogické fakulty UP prof. PaedDr. Libuše Ludíková, CSc., jimž patří dík za podporu organizátorů z Katedry matematiky PdF UP v Olomouci i všech účastníků.

Organizátoři zpracovali pro účastníky konference a další zájemce recenzovaný sborník plných textů příspěvků v jazyce prezentace jako jeden z titulů řady *Acta Universitatis Palackianae Olomucensis*, který byl vydán Vydavatelstvím Univerzity Palackého.

Mezinárodní programový i organizační výbor konference věří, že konference úspěšně naváže na předchozí ročníky a přispěje k dalšímu rozvoji didaktiky matematiky.

V Olomouci dne 8. 3. 2012

Bohumil Novák

PLENÁRNÍ PŘEDNÁŠKY

KULTURA ŠKOLNÍHO VYUČOVÁNÍ A UČENÍ: POHLEDY (Z) MEZINÁRODNĚ SROVNÁVACÍCH STUDIÍ

Tomáš JANÍK

Abstrakt

Vzdělávací reformy jsou legitimizovány příslibem nastolení nové kultury vyučování a učení. Ta je chápána jako časově ohraničený souhrn určitých forem učení a vyučovacích stylů a s nimi souvisejících antropologických, psychologických, společenských a pedagogických orientací (Weinert). V souvislosti s tím proniká do diskursu teoretiků i praktiků řada (nových) pojmů, jako jsou kognitivní aktivizace, metakognice, kompetence a další. Otázkou je, zda fenomény těmito pojmy označované pronikají také do školních tříd. Mezinárodně srovnávací studie matematického vzdělávání přinášejí pozoruhodné odpovědi na tuto otázku. Cílem příspěvku je zaměřit pozornost čtenářů na problematiku kultury vyučování a učení a naznačit, jak by nad ní mohly oborové didaktiky rozklenout svůj vědecký program.

Klíčová slova: kultura vyučování a učení, mezinárodně srovnávací studie, oborová didaktika, výzkum vzdělávání

THE CULTURE OF TEACHING AND LEARNING IN THE CLASSROOM: THE INTERNATIONAL COMPARATIVE RESEARCH PERSPECTIVE

Abstract

Attempts at educational reforms are justified by promises of bringing new cultures of teaching and learning. It is seen as a set of styles of teaching and modes of learning and their corresponding anthropological, psychological, social and pedagogical orientations within a certain time period (Weinert). Various (new) concepts enter the discourse of theorists and practitioners, such as cognitive activation, metacognition, competences etc. It remains to be answered, whether the phenomena behind these concepts ever succeed to enter the classrooms. International comparative studies of mathematics education bring fascinating answers to this question. This paper focuses on the culture of teaching and learning and suggests areas in which field didactics could develop their research agendas.

Key words: culture of teaching and learning, international comparative studies, field didactic, educational research

1. Kultura vyučování a učení

V souvislosti se vzdělávacími reformami proniká do odborného diskursu v posledních letech řada (staro)nových pojmů, jako jsou kompetence, kognitivní aktivizace, strategie učení, metakognice apod. Jejich zavedení lze chápat jako příslib

toho, že na scénu přichází nová kultura vyučování a učení (Weinert 1997, Wiater 2005). Kultura vyučování a učení je vymezována jako „časově ohraničený souhrn určitých forem učení a vyučovacích stylů a s nimi souvisejících antropologických, psychologických, společenských a pedagogických orientací“ (Weinert 1997, s. 12). Čas od času „nová“ kultura střídá „starou“. Aktuálně „nová“ kultura vyučování a učení nachází svůj teoretický fundament v teoriích pedagogického, psychologického a (oborově) didaktického konstruktivismu. Je pro ni charakteristické „aktivní, konstruktivní, samostatné, motivované a celostní učení; učení bez tlaku na dosahované výsledky, které se odehrává ve společenství učících se jedinců, kteří jsou v přibývajícím míře nezávislí na vyučujícím – vzdělávají se pro situace každodenního života a jejich prostřednictvím“ (Weinert 1997, s. 12). V našem prostředí k tomu viz pojem edukační kultura obratu, který rozpracovává Helus (2009).

V teoretických pojednáních z posledních let se popisuje, jakými charakteristikami se nová kultura učení vyznačuje, a uvažuje se o tom, jak by mohlo či mělo být vedeno vyučování, aby směřovalo k jejímu rozvíjení. Důraz je kladen zejména na individualizaci učebních procesů, kognitivní aktivizaci žáků, zavádění autentických učebních úloh vyžadujících transfer naučeného do nových kontextů, generativní řešení problémů, verbalizaci procesu řešení úloh, podporu metakognitivních procesů např. prostřednictvím rekapitulace učebního procesu apod. (Reusser 2001, Wiater 2005).

Uváděné obecnější pedagogické a psychologické charakteristiky kultury vyučování a učení do značné míry korespondují se specifitějšími charakteristikami rozpracovávanými v oborových didaktikách. Příkladem dobrého souznění obecnějšího a specifitějšího pohledu na kulturu vyučování a učení budiž didaktika matematiky. Konkrétně a exemplárně zde odkazujeme na publikaci *Cesty zdokonalování kultury vyučování matematice* (Hošpesová, Stehlíková, Tichá a kol. 2007). Jako charakteristiky kultury vyučování matematice z pohledu činností učitele, resp. jako principy účinného vyučování matematice se zde rozebírají: (1) učitel probouzí zájem dítěte o matematiku a její poznávání; (2) učitel předkládá žákům podnětná prostředí (úlohy a problémy); (3) učitel podporuje žakovu aktivní činnost; (4) učitel rozvíjí u žáků schopnost samostatného a kritického myšlení; (5) učitel nahlíží na chybu jako na vývojové stádium žakova chápání matematiky a impuls pro další práci; (6) učitel iniciuje a moderuje diskusi se žáky a mezi žáky o matematické podstatě problémů; (7) učitel se u žáků orientuje na diagnostiku porozumění (Stehlíková 2007).

Z pohledu napříč uváděnými pracemi vyplývá, že pro (novou) kulturu vyučování a učení je podstatné (a) zdůraznění aktivní úlohy učícího se subjektu (aktivizace a tvořivost) a (b) důležitost jeho interakce s prostředím – školním, společenským, kulturním (kontextualizace a transfer). Přijmeme-li výkladový rámec založený na pojmu kultura vyučování a učení, můžeme současně přijmout i pojetí vyučování a učení jakožto kulturně podmíněných aktivit.

2. Vyučování a učení jako kulturní aktivity

Vyučování je kulturní aktivitou, tvrdí Stigler s Hiebertem (2000). Kulturní aktivity (praktiky) si osvojujeme převážně v režimu participace, tj. tím, že jsme dlouhodobě zapojeni do jejich pozorování a dělání (praktikování). Jak upozorňují citovaní autoři (tamtéž, s. 86), spíše než racionální studium (deliberate study), zde důležitou roli sehrává implicitní učení.

S kulturními aktivitami je ovšem problém. Vystihuje jej Geertz (1984, cit. podle Hiebert a kol. 1999, s. 3), když říká: „Jakmile jsou každodenní rutiny a vzorce chování kulturně natolik sdíleny, že je většina lidí dělá stejným způsobem, stanou se

neviditelnými“. Ve vztahu k vyučování Hiebert a kol. (1999, s. 196-197) upozorňují: „v průběhu času jsme si pro vyučování vytvořili pravidla a očekávání, která jsou ve společnosti rozšířena a předávána, jak se jedna generace studentů stává příští generací učitelů... tím, jak jsou naše modely vyučování široce rozšířeny a sdíleny ve společnosti, stávají se takřka neviditelnými. Začínáme věřit, že takhle vyučování vypadá a musí vypadat“. Abychom dobře porozuměli tomu, co mají citovaní autoři na mysli, zavedeme zde pojmy *vzorec*, *skript* a *přesvědčení*, k nimž se budeme v dalším výkladu vracet.

Kulturní aktivity mají svoji vnější pozorovatelnou stránku, pro jejíž označení se používá pojmu *vzorec* (*pattern*), který odkazuje k určitému uspořádání událostí v daném kontextu. Mentální reprezentací *vzorce* je *skript* (*script*) – tímto pojmem je označován mentální obraz odkazující k určitému „adekvátnímu uspořádání událostí ve specifickém kontextu (Schank, Abelson 1977, s. 41). *Skripty* si lze zjednodušeně představit jako určité scénáře – např. průběhu určitých aktivit. *Skripty* představují vnitřní stránku kulturních aktivit, která není přímému pozorování dostupná. Jak uvádějí Stigler s Hiebertem (2000, s. 87), „skripty vysvětlují, proč vyučovací hodiny v určité zemi probíhají podle osobitého vzorce: hodiny byly připraveny a realizovány učiteli, kteří sdílejí tentýž skript“. Jak vysvětlit skutečnost, že vyučování se v různých kulturách odlišuje? Stigler a Hiebert (2000, s. 89) uvádějí, že zde klíčovou roli hrají odlišná *přesvědčení* (*beliefs*) ohledně toho, jak se žáci učí, jak má vypadat vyučování apod.

Tyto a další otázky jsou předmětem zájmu mezinárodně srovnávacích výzkumů. Ten na straně jedné opakovaně poukazuje na stabilitu kulturních aktivit, na straně druhé však usiluje o objevení podmínek a možností jejich změny.

3. Význam mezinárodně srovnávacích výzkumů

Za pozornost stojí fakt, že v souvislosti s novou kulturou vyučování a učení se některé z výše uváděných pojmů (kap. 1) etablují také v politickém diskursu, resp. v dokumentech vzdělávací politiky. Jakkoliv je shledávána určitá míra nekompatibility výkladu těchto pojmů ve vědeckém a v politickém diskursu¹, zdá se, že mají potenciál stimulovat diskusi o kvalitě vzdělávání. Poté, co nová kultura vyučování a učení ohlásí svůj příchod na vědeckou scénu a některé její pojmy se etablují v dokumentech vzdělávací politiky, nezbyvá než položit si otázku, zda a popř. jak tato nová kultura vyučování a učení proniká do školních tříd mezi učitele a žáky. Hledání odpovědi na tuto otázku předpokládá vypracovat určité „indikátory“ konstitutivních rysů (charakteristik) nové kultury vyučování a učení a uplatnit je při pozorování reálné výuky. Tento záměr je zajisté značně ambiciózní, nicméně určité pokroky v teoretickém rozpracování problematiky a v souvisejících metodologiích jsou již evidentní.

Na průniku etnografických a kulturně srovnávacích výzkumů se nejpozději od 80. let 20. století diskutuje o tom, jak zkoumat vyučování a učení jakožto *kulturní aktivity* či *praktiky*. Výchozím momentem těchto diskusí jsou postřehy etnografů a antropologů o kulturní podmíněnosti lidských aktivit. Přínos mezikulturně srovnávacího výzkumu spočívá v tom, že napomáhá uvědomit si specifika vlastní kultury na pozadí porovnání s kulturou jinou. Praktickým důsledkem takových výzkumů je, že „u nás doma“ začínáme zpochybňovat to, co jsme dosud považovali za samozřejmé, a pronikáme tak k aspektům, které doposud zůstávaly stranou naší pozornosti.

Příkladem takových výzkumů z oblasti vyučování a učení jsou mezinárodně srovnávací videostudie TIMSS 1995 a 1999. Jejich protagonisté – Hiebert a kol. (2003, s. 3-4) uvádějí čtyři důvody, proč zkoumat výuku v různých zemích: (a) výuka ve vlastní zemi se stává jasnější na pozadí srovnání s jinými zeměmi; (b) objevují se nové

¹ Např. ve vztahu k pojmu *kompetence* k tomu viz Janík a kol. (2010, s. 15–19).

alternativy; (c) podněcuje se diskuse o možnostech volby v každé zemi; (d) prohlubuje se naše porozumění výuce. Citovaní autoři dále uvádějí důvody, proč při takových výzkumech využívat video: (a) video umožňuje studovat komplexní procesy; (b) video zvyšuje inter-rater reliabilitu a snižuje obtíže při výcviku osob, které kódují videozáznamy; (c) video umožňuje kódování z více perspektiv; (d) video ukládá data ve formě, která umožňuje provádět nové analýzy s odstupem času; (e) video podporuje integraci kvalitativních a kvantitativních dat; (f) video podporuje komunikaci výzkumných zjištění (Hiebert a kol., 2003, s. 5-6).

Vycházejíce z výše naznačených pohnutek, rozvíjejí uvádění autoři s širokým týmem spolupracovníků z různých kontinentů a zemí svébytný druh výzkumu označovaný pojmem *video survey* (Stigler, Gallimore, Hiebert 2000). Pojmem *survey* je zpravidla označován výzkum realizovaný na rozsáhlém vzorku (např. škol, učitelů anebo žáků), který je reprezentativní např. pro určitou kulturu či zemi. Výzkumy typu *survey* mají tradici např. v rámci *Mezinárodní asociace pro hodnocení vzdělávacích výsledků (IEA)*, která od 60. let 20. století realizuje mezinárodně srovnávací výzkumy zejména v oblasti matematického a přírodovědného vzdělávání². Aktivita učitelů a žáků byly v těchto výzkumech původně podchycovány pomocí sebe-posuzovacích metod; později se začínají hledat cesty, jak překlenout omezení, která z těchto metod vyplývají (nízká reliabilita a validita dat vzešlých ze self-reportingu apod.). Postupně to vede k vyprofilování specifického typu výzkumu – tzv. *videosurvey*. Jak s vtípem vysvětlují Stigler, Gallimore a Hiebert (2000, s. 90), „šlo o to seždat videozáznamy dosud užívané v méně rozsáhlých kvalitativních analýzách se vzorkováním na úrovni státu běžným pro výzkumy typu *survey*“. Konkrétní výzkumy, v nichž je využíváno videa ve fázi sběru a analýzy (popř. i reportování výzkumných zjištění), jsou označovány pojmem *videostudie*.

Videostudie TIMSS 1995 a 1999 přinášejí celou řadu zjištění ohledně odlišností ve výuce matematiky a přírodovědných předmětů v různých zemích světa (kap. 4). Jak jsme naznačili výše (kap. 2), interpretace faktu, že vyučování a učení je v různých zemích kulturně podmíněné, a tudíž specifické, se zpravidla opírá o argumentaci, že učitelé v různých zemích vycházejí z různých pojetí, přesvědčení (belief) a očekávání, a proto jsou jejich výukové praktiky odlišné (srov. Stigler a kol., 1999; u nás Průcha, 2004). Poznatky ohledně kulturní podmíněnosti vyučování a učení v různých zemích jsou ve videostudiích TIMSS 1995 a 1999 dokumentovány prostřednictvím videozáznamů, které mají značnou výpovědní a ilustrační hodnotu. Tak podněcují diskusi o didaktických možnostech v různých zemích s ohledem na kulturní podmínky a prohlubují naše porozumění procesům vyučování a učení. Vedle toho mají velký význam pro učitele, kteří mají možnost poznávat výukové a učební metody učitelů a žáků z jiných zemí. Mohou se tak dobrat k poznání, že výuka v jiných zemích (v jiných školách) může vypadat do značné míry jinak než ta, se kterou se celý život setkávají.

4. Pohledy (z) mezinárodně srovnávacích studií

V tomto příspěvku není prostor pro hlubší exkurs do historie mezinárodně srovnávacích výzkumů v oblasti vzdělávání, zaměříme se proto pouze na jednu jejich významnou etapu odvíjející se na určitém místě v určitém čase. Jde o etapu situovanou

² Viz např. výzkumy FIMS – First International Mathematics Study, SIMS – Second International Mathematics Study, TIMSS – Third International Mathematics and Science Study; Od roku 2003 se zkratka TIMSS začala používat pro označení Trends in International Mathematics and Science Study. Viz: <http://www.iea.nl/>

do 80. let 20. stol., kdy byla ve Spojených státech amerických zveřejněna zpráva *Nation at a Risk* (National Commission on Excellence in Education 1983). Ta poukazovala na krizi ve vzdělávání a vyzývala k jeho reformování. V návaznosti na ni byly realizovány četné mezikulturně či mezinárodně srovnávací studie, a to zejména v oblasti matematického a přírodovědného vzdělávání (za vyučování a učení matematice viz např. Stevenson, Chen, Lee 1993, Lee 1998). Cíle těchto studií byly formulovány většinou zpravidla poměrně zešíroka – šlo o to identifikovat koreláty např. matematického výkonu žáků v různých kulturách; porozumět kontextům, v nichž se utvářejí matematické výkony žáků (srov. Lee 1998, s. 46-47) apod.

Citovaný autor např. informuje o interkulturně srovnávacím výzkumu vyučování a učení matematice, v jehož rámci bylo testováno přibližně 24 tisíc žáků (1., 5. a 11. ročníku) z reprezentativních souborů z metropolitních měst v Číně, v Japonsku, v Taiwanu a ve Spojených státech amerických. S více než 5 tisíci rodiči, 6,5 tisíci žáky a 400 učiteli byla vedena strukturovaná interview. Vedle toho bylo realizováno systematické časové kódování (time sampling) a pozorování v 800 třídách ve výuce matematiky v primární škole (elementary school) v těchto čtyřech lokalitách. Z celkového pohledu na výsledky tohoto výzkumu je patrné, že ve výuce matematiky v asijských školách je ve srovnání s americkými školami vytvářeno více příležitostí pro vlastní aktivity žáků. Konkrétně to znamená, že žáci jsou v asijských školách intenzivněji zapojováni do dělání matematiky; je zde vyšší míra tzv. angažovaného žákovského chování; ve větší míře se zde uplatňují různé způsoby podpory žákovského uvažování a porozumění (více se používají různé příklady, více se elaborují odpovědi žáků, učivo se více vztahuje k abstraktním pojmům, více se podporuje hlubší porozumění učivu); celkově vzato se zde více pracuje nejen na procedurální, ale zejména na konceptuální úrovni (Lee, 1998, s. 53, 56 an.).

Další významný impuls získaly mezikulturně srovnávací výzkumu v podobě videostudie matematiky TIMSS 1995 a videostudie matematiky a přírodních věd TIMSS 1999. Dále představujeme vybrané výsledky těchto videostudií (podrobněji viz Najvar, Najvarová, Janík, Šebestová, 2011 – kap. 2).

Videostudie výuky matematiky TIMSS 1995

Podnět k videostudii TIMSS 1995 vzešel od odborníků z USA, kteří se zajímali o to, jak se vyučuje matematice v jiných zemích (Hiebert a kol. 1999). Teoretickým východiskem této videostudie bylo pojetí *vyučování jako kulturní aktivity* (kap. 2). Videostudie se vedle USA účastnilo Japonsko a Německo. Japonsko bylo zajímavé především tím, že žáci z této země opakovaně dosahují vynikajících výsledků v mezinárodním srovnávání. Jednou z hlavních otázek videostudie proto bylo, jaké výukové procesy vedou k těmto vynikajícím výsledkům. V rámci videostudie byly pořízeny a analyzovány videozáznamy 231 hodin výuky matematiky v osmých třídách (100 hodin matematiky v Německu, 50 hodin v Japonsku a 81 hodin v USA – v průběhu školního roku 1994/1995 se nahrávala jedna vyučovací hodina v každé třídě)³. Videostudie TIMSS 1995 byla prvním rozsáhlejším výzkumem vyučování a učení, při němž se využívalo videozáznamu nejen pro dokumentaci jednotlivých případů, ale také pro zachycení stovek vyučovacích hodin v reprezentativních souborech v různých zemích. Videozáznamy byly pořizovány standardizovaným postupem – používala se jedna kamera zaměřená na učitele.

³ Zatímco v USA a v Německu byly pořízeny hodiny zaměřené na algebraické i geometrické učivo, v Japonsku převažovaly hodiny zaměřené na učivo z geometrie. Skutečnost, že v různých zemích byly pořízeny videozáznamy výuky různého matematického učiva, může být vnímána jako problém při jejich komparaci.

Po skončení hodiny učitelé vyplňovali dotazník, v němž posuzovali, do jaké míry byly nahrávané hodiny typické ve srovnání s ostatními hodinami. Ve výzkumné laboratoři v Los Angeles byly videozáznamy digitalizovány a následně proběhla jejich transkripce a kódování. Hlavní výsledky videostudie lze shrnout formou otázek a odpovědí takto:

- S jakou matematikou se žáci setkávají? 41 % hodin v USA bylo předalgebraických, kdežto v Německu 13 % a v Japonsku 3 %. Při analýze za jednotlivé země bylo matematické myšlení (objevování, vytváření a porozumění matematickým vztahům, nebo vymýšlení nových přístupů k řešení problémů) evidentní v 53 % japonských hodin, ve 20 % německých hodin a v 0 % amerických hodin. Výsledky naznačují, že úroveň a povaha matematiky, s níž se žáci setkávají v jednotlivých zemích, je odlišná.
- Jaká je organizace výuky? Většina učitelů se zaměřovala buď na matematické dovednosti (řešení různých typů problémů nebo využívání vztahů), nebo na matematické myšlení (objevování, vytváření a porozumění matematickým vztahům, nebo vymýšlení nových přístupů k řešení problémů). Mezi zeměmi byly shledány značné odlišnosti. Japonští učitelé zdůrazňují myšlení; němečtí a američtí učitelé zdůrazňují dovednosti. Většina učitelů ve všech zemích vytvářela explicitní návaznosti od jedné hodiny ke druhé, ale pouze japonští učitelé rutinně propojovali také části v rámci jedné hodiny. 96 % japonských hodin obsahovalo výroky propojující jednu část hodiny s další, zatímco v Německu a v USA to bylo 40 % hodin, které obsahovaly takové výroky. V 92 % japonských hodin, v 76 % německých hodin a v 45 % amerických hodin byly propojeny všechny části hodiny přinejmenším jedním vhodným matematickým vztahem (např. jedna fáze výuky byla závislá na jiné nebo přesahovala do jiné).
- Jak se pracuje s matematickými pojmy a procedurami? Matematické pojmy a procedury může učitel buď prostě sdělit, nebo je lze vyvozovat na základě příkladů, demonstrací v rozhovoru se žáky. Ukázalo se, že v německých a v japonských hodinách se pojmy a postupy zpravidla vyvozují, zatímco v amerických hodinách se většinou sdělují.
- Co v hodinách dělají žáci? V téměř všech hodinách ve všech zemích byli žáci vyzýváni, aby řešili matematické problémy. Hodiny se nicméně lišily v tom, do jaké míry byla žákům umožněna tvořivá matematická práce při řešení problémů. V některých hodinách byly prezentovány problémy, které dovolovaly jen jednu metodu řešení, a to často tu, kterou demonstroval učitel. V 63 % japonských, 30 % německých a 14 % amerických hodin bylo řešení úloh řízeno žáky (solver-controlled). Japonští studenti stráví méně času praktikováním rutinních postupů a více času vymýšlením, analyzováním a dokazováním než jejich vrstevníci v ostatních zemích. Němečtí a američtí žáci strávili téměř všechn čas praktikováním rutinních postupů.
- Jaká je role učitele? Z výše uvedeného může u čtenáře vzniknout dojem, že učitel hraje mnohem aktivnější roli v Německu a v USA než v Japonsku. Např. zatímco němečtí a američtí žáci obvykle praktikují postupy vyvozené učitelem, japonští žáci jsou vyzýváni, aby sami tyto postupy vyvozovali. Přesto by nebylo správné domnívat se, že japonští učitelé jsou méně aktivní nebo direktivní než učitelé němečtí a američtí. Japonští učitelé dávají žákům čas, aby se zabývali náročnějšími problémy, často to však sledují a doplňují přímým vysvětlením a sumarizací toho, co se žáci naučili. Proto japonští učitelé dosáhli vyššího skóre v objemu direktivního přednášení než učitelé němečtí a američtí. Ačkoliv čas věnovaný přednášení byl ve všech třech zemích minimální, 71 % japonských hodin obsahovalo alespoň krátkou

přednášku učitele ve srovnání s pouhými 15 % v německých a amerických hodinách. Japonští učitelé tedy citlivě řídí vývoj hodiny a vytvářejí podmínky, které umožňují žákům samostatně vymýšlet postupy řešení. Např. na začátek hodiny často zařazují problémy, které lze řešit na základě modifikování metod, které byly probrány v předcházejících hodinách.

V návaznosti na to autoři popisují typické vzorce, resp. skripty⁴, podle nichž se výuka matematiky v zúčastněných zemích odehrává (tab. 1; Hiebert a kol. 1999, s. 133-138).

Německý vzorec/skript	Japonský vzorec/skript	Americký vzorec/skript
1) Rekapitulace předchozího učiva – buď kontrolou domácího úkolu, nebo připomenutím toho, co se k tématu již probíralo. 2) Prezentace učiva, (problémů), které se má v hodině probírat. 3) Vyvozování postupů, které se budou uplatňovat při řešení problémů (učitel žáky provází přes jednotlivé detaily). 4) Uplatňování probraných postupů na řešení obdobných problémů se odehrává buď společně (celá třída), nebo žáci pracují samostatně.	1) Rekapitulace předchozí hodiny, obvykle stručné shrnutí provedené učitelem. 2) Prezentování problému hodiny, problém často navazuje na práci z předchozí hodiny. 3) Žáci se pokoušejí řešit problém samostatně nebo v malých skupinách. 4) Žáci se vzájemně informují o postupech (metodách) řešení, které vyzkoušeli, a sdílejí je. Učitel a ostatní žáci k tomu připojují své komentáře a podněty. 5) Shrnutí hlavních bodů hodiny, často formou krátké přednášky učitele. Aktivita 2-4 se často opakuje pro další problém dříve, než hodina skončí shrnutím.	1) Rekapitulace předchozího učiva, buď prostřednictvím aktivit typu „matematické rozcvičky“ („warm-up“) nebo kontrolou domácího úkolu. 2) Demonstrace postupu, jak řešit problémy dané hodiny. Učitel relativně rychle předvádí žákům žádoucí postup řešení. 3) Žáci samostatně uplatňují postup na řešení souboru obdobných problémů. 4) Oprava řešení zadaných problémů a zadání dalších podobných problémů za domácí úlohu. Ve zbývajícím čase hodiny žáci obvykle začnou řešit domácí úlohu.

Autoři vysvětlují, že třem všem vzorcům/skriptům jsou společné některé rysy: rekapitulace předchozího učiva, učitel prezentuje problémy a žáci je v lavicích řeší. Nicméně při důkladnějším pohledu je patrné, že tyto aktivity hrají různou roli uvnitř různých kulturně podmíněných vzorců/skriptů. Prezentování problému v Německu vytváří základ pro relativně detailní vyvozování žádoucího postupu řešení, aktivita celé třídy je vedena učitelem. Prezentování problému v Japonsku vytváří základ pro práci žáků, která spočívá v tom, že vytvářejí, sdílejí a analyzují postupy řešení. Prezentování problému v USA vytváří základ pro to, aby učitel mohl relativně rychle demonstrovat žádoucí postup řešení, který poté žáci procvičují (srov. Hiebert a kol. 1999, s. 135-136). Autoři konstatují, že odlišnosti výuky matematiky jdoucí napříč kurikuly různých zemí musí být interpretovány uvnitř kulturního systému vyučování, jehož jsou součástí. Žádné charakteristiky vyučování nemohou být hodnoceny jako pozitivní či negativní, aniž by bylo přihlášeno ke kontextu, v němž se objevují.

⁴ Autoři hovoří o skriptech, ačkoliv by se na tomto místě mělo hovořit v duchu jejich vlastního vymezení (viz kap. 2) mělo hovořit o vzorcích. Analyzovány totiž byly učitelské a žákovské činnosti zachycené na videozáznamu. Je možné, že autoři zde usuzují na skripty stojící základu rekonstruovaných vzorců.

Videostudie výuky matematiky TIMSS 1999

V návaznosti na videostudii matematiky TIMSS 1995 byla realizována videostudie matematiky a přírodních věd TIMSS 1999, v níž byl záběr rozšířen na sedm zemí v případě matematiky (Austrálie, Česká republika, Hongkong, Nizozemí, Švýcarsko, USA, Japonsko) a na pět zemí v případě přírodních věd (Austrálie, Česká republika, Japonsko, Nizozemí a USA). Zaznamenané hodiny byly analyzovány mezinárodním týmem expertů. Samostatně byly publikovány výsledky za matematiku (Hiebert a kol. 2003) a za přírodní vědy (Roth a kol. 2006).

Videostudie matematiky TIMSS 1999 (Hiebert a kol. 2003) dokumentuje, jak učitelé na základě odlišných sociokulturních podmínek a tradic v sedmi zemích vyučují matematice⁵. Celkově se pořídilo 638 náhodně vybraných hodin výuky matematiky v osmých třídách (50-100 hodin v každé zemi). Pořizování videozáznamů probíhalo v průběhu let 1998-2000. V každé třídě byl pořízen videozáznam jedné hodiny matematiky, a to pomocí dvou kamer, z nichž jedna snímala učitele a druhá třídu. Pro zpracování videodat byl použit počítačový program vPrismTM, který umožňuje provádět transkripci a kódování videozáznamů výuky. Pro účely mezinárodního srovnávání bylo zapotřebí najít „společnou řeč“ pro kódování videozáznamů a docílit přijatelné inter-rater-reliability. Hlavní výsledky videostudie lze shrnout takto:

- Struktura vyučovacích hodin – vztahuje se k délce trvání hodin, k času strávenému matematickou prací, k roli matematických problémů, k cílům různých fází výuky, k veřejné a soukromé interakci ve třídě, k roli domácího úkolu a k charakteristikám ovlivňujícím srozumitelnost a plynulost hodiny.⁶ Mezi nejdůležitější výzkumné nálezy autoři počítají skutečnost, že ve všech zemích se matematika vyučuje cestou řešení problémů, a dále analyzují různé typy matematických problémů a jejich proporční zastoupení ve výuce v jednotlivých zemích. Odlišnosti mezi zeměmi spočívají v tom, jak jsou koncipovány učební úlohy – ty se liší co do komplexity, koherence, oborové didaktické kvality a vztahu k běžnému životu. Ukazuje se, že ve všech zemích, kromě Japonska, je časté zařazování opakovaných krátkých rutinních úloh. V Japonsku se pracuje déle na menším počtu, avšak náročnějších a komplexnějších úloh. Nizozemští žáci stráví v průměru více času samostatnou prací a řeší úlohy s bezprostřednějším vztahem k životu než v jiných zemích. V Japonsku se výuka matematiky (v osmých třídách) zaměřuje na prezentování nového učiva prostřednictvím řešení několika málo problémů, většinou v rámci celé třídy, přičemž každý problém vyžaduje značnou časovou dotaci. V nizozemských hodinách sehrává významnější roli „soukromá práce“ (private work), kdy žáci stráví více času prací na celém souboru problémů. Učitelé z různých zemí akcentují různé cíle vzhledem k jednotlivým fázím výuky. Zatímco čeští učitelé akcentují

⁵ Cílem výzkumu je předložit srovnávací deskripci každodenní výuky matematiky v zemích, které (kromě USA) dosáhly velmi dobrých výsledků v mezinárodním srovnání TIMSS 1995 – České republice, Nizozemí, Francii (ta však účast odmítla), Japonsku (za přírodní vědy) a Hongkongu (za matematiku). Švýcarsko a Austrálie, jejichž výsledky v TIMSS 1995 nebyly nejlepší, se k výzkumu připojily z vlastního zájmu. Japonsko nebylo do videostudie matematiky TIMSS 1999 zahrnuto, ale v řadě analýz byla využita data z předchozí videostudie TIMSS 1995, již se Japonsko účastnilo.

⁶ Soukromá interakce (private interaction) probíhá v situacích, kdy všichni žáci pracují na svých místech buď individuálně, ve dvojicích, nebo v malých skupinách, zatímco učitel prochází třídou a interaguje soukromě s jednotlivci. Veřejná interakce (public interaction) zahrnuje projevy učitele, žáka nebo skupiny žáků, které jsou určeny celé třídě (Hiebert a kol. 2003, s. 53-54). Srozumitelnost a plynulost hodiny (lesson clarity and flow) jsou definovány takovými situacemi, které se snaží zvýraznit důležité body hodiny žákům (výroky o cílech hodiny, výroky shrnující učivo) nebo naopak narušují plynulost hodiny (vyrušení zvenčí, nematematické segmenty hodiny, veřejná oznámení, která se netýkají probíhajících matematických úkolů) – srov. Hiebert a kol. (2003, s. 59).

opakování učiva, učitelé z Hongkongu a z Japonska kladou větší důraz na nové učivo (japonští učitelé přitom na jeho výklad, hongkongští učitelé na jeho procvičování). Další významný rozdíl se ukazuje mezi českými a nizozemskými učiteli v srozumitelnosti a plynulosti hodin. České hodiny skórovaly relativně vysoko v indikátorech srozumitelnosti a plynulosti hodiny (např. explicitní formulování cílů, shrnování učiva), a relativně nízkou v indikátorech přerušování plynulého průběhu hodiny (přerušování zvnějšku, nematematické fáze aj.). Nizozemské hodiny vykazovaly opačné tendence.

- Matematický obsah hodin – zahrnuje popis probíraných témat, úroveň matematické evidence v hodinách, údaje o tom, jak učitelé vztahují učivo nad rámec hodiny atp. Skutečnost, že se v Japonsku řešilo méně problémů větší komplexity, se promítá do povahy obsahu výuky. Japonské hodiny měly ve srovnání s hodinami v ostatních zemích vyšší procedurální komplexitu, častěji zahrnovaly důkazy, byly lépe kontextuálně vztahovány k dalším hodinám. V japonských hodinách bylo relativně vysoké procento problémů s přímým vztahem k matematice, a relativně nízké procento problémů na opakování. Tato skutečnost koresponduje s výše uvedeným zjištěním, že japonské hodiny se více zaměřovaly na prezentaci nového učiva. Převaha matematických problémů zaměřených na opakování a procvičování, která se ukázala např. v České republice, je v souladu se zjištěním, že čeští učitelé přikládají velký význam opakování učiva. Co se proporce matematických problémů týče, byly si hodiny matematiky v ostatních zemích velmi podobné.
- Jak se kde dělá matematika – zahrnuje, jak jsou prezentovány a zpracovávány matematické problémy, jaké příležitosti k verbálnímu vyjadřování (opportunities to talk) výuka žákům nabízí, jaké pomůcky či materiály (resources) se v hodinách využívají aj. Hodiny matematiky v Nizozemí jsou charakteristické tím, že více než hodiny v ostatních zemích zdůrazňují vztah mezi matematikou a situacemi z běžného života. 42 % problémů v nizozemské hodině matematiky má vztah k běžnému životu. V ostatních zemích je k běžnému životu vztaženo 9 % až 27 % objemu problémů za hodinu. Nejvíce aplikačních problémů, při nichž jsou žáci nuceni rozhodovat se mezi více způsoby řešení, bylo shledáno v japonských hodinách. Je zde však zapotřebí poukázat na skutečnost, že ve většině japonských hodin se probíralo geometrické, nikoliv algebraické učivo. Ve všech zemích byla shledána podobnost v tom, že učitelé ve výuce hovoří přibližně osmkrát více než všichni žáci dohromady (v ČR 9:1, v Hongkongu dokonce 16:1 ve prospěch učitelů). Co se využívání pomůcek a materiálů ve výuce týče, uveďme alespoň, že tabule byla nejvíce používána v České republice (ve 100 % hodin), nejméně v USA (v 71 % hodin). Rovněž učebnice/pracovní listy byly používány ve všech zemích ve více než 90 % hodin. Kalkulátory se nejméně používaly v České republice (ve 31 % hodin), nejvíce v Nizozemí (v 91 % hodin).

V závěrečné zprávě z výzkumu (Hiebert a kol. 2003) je za každou zemi představen portrét typické hodiny, který shrnuje podobnosti a odlišnosti ve výuce matematiky v jednotlivých zemích. V popisu za Českou republiku se opět zdůrazňuje, že čeští učitelé přikládají velký význam opakování. Zdá se, že autoři publikace jsou překvapeni zjištěním, že čeští učitelé na počátku hodiny veřejně zkouší žáky a hodnotí jejich výkon. Tato skutečnost – z domácího pohledu nikterak překvapivá, neboť důvěrně známá – je jedním z rysů, jimiž se české hodiny podstatněji odlišovaly od hodin v ostatních zemích. Jinak se o českých hodinách dále konstatuje, že v nich převažuje „veřejná interakce“

s celou třídou (61 % celkového času z hodiny), relativně málo pracují žáci samostatně či ve skupinách (21 % celkového času hodiny).

Závěrem autoři konstatují, že neexistuje „královská cesta“ k výuce matematiky. S vysokým skóre vzdělávacího výkonu dosahovaného žáky v testech mohou být spojeny různé metody výuky. Otevírají se tak perspektivy pro další výzkum, který by se měl zaměřovat na to, jaké výsledky učení přináší určité výukové metody a přístupy. V souvislosti s tím se otevírají perspektivy nové kultury vyučování a učení.

5. Nová kultura vyučování a učení: teoretický a praktický program pro didaktiky

Potřeba rozvíjení nové kultury vyučování a učení budiž výzvou pro pedagogické, psychologické, didaktické a další obory. Pojmosloví, které se spolu s novou kulturou vyučování a učení propracovává na vědeckou scénu a směřuje i do praxe, má transdidaktickou povahu. Jeho rozpracování proto vyžaduje vytvářet předpoklady k součinnosti didaktik napříč obory při rozhodování o koncepcích v rámci vzdělávacího systému, tak při vzdělávání učitelů.

Je dost dobře možné, že při propracovávání nové kultury vyučování a učení se ukáže, že nemusí být nutně zcela nová. Existující didaktická tradice – vycházející např. z odkazu reformně pedagogického hnutí 20. – 30. let 20. stol., či z odkazu Jeana Piageta rozpracovaného Hansem Aebliem – umožňuje didaktikám rozklenout svůj vědecký program nad danou problematikou tak, aby zůstaly věrné tomu, co praxe potřebuje a čeho si žádá. S ohledem na stabilitu kulturních aktivit, mezi něž vyučování a učení řadíme, nicméně nelze očekávat rychlé pokroky. Cesty zdokonalování kultury vyučování a učení (např. matematice) jsou patrně těmi nejnáročnějšími, po nichž se lze vydat. Zdá se však, že jako jedny z mála vedou k cíli, jímž je lepší „dělání matematiky“ ve školních třídách a koneckonců i „lepší matematika“ jako taková.

Literatura

1. GEERTZ, C. „From the Native's Point of View“: On the Nature of Anthropological Understanding. In SCHWEDER, R. A., LEVINE, R. (Eds.). *Culture Theory: Essays on Mind, Self, and Emotion*. Cambridge: Cambridge University Press, 1984, s. 123-136.
2. HELUS, Z. Čím je, může být a mělo by být vzdělávání. In JANÍK, T., ŠVEC, V. a kol. *K perspektivám školního vzdělávání*. Brno: Paido, 2009, s. 29-34.
3. HIEBERT, J., GALLIMORE, R., GARNIER, K., BOGARD GIVVIN, K. a kol. *Teaching Mathematics in Seven Countries. Results from the TIMSS 1999 Video Study*. Washington, DC: U.S. Department of Education, 2003.
4. HIEBERT, J., STIGLER, J. W., MANASTER, A. B. Mathematical Features of Lessons in the TIMSS Video Study. *Zentralblatt für die Didaktik der Mathematik*, 1999, roč. 31, č. 6, s. 196-201.
5. HOŠPESOVÁ, A., STEHLÍKOVÁ, N., TICHÁ, M. a kol. *Cesty zdokonalování kultury vyučování matematice*. České Budějovice: JČU v Českých Budějovicích, 2007.
6. JANÍK, T., KNECHT, P., NAJVAR, P., PAVLAS, T., SLAVÍK, J., SOLNIČKA, D. *Kurikulární reforma na gymnáziích v rozhovorech s koordinátory pilotních a partnerských škol*. Praha: Výzkumný ústav pedagogický v Praze, 2010.
7. LEE, S. Y. Mathematics Learning and Teaching in the School Context: Reflections from Cross-Cultural Comparisons. In PARIS, S. G., WELLMAN, H. M. (Eds.).

- Global Prospects for Education: Development, Culture, and Schooling.* Washington, D.C.: American Psychological Association, 1998, s. 45-77.
8. NAJVAR, P., NAJVAROVÁ, V., JANÍK, T., ŠEBESTOVÁ, S. *Videostudie v pedagogickém výzkumu.* Brno: Paido, 2011.
 9. National Commission on Excellence in Education. *Nation at a Risk: The imperative for educational reform.* Washington, D.C.: U.S. Government Printing Office, 1983.
 10. PRŮCHA, J. *Interkulturní psychologie.* Praha: Portál, 2004.
 11. REUSSER, K. Unterricht zwischen Wissensvermittlung und Lernen lernen. In FINKBEINER, C., SCHNAITMANN, G. W. (Hrsg.). *Lehren und Lernen im Kontext empirischer Forschung und Fachdidaktik.* Donauwörth: Auer Verlag, 2001.
 12. ROTH, K. J., DRUKER, S. L., GARNIER, H., LEMMENS, M., CHEN, C., KAWANAKA, T., RASMUSSEN, D., TRUBACOVA, S., WARVI, D., OKAMOTO, Y., GONZALES, P., STIGLER, J., GALLIMORE, R. *Teaching Science in Five Countries: Results From the TIMSS 1999 Video Study.* Washington, DC: U.S. Department of Education, 2006.
 13. SCHANK, R., ABELSON, R. P. *Scripst, plans, goals und understanding: An inquiry into human knowledge structures.* Hillsdale: N. J., 1977.
 14. STEVENSON, H. W., CHEN, C., LEE, S. Y. Mathematics achievement of Chinese, Japanese and American children: Ten years later, *Science*, 1993, roč. 259, s. 53-58.
 15. STIGLER, J. W., GALLIMORE, R., HIEBERT, J. Using Video Surveys to Compare Classrooms and Teaching Across Cultures: Example and Lessons from the TIMSS Video Studies. *Educational Psychologist*, 2000, roč. 35, č. 2, s. 87-100.
 16. STIGLER, J. W., GONZALES, P., KAWANAKA, T., KNOLL, S., SERRANO, A. *The TIMSS Videotape Classroom Study: Methods and Findings from an Exploratory Research Project on Eighth-Grade Mathematics Instruction in Germany, Japan, and the United States.* Washington, DC: U.S. Department of Education, 1999.
 17. STEHLÍKOVÁ, N. Charakteristika kultury vyučování matematice z pohledu činnosti učitele. HOŠPESOVÁ, A., STEHLÍKOVÁ, N., TICHÁ, M. a kol. *Cesty zdokonalování kultury vyučování matematice.* České Budějovice: JČU v Českých Budějovicích, 2007, s. 13-48.
 18. WEINERT, F. E. Lernkultur im Wandel. In BECK, E., GULDIMANN, T., ZUTAVERN, M. (Hrsg.) *Lernkultur im Wandel. Tagungsband der Schweizerischen Gesellschaft für Lehrerinnen- und Lehrerbildung und der Schweizerischen Gesellschaft für Bildungsforschung.* St. Gallen: UVK, 1997, s. 11-29.
 19. WIATER, W. Die neue Lernkultur im Widerstreit der Meinungen. In LANTHALER, E. M., MERANER, R. (Hrsg.). *Neue Lernkultur im Kindergarten und Schule.* Bozen : Pädagogisches Institut, 2005, s. 46-62.

Kontaktní adresa

Doc. PhDr. Tomáš Janík, Ph.D., M.Ed.
Institut výzkumu školního vzdělávání PdF MU
Poříčí 31, Brno
Telefon: +420549491677
E-mail: tjanik@ped.muni.cz

MATHEMATICS SUPERVISOR'S PERSPECTIVES ON FREEDOM IN MATHEMATICS CLASSROOM IN PRIMARY SCHOOL

Mohamed NOUH

Abstract

The classroom, in the primary school especially, is a critical and organizing environment for mathematics education. In the traditional classroom which is based on the fact that “The freedom is for the teacher only, not for students, all or some”; math education does not go far beyond the facts. Because active learning lies with “adventurous thinking”, the freedom becomes a powerful approach to facilitate the process of development of mathematical concepts in free contexts. This paper discusses the idea of freedom in mathematics classroom on two levels theoretically and as perspectives of math supervisors on freedom in math classroom in primary schools in Alexandria city Egypt.

Key words: freedom, primary school, mathematics.

1. Introduction

The freedom is a human principle and value. The Scientific developments are based on the principle of freedom. Today, The general attitude of people toward “education” is a feeling of freedom and the freedom for all not for some. I think that freedom, in thought, was vital to the growth of mathematical thought. The free mathematical thought which produced big mathematical developments was one of features of the academic freedom. Educationally, because freedom creates new situations or new transformations within schools or classes, we can see new changes in educational systems, in both mission and vision. According to many educational systems, we can see two kinds of the position of freedom, they are:

- the educational systems that are based on controlling discipline; the pedagogical process is characterized as a formal power,
- the educational systems that based on freedom ; education as characterized as free activities for change and development . Then, the question : which is most vital for children’s development – freedom or discipline or both?

I think that the answer of this question reflects cultural differences and beliefs and priorities for educating the children and according to the educational systems in societies.

2. Classroom Concept

Classroom is a “pedagogical place“, This place (as a pedagogical environment) embeds the relationship between the teacher (authority / educational system) and children. This relationship is represented as “ interactive units “ in the classroom.

The interactive unit reflects or is affected by many factors or views as:

- the view of teacher about “learning“ as: Behaviorism or Cognitive view or others,
- the view of teacher and student about Mathematics as: Procedures, Abstract structures, and language for reasoning or free actives,
- the view of teacher about classroom events or situations as: standardization, or open-minded / free or guiding,
- the view of teacher about mathematical concepts as: abstract units or objects refer to “mathematical content“ or conceptual constructs refer to sense and brain, and or they are reflected from the “child world“,
- the function of the language in classroom as: it is a tool for understanding and communication or it is for controlling.

3. Freedom Concept

The freedom is freedom . Educationally , Appropriate freedom is based on:

- personal choice,
- self – activities,
- self – reflection,
- other/ actions – criticism,
- self – responsibility.

It means that the freedom is a matter of the child .Basically, Questions –discussions and self- activities are powerful atmosphere for the freedom in the classroom.

In primary school, in math classroom especially, we see the four functions of the freedom, they are:

- to make Mathematical experimentation and Explorations which require the idea of guessing and intuition,
- to develop mathematical communication which require the freedom in the use of modes of language,
- to develop mathematical reasoning about the concepts as: numbers, ratio and proportion, geometric concepts, which is based on the idea of freedom to ask questions and the direct sense,
- to develop of the ability of problem solving by self methods and to “develop “ self mathematical modeling” which reflect how children think intuitively.

Fremont (1979, p. 18) described four freedoms of the mathematics classroom as:

- the freedom to make mistakes,
- the freedom to ask questions,
- the freedom to think for one’s self,
- the freedom to choose methods of solution.

4. The Perspectives of Math Supervisors of the Freedom in Math Classroom:

The_Researcher has conducted a preliminary study about the concept of freedom and its nature in the mathematics classroom. The objective of this study is to explore the perspectives of supervisors of mathematics in the primary school concerning the concept of freedom and its nature during the teaching of mathematics in classroom, in Alexandria City, Egypt.

The researcher applied a preliminary inventory with a random sample of the supervisors of mathematics. The sample was comprised of fifty supervisors. The inventory involved fifteen items. The supervisors (n= 50) replied according: (yes – no).

4.1. The perspectives of supervisors of the freedom in classroom as “a contextual standard“:

Item	Statement	% Yes	% No
(1)	I give student complete freedom in the classroom.	50	50
(2)	I prefer that students follow all instructions in classroom.	83.3	16.6
(3)	Discipline, for me, is more important than freedom.	76.6	23.3
(9)	I believe that freedom in math classroom should be equal to discipline.	80	20

The results , on the items (1, 2, 3, 9), in table, indicate the following:

- there are greater emphasis on discipline,
- the greater emphasis on the discipline or the role of teacher may be based or reinforced by the “ supervisor’s role “ in classroom or in school,
- 50% of supervisors replied by complete freedom, it indicates they reinforce the free environment for the children.

4.2. The perspectives of the supervisors of the freedom when students make mathematical guess and mistakes:

Item	Statement	% Yes	% No
(5)	I’m not bothered when students make mistake during answering mathematical questions and problems.	93	7

(13)	I allow the students to propose his guessing about the answers of the mathematical problems.	80	20
------	--	----	----

The responses on the items 5 and 13, in table, indicate the following:

- most of the supervisors believe that student's must feel free to use their intuitive ideas during dealing with answering mathematical questions,
- most of the supervisors have positive attitudes about students mistakes on the process of problem – solving.

5. The conclusion

The basic significance is that the child must be free to think about his world. Every child should see the freedom and feel it and it is his matter. In this atmosphere, the child will develop by natural ways and that mathematics will eventually become as lif style.

References:

1. FREMONT, H.(1979). Teaching Secondary Mathematics Through Applications. Second Edition. Boston, Massachusetts, Prindle, Weber and Schmidt.

Contact Address

*Prof.Dr. Mohamed Mosaad Nouh (Ph.D.)
Prof. of Curricula and Math Education
Curricula and Methodology Department
Faculty of Education, Alexandria University
Alexandria, Egypt.
E-mail: Prof_mouhamedn@yahoo.com*

ROZVÍJENÍ PROFESNÍCH KOMPETENCÍ UČITELŮ

Marie TICHÁ

Abstrakt

Dynamická proměna vzdělávání klade velké nároky na profesionalitu učitelů, na jejich oborově didaktické kompetence (znalost oboru i didaktických přístupů k němu, znalost kurikula a uplatnění těchto znalostí v praxi), na matematickou kulturu a matematickou gramotnost. Na příkladu pojmového komplexu *pravidelnost – závislost – úměrnost* je v příspěvku naznačeno, jak jsme společně s M. Komanem přistupovali k rozvíjení počátečních představ pojmu funkce.

Klíčová slova: profesní kompetence, oborově didaktické kompetence, didaktická znalost obsahu, matematická gramotnost

DEVELOPMENT OF TEACHERS' PROFESSIONAL COMPETENCE

Abstract

The dynamic transformation of education puts great demands on teachers' professional knowledge, their subject-didactic competence (knowledge of the topic and didactic approaches to it, knowledge of curriculum and applying this knowledge in practice), mathematical literacy and mathematical culture. An example of the conceptual field of *regularity - dependence - proportion* is used to illustrate M. Koman's and my approach to the development of the initial ideas of the concept of function.

Key words: professional competence, subject didactical competence, pedagogical content knowledge, mathematical literacy

1. Úvodem

Často se setkáváme s konstatováním, že dochází k dynamické proměně vzdělávání. I. Stuchlíková a T. Janík přitom upozorňují, že "nárůst komplexnosti vzdělávání a zároveň pocíťovaná klesající úroveň připravenosti absolventů škol pro tradiční formy vzdělávání na školách vyšších stupňů je už nyní natolik zřejmá, že mýtus "kdo ovládá svoji disciplínu, ovládá i její vyučování", je neudržitelný." To přináší velké nároky na hledání cest, jak prohlubovat profesní kompetence učitelů. Studuje se *poznatková báze učitelství* a cesty jejího rozvíjení. Proto také roste důraz na potřebu rozvíjení oborových didaktik (Stuchlíková, Janík, 2011; Janík, Stuchlíková, 2010; Stehlíková, Tichá, 2011).

2. Profesní kompetence a oborově didaktické kompetence

Pod označením *profesní kompetence* máme na mysli komplex dispozic, kvalifikací a zdatností potřebných pro úspěšné vykonávání práce. Jako jádro profesních kompetencí učitelů jsou chápány a ukazovány oborově didaktické kompetence, kterými se učitelé odlišují od jiných profesionálů a jsou tak jinými profesionály nezastupitelní.

Oborově didaktické kompetence zahrnují podle našeho názoru zvláště znalost oboru i didaktických přístupů k němu, znalost kurikula a uplatnění těchto znalostí v praxi a také umění kvalifikovaně reagovat na projevy žáků ve vyučování a schopnost využít je jako přínos pro vyučování (Hošpesová et al., 2011). Během našich zkoumání jsme podobně jako mnozí další didaktikové a pedagogové dospěli k názoru, že znalost matematického obsahu výrazně ovlivňuje ostatní složky profesní kompetence učitelů (Hošpesová, Tichá, 2008).

3. Matematická kultura a matematická gramotnost

V publikaci *Matematická gramotnost a vyučování matematice* (Hošpesová et al., 2011) F. Kuřina navrhuje "termín *matematická kultura* chápat ve smyslu *dobrá matematika* podle Terence Tao (Tao, 2008), tedy dobré matematické řešení problémů, dobrá matematická technika, dobré matematické aplikace, pěstování matematického vhledu, tvořivosti a krásy matematiky... Pěstovat matematickou kulturu znamená učit vidět kořeny matematiky v realitě, (v přírodě a ve společnosti), poznávat svět matematických pojmů, rozumět mu a umět ho aplikovat" (podrobněji v Kuřina 2008).

Matematická gramotnost podle našeho názoru spočívá v porozumění matematice a dovednosti umět ji použít. *Matematickou gramotnost* chápeme jako schopnost rozumět a dovednost umět použít to učivo příslušného ročníku, které je základní (Hošpesová et al., 2011). Pěstování matematické gramotnosti je předpokladem a východiskem rozvíjení matematické kultury.

Podle našeho názoru je třeba zdůraznit, že zásadní roli při pěstování matematické gramotnosti a matematické kultury hrají učitelé, protože matematická kultura i gramotnost se rozvíjejí zvláště v procesu osvojování poznatků ve vyučování. Ve své práci se proto dlouhodobě z hlediska žáka i učitele věnujeme hledání cest, které vedou ke zkvalitňování oborově didaktických kompetencí učitelů a zaměřujeme se na zdokonalování jejich matematické kultury a matematické gramotnosti, snažíme se hledat a ověřovat cesty, jak se u učitelů i studentů učitelství pro 1. stupeň ZŠ vytváří, rozvíjí a prohlubuje didaktická znalost obsahu.

Jsme přesvědčeni, že učitelovy znalosti matematiky mají být strukturovány s ohledem na jejich využití ve vyučování při vedení žáků k porozumění. "Dvěma základními součástmi znalostí učitele je matematika a znalost pedagogiky. Když jsou tyto části odděleny a zůstávají na obecné úrovni, matematické vyučování nemůže být charakterizováno jako dobré vyučování". (Potari et al., 2007, p. 1962, překlad Tichá). Zjednodušeně řečeno, učitelovy znalosti matematiky mají být použitelné při plánování, realizaci a hodnocení výuky na určitém stupni školy.

4. Zaměření výzkumu

Studovali jsme edukační, diagnostickou a motivační roli uplatňování činností spojených s tvořením úloh a následnou realizací kvalifikované pedagogické reflexe. Tvoření úloh chápeme jako prostředek i jako cíl. (Hošpesová, Tichá, 2007; Tichá, Hošpesová, 2009).

V naší praxi jsme bohužel narazili na skutečnost, že někteří učitelé i studenti učitelství si neuvědomují (možná vzhledem ke zdánlivé jednoduchosti učebních obsahů na 1. stupni základního vzdělávání), že učivo 1. stupně představuje propedeutiku klíčových pojmů, že představy je třeba budovat velmi pozorně se znalostí matematické podstaty. Proto se snažíme hledat cesty rozvíjení, zkvalitňování, prohlubování znalosti obsahu a struktury matematického učiva 1. stupně ZŠ.

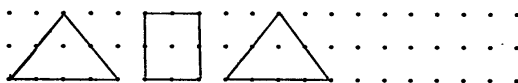
5. Pravidelnosti a závislosti

Jednou z klíčových činností ve vyučování matematice je zjišťování pravidelností a zákonitostí (pattern) a zobecňování. Stává se však, že učitelé zadávají žákům úlohy, které se jim sice líbí, ale nevidí jejich "matematické jádro" ani souvislosti mezi nimi. Jde o to, aby neviděli jen izolované úlohy, ale souvislosti a snažili se o postupné rozvíjení počátečních představ vedoucích k pojmu funkce.

Ve svém příspěvku bych ráda ukázala, jak jsme se společně s M. Komanem snažili učitelům i studentům učitelství ukázat náměty, jak lze žáky vést k porozumění závislostem a postupně rozvíjet představy; přitom a využijí některé z prací a výsledky, které jsme společně publikovali (Koman, Tichá, 1990, 2001; Tichá, Koman, 1995).

Vycházeli jsme z přesvědčení, že uplatňování funkčního přístupu je jedním z ústředních témat matematického vzdělávání. Uplatňování funkčního přístupu jsme charakterizovali jako aktivity zaměřené na to, aby si děti při provádění různých činností všimaly závislostí a uvědomovaly si závislosti mezi jevy v reálném světě, postupně se je učily zaznamenávat, matematicky vyjadřovat a tyto své poznatky uplatňovat v matematice i v praxi. (Tichá, Koman, 1995). Ukázali jsme náměty činností, které učí vidět pravidelnosti a vedou k dodržování a zobecňování jistých zákonitostí, například:

- Doplnění řady obrazců

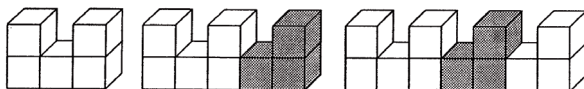


- Doplnění řady číslic při nácviku psaní

1 2 2 3 3 3

1 2 3 2 1 2 3 1

- Stavění staveb z krychlí



- Velmi stimulující jsou tzv. figurální čísla.

0
 0 0 0
 0 0 0 0 0 0

Zapište spotřebu a přírůstky:

Postavte a tady už jen počítejte

stavba	1	2	3	4	5	6	7	8	9
spotřeba	1	3	6						

- Podnětná je úloha, kdy úkolem žáků je porovnat rozdílnost "růstu" obvodů a obsahů čtverců, jejichž délky stran tvoří posloupnost čísel 1, 2, 3, 4, Žáci se tak intuitivně seznamují s "chováním" posloupnosti funkčních hodnot (Koman, Tichá, 1990). Řešení úloh tohoto druhu přináší podněty pro posuzování celé situace a pro diskusi.
- Pravidelnosti je možné využívat i při řešení běžných "školských" úloh a zvýšit tak jejich přitažlivost, upozornit na "šikovné" počítání např. doplňovat sčítance a součty

123	234	345				
210	210	210	210	210	210	
333	444					

6. Závislosti a uchopování situací: zkušenost z vyučování

Významnou součástí matematické gramotnosti je schopnost vidět matematiku kolem sebe a využívat ji k hledání odpovědi na otázky vynořující se z konkrétních situací. Použití matematiky pro řešení problémů z každodenní praxe souvisí s uchopováním situací. Situaci rozumíme *otevřenou* oblast *matematickou* i *nematematickou*, kterou chceme zkoumat a ze které vyrůstají otázky a úlohy. Pod označením uchopování situace rozumíme proces, ve kterém se prolíná především (a) objevování a označování klíčových objektů, jevů a vztahů, (b) rozhodování se pro určitý směr uchopování (téma, metoda, ...), (c) tvoření otázek a úloh (Tichá, 2010).

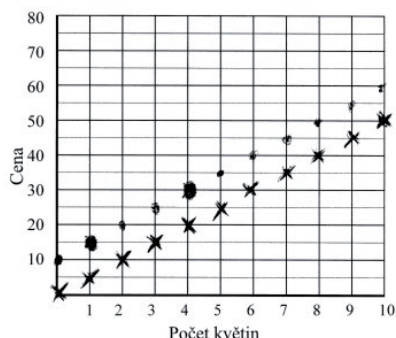
Jako zvláště přínosná z hlediska vytváření počátečních představ pojmu funkce se nám jeví situace *Trznice* (podrobně v Koman, Tichá, 1990, 2001). Umožňuje, aby se žáci seznámili s přímou úměrností, lineární závislostí, ale také s dalšími (nelineárními) závislostmi (nákupy se slevou a bonifikacemi, ceny za odvoz zboží atd.). Velmi podnětné se ukázalo následující nasměrování: *V zahrádce mám mnoho narcisů. Půjdu je prodávat. Budu prodávat každý narcis za 5 Kč. Můžete si u mě koupit také stuhu. Ta stojí 10 Kč. Začneme prodávat a nakupovat!*

Směřovali jsme k tomu, aby se žáci učili pracovat s tabulkami a grafy a využívat je při řešení úloh. A to úloh, které jsou jim zadány nebo které sami sestaví.

Žáci zapisovali ceny kytic do tabulky a znázorňovali údaje z tabulky do připravené sítě.

Počet květin	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cena bez stuhu	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
Cena se stuhou	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60

Sledovali jsme vyučování v 5. ročníku. Zjistili jsme, že žáci využívali *pravidelnosti* přírůstků a/nebo *paralelnosti* tabulek (rozdíl mezi druhým a třetím řádkem) a grafů (rovnoběžnost přímek, ve kterých leží body grafů).



Žáci sestavovali úlohy dvojího typu:

(a) Kolik zaplatím za danou kyticí? Kolik za několik kytic?

(b) Co si můžu koupit za danou částku?

Schopnost tvořit úlohy vyrůstající z dané situace považujeme za projev uchopení situace s porozuměním i dobrých počátečních představ v tomto případě o pojmovém komplexu pravidelnost – závislost – úměrnost.

7. Závěrem

Zkušenosti ukazují, že chceme-li změnit charakter vzdělávání, musíme se snažit působit především na učitele, rozvíjet a kultivovat jejich profesní kompetence, zvláště didaktickou znalost obsahu. K tomu je třeba znát současný stav v této oblasti a zjistit jeho kořeny a to předpokládá provést seriózní šetření. Jde o velmi široké pole problémů. Ve světě se studují např. takové otázky jako: Co je školská matematika?, Co znamená učit a učit se matematice?, Jak lze rozvíjet profesní kompetence učitelů? Jaké jsou možnosti rozvíjení didaktické znalosti obsahu? Čemu by se mělo vyučovat v matematice? Je možné nazírání učitelů na podstatu a smysl matematického vzdělávání měnit? Předpokládáme, že výzkum přinese podněty, jak rozvíjet a kultivovat postoje a přesvědčení učitelů i studentů učitelství.

Príspevek byl vypracován s podporou RVO: 67985840.

Literatura

1. HOŠPESOVÁ, A. et al. (2011) *Matematická gramotnost a vyučování matematice*. České Budějovice 2011. Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích. ISBN 978-80-7394-259-5
2. HOŠPESOVÁ, A., TICHÁ, M. (2008) K problematice oborově didaktických kompetencí učitelů matematiky a jejich zkoumání. In: T. Janík a kol. *Metodologické problémy výzkumu didaktických znalostí obsahu (kolektivní monografie)*. Brno : Paido, 77-88. ISBN 978-80-7315-165-2
3. HOŠPESOVÁ, A., TICHÁ, M. (2007) Kvalifikovaná pedagogická reflexe – cesta ke zlepšení kultury vyučování? In: A. Hošpesová, N. Stehlíková, M. Tichá (eds.) *Cesty zdokonalování kultury vyučování matematice*. České Budějovice : Jihočeská univerzita v Č. Budějovicích, 49-80. ISBN 978-80-7394-052-2
4. JANÍK, T., STUHLÍKOVÁ, I. (2010) Oborové didaktiky na vzestupu: přehled aktuálních vývojových tendencí. *Scientia in educatione 1 (1)*, 5-32.
5. KOMAN, M., TICHÁ, M. (2001) Von der spielerischen Untersung der Situation zum Rechnen. In: *Mathematik lernen und gesunder Menschenverstand*. Ch. Selter, G. Walther (eds.). Düsseldorf: Ernst Klett, pp. 100-111. ISBN 3-12-200160-8
6. KOMAN, M., TICHÁ, M. (1990) K rozvíjení funkčního přístupu k řešení úloh na základní škole. *Matematika a fyzika ve škole*, 20, 374-381
7. KUŘINA, F. (2008) Může být školská matematika matematikou dobrou? *Pokroky matematiky, fyziky, astronomie*, 53, 4, 322-335.
8. POTARI, D. (2007) Teachers' mathematical knowledge and pedagogical practices in the teaching of derivative. In Pitta-Pantazi, D., Philippou, G. (eds.). *Proceedings CERME 5*. Nicosia : University of Cyprus.
9. STEHLÍKOVÁ, N., TICHÁ, M. (2011) Didaktika matematiky a její proměny. *Pedagogická orientace*. 21 (2), 156-170. ISSN 1211-4669
10. STUHLÍKOVÁ, I., JANÍK, T. (2011) Editorial – Oborové didaktiky – bilance a perspektivy. *Pedagogická orientace*. 21 (2), 139-141. ISSN 1211-4669
11. TAO, T. (2008) Co je dobrá matematika? *Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*, 53 (1), 22-35.
12. TICHÁ, M. (2010) Podnětná výuková prostředí pro přirozenou diferenciaci In: M. Uhlířová (ed.) *Matematické vzdělávání v kontextu proměn primární školy*. Olomouc: UPOL, 298 - 302. ISBN 978-80-244-2511-5, ISSN 0862-9765.
13. TICHÁ, M., HOŠPESOVÁ, A. (2009) Rozvíjení didaktických znalostí obsahu matematického vzdělávání v přípravě učitelů 1. stupně. In: T. Janík et al. *Možnosti rozvíjení didaktických znalostí obsahu u budoucích učitelů*. Brno : Paido, 119-128. ISBN 978-80-7315-176-8
14. TICHÁ, M., KOMAN, M. (1995) *Jak s matematikou na obecné škole?* (Učební text z cyklu "Nové přístupy k vyučování na 1.stupni ZŠ" ze vzdělávacího programu INICIATIVA), PedF UK Praha.

Kontaktní adresa

Marie Tichá, CSc.

Matematický ústav AV ČR, v.v.i.

Žitná 25, 115 67 Praha 1

Telefon: +420 222 090 726

E-mail: ticha@math.cas.cz

PŘÍSPĚVKY

ANALÝZA VZDĚLÁVACÍCH POTŘEB STUDENTŮ

Eva BÁRTKOVÁ, Anna STOPENOVÁ

Abstrakt

V článku jsou prezentovány některé z výsledků dotazníkového šetření, jehož respondenty byli studenti Učitelství pro 1. stupeň ZŠ na Pedagogické fakultě UP v Olomouci. Dotazník byl jedním z nástrojů analýzy vzdělávacích potřeb studentů z hlediska jejich matematických a didaktických kompetencí. Dotazník obsahoval 20 tvrzení. Studenti měli vybrat na pětibodové škále, na základě svých osobních zkušeností, jaká úroveň uvedených dovedností (vědomostí) bude potřebná pro jejich budoucí praxi učitele matematiky primární školy.

Klíčová slova: inovace, vzdělávací analýza, dotazník

ANALYSIS OF THE STUDENTS' EDUCATIONAL NEEDS

Abstract

The paper presents some of the results of an analysis of educational needs, which was carried out among students in the Primary school teacher training study programme at Palacky University Olomouc. An questionnaire, one of the analysis tools, comprised 20 items (statements). The assessment was to be carried out by ticking one of the numbers on a 5-degree scale, on the basis of student's personal experiences. The students were asked to assess the usefulness of the given skills (knowledge) in their future occupation, i. e. that of a primary school teacher of mathematics.

Key words: innovation, analysis of educational needs, questionnaire

1. Úvod

Na Katedře matematiky řešíme od počátku roku 2011 projekt Inovace matematické komponenty pregraduální přípravy učitelů primárních škol na PdF UP v Olomouci. Cílem projektu je zvýšit kvalitu matematické komponenty profesní přípravy učitelů primárních a speciálních škol. Zvýšení kvality chceme dosáhnout obsahovou inovací všech (oborově matematických - "odborných" i didakticky zaměřených) předmětů.

Pro splnění stanoveného cíle bylo třeba v první řadě analyzovat vzdělávací potřeby studentů (studijních oborů Učitelství pro 1. stupeň ZŠ a Učitelství pro 1. stupeň ZŠ a speciální pedagogika) z hlediska jejich matematických a didaktických kompetencí. Jedním z prostředků pro získání potřebných dat se stal nestandardizovaný dotazník.

2. Analýza vzdělávacích potřeb studentů

Při sestavování dotazníku jsme využily dotazníku o potřebnosti pedagogické přípravy v učitelském studiu (autoři Kalhous, Z., Horák, F., 1996), který jsme modifikovaly pro účely našeho výzkumu.

2.1. Dotazníkové šetření

Dotazník byl zadán 54 studentům prvního ročníku a 44 studentům v druhém ročníku studijního oboru Učitelství pro 1. stupeň ZŠ a obsahoval 20 tvrzení. V něm měli studenti vybrat na pětibodové škále, jaká úroveň uvedené dovednosti (vědomosti) bude potřebná pro jejich budoucí praxi učitele matematiky primární školy (viz níže). Odpovědi studenti volili na základě svých vlastních osobních zkušeností a uvědomění si poznatků, myšlenek a prožitků z dosavadního setkávání s matematikou jako školním předmětem v roli žáka/studenta a s vyučováním matematice v didakticky orientované přípravě. Škála obsahovala následující položky: (1 - naprosto kvalitní, 2 - kvalitní, 3 - vcelku kvalitní, 4 - nekvalitní, 5 - naprosto nekvalitní, N - nedovedu posoudit). Jednalo se o tato tvrzení.

- Ovládat odborné základy matematiky. (t1)
- Umět správně používat matematickou terminologii a symboliku. (t2)
- Umět řešit matematické učební úlohy. (t3)
- Umět řídit učební činnost žáků při řešení matematických učebních úloh. (t4)
- Umět formulovat (vytvářet) matematické učební úlohy v závislosti na výukových cílech. (t5)
- Umět vytvořit kvalitní didaktický test pro matematiku. (t6)
- Umět správně formulovat výukové cíle. (t7)
- Umět žáka vhodně motivovat. (t8)
- Umět pracovat s materiálními didaktickými prostředky (učebními pomůckami, počítačem). (t9)
- Umět posoudit učebnici matematiky. (t10)
- Znat a umět použít adekvátní vyučovací metody. (t11)
- Umět adekvátně hodnotit učební výkon žáka. (t12)
- Umět diagnostikovat vnitřní a vnější podmínky efektivního učení žáka v matematice. (t13)
- Chápat a uspokojovat potřebu vlastního permanentního sebevzdělávání v matematice. (t14)
- Znat nejrozšířenější druhy poruch učení (dyskalkulie) a způsoby jejich řešení. (t15)
- Umět diagnostikovat žáka s nadáním pro matematiku a rozvíjet jeho nadání. (t16)
- Umět se pohotově rozhodovat ve standardních i neobvyklých pedagogických situacích. (t17)
- Umět projektovat (plánovat) vlastní pedagogickou činnost. (t18)
- Znat a umět používat alternativní didaktické postupy. (t19)
- Umět komunikovat se žáky. (t20)

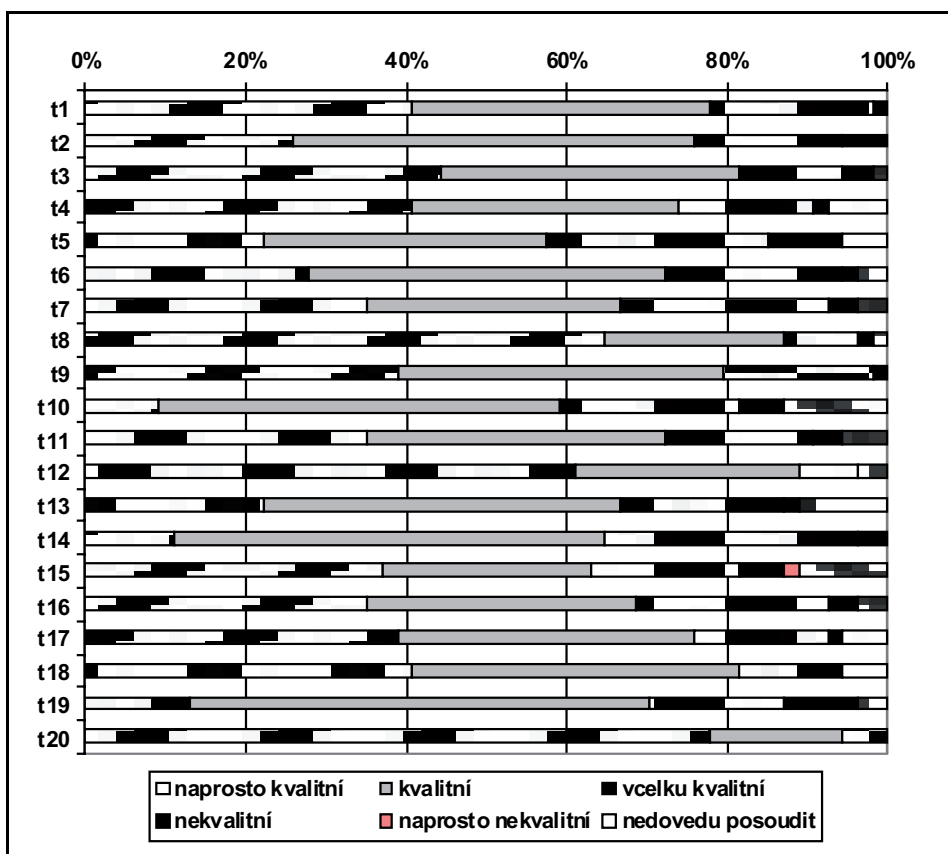
2.2. Vyhodnocení dotazníku

Pro všeobecný přehled o vybraném vzorku studentů uvádíme následující tabulku, která dokládá četnosti odpovědí vztahené k jednotlivým ročníkům. V řádku „platné“ uvádíme počet respondentů, kteří danou položku dotazníku zodpověděli. Řádek „chybí“ uvádí počet respondentů, kteří na danou otázku z nějakého důvodu neodpověděli nebo zatím nedokázali posoudit do jaké míry je uvedená schopnost pro jejich budoucí práci důležitá.

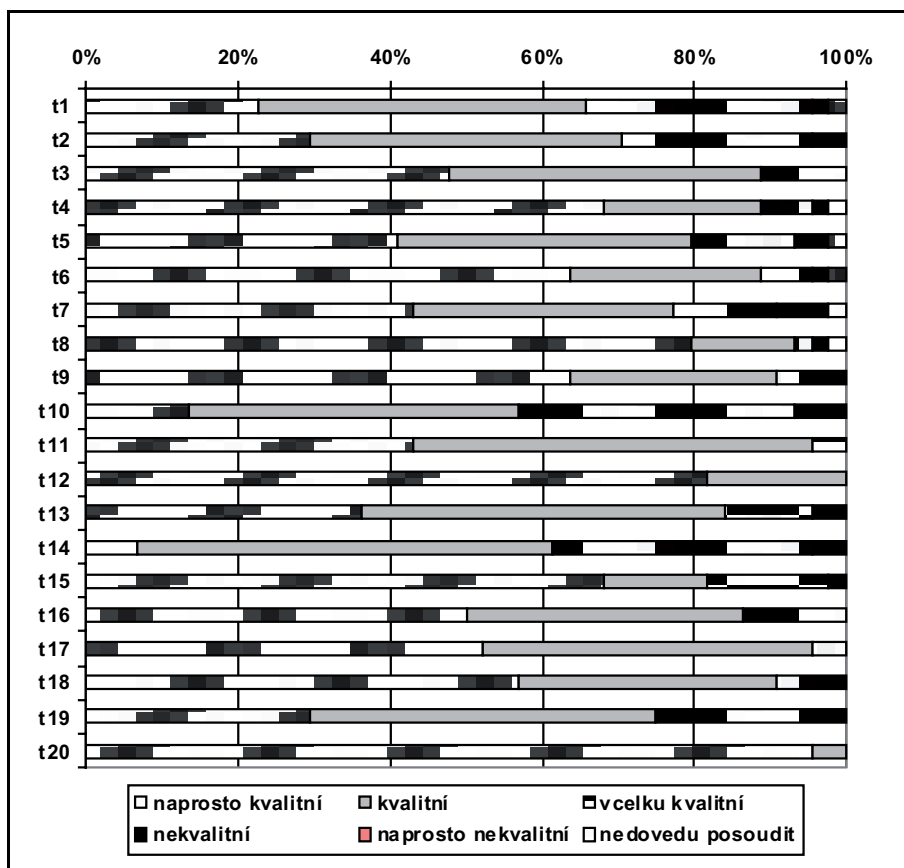
	t1	t2	t3	t4	t5	t6	t7	t8	t9	t10	t11	t12	t13	t14	t15	t16	t17	t18	t19	t20
1. roč.																				
platné	54	54	53	50	51	52	52	53	54	47	51	52	48	54	48	52	51	51	52	54
"chybí"	0	0	1	4	3	2	2	1	0	7	3	2	6	0	6	2	3	3	2	0
2. roč.																				
platné	43	44	44	43	43	43	43	43	44	44	44	44	44	44	44	44	44	44	44	44
"chybí"	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Je zřejmé, že u některých tvrzení neměli studenti problém posoudit nutnost daných schopností pro své budoucí povolání. Jedná se o tvrzení: t2, t9, t14, t20, případně také t1 a t3. Jde o tvrzení, která hovoří o základních schopnostech a dovednostech, které by měl každý učitel svého oboru mít. Oproti tomu studenti (1. ročníku), ve větší míře, nedokázali posoudit tvrzení: t10, t13 a t15. Důvod, proč někteří studenti volili u těchto tvrzení odpověď „N“, spatřujeme především v jejich malých zkušenostech s prací učitele, případně s nízkým povědomím o uvedené problematice. Z výsledků je patrné, že se zvyšujícím se věkem, který s sebou nese i více poznatků ze studia, jsou schopnosti utvářet si vlastní názor stále vyšší.

Podívejme se nyní podrobněji na porovnání výsledků dotazníku v rámci jednotlivých ročníků. Následující grafy znázorňují četnosti jednotlivých odpovědí.



Procentuální četnosti odpovědí studentů 1. ročníku



Procentuální četnosti odpovědí studentů 2. ročníku

U všech položek (kromě položky 1 a 14) je jednoznačně patrné, že studenti s nabýváním zkušeností vyžadují vyšší kvalitu od vyučujícího. Upřednostňují především nové schopnosti a vědomosti, které získávají v průběhu studia, s nimiž se předtím nesetkali. Velice zajímavým jevem je pokles počtu respondentů, kteří vyžadují naprosto kvalitní odborné znalosti vyučujícího. Také potřeba dalšího růstu v oblasti matematiky jim s přibývajícím délkou studia připadá méně důležitá.

Dále jsme zjišťovaly vztahy mezi odpověďmi studentů vzhledem k ročníku, ve kterém studují. Pro statistické zpracování dotazníku jsme proto použily neparametrický Mann-Whitneyův U test pro větší skupiny, kde hledáme závislosti mezi jevy při ordinálním měření. Standardně jsme volily hladinu významnosti 5%.

Výsledky ukázaly, že u tvrzení

- Umět řídit učební činnost žáků při řešení matematických učebních úloh,
- Umět formulovat (vytvářet) matematické učební úlohy v závislosti na výukových cílech,
- Umět vytvořit kvalitní didaktický test pro matematiku,

- Umět pracovat s materiálními didaktickými prostředky (učebními pomůckami, počítačem),
- Znat nejrozšířenější druhy poruch učení (dyskalkulie) a způsoby jejich řešení,

jsou statisticky významné rozdíly mezi odpověďmi respondentů v prvním a druhém ročníku. Naopak odpovědi u tvrzení

- Umět správně používat matematickou terminologii a symboliku,
- Umět řešit matematické učební úlohy,
- Chápat a uspokojovat potřebu vlastního permanentního sebevzdělávání v matematice,

nenajdeme rozdíly v tom, zda je respondent z prvního či druhého ročníku. Připomeňme jen, že výše uvedený statistický test nevypovídá nic o důležitosti daných schopností, pouze uvádí fakt, že v průběhu studia a se zvyšujícími se zkušenostmi se mění vnímání důležitosti jednotlivých schopností.

Opět se ukazuje, že studenti postupem doby přecházejí ve svých názorech spíše k levé straně škály, tedy vyžadují od dobrého pedagoga stále kvalitnější znalosti a dovednosti.

3. Závěr

Analýza vzdělávacích potřeb byla dále založena na didaktickém testu, který jsme opět zadaly studentům prvního a druhého ročníku studijního oboru Učitelství pro 1. stupeň ZŠ. Chtěly jsme, aby se studenti hned na počátku studia seznámili s některými úlohami, které řeší žáci pátých tříd. Studenti by si měli na základě svého výkonu uvědomit potřebu vlastního vzdělávání, vlastní schopnosti logického uvažování a rozvíjení důvěry ve vlastní schopnosti. Analýza dotazníkového šetření i výsledků testu nám umožnily identifikovat vzdělávací potřeby cílové skupiny.

Příspěvek byl zpracován s podporou projektu ESF CZ.1.07/2.2.00/15.0319 „Inovace matematické komponenty pregraduální přípravy učitelů primárních škol na PdF UP v Olomouci“.

Literatura

1. KALHOUS, Z., HORÁK, F. K aktuálním problémům začínajících učitelů. *Pedagogika*, 46, 1996, č. 3, s. 245 - 255.
2. BÁRTKOVÁ, E., STOPENOVÁ, A., NOVÁK, B. Innovation in the mathematics component of the future primary school teachers' pregraduate curriculum. *Matematyka. Prace naukowe*. XVI, 2011, č. 1, s. 185 – 190. ISSN 1896-0286.

Kontaktní adresa

Mgr. Eva Bártková, Ph.D.
Katedra matematiky
Žižkovo nám. 5
Telefon: +420 585 635 716
E-mail: eva.bartkova@upol.cz

PaedDr. Anna Stopenová, Ph.D.
Katedra matematiky
Žižkovo nám. 5
Telefon: +420 585 635 711
E-mail: anna.stopenova@upol.cz

ALGEBRAICKÉ OPERACE DEFINOVANÉ NA KONEČNÝCH MNOŽINÁCH

Jaroslav BERÁNEK

Abstrakt

Příspěvek je věnován problematice binárních algebraických operací a algebraických struktur na dvouprvkové a tříprvkové množině. Zvládnutí příslušné teorie na konečných množinách přispívá u studentů k hlubšímu pochopení obecné teorie. Nejprve je obsažen úplný přehled algebraických struktur s jednou operací na dvouprvkové množině, dále následuje problematika inverzních operací řešená na množině tříprvkové, včetně některých dalších specifických otázek.

Klíčová slova: Algebraická operace, inverzní operace, grupoid, pologrupa, grupa.

THE ALGEBRAIC OPERATIONS DEFINED ON THE FINITE SETS

Abstract

The article concerns the problem of binary algebraic operations on two- and three-element sets. Mastering of the corresponding theory on finite sets helps students to understand and acquire this theory in general. First the article contains a complete reviews of algebraic structures on a two-element set, then there is a problem of inverse operations which is solved on a three-element set, including some other specific questions.

Key words: Algebraic operation, inverse algebraic operation, groupoid, semigroups, groups.

Významnou součástí obsahu matematických disciplín ve studijním oboru učitelství pro 1. stupeň základní školy je teorie binárních algebraických operací a algebraických struktur s jednou a dvěma operacemi. Znalost uvedené teorie je nezbytná pro pochopení konstrukce a vlastností číselných oborů. Proto je žádoucí, aby byli se základy uvedené teorie seznámeni i studenti učitelství pro 1. stupeň základní školy. Teorie binárních operací a struktur je však poměrně abstraktní a její plné pochopení činí studentům mnohdy obtíže. Proto je velmi vhodné před zkoumáním algebraických operací a struktur obecně na libovolné neprázdné množině seznámit studenty s příklady těchto matematických objektů na množině konečné s nepříliš mnoha prvky. Jako překvapivou skutečnost ukážeme, že i na množině dvouprvkové, resp. tříprvkové, je možno dosáhnout zajímavých výsledků.

Definice algebraické operace, jejích vlastností a algebraických struktur vzhledem k rozsahu příspěvku považujeme za známé (viz např. [1], [2], [5]). Pro zkrácení zápisu budeme užívat následující zkratky: Operace $\circ$ na množině M je komutativní - K , asociativní - A , má neutrální prvek - EN , má ke každému prvku právě jeden prvek

inverzní - EI, má řešitelné základní rovnice (splňuje zákony o dělení) – ZR. Poznamenejme ještě dvě důležité souvislosti mezi vlastnostmi operací: $EI \Rightarrow EN$, $A \Rightarrow (EI \Leftrightarrow ZR)$. První z těchto vlastností se užívá v logické obměně, druhá je užívána při určování asociativnosti operace určené tabulkou. Znalost určení vlastností operace určené tabulkou rovněž předpokládáme.

Nyní se budeme věnovat operacím na konečných množinách. Užitím kombinatorického principu součinu lze dokázat, že počet všech operací na množině M o n prvcích je roven $n^{n \cdot n}$. Na jednoprvkové množině $M = \{a\}$ je situace triviální, zde existuje pouze jediná operace určená vztahem $a \circ a = a$. Zajímavé ale je, že jednoprvková množina M s takto definovanou operací tvoří komutativní grupu. Na množině dvoupvkové již existuje 16 operací, na množině o třech prvcích lze definovat $3^9 = 19683$ operací. Proto je jedině na dvoupvkové množině možné provést úplnou vyčerpávající analýzu všech operací i všech struktur. To v dalším provedeme.

Nyní definujeme tabulkou všech šestnáct operací na dvoupvkové množině $M = \{a, b\}$. Z důvodu zjednodušení zápisu budeme operace označovat čísly 1 až 16.

1	a	b
a	a	a
b	a	a

2	a	b
a	b	b
b	b	b

3	a	b
a	a	b
b	a	a

4	a	b
a	b	b
b	a	b

5	a	b
a	b	a
b	a	a

6	a	b
a	b	b
b	b	a

7	a	b
a	a	a
b	b	a
8	a	b
a	b	a
b	b	b
9	a	b
a	a	a
b	a	b
10	a	b
a	a	b
b	b	b
11	a	b
a	b	a
b	a	b
12	a	b
a	a	b
b	b	a
13	a	b
a	b	b
b	a	a
14	a	b
a	b	a
b	b	a
15	a	b
a	a	b
b	a	b
16	a	b
a	a	a
b	b	b

Nyní uvedeme přehled vlastností těchto operací. Použijeme výše uvedené zkratky (přeškrtnutí značky znamená, že daná operace tuto vlastnost nemá).

1: K $\wedge$ A $\wedge$ EN $\wedge$ EI $\wedge$ ZR	9: K $\wedge$ A $\wedge$ EN $\wedge$ EI $\wedge$ ZR
2: K $\wedge$ A $\wedge$ EN $\wedge$ EI $\wedge$ ZR	10: K $\wedge$ A $\wedge$ EN $\wedge$ EI $\wedge$ ZR
3: K $\wedge$ A $\wedge$ EN $\wedge$ EI $\wedge$ ZR	11: K $\wedge$ A $\wedge$ EN $\wedge$ EI $\wedge$ ZR
4: K $\wedge$ A $\wedge$ EN $\wedge$ EI $\wedge$ ZR	12: K $\wedge$ A $\wedge$ EN $\wedge$ EI $\wedge$ ZR
5: K $\wedge$ A $\wedge$ EN $\wedge$ EI $\wedge$ ZR	13: K $\wedge$ A $\wedge$ EN $\wedge$ EI $\wedge$ ZR
6: K $\wedge$ A $\wedge$ EN $\wedge$ EI $\wedge$ ZR	14: K $\wedge$ A $\wedge$ EN $\wedge$ EI $\wedge$ ZR
7: K $\wedge$ A $\wedge$ EN $\wedge$ EI $\wedge$ ZR	15: K $\wedge$ A $\wedge$ EN $\wedge$ EI $\wedge$ ZR
8: K $\wedge$ A $\wedge$ EN $\wedge$ EI $\wedge$ ZR	16: K $\wedge$ A $\wedge$ EN $\wedge$ EI $\wedge$ ZR

Ověření uvedených vlastností je snadné; jisté obtíže působí pouze dokázání či vyvrácení asociativnosti uvedených operací. Zde je v mnoha případech nutno postupovat podle definice ověřením všech možností. To je pro studenty užitečným cvičením, které vyžaduje mj. i trpělivost.

Povšimněme si nyní algebraických struktur s jednou operací, které na dvoupvkové množině existují. Množina M s operacemi 3, 4, 7, 8, 13 a 14 tvoří nekomutativní grupoid, kdežto s operacemi 5 a 6 komutativní grupoid. Spolu s operacemi 15 a 16 tvoří množina M nekomutativní pologrupu, zatímco s operacemi 1 a 2 pologrupu komutativní. Ve všech doposud uvedených strukturách neexistuje neutrální prvek. Zbýlé čtyři operace neutrální prvek mají. Proto množina M s operacemi 9 a 10 tvoří

monoid (komutativní pologrupu s neutrálním prvkem) a nakonec spolu s operacemi 11 a 12 komutativní grupu. Naše úvahy by však nebyly úplné, kdybychom se nezabývali otázkou izomorfismů uvedených algebraických struktur. Podrobnosti s ohledem na účel příspěvku uvádět nebudeme. Lze ukázat, že izomorfní jsou dvojice struktur určené operacemi 1 a 2, dále 3 a 4, 5 a 6, 7 a 8, 9 a 10, a nakonec 11 a 12. Mezi strukturami na množině M , určenými operacemi 13 až 16 už žádné izomorfní dvojice nejsou. Ztotožníme-li izomorfní struktury, lze říci, že na množině $M = \{a, b\}$ existuje celkem 10 různých algebraických struktur s jednou operací: 4 nekomutativní grupoidy, 1 komutativní grupoid, 2 nekomutativní pologrupy, 1 komutativní pologrupa (bez neutrálního prvku), 1 monoid a 1 komutativní grupa.

Nyní poukážeme na některé zajímavé aspekty teorie algebraických struktur s jednou operací. Z obecné teorie (viz např. [6]) plyne, že není náhodné, že žádná z 16 operací na množině M nesplňuje $A \wedge EN \wedge EI \wedge ZR$, stejně jako $A \wedge EN \wedge EI \wedge ZR$ (stačí si rozmyslet definici grupy); rovněž není náhoda, že neexistuje operace, pro kterou platí $A \wedge EN \wedge EI \wedge ZR$. Taková operace sice teoreticky může existovat (množina s touto operací se nazývá kvazigrupa nebo též lupa), ale až na množinách o alespoň pěti prvcích. Uvedeme příklad pětiprvkové lupy na množině $C = \{a, b, c, d, e\}$.

o	a	b	c	d	e
a	e	d	b	c	a
b	c	e	d	a	b
c	d	a	e	b	c
d	b	c	a	e	d
e	a	b	c	d	e

Dále všechny operace, pro něž platí současně $a o a = a$, $b o b = b$ (symbol o zastupuje kteroukoliv ze 16 existujících operací na dvouprvkové množině), jsou asociativní (prvek x množiny M s vlastností $x o x = x$ se nazývá *idempotentní*). Proto bychom mohli formulovat hypotézu, že každý grupoid, jehož všechny prvky jsou idempotentní, je asociativní. Tuto hypotézu (nelze ji samozřejmě ani obrátit) však vyvrátíme protipříkladem už na tříprvkové množině. Grupoid určený následující operační tabulkou má všechny prvky idempotentní, ale není asociativní, neboť platí $a * (b * c) \neq (a * b) * c$.

$*$	a	b	c
a	a	c	b
b	c	b	a
c	b	a	c

Zaměříme se nyní na řešitelnost základních rovnic. Ty jsou vždy řešitelné pouze pro operace 11 a 12. Řešitelnost základních rovnic přitom umožňuje definovat k původní operaci dvě operace inverzní. Připomeňme definici inverzní operace. Má-li operace o vlastnost ZR, pak ze vztahu $a o x = b$ plyne existuje právě jedné operace o^{-1} , která splňuje vztah $b o^{-1} a = x$; podobně ze vztahu $y o a = b$ vyplývá existence operace o_{-1} , pro kterou $b o_{-1} a = y$. Je-li operace o komutativní, pak obě inverzní operace jsou si rovny, pro nekomutativní operace jsou obecně různé. Snadno se lze přesvědčit, že pro každou z komutativních operací 11 a 12 existuje vždy jediná inverzní operace, která je totožná s operací původní. Proto operace, která by měla dvě různé inverzní operace, na dvouprvkové množině neexistuje. Tímto problémem se budeme nyní zabývat na množině tříprvkové.

Připomeňme, že operace zadaná tabulkou s řešitelnými oběma základními rovnicemi musí obsahovat v každém řádku a sloupci tabulky všechny prvky nosné množiny. Necht' nyní platí $A = \{a, b, c\}$. Určíme, pro kolik operací jsou řešitelné obě základní rovnice (tzv. operace s oboustranným dělením). Mezi operacemi, jejichž první řádek je shodný se záhlavím tabulky, existují pouze dvě operace s oboustranným dělením, určené tabulkami:

α	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

β	a	b	c
a	a	b	c
b	c	a	b
c	b	c	a

Jelikož v prvním řádku tabulky existuje vždy 6 permutací prvků a, b, c , docházíme k závěru, že operací s oboustranným dělením je celkem 12. Kdybychom provedli příslušné permutace prvků v prvních řádcích obou tabulek (a samozřejmě odpovídající permutace ostatních řádků), zjistíme, že z těchto 12 operací je 6 komutativních a 6 nekomutativních. Můžeme potom tvrdit, že na tříprvkové množině existuje právě 6 nekomutativních operací s vlastností ZR, které mají dvě různé inverzní operace. Uvažujeme-li algebraické struktury určené množinou $A = \{a, b, c\}$ a těmito 6 operacemi, lze je rozložit na dvě trojice struktur navzájem izomorfních. Až na izomorfismus existují tedy na tříprvkové množině dvě různé nekomutativní algebraické operace s vlastností ZR, ke kterým existují dvě různé inverzní operace. Tyto dvě struktury jsou určeny následujícími tabulkami:

$\bullet$	a	b	c
a	a	b	c
b	c	a	b
c	b	c	a

$\blacklozenge$	a	b	c
a	a	c	b
b	b	a	c
c	c	b	a

Nyní se budeme zabývat tabulkami příslušných inverzních operací. Vzhledem k rozsahu se omezíme na operaci $\bullet$. Inverzní operace k této operaci jsou definovány tabulkami:

$\bullet^{-1}$	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

$\bullet_{-1}$	a	b	c
a	a	c	b
b	b	a	c
c	c	b	a

Zajímavé je nyní zjištění, že první z inverzních operací, $\bullet^{-1}$, je operací α , která má též vlastnosti $K \wedge A \wedge EN \wedge EI \wedge ZR$; druhá z operací, $\bullet_{-1}$, je rovna operaci $\blacklozenge$, která není komutativní ani asociativní (operace s oboustranným dělením, která nemá oboustranný neutrální prvek, není asociativní). Tato situace, kdy existují dvě různé inverzní operace, z nichž jedna je komutativní a druhá nikoliv, není nijak neobvyklá. Např. k operaci odčítání v množině všech celých čísel existují dvě inverzní operace s touto vlastností. Zajímavé je, že analogická vlastnost platí i pro operaci $\blacklozenge$, tzn. pro obě operace $\bullet, \blacklozenge$ jedna z inverzních operací vždy splňuje vlastnosti $K \wedge A \wedge EN \wedge EI \wedge ZR$ a druhá není komutativní ani asociativní. Výsledkem těchto úvah je tvrzení, podle něhož na tříprvkové množině neexistuje operace s vlastností ZR, která má obě inverzní operace různé a obě nekomutativní (viz [7]).

V poslední části příspěvku se budeme věnovat dvěma vlastnostem, které se někdy chybně užívají jako synonyma – operace komutativní a abelovská. Připomeňme,

že operace o se nazývá abelovská, jestliže platí:

$$(\forall a, b, c, d \in M) (a o x) o (y o b) = (a o y) o (x o b).$$

Příkladem grupoidu, který je komutativní, ale není abelovský, je grupoid určený množinou $B = \{a, b, c, d\}$ a operací o určenou následující tabulkou: Platí

$$(a o c) o (d o b) = b o c = a, \text{ zatímco } (a o d) o (c o b) = a o a = c.$$

o	a	b	c	d
a	c	d	b	a
b	d	a	a	c
c	b	a	c	d
d	a	c	d	b

Příkladem abelovského grupoidu, který není komutativní, je množina všech celých čísel s operací odčítání. Pro každá čtyři celá čísla a, b, x, y platí rovnost

$$(a - x) - (y - b) = (a - y) - (x - b).$$

Má-li grupoid jednotkový prvek, pak je-li abelovský, je i komutativní (v definici abelovské operace stačí zvolit $a = b = e$). Je-li navíc takový grupoid s jednotkovým prvkem také asociativní, pak je abelovský, právě když je komutativní. Implikace „ $\Rightarrow$ “ se dokáže volbou $a = b = e$ v definici abelovské operace, implikaci „ $\Leftarrow$ “ dokážeme takto: $(a o x) o (y o b) = [(a o x) o y] o b = [a o (x o y)] o b = [a o (y o x)] o b = [(a o y) o x] o b = (a o y) o (x o b)$, tedy platí definice abelovské operace.

Lze konstatovat, že zařazením příkladů operací na konečných množinách do výuky, určováním jejich vlastností a promyšlením vzájemných souvislostí lze docílit následného lepšího pochopení operací a struktur na nekonečných množinách. Pro zájemce o další studium této problematiky existuje velké množství publikací; významnými tituly jsou např. [1], [3], [4], [5], [6].

Literatura

1. BORŮVKA, O. *Základy teorie grupoidů a grup*. 1. vyd. Praha: Nakladatelství Československé akademie věd, 1962. 216 s.
2. DRÁBEK, J., A KOL. *Základy elementární aritmetiky pro studium učitelství pro 1. stupeň ZŠ*. 1. vyd. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1985. 223 s.
3. KUROSŮ, A.G. *Teorijska grupp*. 3. dop. izd. Moskva: Nauka, 1967. 648 s.
4. KUROSŮ, A.G. *Kapitoly z obecné algebry*. 2. vyd. Praha: Academia, 1977. 310 s.
5. MACLANE, S., BIRKHOFF, G. *Algebra*. 2. vyd. Bratislava: Alfa, 1974. 662 s.
6. PONDĚLÍČEK, B. *Algebraické struktury s binárními operacemi*. 1. vyd. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1977. 255 s.
7. SIERPINSKI, W. *Sur les opérations dans l'ensemble à trois éléments*. Société Polonaise de Mathématique, Section de Varsovie, 1950.

Kontaktní adresa

Doc. RNDr. Jaroslav Beránek, CSc.

Katedra matematiky, Pedagogická fakulta, Masarykova univerzita

Poříčí 7, 603 00 Brno, Česká republika

Telefon: +420 549 491 673

E-mail: beranek@ped.muni.cz

KOMPETENCE K ŘEŠENÍ PROBLÉMŮ - ZKUŠENOSTI Z TESTOVÁNÍ

Růžena BLAŽKOVÁ, Milena VAŇUROVÁ

Abstrakt

Příspěvek uvádí dílčí výsledky výzkumného šetření, které je zaměřeno na zjišťování úrovně kompetencí k řešení problémů ve 3., 5., 7. a 9. ročníku základní školy. Ačkoli současné kurikulární dokumenty preferují rozvoj klíčových kompetencí žáků, zejména kompetenci k řešení problémů, je v této oblasti stále mnoho co zdokonalovat. Ukazuje se, že žáci jsou schopni řešit úlohy, ve kterých používají naučené rutinní postupy. Řešení úloh, které jsou formulované jako problém a kde je potřeba uplatnit tvořivý přístup, činí žákům potíže nebo úlohy vůbec neřeší. V příspěvku uvádíme ukázky testů a několik poznatků z testování.

Klíčová slova: vyučování matematice na 1. stupni ZŠ; klíčové kompetence; řešení problémů; testování

PROBLEM-SOLVING COMPETENCIES – EXPERIENCE FROM TESTING

Abstract

The paper presents partial results of research which is focused on a survey of the problem-solving competencies in the 3rd, 5th, 7th and 9th grade of elementary school. Although the current curricula prefer the development of key competencies of pupils, particularly problem-solving competencies in this area is still much to improve. Examples of tests and several experiences from the testing are presented.

Key words: teaching of mathematics; primary school; key competencies; solving problems; testing

1. Úvod

Naučit žáky řešit problémy je jedním z dlouhodobých dokonce historických úkolů výuky matematiky a zároveň je to úkol zcela aktuální. Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání [5] vymezuje úroveň klíčových kompetencí k řešení problémů na konci základního vzdělávání takto: Žák na konci základního vzdělávání

- vnímá nejružnější problémové situace ve škole i mimo ni, rozpozná a pochopí problém, přemýšlí o nesrovnalostech a jejich příčinách, promyslí a naplánuje způsob řešení problémů a využívá k tomu vlastních úsudků a zkušeností,
- vyhledá informace k řešení problému, nachází jejich shodné, podobné a odlišné znaky, využívá získané vědomosti a dovednosti k objevování různých variant řešení, nenechá se odradit případným nezdarem a vytrvale hledá konečné řešení problému,

- samostatně řeší problémy, volí vhodné způsoby řešení, užívá při řešení problémů logické, matematické a empirické postupy,
- ověřuje prakticky správnost řešení problémů a osvědčené postupy aplikuje při řešení obdobných nebo nových problémových situací, sleduje vlastní pokrok při zdolávání problémů,
- kriticky myslí, činí uvážlivá rozhodnutí, je schopen je obhájit, uvědomuje si zodpovědnost za svá rozhodnutí a výsledky svých činů zhodnotí.

Vzdělávací oblast Matematika a její aplikace směřuje k utváření a rozvíjení klíčových kompetencí tím, že vede žáka k provádění rozboru problému a sestavení plánu řešení, k odhadování výsledků, k volbě správného postupu, k vyřešení problému a vyhodnocování správnosti výsledku vzhledem k podmínkám úlohy nebo problému. Dále vede žáky k rozvíjení spolupráce při řešení problémových a aplikovaných úloh vyjadřujících situace z běžného života a následně k využití získaného řešení v praxi. Vede je k poznávání možností matematiky a ke skutečnosti, že k výsledku lze dospět různými způsoby. Přitom jde o rozvíjení důvěry ve vlastní schopnosti a možnosti při řešení úloh a problémů, k soustavné sebekontrolě, k rozvíjení systematickosti, vytrvalosti a přesnosti.

Řešení problémů tedy může být prostředkem k rozvíjení matematické kultury žáků tak, aby žáci matematice rozuměli a dokázali ji aplikovat. K tomu je však třeba vyhledat či vytvořit vhodné úlohy a naučit žáky jak přistupovat k řešení takových úloh. Nabízejí se dva postupy. Výchozím může být určitý matematický problém, který pak vyústí v konkrétní reálnou situaci, nebo naopak lze vyjít z konkrétní situace a ta navodí matematický problém.

2. Výzkumné šetření

Se žádostí o vypracování testů zaměřených na zjišťování úrovně kompetencí k řešení problémů žáků 3., 5., 7. a 9. ročníku základní školy se na nás obrátili pracovníci společnosti Mansio. Testování si u nich vyžádal ředitel jedné brněnské základní školy jako součást vlastní evaluace.

V tomto příspěvku dále uvádíme ukázky testů pro 3. a 5. ročník ZŠ a naše první zkušenosti z testování.

Pro zjišťování úrovně kompetencí k řešení problémů jsme zpracovali dvě varianty testů pro jednotlivé ročníky. Zadání úloh jsme volili tak, abychom mohli sledovat

- pochopení problémové situace jako celku,
- orientaci v textu, tj. s porozuměním přečíst zadání, vyčlenit hledaný údaj, vyhledat potřebné informace a číselné údaje,
- jak žáci umí postihnout vztahy mezi hledanými a zadanými údaji a zda je umí převést do jazyka matematiky,
- kompletní vyřešení problému a interpretaci výsledků řešení do reality.

Jako další aspekty jsme sledovali

- jak žáci rozumí různým typům záznamů a textu,
- jak jsou schopni orientovat se v tabulce a pracovat s diagramy,
- jak pracují s jednotkami měř,
- zda si všímají závislostí a umí je použít,
- zda jsou schopni zvolit správné operace s čísly a provádět je,
- jak využívají odhadů,
- zda jsou schopni najít úplné řešení úloh s kombinatorickou tematikou,
- do jaké míry si všímají vlastností základních geometrických útvarů,
- jaká je úroveň jejich prostorové představivosti.

Každá varianta testu vycházela z konkrétní situace. Ve 3. ročníku se jednalo o tematiku výletu, test v 5. ročníku vycházel z problematiky cestování autem (viz ukázky testů). Na řešení úloh v testu byla vyhrazena jedna vyučovací hodina. Administraci testů prováděli pracovníci společnosti Mansio.

3. Naše první poznatky

Výsledky testů zatím nemáme kvantitativně vyhodnocené. Z pilotáže a následného sledování žáků při testování však již můžeme uvést některé zkušenosti.

Testy byly co do obtížnosti i předpokládaného času přiměřené žákům příslušných ročníků. Ukázalo se však, že pokud by žáci řešili úlohy zcela samostatně bez dalších pokynů (což jsme původně zamýšleli), tak by velká většina žáků nevyčerpala nabízený čas a to i přesto, že neměli všechny úlohy vyřešené, uvedli jen částečná řešení nebo se o řešení úlohy ani nepokusili. Poměrně málo žáků vyřešilo úlohy až do konce. Často se spokojili jen s dílčím řešením úlohy. V mnoha případech se úlohu, která se jim zdála náročná, nebo text dlouhý, ani nepokusili řešit. Neodpovídali na zadanou otázku. Nekontrolovali své výsledky, nedokázali odhadnout výsledek, porovnat ho s realitou a zamyslet se nad tím, zda je možný či nikoliv. Žáci nad úkoly nepřemýšleli, práci až příliš odbyli. Teprve po povzbuzení, např. "Ještě to zkus", "Určitě to dokážeš", "Podívej se na úlohu ještě jednou", "Zkus si to představit", "Nakresli si obrázek", velká část žáků pokračovala a test dokončila. Pozoruhodné pak bylo, jak některým žákům, kteří nakonec test úspěšně dokončili, přineslo řešení zadaných úloh radost. Byli spokojeni, že se jim podařilo vyřešit pro ně neobvyklé avšak přitažlivé úlohy.

Žákům, až na výjimky, nedělaly problémy úlohy standardní, se kterými se ve škole často setkávají, např. výpočet útraty. Úspěšně zvládli práci s tabulkou a diagramem. Naopak v úlohách, při kterých měli prokázat jistou dávku originality a tvořivosti, již tak úspěšní nebyli. Ve většině případů žákům dělaly největší potíže úlohy, které vyžadují hlubší porozumění složitějšímu textu, v němž je řada informací skrytá a úspěšné vyřešení vyžaduje mimo jiné schopnost analyticko-syntetického myšlení. Dále se ukázalo, že žáci neumí vybrat z textu potřebné údaje a použít s pochopením správnou operaci, tzn. nedokázali vyhledat informace k řešení problémů a nedokázali ověřit správnost řešení problému. V mnoha případech se objevila bezradnost, informace z textu vybírali náhodně – počítali "něco s nějakými" čísly. Vůbec nepochopili podstatu problému, protože si jej nespojili s realitou, se kterou se běžně setkávají. Pokud měla úloha více řešení, jen výjimečně je žáci uvedli.

4. Závěr

Ukazuje se, že stále přetrvává stav, kdy žáci jsou schopni řešit úlohy, ve kterých používají naučené rutinní postupy. Pokud se jim předloží úloha formulovaná jako problém, při níž je potřeba uplatnit tvořivý přístup, jsou ve většině případů bezradní nebo úlohu vůbec neřeší. Pokud se ve školské matematice tato situace nezmění, budeme mít stále v mezinárodním srovnávání problémy. Do jisté míry k nepříznivému stavu přispívá i to, že v současné době jsou ve většině případů žáci testováni pomocí testů s nabízenou odpovědí a pouhé zaškrťování výsledků, které v mnoha případech mohou jenom tipovat, nenaučí žáky řešit problémové úlohy. To pak vede k tomu, že žáci ani necítí potřebu se řešením problémových úloh zabývat.

Ukázky testů:

5. ročník A Růžena Hlažková, Milena Vaharová, Pedagogická fakulta MU Brno

Úkol 1.
Pan Veselý často jezdí autem. Tentokrát jel z Brna do Plzně.
a) Doplně podle tabulky:
Pan Veselý ujel z Brna do Plzně _____ km.

Tabulka: Silniční vzdálenosti některých měst v ČR v kilometrech

	Brno	Ostrava	Cheb	Plzeň	Praha
Brno	x	165	381	296	202
Ostrava	165	x	537	456	362
Cheb	381	537	x	101	175
Plzeň	296	456	101	x	94
Praha	202	362	175	94	x

b) Po příjezdu do Plzně ukazoval tachometr (tj. ukazatel počtu kilometrů) v autě pana Veselého 58 008 km.
Z uvedených čtyř údajů škrtne ty, které **určitě nemohly** být na tachometru auta pana Veselého před začátkem jízdy v Brně:

57 690 58 341 57 712 55 672

Úkol 2.
Jiný den jel pan Veselý z Brna do Chebu, tj. 381 km.
Ve dvou třetinách cesty po trase Brno – Cheb pan Veselý zastavil u benzinové čerpací stanice.
a) Po kolika kilometrech jízdy to bylo?

Pan Veselý zastavil u čerpací stanice po _____ km jízdy.
b) Úsečka znázorňuje cestu z Brna do Chebu. Vyznač na ní bod S, který přibližně znázorňuje polohu čerpací stanice, u které pan Veselý zastavil.
_____ }
Brno } Cheb

5. ročník A Růžena Hlažková, Milena Vaharová, Pedagogická fakulta MU Brno

Úkol 3.
Jeden litr benzínu stál 35 Kč. Pan Veselý koupil 40 litrů benzínu a dvě obložené housky po 32 Kč. Platil 2 000 Kč bankovkou. Kolik Kč dostal nazpět?

Pan Veselý dostal nazpět _____ Kč.

Úkol 4.
V tabulce je uvedeno, kolik litrů benzínu pan Veselý koupil v jednotlivých měsících. To je také znázorněno v diagramu. Některé údaje však chyblí.
a) Do **diagramu** vyznač spotřebu benzínu v květnu.
b) Do **tabulky** doplň spotřebu benzínu v březnu.

měsíc	leden	únor	březen	duben	květen
počet litrů	65	35		80	75

c) Kolik litrů benzínu koupil pan Veselý průměrně v jednom měsíci?

Průměrně v jednom měsíci koupil _____ litrů benzínu.

5. ročník A Růžena Hlažková, Milena Vaharová, Pedagogická fakulta MU Brno

d) Automobil pana Veselého spotřebuje asi 8 litrů benzínu na cestu dlouhou 100 km. Kolik km přibližně ujel pan Veselý v dubnu?

Pan Veselý ujel v dubnu přibližně _____ km.

Úkol 5.
Vypočítej **bez násobení** součin $127 : 43 =$ _____ ,
když víš, že $126 : 43 = 5$ 418 .

Úkol 6.
Doplň
Největší obsah má obrazec _____
Nejméně obsah má obrazec _____
Největší obvod má obrazec _____

Úkol 7.
Které z obrazců mají aspoň jednu dvojici rovnoběžných stran?
Aspoň jednu dvojici **rovnoběžných** stran mají obrazce _____.
Barevně je vyznač.
Které z obrazců mají dvě sousední strany na sebe kolmé?
Dvě **sousední** strany na sebe **kolmé** mají obrazce _____.
Barevně vyznač.

3. ROČNÍK: A Růžena Blažková, Milena Vaňurová, Pedagogická fakulta MU Brno

Úkol 1.
V sobotu jsme byli na výletě. Vyšli jsme v 9 hodin a šli jsme 8 km do kopce k hradu. Cesta trvala 2 hodiny a prohlídka hradu 1 hodinu. Potom jsme jednu hodinu strávili na obědě. Cesta zpět domů nám trvala o 10 minut méně než cesta k hradu.

a) Jak dlouho trvala cesta zpět? _____

b) Podtrhni správnou odpověď:
Domů jsme přišli **před 15:00** v 15:00 po 15:00

c) Kolik hodin a kolik minut jsme strávili celkem na výletě?

d) Kolik kilometrů jsme celkem ušli?

Úkol 2.
V restauraci si každý z nás vybral jednu polévku a jedno hlavní jídlo. Na jídelním lístku měli 2 druhy polévek a 4 druhy hlavního jídla:

Jídelní lístek:	
Polévky:	Hlavní jídla:
hovězí 25 Kč	smažený sýr s bramborem 75 Kč
bramborová 20 Kč	vepřová pečeně s knedlíkem 84 Kč
	kuřecí plátky se zeleninou 79 Kč
	palačinky 50 Kč

a) Eva si vybrala **hovězí polévku** a **palačinky**. Platila stokorunou. Kolik Kč jí vrátili?

Evě vrátili _____ Kč.

b) Aleš měl na jídlo 100 Kč. Kterou dvojici polévka-hlavní jídlo si nemohl vybrat?

c) Vyber dvojici polévka-hlavní jídlo, která stojí nejvíce Kč.

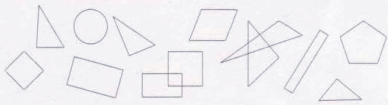
d) Vyber dvojici polévka-hlavní jídlo, která stojí nejméně Kč.

3. ROČNÍK: A Růžena Blažková, Milena Vaňurová, Pedagogická fakulta MU Brno

e) Každý z nás si vybral jednu polévku a jedno hlavní jídlo, ale žádní dva neměli stejnou objednávku. Kolik nás bylo celkem na obědě?

Na obědě nás bylo _____.

Úkol 3.
Doplň:
Na obrázku vidím _____ trojúhelníků, _____ čtverce a _____ obdélníky.
(tvary si můžeš barevně obtáhnout)



Úkol 4.
Z kolika krychlí jsou postaveny stavby na obrázcích?



_____ krychlí



_____ krychlí

Příspěvek byl zpracován v rámci řešení výzkumného záměru MSM 0021622443 Speciální potřeby žáků v kontextu Rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání.

Literatura

- FUCHS, E. a kol. *Standardy pro matematiku na základní škole*. Dostupné na <http://www.msmt.cz>.
- HEJNÝ, M., KUŘINA, F. *Dítě, škola a matematika*. Praha: Portál 2009, ISBN 978-80-7367-397-0.
- KOPKA, J. *Hrozny problémů ve školské matematice*. Ústí nad Labem: UJEP 1999, ISBN 80-7044-247-6.
- MAZUREK, J. *Dva pohledy na řešení problémů*. In Matematika, fyzika, informatika, roč. 21, 2012, č. 5, s. 264 – 272. ISSN 1210-1761.
- Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání. Dostupné na: <http://www.msmt.cz>.

Kontaktní adresa

RNDr. Růžena Blažková, CSc.
RNDr. Milena Vaňurová, CSc.
Katedra matematiky
Pedagogická fakulta MU
Poříčí 31, 603 00 Brno
Telefon: +420 549 491 678
E-mail: blazkova@ped.muni.cz
vanurova@ped.muni.cz

LOGIKA A PRÁCA S INFORMÁCIAMI V PROSTREDÍ HRY SET

Jaroslava BRINCKOVÁ

Abstrakt

Cieľom vyučovania logiky na 1. stupni ZŠ je rozvíjať logické a kritické myslenie žiaka získavaním skúseností s pravdivosťou a nepravdivosťou výrokov. Žiak má vedieť dichotomicky triediť predmety podľa jedného znaku (modré, nie sú modré). Tvoríť stúpajúcu alebo klesajúcu postupnosť predmetov, čísel a zisťovať pravidelnosti v týchto postupnostiach pozorovaním. Didaktická hra SET realizovaná pomocou informačných technológií pomáha rozvíjať logické a kritické myslenie žiaka aj jeho učiteľa.

Kľúčová slova: matematika, logika, informačné technológie, didaktická hra, metódy vyučovania, základná škola

LOGIC AND INFORMATION ON A GAME SET ENVIRONMENT

Abstract

The teaching logic at first primary school is to develop logical and critical thinking student learning experience with truth and falsity of statements. The student has to know dichotomous sort objects according to one character (blue, not blue). Create an increasing or decreasing sequence of objects, numbers and establish regularity in the sequence of observations. Didactic game SET realized through information technology develops logical and critical thinking student and his teacher.

Key words: mathematics, logics, information technology, didactic games, methods of teaching, elementary school

Úvod

Vzdelávací obsah školskej matematiky je podľa Štátneho vzdelávacieho programu (ŠtVP) platného od 1. 9. 2008 prezentovaný v okruhu *Matematika a práca s informáciami*. Od 1. stupňa ZŠ je rozdelený do piatich tematických okruhov:

1. Čísla, premenná a početové výkony s číslami,
2. Postupnosti, vzťahy, funkcie, tabuľky, diagramy,
3. Geometria a meranie,
4. Kombinatorika, pravdepodobnosť, štatistika
5. Logika, dôvodenie, dôkazy.

Matematika aj informatika v týchto plánoch je rozpracovaná na kompetenčnom základe. Tento spôsob spracovania plánov má zaručiť vysokú mieru schopnosti aplikácie matematických poznatkov v praxi. Súčasne viesť k presnému vyjadrovaniu myšlienok a postupov prostredníctvom formálnych zápisov. Posledné dva okruhy *Náhodnosť* a *Logika* patria z hľadiska rozvoja matematického myslenia

k najnáročnejším. Ich zaradenie do ŠtVP ovplyvnili aj neadekvátne výsledky našich žiakov v medzinárodných meraniach vedomostí v projekte PISA.

Na 1. stupni ZŠ sa okruhy náhodnosť a logika objavujú len v podobe propedeutických úloh, ktoré žiaci riešia manipuláciou s konkrétnymi objektmi, pričom vytvárajú rôzne skupiny predmetov podľa určitých pravidiel (usporiadajú, rôzne zoskupujú). Žiaci pozorujú frekvenciu výskytu určitých javov, udalostí a zaznamenávajú ich. Posudzujú riešenie úloh z hľadiska pravdivosti a nepravdivosti. Tvoria primerané výroky z matematiky a zo životných situácií. Pozri tabuľku 1.

Cieľ a kľúčové kompetencie	Budovať vzťah medzi matematikou a realitou. Rozvíjať logické a kritické myslenie.
Tematický celok	Riešenie aplikačných úloh a úloh rozvíjajúce špecifické matematické myslenie.
Téma, Obsahový štandard	Získavanie skúseností s pravdivosťou a nepravdivosťou výrokov. Dichotomické triedenie predmetov, podľa jedného znaku (modré, nie sú modré). Tvorenie stúpajúcej, klesajúcej postupnosti predmetov, čísel a overenie pravdivosti tvrdení o týchto postupnostiach pozorovaním.
Metódy a formy	Induktívne metódy, praktická činnosť, pozorovanie
Výkonový štandard	Žiak bude vedieť: na základe pozorovania a skúseností rozhodnúť, zistiť pravdivosť a nepravdivosť situácie, s uplatnením logického myslenia samostatne rozhodovať o danom probléme.

Tabuľka 1: Obsahový štandard Logika v 1. ročníku ZŠ

Rozsah nových pojmov, ktoré si má žiak v okruhu Logika osvojiť je podmienený schopnosťou vnímať daný pojem v rôznych kontextoch a priradiť mu symbol (pravdivostnú hodnotu) v jazyku matematiky. Podľa F. Gahéra (1998, s. 18) nezáleží na tom, v ktorom prirodzenom či umelom jazyku je myšlienka vyjadrená. Rozumieť si môžeme aj tak, ak chápeme logickú konštrukciu, ktorá je v jednotlivých vetách vyjadrená.

1. Logika a práca so symbolmi na 1. stupni ZŠ

Jazyk matematiky sa postupne rozvíja tak, ako sa rozvíja slovná zásoba žiaka. Podľa L.S. Vygotského (1974, s.128) pojem nemôže existovať bez slov, ani pojmové myslenie nemôže existovať mimo slovného myslenia. Aby došlo k zovšeobecneniu pojmu a zaradeniu do určitej triedy je potrebný symbol - **znak**. Znak je jednota materiálneho nositeľa významu a mentálneho nositeľa významu. Znaky začínajú existovať v ich obrazoch, ktorým sú dočasne priradené rozmary. Predmetom skúmania sú vzťahy medzi znakmi, napríklad veľkosti strán a uhlov vo štvorci. Jeden znak môže mať viacej významov napriek tomu, že stále zostáva ten istý. Matematika od 1. ročníka ZŠ učí žiaka pracovať so znakom čísla a znakom jednoduchého geometrického útvaru v rôznych kontextoch.

Pre žiakov vo veku 6. – 10. rokov sa text úlohy často prezentuje formou obrázku, v ktorom sa ku geometrickému znaku priraduje *termín* – slovo - **pojem**, ktorého význam charakterizuje to, k akému okruhu javov sa vzťahuje, aký okruh javov je v ňom zovšeobecnený. K základným funkciám znaku patrí podľa Linhardta (1982, s.48) to, že:

1. existuje objektívne a označuje určitý predmet (jav),
2. vytvára dialektickú jednotu so svojím významom alebo so svojím zmyslom,
3. vystupuje v podobe kódu, ktorý je zaznamenaný v určitej podobe.

Ako ukazujú výskumy L.S. Vygotského (1974, s. 128) znaky neexistujú v psychických procesoch izolovane, ale tvoria sústavy, ktoré sú hierarchicky usporiadané. Na vyššej úrovni predstavujú reč. Je to vysoko dokonalý systém kódovania, ktorý je výsledkom dlhodobej činnosti. *Slovo* tvorí tzv. materiálny obal. Je výrazom zovšeobecnenia, tried javov. Často sa vymedzuje pomerom k pojmu.

Jednotlivé poznávacie operácie a pojmy sa pri osvojovaní vedomostí realizujú na úrovni názorného poznania, slovného myslenia a aj vonkajšej činnosti. Znakové sústavy sú spojené s rozvojom myslenia a s procesmi tvorby a používania reči. Žiadny znak neexistuje bez významu odpovedajúcemu *zmyslovému obsahu odrazu*.

Pochopenie významu jednotlivých slov v textoch slovnej úlohy, výber objektov, určenie vzťahov medzi nimi a matematizácia reálnej situácie je náročnou časťou v príprave učiteľov Predškolskej pedagogiky. My sme sa rozhodli sprístupniť učivo logiky analýzou informácií, ktoré ponúkajú karty ako atraktívne, veku primerané materiálne prostredie, využívajúce kódovanie pomocou znakov.

2. Didaktická hra SET

K uchopeniu daných predstáv a pojmov žiakmi tej istej triedy dochádza dvomi rôznymi spôsobmi: *procesuálnym* alebo *konceptuálnym* vnímaním a myslením. Postupné, špirálovité osvojovanie si učiva logiky a náhodnosti už od 1. stupňa ZŠ umožňuje didaktická hra, ktorá vedie žiakov k rozvoju zručnosti analyzovať text a obraz vyjadrený rôznym symbolom. Hra v ktorej musí žiak kombinovať informácie. O utvorenej informácii rozhodnúť, či je pravdivá. Takou sa nám javí hra SET, ktorá patrila v rokoch 1996 až 2008 medzi 10 najúspešnejších hier na svete.

Hru Set sme vybrali spomedzi viacerých možností po dôkladnom zvážení a so zreteľom na jej „chytľavosť“, popularitu, „silné“ matematické pozadie, ako aj možnosť prepojenia s informačnými technológiami. Pravidlá hry sú jednoduché, a tak sa ľahko stáva, že deti zvíťazia nad dospelými, alebo matematicky „slabší“ žiaci porazia „lepších“, lebo sú lepšími pozorovateľmi.

Hru SET vynáša nemecká genetička Marsha Jean Falco v roku 1974. Skúmaním a hľadaním zákonitostí a spojitostí získavala súbory genetických informácií. Získané dáta zaznamenávala na kartičky. Pretože bloky informácií boli rovnaké v každom zo záznamov, priradila každému bloku jednoduchý geometrický symbol, reprezentujúci určitú množinu informácií. Tak reprezentovala každý z blokov jedným zo symbolov s rôznymi vlastnosťami. Pri vysvetľovaní spôsobu hľadania súvislostí medzi sadami kariet jej napadla myšlienka, že týmto spôsobom reprezentácie dát z výskumu sa dá aj pobaviť. Hra SET je logická hra, ktorá sa skladá z 81 rôznych hracích kariet. Každá karta má 4 vlastnosti:

farba:	{červená, modrá, zelená}
tvar:	{ovál, vlnovka, kosoštvorec}
výplň:	{prázdna, šrafovaná, plná}
počet prvkov:	{jeden, dva, tri}.

Najmenší možný počet ako vyrobiť sadu kariet tak, aby mali všetky vlastnosti a napriek tomu boli všetky rôzne je $81 = 3(\text{farby}) * 3(\text{tvary}) * 3(\text{výplne}) * 3(\text{počet prvkov})$.

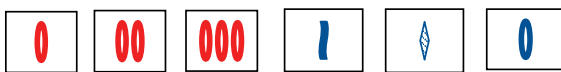
Hru hrajú dvaja hráči. Tretí rozdáva karty. Úlohou hráča je nájsť podľa stanoveného pravidla **trojicu kariet z dvanástich** vyložených na stole. **Pravidlo: každá z troch vybraných kariet sa v každej z jej štyroch vlastností (farba, symbol, počet a výplň) alebo zhoduje s ostatnými dvoma, alebo je od oboch rôzna.**

To znamená že:

- všetky tri karty majú rovnakú alebo rôznu farbu
- všetky tri karty obsahujú rovnaké alebo rôzne symboly

- všetky tri karty sú rovnakej alebo rôznej farby
- na všetkých troch kartách je rovnaký alebo rôzny počet symbolov.

Ak sa medzi dvanástimi vyloženými kartami nenachádza trojica s uvedenou vlastnosťou, doloží rozdávací hráč tri karty. Príkladom dobrého SET-u sú dve trojice:



Obrázok 1: Dobré SET-y



Obrázok 2: Zlý SET

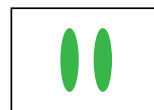
Pravidlo ktoré pomôže pri overovaní: **Ak dve karty majú danú vlastnosť a tretia nie, tak to nie je SET.**

3. Matematické pozadie hry

Matematický princíp hry SET objasnili napríklad G. Quenell (1997), B. L., Davis a D. MacClagan (2003), D. M. Romero (2005). Sada 81 rôznych kariet umožňuje zostaviť 1080 rôznych trojíc kariet. Z 81 kariet vieme zostaviť približne $7 \cdot 10^{13}$ rôznych dvanásť členných skupín. Z 81 kariet je možné podľa B. Davysa (2003) vybrať najviac 20 kariet tak, aby sa medzi nimi nenachádzal žiaden SET. Preto ak sa vo vyloženej dvanástici kariet žiaden SET nenachádza, príkladá postupne rozdávací hráč po tri karty až do 21. Medzi nimi sa určite nachádza aspoň jeden SET. Pravdepodobnosť, že medzi 12 vyloženými kartami v prvom kole nie je SET je 1 : 30. Medzi 15 kartami je 1:88. Medzi 12 kartami je v priemere 2,4 setov. Medzi pätnástimi je to už 3,3 setov.

Zakódujeme karty pomocou usporiadaných štvoríc (x_1, x_2, x_3, x_4) , kde napríklad farbu bude reprezentovať prvok x_1 , tvar prvok x_2 , výplň prvok x_3 a počet prvkov bude reprezentovať prvok x_4 . Ak zakódujeme aj hodnoty vlastností môže každá zo súradníc x_1 až x_4 môže nadobudnúť hodnotu 1, 2, alebo 3.

{červená, modrá, zelená}	≈	{1, 2, 3}
{ovál, vlnovka, kosoštvorec}	≈	{1, 2, 3}
{prázdna, šrafovaná, plná}	≈	{1, 2, 3}
{jeden, dva, tri}	≈	{1, 2, 3}



Obrázok 3: Kódovaná karta

Napríklad kartu na obr. 3 by sme zapísali ako usporiadanú štvoricu - vektor $(3, 1, 3, 2)$. Ak takto označíme karty tak v zápisoch „dobrých“ trojíc je jednoduché nájsť nutnú a postačujúcu podmienku pre vytvorenie SET-u. Napr. trojicu modrých kariet na obr.4, ktoré tvoria SET, by sme pomocou hore uvedeného zapísali ako trojicu 4 - rozmerných vektorov: $(2,2,3,1)$; $(2,3,2,1)$; $(2,1,1,1)$.



Obrázok 4.: Modrý SET

Keď porovnáme súradnice v stĺpcoch, rýchlo zistíme podmienku pre trojicu tvoriacu SET. Trojica kariet tvorí SET, vtedy a len vtedy, ak sa súradnice na n -tej pozícii rovnajú, alebo sú všetky rôzne, kde $n = 1, 2, 3, 4$. V našom prípade v prvej súradnici sú všetky hodnoty rovnaké, na druhej všetky rôzne, na tretej znova rôzne a na štvrtej rovnaké. Vidíme, že v dvoch vlastnostiach sú karty rovnaké a v dvoch rôzne. Žiaci 4. ročníka ZŠ už môžu pracovať s takýmto spôsobom kódovania pri hre.

4. Aplikácia hry SET v školskej praxi

Didaktickú hru SET realizovali učitelia matematiky, študujúci v kvalifikačnom štúdiu matematiky. V rámci štúdia didaktiky matematiky prezentovali projekt Didaktické hry v matematike svojim žiakom v novembri 2011 na 12-tich ZŠ a SŠ na

Slovensku. Napríklad pre mladších žiakov (5. ročník na ZŠ vo Veľkom Rovnom) v úvode pri výklade základných pravidiel hrala pani učiteľka na interaktívnej tabuli spolu s triedou hru len s 27. červenými kartami. Pri tomto počte kariet je o jednu vlastnosť menej (*farba karty*). Preto hra je ľahšie pochopiteľná. Po výklade pani učiteľka rozdala 27 červených papierových kariet trojčlenným skupinám v ktorých hrali proti sebe dvaja hráči a tretí rozdával. Rozdávajúci vyložil len po 9 kariet. Hráči hľadali SETy. Za nájdený set hráčovi pripísal bod. Za chybný set bod odpočítal. Hra dvojice končila vyložením všetkých kariet, prípadne zostatkom kariet, medzi ktorými už nebol SET. V troch kolách sa vystriedali všetci žiaci v skupine pri zapisovaní. Potom dostali 81 farebných kariet s ktorými sa hrá podobne, len namiesto 9 kariet vyložíme 12 kariet. Na druhej vyučovacej hodine hral každý hráč samostatne hru pomocou počítača. Z rozborov záznamov vyučovacích hodín a z rozhovorov s učiteľmi vyplynulo, že žiaci tejto skupiny hrajú skôr individuálne hry ako v kolektíve. Kartové hry a skladačky v ktorých sa priamo manipuluje s obrázkami kariet hrajú radšej mladší žiaci, ako stredoškoláci. Počítač s vyloženou dvanástkou kariet uviedol počet SETov, ktoré treba nájsť. Umožnil pracovať individuálnym tempom a poskytoval okamžitú spätnú väzbu. Hra pomocou počítača zaujala rovnako obe skupiny žiakov. Mladších aj starších. Snaha objaviť všetky riešenia v hre motivovala všetkých žiakov k vytrvalosti.

Záver

Hra sa stala vo svete veľmi populárnou práve vďaka možnosti hrať ju pomocou počítača. Je dostupná napríklad na adrese: <http://www.setgame.com/set/>. V súčasnosti sa postupne prostredníctvom webu prezentujú metodické materiály pre jej zaradenie do vyučovania matematiky na všetkých stupňoch škôl. Hra Set umožňuje precvičiť učivo o množinách v spojení s logikou, vektorový počet, latinské štvorce, sústavy rovníc. Tvorivé uplatnenie hry SET vo vyučovaní matematiky na Slovensku čaká na prácu tvorivých učiteľov matematiky.

Literatúra

1. DAVIS, B. L., MACLAGAN, D.: The Card Game Set.. *Mathematical Intelligencer*. 2003, Journal no 283, Springer. ISSN 0343-6993 Dostupné na World Wide Web: <http://galileo.stmarys-ca.edu/bdavis/set.pdf> (8.2.2012; 12:30)
2. GAHER, F.: *Logika pre každého*. Bratislava: Iris 1998. s. 18. ISBN 80-88778-77-8
3. LINHARDT, J.: *Základy psychológie učenia*. Praha, SPN, 1982, s.48
4. QUENELL, G.: *Introduction to Set*. 1997. Dostupné na World Wide Web: <http://faculty.plattsburgh.edu/gregory.quenell/talks/set.pdf> (8.2.2012; 12:35)
5. NATHETATICS WORKBOOK: © 2009 Set Enterprises, Inc. All rights reserved. Dostupné na http://www.setgame.com/downloads/set_math_workbook.pdf
6. Romero, M.: *Introduction to Set Theory* (2005). Dostupné na World Wide Web: <http://babel.ling.upenn.edu/courses/ling255/settheory.pdf> (8.2.2012; 12:55)
7. VYGOTSKIJ, L.S.: *Myšlení a řeč*. Praha: SPN 1974, s. 128

Kontaktná adresa

Doc. RNDr. Jaroslava Brincková, CSc.
 Katedra matematiky FPV UMB
 Tajovského 40, 974 01 Banská Bystrica, SR
 Telefon: +421 484 467 122
 E-mail: jbrinckova@gmail.com

KULTURNÍ PODMÍNĚNOST INDIVIDUALIZACE DIFERENCIACE PRÁCE V MATEMATICE NA 1. STUPNI ZŠ

Miroslava BROŽOVÁ, Jana COUFALOVÁ

Abstrakt

Příspěvek poukazuje na nutnost individualizace a diferenciaci práce v matematice na 1. stupni ZŠ. Za účelem poznání a pochopení některých kulturních rozdílů bylo v roce 2011 provedeno dotazníkové šetření, během kterého byly zjišťovány rozdíly zápisu čísel, číselných operací a některých postupů práce, které jsou využívány v 18 evropských i mimoevropských zemích ve výuce matematiky. Autorka navrhuje některé konkrétní činnosti, které považuje za účelné ve výuce elementární matematiky.

Klíčová slova

kulturní rozdíly, individualizace, diferenciaci, matematika na 1. stupni ZŠ

CULTURAL CONDITIONALITY OF INDIVIDUALIZATION AND DIFFERENTIATION IN PRIMARY MATHEMATICS WORK

Abstract

This paper points out the need for individualization and differentiation in primary mathematics work. The presented survey was conducted in 2011 with the goal of knowing and understanding some cultural differences. The differences were determined in writing numbers, in writing operations and in processes that are used in teaching mathematics in 18 European and other countries. The author proposes some specific activities that she considers practical in teaching elementary mathematics.

Key words

cultural differences, individualization, differentiation, primary mathematics

Úvod

Způsob výuky i studium matematiky ovlivňuje řada faktorů. Výsledky mezinárodních výzkumů (zejména TIMSS, kde je cílem zmapovat na základě předloženého kurikula, co žáci vědí, a PISA, kde je zjišťováno, jak jsou žáci schopni aplikovat své znalosti matematiky v situacích z každodenního života) ukazují, že výstupy nezáleží pouze na studentovi samotném, jeho schopnostech a rodinném zázemí, ale také na kvalitě výuky a organizaci vzdělávacího systému. Evropský kvalifikační rámec (European qualifications framework EQF) definuje výstupy jako přehled toho, co žák umí, čemu rozumí a čeho je schopen dosáhnout na základě výukových procesů. Tyto procesy samotné už ale žádný z evropských dokumentů nepopisuje.

Ve většině evropských zemí bylo kurikulum pro výuku matematiky vytvořeno jako formální dokument, který je více či méně závazný. Určuje témata, popisuje osnovy a jejich obsah, stejně jako výukové, učební a hodnotící materiály, které by měly být využívány. V některých zemích bylo nutné upravit tyto národní výukové programy tak, aby bylo dosaženo individualizované výuky s přihlédnutím k potřebám každého jedince. Bylo zajištěno, aby hodnotící systém byl v souladu s očekávanými výstupy (EACEA, 2011). Ani zde ale nenajdeme konkrétní metody a postupy, které jsou ve výuce matematiky v jednotlivých zemích využívány.

Výzkumem provedeným v roce 2009 jsme ověřili, že individuální předpoklady žáků prvního stupně pro další rozvoj jejich matematického myšlení jsou významně rozdílné. Ukázalo se, že rozdíly v úspěšnosti řešení úloh, které přesahují aktuální úroveň učiva daného ročníku, v postupech řešení, i v čase, který žáci na jejich řešení potřebují, jsou značné již při vstupu žáků do prvního ročníku základní školy a přetrvávají i ve vyšších ročnících 1. stupně základní školy (Coufalová, Chmelová, 2010, 2011).

Chceme-li proto zajistit individualizaci a diferenciaci výuky, měli bychom se seznámit s programy, procesy a postupy, které mohou být pro některé naše žáky přínosem. Měli bychom poznat každého žáka jako samostatnou osobnost, porozumět jeho upřednostňovanému stylu učení, seznámit se s jeho zájmy a poznat jeho kulturní zázemí.

Kulturní rozdíly a některé postupy ve výuce matematiky

S cílem pochopit některé kulturní rozdíly ve výuce matematiky na prvním stupni mezinárodní základní školy v Praze bylo v roce 2011 provedeno dotazníkové šetření, během kterého byli dotázáni převážně učitelé, ale i další zástupci z evropských i mimoevropských zemí, aby popsali některé postupy, které se využívají v jejich zemi při výuce matematiky na 1. stupni základní školy. Autorka nepředpokládala významné rozdíly jako při studiu kultury a práce například Inuitů (Poirier, 2007), přesto je přesvědčena, že stejně jako si každá kulturní skupina vytváří svůj vlastní jazyk nebo své náboženské vyznání, tak je každá kulturní skupina schopna generovat „vlastní matematiku“ (Bishop, 2004), kterou je třeba rovněž poznávat.

Šetření se zúčastnilo 21 respondentů z 15 evropských zemí: Chorvatska, Slovenska, Německa, Srbska, Francie, Maďarska, Běloruska, Polska, Španělska, Ukrajiny, Rumunska, Finska, Nizozemí, Velké Británie a Řecka a pět zástupců mimoevropských zemí z Portorika, Brazílie a Spojených států amerických.

Všichni respondenti uvedli, že žáci se učí v prvním ročníku počítat v omezeném definičním oboru, a to do 20 nebo do 100. Poté probíraný definiční obor v každém ročníku graduje. Naopak, žádný z respondentů neuvedl, že by žáci prvního ročníku využili desítkovou soustavu a učili se provést transfer dosavadních poznatků do dosud neprobíraného číselného oboru, což by mohlo, dle autorky tohoto příspěvku, významně usnadnit počítání s čísly do milionu.

Ve všech uvedených zemích bylo zjištěno, že pořadí vyučovaných číselných operací je sčítání, odčítání, násobení a dělení. Problematika pořadí vyučovaných operací a potvrzení hypotézy, že odčítání je velmi problematickou operací a vyvození násobení jako opakovaného sčítání je pro mnohé žáky naopak snazší, bude předmětem dalšího autorčina zkoumání.

V jednotlivých zemích se liší i zápis čísel a číselných operací. V Polsku, Bělorusku, Srbsku, Maďarsku, Francii, Chorvatsku a Finsku se píší čísla obdobně jako v České republice, s mezerou (1 234). V Nizozemí, Řecku a Brazílii využívají pro oddělení jednotlivých tříd tečku (2.345). V Rumunsku, ve Spojených státech amerických

a Puerto Rico oddělují třídy čárkou (3,456). Na Ukrajině, Slovensku a ve Velké Británii píší číslice hned za sebou a ve Španělsku a Německu používají pro zápis čísel mezeru i tečku dle konkrétní části státu. Rozdílný zápis může velmi mást zejména při využití jiného znaménka při zápisu desetinných čísel. Zápis číselných operací se nejvíce liší u operace dělení. V rámci Evropy se využívají následující čtyři možnosti zápisu.

$$8 : 2 = 4$$

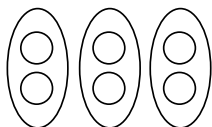
$$8 \div 2 = 4$$

$$2 \overline{) 8}$$

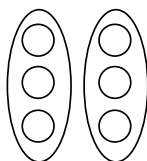
$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 8} \\ 0 \overline{) 4} \end{array}$$

Respondenti uvedli, že odlišný zápis dělení může být zaváděn během vyšších ročníků prvního stupně základní školy. Zápis se v mnoha zemích liší i při dělení v oboru malé násobilky oproti zápisu písemného dělení.

Významný vliv na pochopení znázornění operace násobení může mít i jazyk, ve kterém číselnou operaci vyučujeme. V anglickém a španělském jazyce označujeme spojem 2·3 tři krát dva předměty (two taken tree times), viz obrázek 1, zatímco v ostatních sledovaných jazycích je to při násobení naopak (příklad 2·3 označuje dva krát tři předměty), viz obrázek 2.



obrázek 1



obrázek 2

Písemné odčítání je vyučováno převážně dvěma postupy. Respondenti měli vybrat popis toho postupu, který je v jejich zemi vyučován v běžných školách. Manipulaci s předměty více odpovídá algoritmus písemného odčítání, ve kterém „rozměňujeme“ v menšenci. Počítáme například $62 - 37$ tak, že si v menšenci „vypůjčíme“ jednu desítku a „přidáme“ ji k jednotkám. Při počítání přeškrtneme číslici 6 v menšenci a zapíšeme místo ní 5 (dostaneme 5 desítek a 12 jednotek). Postupně pak odčítáme $12 - 7 = 5$, na místo jednotek zapíšeme 5, $5 - 3 = 2$, na místo desítek napíšeme 2, rozdíl je 25 ($62 - 37 = (50 + 12) - (30 + 7) = (50 - 30) + (12 - 7) = 20 + 5 = 25$). (Coufalová, Chmelová, Hrabětová, 2010). Tento algoritmus je využíván v Chorvatsku, Finsku, na Ukrajině, v Rumunsku, Polsku, Bělorusku, v některých částech Německa, ve Velké Británii, Spojených státech amerických, Puerto Rico a Brazílii. Druhý postup odpovídá české tradici. Využívá tzv. dočítání (7 a kolik je 12?) a skutečnosti, že rozdíl se nezmění, pokud menšence i menšitele zvětšíme o stejné číslo. Jestliže jsme o 10 jednotek zvětšili menšence (místo 2 uvažujeme 12), o 1 desítku musíme zvětšit i menšitele ($3 + 1 = 4$, 4 a kolik je 6?), (Coufalová, Chmelová, Hrabětová, 2010). Při počítání přeškrtneme číslici 3 v menšiteli a zapíšeme místo ní 4. Uvedený postup se využívá na Slovensku, v Srbsku, Maďarsku, Řecku, Španělsku, Francii a některých částech Německa. V Nizozemí je v nižších ročnících vyučován postup postupného písemného odčítání. ($62 - 37 = (62 - 30) - 7 = 25$).

Individualizace a diferenciaci s ohledem na izolaci obtížnosti

Pro zachování individualizace a diferenciaci ve výuce matematiky je z uvedených příkladů zřejmé, že učitel musí umět rozložit práci každého žáka na dílčí kroky, a tak velmi důkladně izolovat obtížnost jednotlivých částí úloh i algoritmů. Učitel musí soustavně hodnotit práci žáků individuálně, aby pochopil nebo případně zaznamenal,

kteřé kroky už si řák upevnil a kde může ve svém poznávání pokračovat. Jak ale můžeme jako učitelé rozložit svůj čas, materiály a svou pozornost tak, abychom efektivně využili individuální předpoklady řáků pro další rozvoj jejich matematického myšlení? Pokusme se navrhnout některé konkrétní činnosti, které mohou plnění tohoto úkolu učitelům usnadnit.

Testy z matematiky, pětiminutovky nebo desetiminutovky zadáváme na základě tzv. „předtestu.“ Nepředpokládáme, že řáci na konci druhého ročníku všichni zvládají násobilkou, protože dosud pracovali společně na stejné straně v pracovním sešitu.

Domácí úkol zadáváme podle aktuální potřeby každého řáka. Řák může pokračovat například dalším cvičením v pracovním sešitě nebo dostat pracovní list s příklady, které potřebuje procvičit. Řáci čtvrtých a pátých ročníků mohou pokračovat v pracovním sešitě kdykoli až do chvíle, kdy s úlohou potřebují pomoci.

S celou třídou najednou pracujeme pouze v některých situacích. Takové práci se nutně nevyhýbáme, ale častěji využíváme přesné instrukce, samostatné procvičování nebo práci ve skupinách a týmech. Při zadávání práce dbáme na stručný, ale výstižný popis práce, kterou vyžadujeme.

Řáky pomáháme seskupovat tak, aby společně dokázali aplikovat své poznatky a aby měli možnost konzultace návrhu řešení úlohy se svými spoluřáky.

Řákům nabízíme dostatek možností jak, s kým a kde mohou pracovat. Připravujeme různé úlohy dle individuálních potřeb řáků a netrváme na tom, aby všichni řáci vypracovali nutně všechna cvičení v pracovním sešitě (Tomlinson, 1999).

Závěr

Kulturní rozdíly mohou ovlivňovat výuku elementární matematiky nejen v mezinárodní škole, kterou navštěvují řáci různých národností. I prostředí běžné školy se v současné době často stává multikulturním, proto by poznání odlišností mělo být součástí všeobecného přehledu každého učitele. Ten by pak mohl nejen reagovat na různé kulturní zázemí řáků, ale především by měl být schopen nabídnout každému řákovi další způsoby a postupy práce, které by odpovídaly jeho individuálním potřebám.

Literatura

1. BISHOP, A. J. *Mathematics education in its cultural context*. In T. P. Carpenter, J. A. Dossey & J. L. Koehler (Eds.) *Classics in mathematics education research* Reston, VA, USA: National Council of Teachers of Mathematics, 2004. p. 200-207.
2. CASH, R., M. *Advancing Differentiation Thinking and Learning for the 21st Century*. USA: Free Spirit Publishing Inc. 2011. ISBN 13: 978-1-57542-357-9.
3. COUFALOVÁ, J., CHMELOVÁ, M. *Individuální předpoklady řáků prvního stupně pro další rozvoj jejich matematického myšlení*. In *Matematika 4*. Olomouc: Univerzita Palackého, 2010. s. 78-83. ISBN: 978-80-244-2511-5.

4. COUFALOVÁ, J., CHMELOVÁ, M. *Individuální předpoklady žáků třetího, čtvrtého a pátého ročníku pro další rozvoj jejich matematického myšlení.* In *Tvořivost v počátečním vyučování matematiky.* Plzeň: Západočeská univerzita, 2011. s. 60-64. ISBN: 978-80-7043-992-0.
5. COUFALOVÁ, J., CHMELOVÁ, M., HRABĚTOVÁ, R. *Žáci, učitelé a algoritmy* In *Matematika 4.* Olomouc: Univerzita Palackého, 2010. s. 84-87. ISBN: 978-80-244-2511-5.
6. EACEA: Education, Audiovisual and Culture Executive Agency *Mathematic in Europe: Common Challenges Education and National Policies.* 2011. ISBN 978-92-9201-221-2.
7. POIRIER L. *Inuit Mathematics, a Collaborative Research.* In *Proceedings of the Commission Internationale pour l'Étude et L'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques (CIEAEM 59): Mathematical Activity in Classroom Practice and as a Research Object in Didactics: Two Complementary Perspectives.* Dobogókő, Hungary, 2007.
8. TOMLINSON, C. A. *The Differentiated Classroom: Responding to the Needs of All Learners.* Alexandria, VA USA: Association for Supervision & Curriculum Development 1999. ISBN 978-0-87120-342-7.

Kontaktní adresa

Doc. PaedDr. Jana Coufalová, CSc.
Katedra matematiky
Fakulta pedagogická ZČU v Plzni
Sedláčkova 38, 306 14 Plzeň
Fax: +420 377 636 002
Telefon: +420 377 636 000
E-mail: coufalov@kmt.zcu.cz

Mgr. Miroslava Brožová
The International Montessori School
of Prague & ZS JAM
Hrudičkova 2107/16
148 00 Prague 4 - Roztyly
Telefon: +420 272 937 758
E-mail: zs_jam@montessori.cz

EFEKTIVNOST PROJEKTOVÉ METODY V MATEMATICE Z HLEDISKA ROZVOJE ŽÁKOVSKÝCH KOMPETENCÍ¹

Jana COUFALOVÁ, Regina HRABĚTOVÁ

Abstrakt

Příspěvek ukazuje dílčí výsledky dvouletého výzkumu efektivnosti projektové metody, který byl prováděn v několika vyučovacích předmětech. Ověřována byla hypotéza, že projektové vyučování podporuje rozvoj sociálních kompetencí a kompetencí k učení. Experiment byl prováděn ve spolupráci s psychologem, k testování žáků byly použity standardizované testy a jejich modifikace. Zjišťovány byly změny v oblasti sebepojetí a prožívání žáků ve vztahu ke kolektivu třídy a ve vztahu k vyučovanému předmětu. Současně byla didaktickými testy zjišťována míra osvojení učiva. Analýza výsledků ukázala v experimentální skupině s projektovým vyučováním v hodinách matematiky pozitivní posun v sebepojetí žáků a významný rozvoj jejich sociálních kompetencí. Očekávaný efekt v oblasti kognitivní nebyl prokázán.

Klíčová slova: projektové vyučování v matematice, rozvoj žakovských kompetencí, testování efektivnosti vyučovací metody

EFFECTIVENESS OF PROJECT METHOD IN TEACHING MATHEMATICS IN TERMS OF THE DEVELOPMENT OF STUDENTS' COMPETENCIES

Abstract

This article shows the partial results of a two-year research study into the effectiveness of the project method, which was conducted in classes of several subjects. Benefits of this method in the development of students' competencies (in primary, upper primary and secondary schools) were observed. A positive shift in their self-concept and significant development of social skills were demonstrated.

Key words: project teaching in mathematics, development of students' competencies, testing the effectiveness of the teaching method

1. Úvod

V letech 2010 a 2011 byl na Fakultě pedagogické Západočeské univerzity v Plzni v rámci studentské grantové soutěže realizován projekt, jehož cílem bylo ověřit, jaké výsledky přináší projektová výuka v oblasti poznatkové, motivační a sociální ve vyučování matematiky, fyziky a informatiky u žáků různých věkových skupin (1. a 2. stupeň ZŠ a střední škola). Ověřována byla hypotéza, že projektové vyučování podporuje rozvoj sociálních kompetencí a kompetencí k učení. V tomto příspěvku se

¹ Příspěvek vznikl s podporou Studentské grantové soutěže Západočeské univerzity v Plzni (studentský projekt SGS-2010-076)

zaměříme na žáky ve věku 12-13 let. Bude popsána metodika výzkumu a některé výsledky experimentu.

2. Metodika a výsledky experimentu

Projektově zaměřené vyučování proběhlo v únoru 2011 v sekundě Sportovního gymnázia v Plzni v rámci výuky tématu n -úhelníky². Třída byla učitelem rozdělena na dvě skupiny, experimentální a srovnávací, každá po 16 žácích, s přibližně stejným rozdělením známek z matematiky za poslední dva roky. Na projektu spolupracoval psycholog.

Žákům byly v průběhu projektu předkládány následující psychologické testy: SUPSO 1-2, SPAS 1-2, KOMPETENCE, PROJEKCE 1-2 a didaktický test. Psycholog, který ve spolupráci s experimentátorem testové baterie připravil, vycházel ze standardizovaných testů a doplnil je i některými jejich modifikacemi. Dále uvedeme, co bylo sledováno jednotlivými testy a jak vlastní testování probíhalo. Číslování testů označuje, ve které fázi experimentu byl test použit.

SUPSO 1-2

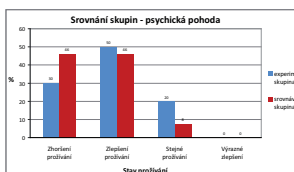
- | | |
|----------------------------------|--------------------------------------|
| • Psychická pohoda | • Psychická deprese, pocit vyčerpání |
| • Aktivnost, činnost | • Úzkost, očekávání obav |
| • Impulzivnost, odreagování se | • Sklíčenost, rezignace |
| • Psychický nepokoj, rozladěnost | |

Test SUPSO 1 byl zadán žákům obou skupin (tj. experimentální a srovnávací) před začátkem projektu. Respondenti zaznamenávali svůj obvyklý stupeň prožívání daného pocitu či stavu v hodinách matematiky. Test SUPSO 2 byl zadán žákům obou skupin po ukončení projektu. Tentokrát zaznamenávali stupeň prožívání daného pocitu či stavu v poslední době při hodinách matematiky.

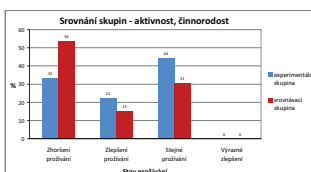
Podoba testů SUPSO 1, SUPSO 2 byla totožná. Pomocí škály vůbec, občas, zpravidla, často, soustavně žáci udávali svůj obvyklý způsob prožívání a) v oblasti psychické pohody (spokojený, svěží, dobře naladěný, klidný), b) v oblasti aktivity (energický, činný, temperamentní, průbojný), c) v oblasti impulzivnosti (náladový, výbušný, těžko se ovládám, vztekly), d) v oblasti psychického nepokoje (rozmrzelý, nespokojený, netrpělivý, neklidný), e) v oblasti psychické deprese (otrávený, pesimistický, zmořený, vyčerpaný), f) v oblasti úzkosti (napjatý, nejistý, úzkostně naladěný, prožívání obav) a g) v oblasti sklíčenosti (smutný, nešťastný, přecitlivělý, osamělý). Na konci projektu bylo provedeno bodové ohodnocení ve škále 0-1-2-3-4 a srovnání obou skupin (grafy 1 – 7).

Ukázalo se, že u žáků experimentální skupiny nastalo výrazné zlepšení prožívání v oblasti impulzivnosti (odreagování se), psychického nepokoje (rozladěnosti) a psychické deprese (pocitu vyčerpání).

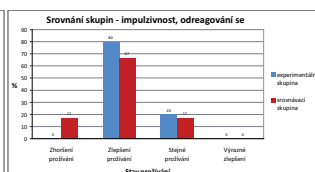
² Průběh projektu je popsán v COUFALOVÁ, J., HRABĚTOVÁ, R. *Efektivnost projektové metody ve vyučování matematiky*. In: Tvořivost v počátečním vyučování matematiky. Plzeň: Západočeská univerzita, 2011. s. 65-69. ISBN 978-80-7043-992-0.



Graf 1



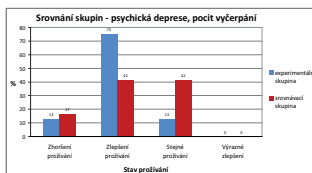
Graf 2



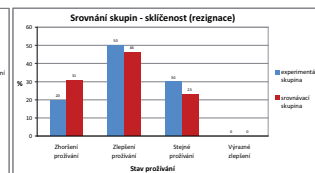
Graf 3



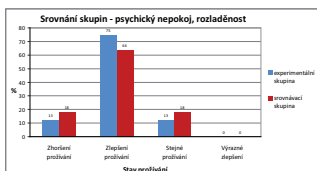
Graf 4



Graf 5



Graf 6



Graf 7

SPAS 1-2

- Obecné schopnosti
- Předmět
- Sebedůvěra

Test SPAS 1 byl předložen žákům obou skupin na začátku projektu. Hodnotili v něm svou celkovou školní úspěšnost (schopnost naučit se novou látku, samostatnost, intelekt, bystrost, schopnost vyjádřit se), úspěšnost v předmětu (vztah k předmětu, úspěšnost v probíraném učivu – procenta, operace se zlomky, porovnání své úspěšnosti v matematice se spolužáky, výsledky a posouzení svého nadání v předmětu) a sebepojetí (hodnocení své školní práce, pocity při zkoušení, vztah ke škole).

Test SPAS 2 byl předložen žákům obou skupin na konci projektu. Znění testů (SPAS 1, SPAS 2) bylo totožné. Pouze ve dvou výpovědích týkajících se právě probíraného učiva došlo k změně slov.

Na konci projektu bylo provedeno bodové ohodnocení každé odpovědi ve škále 0-1. Změny v sebepojetí v obecných schopnostech, v matematice a sebedůvěře jsou uvedeny v grafech 8–10. Testy prokázaly, že matematika nepatří mezi oblíbený předmět žáků, ani z něj nedostávají nejlepší známky. Přesto zvládnutí nového učiva většinou nečiní žákům velké potíže. Velká část žáků vypověděla, že je zkoušení znervózňuje. Ze školy ale obecně strach nemají.



Graf 8



Graf 9



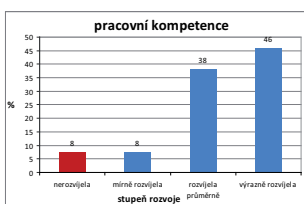
Graf 10

KOMPETENCE

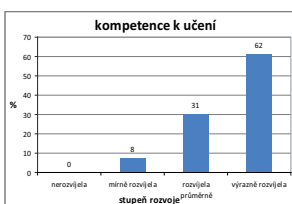
- Pracovní kompetence
- Kompetence k učení
- Kompetence k řešení problémů
- Komunikační kompetence
- Sociální kompetence

Tento test byl předložen pouze žákům experimentální skupiny na konci projektu. Test měl odhalit možný rozvoj jednotlivých kompetencí během projektového vyučování. Každá kompetence zahrnovala tři okruhy otázek. Žáci kroužkovali jednu ze tří možných variant (A, B, C) nejvíce odpovídající skutečnosti, uváděli tedy celkem 15 odpovědí. (například u kompetence k řešení problémů se rozhodovali mezi A – Zadání úkolu každý z nás ihned správně pochopil, B – Zadání úkolu jsme si ujasnili až při diskusi ve skupině, C – Chvilí nám trvalo, než jsme pochopili zadání úkolu. Upřesnil nám jej až učitel.) Každá odpověď byla bodově ohodnocena ve škále 0-1-2. (Ve výše uvedeném případě za odpověď A – 0 bodů, B – 2 body, C – 1 bod.) Na grafech 11 – 15 je patrné, nakolik se ta či ona kompetence rozvíjela nebo nerozvíjela.

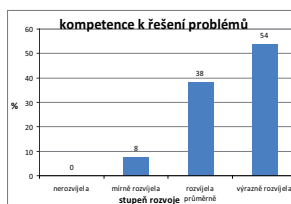
Kompetence, které se výrazně rozvíjely u žáků experimentální skupiny, byly kompetence k učení (62 % žáků) a kompetence k řešení problémů (54 % žáků). Žáci většinou vypovídali, že v průběhu projektu často vznikala situace, kdy něčemu nerozuměli a museli získávat nové informace, a že byli pro pracovní skupinu velkým přínosem (kompetence k učení). Uváděli též, že úkol bylo možné řešit několika způsoby, ale oni si zvolili jeden, a že zadání úkolu se jim podařilo zcela splnit a s dosaženými výsledky jsou tedy spokojeni (kompetence k řešení problémů).



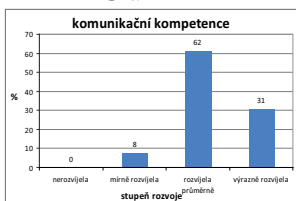
Graf 11



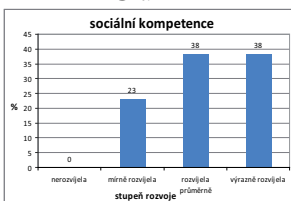
Graf 12



Graf 13



Graf 14



Graf 15

PROJEKCE 1-2

Test PROJEKCE 1 byl předložen žákům obou skupin na začátku projektu. Na papíře formátu A4 byl vyobrazen strom s postavami. Strom představoval školní třídu. Úkolem žáků bylo pozorně si prohlédnout postavy, a) najít postavu, která nejvíce odpovídá jejich postavení ve třídě, a vybarvit ji libovolnou pastelkou nebo fixem, b) zakroužkovat postavu, kterou by chtěli být.

Test PROJEKCE 2 byl předložen pouze žákům experimentální skupiny na konci projektu. Vyobrazení stromu s postavami bylo totožné. Strom tentokrát představoval pracovní skupinu (projektový tým). Úkolem žáků bylo opět si pozorně prohlédnout postavy na obrázku, a) najít postavu, která se nejvíce podobá jejich postavení v týmu a vybarvit ji libovolnou pastelkou nebo fixem, b) zakroužkovat své týmové pracovníky.

Na konci projektu bylo provedeno vyhodnocení testů u žáků experimentální skupiny. Hodnocen byl posun k ideálu, posun k dominanci a k přátelství. Téměř u 75 % žáků nastal posun k ideálu. U 42 % žáků byl zaznamenán posun k dominanci a u 25 % žáků posun k přátelskosti. U zbytku žáků nenastal žádný posun.

Didaktický test

Didaktický test byl zadán žákům obou skupin na konci projektu. Test vypracovala vyučující předmětu a byl zaměřen výhradně na osvojení si učiva (vnitřní, vnější úhly, shodnost trojúhelníků, úsečky trojúhelníku). V teoretické části testu byla průměrná známka žáků experimentální skupiny 3,9 (srovnávací 3,3), v praktické části testu (rýsování) byla průměrná známka žáků experimentální skupiny 2,79 (srovnávací 1,87). Tři týdny po ukončení projektu zadala vyučující předmětu čtvrtletní písemnou práci, kde bylo zařazeno i učivo z doby projektu. Průměrná známka žáků experimentální skupiny byla 2,8 (srovnávací 2,4).

3. Závěry

Uvedené výsledky ukazují, že projektové vyučování je pro danou věkovou skupinu metodou, která žáky motivuje a přináší významné efekty i v oblasti rozvoje kompetencí. Učitelé někdy odůvodňují obavy z užívání projektového vyučování menší mírou osvojení učiva a krátkodobostí získaných poznatků. V provedeném experimentu žáci experimentální skupiny dosahovali v didaktickém testu horších výsledků než žáci ve srovnávací skupině, což ukazuje na nutnost zaměřit se při přípravě projektů více na oblast kognitivní. V experimentální skupině došlo k posunu v oblasti sociálních kompetencí, žáci získávali pocit důležitosti své práce pro výsledek celé skupiny, pozitivně se měnilo jejich sebepojetí. Z hlediska ověřování efektivit projektového vyučování přinese jistě zajímavé výsledky srovnání s jinými věkovými skupinami, ve kterých byla použita stejná metodika.

Literatura

1. KRATOCHVÍLOVÁ, J. *Teorie a praxe projektové výuky*. 1. vyd. Brno: Masarykova univerzita, 2006. 160 s. ISBN 80-210-4142-0.
2. MAINZ, D., HODINÁŘ, J. *Project-based learning as a way of attracting students to natural science*. In: MMK 2011 : Mezinárodní Masarykova konference pro doktorandy a mladé vědecké pracovníky. Hradec Králové: Magnanimitas, 2011. CD-ROM. ISBN 978-80-904877-7-2. s. 317-322.
3. ŠVARÍČEK, R., ŠEĐOVÁ, K. *Kvalitativní výzkum v pedagogických vědách*. 1. vyd. Praha: Portál, 2007. 377 s. ISBN 978-80-7367-313-0.
4. FRIED-BOOTH, D. *Project Work*. 1. vyd. Oxford: Oxford University Press, 2002. 127 s. ISBN 0194372251.

Kontaktní adresa

Doc. PaedDr. Jana Coufalová, CSc.

Mgr. Regina Hrabětová

Katedra matematiky, fyziky a výpočetní techniky, Fakulta pedagogická ZČU v Plzni

Sedláčkova 38, 306 14, Plzeň

Telefon: +420 377 636 000

E-mail: coufalov@kmt.zcu.cz

E-mail: rhrabe@kma.zcu.cz

TO THE QUESTION OF DETERMINATION OF THE SCIENTIFIC–THEORETICAL FOUNDATION FOR INTRODUCTION OF NOTIONS "SETS", "PROPOSITIONS" AND "EVENTS"

Boris Nikolayevich DROBOTUN

Abstract

In this work we offer the technological methods to formation of methodological culture of students. These methods are based on defining of the possibilities of propaedeutics of method of the formal axiomatic theories under development of the common scientific–theoretical foundations of introducing notions set, proposition and event in the system of mathematical disciplines in general education. The article is intended as the theme of actual problems of mathematics methodology and pedagogy in Ph.D. students' research.

Key words: sets, propositions, events, Boolean algebra, set–theoretic operations, probability–theoretic model of Boolean algebra

1. The quality and fundamentality of mathematical training define the most popular sense as assessing to the criterions of justifiabilities and necessity of the modern education. According to this, the development of means of methodological potential which peculiar to modern mathematics is one of defining conditions for productive search and finding for experts of all levels of their own area of the superiority.

So, for the successful decision of this problem it is necessary that propaedeutic possibilities of formation of methodological culture of the future experts is put in base subject matters of natural-mathematical orientation at level of schools providing general education

The basis of methodological potential of mathematics is made by such methods, as:

- a) Methods of formation and studying of scientific abstractions;
- b) Methods of inductive proofs, definitions and constructions;
- c) Methods of substantial and formal axiomatic theories.

Development of a method of formal axiomatic theories was carried out mainly within the bounds disciplines of logic-algebraic orientation.

In formation of this method the formal symbolical languages of logic calculations have played important role. In particular, the basis syntactic components of symbolical language and means of deduction of formal axiomatic theories is made by formal language and a deductive component of calculation of predicates respectively.

Initially working out and mission of symbolical languages have been focused on maintenance of possibilities of the description of algebraic systems structural properties that has predetermined features of display of their descriptive, operational and predictive functions.

Thank to these features the mathematical conclusions are replaced by formal "calculations" which are made by certain rules. According to this, process of mathematical thinking represents «the logic techniques» in language of symbols.

Syntactic configurations of formal languages "materialize" thinking process, giving to mathematicians for reasoning the visually perceived objects and designs.

Subordinates to certain rules, step-by-step transformations of these constructions, represent "material" embodiments of certificates of cogitative activity in «a pure kind», that is in a kind reflecting only logic "skeleton" of these transformations. Interpreting in appropriate way primary components of symbolical language by means of those objects or other algebraic systems, we have an opportunity carrying over of a formal image of this "skeleton" to considered system and its use in "a ready" kind, without creation of concrete versions of this "skeleton" in special cases.

J.Boole was first who pointed out on possibilities of the similar description of properties of various mathematical structures in the same formal language and within the bounds of uniform logic calculation. In particular, in the work [1] he directly marked: «Those who is familiar with the present position of symbolical algebra, realize that validity of processes of the analysis depends not on interpretation of used symbols, but only from laws of their combination. Every such interpretation keeping the offered relations is equally admissible, and similar process of the analysis can represent in the first—decision of the question connected with properties of numbers, the second—the decision of a geometrical problem and the third—dynamics and optics solution of a problem. It is necessary to underline the fundamental nature of this principle ...»

2. Inclusion in the system of school base the natural-mathematical disciplines of a new subject matter "Computer science", and also: the beginnings of combinatory mathematics and the theory of sets; elements of mathematical logic; bases of probability theory and the mathematical statistics, has caused, on the one hand, necessity of revealing of the ideologically-methodological and scientific-theoretical bases of introduction of concept of set, statements and events on which working out of uniform techniques and technologies of training to these concepts of school providing general education could be based.

On the other hand, introduction of this discipline and these sections in curriculums of school providing general education has given new possibilities of formation of propaedeutic representations about methodological potential of modern mathematics.

According to theory of algebraic systems of [2] collection of sets, propositions and events (at certain restrictions) concerning plural-theoretic, logic-algebraic and probability-theoretic operations, respectively, can be considered as algebras.

With these positions, the first step of revealing of the uniform bases of productive development of these concepts reception of descriptions of each of set's algebras, propositions and events in conceptually-terminological base and symbolical language of any of other of them is represented.

It is necessary to note that on this way the J. Boole's practical realization of conceptual positions of the above-stated statement is reached also.

Concentrating on this statement first of all in case of considering of the collections of sets, events and propositions we need to know what kind of relations and their interpretations there is the question? As noted earlier, these collections over corresponding operation systems may be considered as algebra moreover as algebra of similar signature

$$\sigma = \langle F_1^2; F_2^2; F_3^1; c_1; c_2 \rangle,$$

where $F_1^2; F_2^2$ – symbols for the binary algebraic operations, F_3^1 – symbols for the unary algebraic operation and $c_1; c_2$ – symbols for the chosen elements. Moreover, the following functional symbols $F_1^2; F_2^2; F_3^1$:

– interpreted as set-theoretic operations « $\cup$ » – union, « $\cap$ » – intersection of sets and « $\bar{}$ » – complement of a set (in the universal sense) respectively in case of considering of sets' algebra;

– in case of algebra of propositions they are interpreted as logical operations: « $\&$ » – conjunction, « $\vee$ » – disjunction and « $\neg$ » – negation of proposition respectively;

– in case of algebra of events – interpreted as probability-theoretic operations: « $+$ » – the sum and « $\cdot$ » – multiplication of events and also « $\bar{}$ » – taking the opposite event respectively.

Analogously, the signature symbols c_1 and c_2 are interpreted:

– in case of sets' algebra as empty and universal sets respectively;

– in case of propositions' algebra, as identically false proposition – « f » and – identically true proposition « t » respectively;

– in case of events' algebra, as impossible and certain events respectively.

All those algebras (in stated interpretations) satisfy to similar axioms under σ signature might be written as follows:

- 1) $(\forall x)(\forall y)(F_1^2(x; y) = F_1^2(y; x));$
- 2) $(\forall x)(\forall y)(\forall z)(F_1^2(F_1^2(x; y); z) = F_1^2(x; F_1^2(y; z)));$
- 3) $(\forall x)(\forall y)(\forall z)(F_1^2(x; F_2^2(y; z)) = F_2^2(F_1^2(x; y); F_1^2(x; z)));$
- 4) $(\forall x)(\forall y)(F_3^1(F_1^2(x; y)) = F_2^2(F_3^1(x); F_3^1(y)));$
- 5) $(\forall x)(F_1^2(x; x) = x);$
- 6) $(\forall x)(\forall y)(F_1^2(F_2^2(x; F_3^1(x)); y) = y);$
- 7) $(\forall x)(F_3^1(F_3^1(x)) = x).$

Note [3], that the above-mentioned system of axioms 1)–7) defines the class of all Boolean algebras.

In case of set-theoretic interpretation these axioms have form:

- 1) $(\forall x)(\forall y)(x \cup y = y \cup x);$
- 2) $(\forall x)(\forall y)(\forall z)((x \cup y) \cup z = x \cup (y \cup z));$
- 3) $(\forall x)(\forall y)(\forall z)(x \cup (y \cap z) = (x \cup y) \cap (x \cup z));$
- 4) $(\forall x)(\forall y)(x \cup \bar{y} = \bar{x} \cap \bar{y});$
- 5) $(\forall x)(x \cup x = x);$
- 6) $(\forall x)(\forall y)((x \cap \bar{x}) \cup y = y);$
- 7) $(\forall x)(\bar{\bar{x}} = x).$

Analogously, getting the specific system of writing of the axioms (like σ signature) in case of logical and probability-theoretic interpretations.

3. In work [4] the possible variants of description of propositions' algebra such like events' algebra and events' algebra such like sets' algebra are given. In this work is offered probability-theoretic method to the description of sets' algebra, i.e. here the

representation of this algebra in mean of conceptually–terminological base and the symbol system of notions of the probability theory are given.

Note that the traditional method of representation of the set–theoretic notions in terms of the probability theory is reduced to description of Boolean algebra

$$\mathbf{B}(M) = \langle B(M); \cup; \cap; \bar{}; \emptyset; M \rangle$$

of subsets of given nonempty set M in conceptually–terminological base and symbols of the probability theory.

Moreover if the set M is finite then given probability–theoretic interpretation of sets’ algebra is a model of experiment which is realized in the probability theory of the classical scheme sense.

Namely, if in the capacity of experiment S we consider random sampling of element x from M , then S^* – is a collection of events which may have place as a result of this experiment, therefore the better is considering the set of all subset of set M , i.e. its boolean $B(M)$. Moreover if during of experiment S an element $a \in A$ was chosen for any $A \in B(M)$, then according to preceding statements we can think that event A had place. Otherwise if $a \notin A$, then A had not place. Obviously in this case the empty set $\emptyset$ is an impossible event and the set M is a certain event. It is not difficult to see that if M – is an n –elements finite set and $M = \{a_1; a_2; \dots; a_n\}$, then the experiment S is realized in the sense of classical scheme since in this case the finite subset $\{\{a_1\}; \{a_2\}; \dots; \{a_n\}\}$ of set $B(M) = S^*$ is a space of elementary events Ω_S .

Defining the future analogies we have that:

– the probability–theoretic operations « $\cup$ », « $\cap$ », « $\setminus$ » and « $\bar{}$ » – union, intersection, difference of sets and the operation of taking the complement of a set in M will play the role of probability–theoretic operations « $+$ », « $\cdot$ », « $-$ », « $\bar{}$ » – addition, multiplication, difference of events and the operation of taking the opposite event. Note, that the operation « $\setminus$ » – difference of sets A and B and the operation « $-$ » – difference of events A and B will be considered as derivatives, since $A \setminus B = A \cap \bar{B}$ and $A - B = A \cdot \bar{B}$, respectively, i.e. sets’ and events’ algebras are really algebras of σ signature.

– if $A \in B(M)$ and $A = \{a_{i_1}; a_{i_2}; \dots; a_{i_m}\}$, $1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_m \leq n$, then in the capacity of collection $\Omega_S(A)$ of elementary events, will be subset

$$\{\{a_{i_1}\}; \{a_{i_2}\}; \dots; \{a_{i_m}\}\}$$
 from the elementary events space Ω_S ,

which is favorable result for event A , i.e. the probability $P(A)$ of event A (in the classical sense) will be calculated by formula $P(A) = \frac{m}{n}$;

– if $A, B \in B(M)$, then A and B are incompatible if and only if $A \cap B = \emptyset$;

– the events $A_1; A_2; \dots; A_t \in B(M)$ will form complete group of events iff $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_t = M$.

Analogously we can define analogs of the addition and multiplication theorems of probability, and also the analogs of Bayes theorem and formulas of total probability.

4. Considered above probability–theoretic interpretation of sets’ algebra $\mathbf{B}(M)$ seemed like rectilinear, it means that in this case it is not overlooked the possibilities of

getting analogs between probability–theoretic description of sets’ algebra and probability–theoretic presentation of events’ algebra which considered in [4].

In realization plan of basic prescriptions of studying of the algebraic systems to within isomorphism the better is obtaining such description of sets’ algebra in probability theory mean like informational form defined presence and specific of isomorphism between probability–theoretic interpretations of this algebra and propositions’ algebra.

Without loss of card M , we will build subalgebra $\mathbf{B}^*(M)$ of Boolean algebra $\mathbf{B}(M)$ as following.

Let E^n be a set $\left\{ \tilde{\sigma}^n = \langle \sigma_1; \sigma_2; \dots; \sigma_n \rangle / \sigma_i \in \{0;1\}, i = 1;2; \dots; n \right\}$

of n length dyadic collection. Let’s define in the role of mean subsets the following subsets $A_1; A_2; \dots; A_n$ of set M . For any dyadic collection $\tilde{\sigma}^n = \langle \sigma_1; \sigma_2; \dots; \sigma_n \rangle \in E^n$, we set $A_{\tilde{\sigma}^n} = A_1^{\sigma_1} \cap A_2^{\sigma_2} \cap \dots \cap A_n^{\sigma_n}$

where $A_i^{\sigma_i} = \begin{cases} A_i, & \text{if } \sigma_i = 1; \\ \bar{A}_i = M \setminus A_i, & \text{if } \sigma_i = 0, \end{cases} \quad i = 1;2; \dots; n$. We will assume that the set M

and the subsets $A_1; A_2; \dots; A_n$ are chosen such that $A_{\tilde{\sigma}^n} \neq \emptyset$ for any $\tilde{\sigma}^n \in E^n$. Mark

the following properties of subsets system $\left\{ A_{\tilde{\sigma}^n} / \tilde{\sigma}^n \in E^n \right\}$:

$$\bigcup_{\tilde{\sigma}^n \in E^n} A_{\tilde{\sigma}^n} = M; \quad (1)$$

$$(A_{\tilde{\sigma}^n} = A_{\tilde{\delta}^n}) \Leftrightarrow (\tilde{\sigma}^n = \tilde{\delta}^n); \quad (2)$$

$$(A_{\tilde{\sigma}^n} \cap A_{\tilde{\delta}^n} = \emptyset) \Leftrightarrow (\tilde{\sigma}^n \neq \tilde{\delta}^n), \quad (3)$$

for any $\tilde{\sigma}^n, \tilde{\delta}^n \in E^n$.

Instead of basic set of algebra $\mathbf{B}^*(M)$ we will take subalgebra $\mathbf{B}(M)$, generated with subsets $A_1; A_2; \dots; A_n$. Using the properties of set–theoretic operations « $\cup$ », « $\cap$ », « $\setminus$ », « $\bar{}$ » it is not difficult to proof the following statement: any B of Boolean algebra $\mathbf{B}^*(M)$ has the following unique representation (to within the set–theoretic term rate):

$$B = A_{\tilde{\sigma}_1^n} \cup A_{\tilde{\sigma}_2^n} \cup \dots \cup A_{\tilde{\sigma}_k^n} \quad (4)$$

for some $\tilde{\sigma}_1^n; \tilde{\sigma}_2^n; \dots; \tilde{\sigma}_k^n \in E^n$. And now if in formula (4) we put the set–theoretic terms in ascending order of standart numbers of the collection $\tilde{\sigma}_1^n; \tilde{\sigma}_2^n; \dots; \tilde{\sigma}_k^n$, then presentation by formula (4) of any element B from Boolean algebra $\mathbf{B}^*(M)$ is unique. Setting $\pi = \{\tilde{\sigma}_1^n; \tilde{\sigma}_2^n; \dots; \tilde{\sigma}_k^n\}$, then the subset in right hand side of formula (4), we will denote by A_π .

5. The probability–theoretic interpretation of subalgebra $\mathbf{B}^*(M)$ will be built as follows. With every element $a \in M$ we will link the dyadic collection $\tilde{\sigma}_a^m = \{\tilde{\sigma}_1^{(a)}; \tilde{\sigma}_2^{(a)}; \dots; \tilde{\sigma}_n^{(a)}\}$, which coordinates will be defined by roles:

$$\sigma_i^{(a)} = \begin{cases} 1, & \text{if } a \in A_i; \\ 0, & \text{if } a \notin A_i, \end{cases} \quad i = 1; 2; \dots; n.$$

As above instead of experiment S we will consider simple sampling of element x from M . In this case the role of event's collection S^* will play the set $B^*(M) = \left\{ A_\pi / \pi \subseteq E^n \right\}$. Then if as a result of the experiment S will be chosen element a , then the event $A_\pi \in S^*$ has happened if and only if $\tilde{\sigma}_a^n \in \pi$. Note that condition $\tilde{\sigma}_a^n \in \pi$ is equivalent that $A_{\tilde{\sigma}_a^n}$ is a set-theoretic term in representation A_π by formula (4). Thus, giving the description of Boolean algebra $B^*(M)$ in terms of the probability theory, instead of experiment S we can consider any option of dyadic collection $\tilde{\sigma}^n$ from E^n , and instead of a space of elementary events Ω_S , with respect to formulas (1), (2), (3), we consider the set $\left\{ A_{\tilde{\sigma}^n} / \tilde{\sigma}^n \subseteq E^n \right\}$.

Note, that events $A_{\tilde{\sigma}^n}$ are atoms of Boolean algebra $B^*(M)$. Starting from suppositions with respect to sets M and $A_1; A_2; \dots; A_n$ the number of these atoms equal to the number of dyadic collections in the set E^n , i.e. 2^n . The formula (4) shows, that elementary events $A_{\tilde{\sigma}_1^n}; A_{\tilde{\sigma}_2^n}; \dots; A_{\tilde{\sigma}_k^n}$ from Ω_S are favorable to event B and, therefore the classical probability $P(B)$ of event B will be equal to $\frac{k}{2^n}$.

Finally we note that the obtained probability-theoretic model of Boolean algebra $B^*(M)$ to within isomorphism is identical to probability-theoretic model of algebra of propositions was obtained in [3].

References

1. BOOLE G. *The mathematical analysis and logic*. Cambridge, 1847. p.3.
2. MALTSEV A.I. *Algebraic systems*. M.: Nauka, 1970. 392p.
3. GONCHAROV S.S. *Countable Boolean algebras and solvability*. Novosibirsk: Scientific Book, 1996. 364p.
4. DROBOTUN B.N. *Logical algebraic method to studying of basic volumes of the theory of probability*. Vestnik of the Tomsk State University. 2007. № 300. c.184-187p. (in Russian)

Contact address

Prof. Dr. Boris Nikolayevich Drobotun, CSc.
Department of Mathematics
Pavlodar State University named after S. Toraigyrov,
Lomov st. 64, Pavlodar, 140008, Republic of Kazakhstan
Phone +7 (718) 2 341 519
drobotun.nina@mail.ru, aizhan-syzdykova@yandex.ru

PRIRODZENÉ ČÍSLA TROCHU (NE) ŠPECIFICKY V MATEMATICKEJ EDUKÁCI

Lucia FICOVÁ

Abstrakt

Príspevok pojednáva o možnostiach využitia matematickej hry „6 nimmt!“ v podmienkach primárnej školy v tematickom okruhu čísla, premenné a počtové výkony s číslami. Hra „6 nimmt!“ je zameraná na vytváranie číselných postupností v danej množine čísel. Pozornosť je v príspevku zameraná na základnú charakteristiku hry a jej možnosti využitia v procese edukácie. Na širokospektrálne využitie prostredníctvom rôznych modifikácií, ktoré nám prezentovaná hra ponúka. V závere príspevku je uvedená analýza hry z pohľadu zastúpenia jednotlivých prvkov učiva z matematiky v danom tematickom okruhu.

Kľúčová slova: primárna škola, kompetencie, prirodzené čísla, matematická hra, hra „6 nimmt!“

NATURAL NUMBERS A LITTLE NON-SPECIFICALLY IN THE MATHEMATICAL EDUCATION

Abstract

The article deals with the possibilities of using mathematical games "6 Nimmt!," in terms of primary schools in the subjects numbers, variables and calculation performance with numbers. Play "6 Nimmt!" is aimed at creating a sequence of numbers in a given set of numbers. Attention is focused on the contribution of the basic characteristics of the game and its applicability in the process of education. The broad use through various modifications, we have presented offers playful. In conclusion, the above analysis of the game in terms of representation of each element of the curriculum of mathematics in the topics.

Key words: primary school, competencies, natural numbers, mathematical game, the game "6 Nimmt!"

1. Úvod

Primárna škola ponúka priestor na využívanie hier jednak v samotnom procese výučby, ale aj vo voľnočasových aktivitách, ktoré sú charakteristické pre školský klub detí. To kde by sa mali a mohli hry primárne využívať nie je predmetom príspevku, a preto sa budeme ďalej zameriavať na popis jednej konkrétnej matematickej hry. Matematická hra „6 nimmt!“ je zameraná na vytváranie postupností prirodzených čísel v obore do 10 000.

Prostredníctvom tejto hry môžu žiaci získavať kompetencie, ktoré sa viažu na daný tematický okruh, a ktorými by mali žiaci disponovať po ukončení primárneho stupňa

vzdelávania. Mali by poznať prirodzené čísla v obore do 10 000; vedieť využiť prirodzené čísla na popis a riešenie problémov z reálnej situácie; vykonávať spamäti, písomne a na kalkulačke základné aritmetické operácie a využívať komutatívnosť a asociatívnu sčítania a násobenia; zaokrúhľovať čísla na desiatky; vykonávať odhady; kontrolovať správnosť výsledkov aritmetických operácií; riešiť a tvoriť numerické a kontextové úlohy na základe reality, obrázkovej situácie a zadaných číselných hodnôt, pri ktorých žiak správne aplikuje osvojené poznatky o číslach a aritmetických operáciách. Vytvárať jednoduché postupnosti z čísel; rozoznávať a vytvárať rastúcu a klesajúcu postupnosť čísel; objavovať pravidlo tvorby postupnosti a pokračovať v tvorení ďalších jej prvkov a pod. (Štátny vzdelávací program – príloha Matematika, 2008).

2. Využitie hry „6 nimmt!“ v tematickom celku prirodzené čísla

a) Čo je potrebné o hre „6 nimmt!“ vedieť?

Autorom hry je Wolfgang Kramer. Hra získala v priebehu niekoľkých rokov nasledujúce ocenenia: Deutscher Spiele Preis (1994), Spiel des Jahres (1994), Mensa Best Mind Game (1996), Hra roku (2005). Hra je určená pre 2 až 10 hráčov od desať rokov.

Hra obsahuje 104 hracích kariet s číslami 1 - 104 a pravidlá hry. Hracie karty možno rozčleniť podľa ich charakteru na niekoľko druhov a to:

Na bežných kartách s číslami je jeden obrázok.

- Na kartách s číslami 5, 15, 25, 35, 45, 55, 65, 75, 85, 95 sú **dva** obrázky.
- Na kartách s číslami 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100 sú **tri** obrázky.
- Na kartách s číslami 11, 22, 33, 44, 66, 77, 88, 99 je **päť** obrázkov.
- Hracia karta s číslom 55 je výnimka a má **sedem** obrázkov.

Cieľom hry je nebrať karty, ak už karty vziať musíte, zoberte si tie s najmenším počtom obrázkov. Vyhráva ten, kto počas hry nazbiera najmenej obrázkov.

K hre je potrebné mať k dispozícii papier a ceruzku. Karty sa zamiešajú a každému hráčovi sa rozdá 10 kariet. Štyri horné karty zo zostávajúceho balíčka sa položia na stôl. Každá z týchto kariet bude prvou kartou v rade. Počas hry sa budú vytvárať číselné rady z maximálne piatich kariet. Zostávajúce karty nebudú pri hre potrebné.

b) Ako sa hra „6 nimmt!“ hrá?

Každý hráč vyberie jednu kartu z tých, ktoré má v ruke, a tak aby to nikto nevidel ju položí lícom nadol pred seba na stôl. Keď všetci hráči vyberú jednu svoju kartu, otočia sa tieto karty lícom nahor. Kto má kartu s najnižším číslom, zaraďuje ju ako prvý do jedného zo štyroch radov (tzn. položí ju vedľa k jednej už ležiacich kariet). Ďalšiu kartu zaraďuje ten, kto má druhé najnižšie číslo atď., kým nebude umiestnená posledná vyložená karta. Toto sa opakuje kým všetci hráči nezahrajú všetkých svojich desať kariet. Karta musí byť do jedného z radov umiestnená podľa nasledujúcich pravidiel:

Pravidlo 1: Vzrastajúca hodnota - Karty v rade sa vždy ukladajú tak, aby karta, ktorú hráč prikladá mala vyššie číslo ako karta, za ktorú ju hráč prikladá.

Pravidlo 2: Najnižší rozdiel - Karta musí byť umiestnená do radu za kartu, ktorá má k vyloženej karte najbližšiu nižšiu hodnotu. Pri umiestňovaní kariet do radov sú dôležité vždy posledné (najvyššie hodnoty) karty, ktoré sú umiestnené v jednotlivých radoch.

Pravidlo 3: Naplnený rad - Rad je ukončený, keď je v ňom päť kariet. Vo chvíli, keď do tohto radu má byť podľa pravidiel najnižšieho rozdielu (pravidlo 2) umiestnená

šiesta karta, hráč, ktorý touto kartou zahral, si musí vziať všetkých päť kariet tohto radu. Namiesto nich dá na začiatok radu kartu, ktorou práve zahral (šiestu). Táto karta bude tvoriť začiatok nového radu. Všetky karty, ktoré hráč zoberie si umiestni do balíčka pred seba na stôl. Namiesto nich dá do stredu stola kartu, ktorou práve zahral, tá bude tvoriť začiatok nového radu. Kto vyloží hraciu kartu s najmenším číslom tak, že ju nie je možné zaradiť a musí si teda vziať niektorý rad, mal by si vybrať ten rad, kde je na hracích kartách po sčítaní všetkých piatich hracích kariet najmenší počet obrázkov.

Pravidlo 4: *Nízka karta* - Keď hráč vyloží kartu s najmenším číslom a nie je možné ju umiestniť do žiadneho radu, musí si vziať jeden celý rad podľa svojho výberu. Zoberie si všetky karty z tohto radu do balíčka pred seba na stôl. Namiesto nich dá do stredu stola kartu, ktorou práve zahral, tá bude tvoriť začiatok nového radu. Kto vyloží hraciu kartu s najmenším číslom tak, že ju nie je možné zaradiť a musí si teda vziať niektorý rad, mal by si vybrať ten rad, kde je na hracích kartách po sčítaní všetkých piatich hracích kariet najmenší počet obrázkov.

Příklad (pravidlo 1, 2): Ako ukazuje obrázok 1, majú posledné (najvyššie) karty štyroch radov nasledujúce hodnoty 6, 29, 43 a 50. Štyria hráči vyložia nasledujúce karty 10, 12, 35 a 52. Hracia karta s číslom 10 je najnižšia a bude sa zaraďovať ako prvá. Pri rešpektovaní prvého pravidla patrí vedľa hracej karty s číslom 6, rovnako tak aj hraciu kartu s číslom 12 zaradíme do tohto radu vedľa hracej karty s číslom 10. Hraciu kartu s číslom 35 môžeme na základe prvého pravidla položiť do radu za hraciu kartu s číslom 12 alebo 29. Podľa druhého pravidla musí byť položená za hraciu kartu s číslom 29, pretože musí byť splnená požiadavka najnižšieho rozdielu. Hracia karta s číslom 52 patrí podľa druhého pravidla do štvrtého radu za hraciu kartu s číslom 50. Túto situáciu znázorňuje obrázok 1.

6	10	12
29	35	
43		
50	52	

Obrázok 1 - pravidlo 1, 2
Ukazuje štyri rady po prvom kole

20	25
29	35
43	
50	52

Obrázok 2 - pravidlo 3
Ukazuje štyri rady po druhom kole

20	25
29	35
5	9
50	52
54	62

Obrázok 3 - pravidlo 4
Ukazuje štyri rady po treťom kole

Příklad (pravidlo 3): Naši štyria hráči vyložia nasledujúce karty 15, 17, 20 a 25. Hracie karty s číslom 15 a 17 patria do prvého radu, ktorý je teraz piatimi kartami naplnený. Hráč, ktorý vyložil hraciu kartu s číslom 20, ju musí zaradiť do prvého radu. Tá už je šiesta, hráč si teda musí vziať všetkých päť kariet z prvého radu. Hracia karta s číslom 20 je teraz prvou kartou v prvom rade. Hracia karta s číslom 25 sa potom zaraď za hraciu kartu s číslom 20 v prvom rade.

Příklad (pravidlo 4): Hráčmi boli vybrané nasledujúce karty 5, 9, 54 a 62. Hracia karta s číslom 5 je najnižšia karta a podľa pravidiel musí byť umiestnená ako prvá. Nie

je ju ale možné zaradiť do žiadneho zo štyroch radov. Hráč, ktorý danou kartou zahral, vyprázdni jeden rad. Vyberie si tretí a zoberie si hraciu kartu s číslom 43 (pretože na hracej karte je len jedna zvieracia hlava). Jeho hracia karta s číslom 5 je teraz prvou kartou tretieho radu. Hráč s hracou kartou číslo 9 ju teraz môže položiť do tohto radu vedľa hracej karty s číslom 5.

Hra končí, keď všetci hráči vyložia svojich desať kariet. Každý potom spočíta počet obrázkov na hracích kartách v balíčku kariet, ktoré nazbieral. Výsledok sa zapíše a môže sa hrať znova. Hrá sa stále dookola, kým niektorý z hráčov nenazbiera 66 obrázkov. Víťazom je ten hráč, ktorý dovtedy nazbieral najmenej obrázkov. Samozrejme na začiatku je možné stanoviť iný počet obrázkov pre koniec hry, alebo určiť počet hier, na ktoré sa bude hrať.

c) Ako možno hru „6 nimmt!“ modifikovať?

Devízou hry je veľké množstvo modifikácií, ktoré robia hru zaujímavou a využiteľnou v rôznych jej podobách. V nasledujúcom texte sú uvedené len vybrané modifikácie, ktoré sú vhodné a aplikovateľné pre primárne vzdelávanie. Pri všetkých nižšie uvedených modifikáciách je potrebné mať na pamäti štyri základné pravidlá hry, doplnujúce pravidlá sú opísané v jednotlivých modifikáciách.

Modifikácia 1: Taktika - Zo všetkých 104 kariet sa vyberie počet hracích kariet na princípe „počet hráčov $\times$ 10 + 4“ kariet s najnižšími číslami. Okrem hry s desiatimi hráčmi sa vždy hrá s menším počtom kariet a hráči presne vedia, ktoré karty sú v hre.

Modifikácia 2: Profesionál - Prikladat' do radu sa môže doprava i doľava. Vľavo sa čísla zmenšujú, vpravo zväčšujú. Ten, kto položí do radu šiestu kartu (bez ohľadu na to, či doprava, alebo doľava), musí si rovnako ako v základnej hre vziať celý rad a kartu, ktorú práve priložil nechať uprostred stola ako začiatok nového radu. Ostatné pravidlá platia ako v základnej hre.

Modifikácia 3: Rafinovaná - Hráči dostanú po 14 hracích kariet. Každý hráč v každom kole vyloží dve hracie karty zakryté pred seba. Po vyložení hracích kariet všetkými hráčmi nastáva fáza odkrytia a prikladania, t.j. všetci hráči naraz odkryjú svoje hracie karty. Kto má hraciu kartu s najmenším číslom, musí priložiť obe svoje karty. Môže sa však rozhodnúť, v akom poradí bude svoje dve hracie karty prikladat'. Po ňom prikladá hráč, ktorý má teraz hraciu kartu s najmenším číslom atď.

d) Kde sa v hre „6 nimmt!“ ukrýva matematika?

Pri identifikovaní prvkov učiva z matematiky, ktorými hra „6 nimmt!“ disponuje, by bolo možné určiť zovšeobecňujúci charakter využitia danej matematickej hry v tematickom okruhu čísla, premenné a početové výkony s číslami. Na základe analýzy danej hry však možno prvky učiva z matematiky hľadať konkrétne v jednotlivých tematických celkoch a im zodpovedajúcich výkonových štandardoch.

Matematická hra „6nimmt!“ je zameraná na:

- čítanie a písanie čísel v obore do 20, v obore do 100, v obore do 10 000
- usporiadanie čísel v obore do 20, v obore do 100, v obore do 10 000,
- určovanie poradia čísel v obore do 20, v obore do 100, v obore do 10 000,
- orientáciu v číselnom rade v obore do 20, v obore do 100, v obore do 10 000,
- porovnávanie dvoch čísel v príslušnom obore (charakterizovať vzťahmi viac, menej, rovnako),
- zistenie jednoduchého pravidla vytvárania postupnosti čísel,
- osvojenie si sčítania a odčítania spamäti, písomne, na kalkulačke v obore do 20, v obore do 100, v obore do 10 000 bez prechodu a s prechodom cez základ,

- vedieť tvoriť systém pri hľadaní a všetky možnosti prípadne zaznamenať,
- urobiť zo získaných a znázornených situácií jednoduché strategické a taktické závery.

Na základe prezentovaného možno konštatovať, že matematickú hru „6 nimmt!“ možno využiť v oblasti priradených čísel. Pri vhodnej modifikácii je možné hru využiť pre všetky vekové kategórie na primárnom stupni základnej školy. V oblasti rozvoja matematických predstáv u predškolákov je možné využitie hry „6 nimmt! junior“.

3. Záver

Pozornosť, pri analýze hry bola zameraná na základné atribúty hry s akcentom predovšetkým na identifikovanie jednotlivých prvkov učiva v matematike, ktoré tvoria súčasť vzdelávacieho obsahu na primárnom stupni vzdelávania. Na základe analýzy je možné matematickú hru využiť v oblasti prirodzených čísel, a to ako v podmienkach triedy na vyučovaní, tak v podmienkach školského klubu detí vo voľnočasových aktivitách. Špecifikom primárneho vzdelávania je aj využívanie hier, ktoré majú rôzny charakter. Otázkou však ostáva, v akej miere sú tieto hry v procese edukácie využívané.

Príspevok bol vypracovaný ako súčasť projektov s názvami „Manipulačné a virtuálne geometrické modelovanie v príprave učiteľov pre primárne matematické vzdelávanie“ a „(Ne)špecifiká matematickej edukácie v primárnom vzdelávaní“.

Literatura

1. JIROTKOVÁ, D. 2004. Hra Sova a její využití v přípravě učitelů 1. stupně základní školy. In HEJNÝ, M., NOVOTNÁ, J., STEHLÍKOVÁ, N. *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky*. Praha : UK v Praze, 2004. s. 247–268. ISBN 80-7290-189-3.
2. KREJČOVÁ, E. 2009. *Hry a matematika na 1. stupni základní školy*. Praha : SPN, 2009. 164 s. ISBN 978-80-7235-417-7.
3. 6 nimmt! pravidlá [online]. [cit. 2012-31-01]. Dostupné na http://www.deskovehry.cz/index.php/6_nimmt%21
4. 6 nimmt! online verzia [online]. [cit. 2012-31-01]. Dostupné na <http://www.onlinebrettspiele.de/6nimmt/Default.asp?n=Lucia&m=1&k=10&a=Clauudia&b=Thomas&c=Wolfgang&l=de>
5. Štátny vzdelávací program pre 1. stupeň základnej školy v Slovenskej republike. Bratislava: ŠPÚ, 2008. 39 s.
6. Štátny vzdelávací program matematika, príloha ISCED 1. Bratislava: ŠPÚ, 2009. 35s.

Kontaktní adresa

*PaedDr. Lucia Ficová, PhD.
KPPE Pedagogická fakulta UK
Račianska 59, 813 34 Bratislava
e-mail: ficova@fedu.uniba.sk*

NIEKTORÉ MATEMATICKÉ KOMPETENCIE BUDÚCICH UČITEĽOV - ELEMENTARISTOV

Lubica GEROVÁ

Abstrakt

V rámci projektu VEGA „Analýza matematickej prípravy študentov odboru Predškolskej a elementárnej pedagogiky z pohľadu rozvoja matematickej gramotnosti“ v rokoch 2008 - 2010 bolo realizované testovanie zamerané na diagnostiku úrovne matematickej gramotnosti študentov pri vstupe na vysokú školu a ukončení ich bakalárskeho štúdia v troch pedagogických fakultách v Slovenskej republike. Článok uvádza niektoré výsledky týkajúce sa študentov Pedagogickej fakulty UMB v Banskej Bystrici. Tieto výsledky dopĺňajú zistenia, ktoré boli už priebežne publikované napr. (Gerová, 2010).

Kľúčová slova: matematická gramotnosť, predškolská a elementárna pedagogika, primárne vzdelávanie

SOME MATHEMATICAL COMPETENCES OF NEXT ELEMENTARY TEACHERS

Abstract

The students' mathematical literacy level was tested during their entrance to university and finishing their bachelor study. It was a part of the project VEGA "Analysis of students mathematical preparation in the branch Pre-school and elementary pedagogy from mathematical literacy development point of view" solved by three faculties of educations in the Slovak republic in 2008 – 2010. The article is dealing with some achieved results concerned the students at Faculty of Education at Matej Bel University in Banská Bystrica. These results complete our finding out published for example in (Gerová, 2010, 2011).

Key words: mathematical literacy, pre-school and elementary pedagogy, primary education

1. Úvod

Matematická gramotnosť je základnou gramotnosťou, ktorá je pravidelne testovaná u žiakov základnej školy (ďalej len ZŠ). Menej sa o nej hovorí v súvislosti so študentmi stredných a vysokých škôl (ďalej len SŠ a VŠ). Naša pozornosť bola sústredená na študentov VŠ, ktorá pripravuje budúcich učiteľov pre 1. stupeň ZŠ. Už na 1. stupni vzdelávania sa vytvára základ matematickej gramotnosti žiakov a učiteľ – elementarista ovplyvňuje jej úroveň. Odborná verejnosť viackrát konštatovala slabšiu úroveň dosahovanej matematickej gramotnosti 15-ročnej populácie v SR v rámci krajín OECD,

ktorá sa pohybuje tesne nad alebo pod stanoveným priemerom (Národná správa PISA SK 2003, 2006, 2009). V súvislosti s projektom VEGA sme uskutočnili dve testovania matematických kompetencií budúcich učiteľov – študentov v bakalárskom štúdiu odboru Predškolská a elementárna pedagogika. Uvedieme niektoré výsledky súvisiace so študentmi na PF UMB v Banskej Bystrici.

2. Charakteristika časti výskumu

Čiastkový cieľ Pom výskumu bolo diagnostikovať úroveň matematickej gramotnosti študentov – budúcich učiteľov pri vstupe na vysokú školu a pri ukončení ich bakalárskeho štúdia v odbore Predškolská a elementárna pedagogika. Uvedieme porovnanie dosiahnutých výsledkov jednotlivých študentov v študovanom odbore.

Výskumnú vzorku tvorilo 90 študentov 1. ročníka (test A, r. 2008) a 72 študentov 3. ročníka (test B, r. 2010) z celkového počtu 83. Obe testovania absolvovalo 62 študentov.

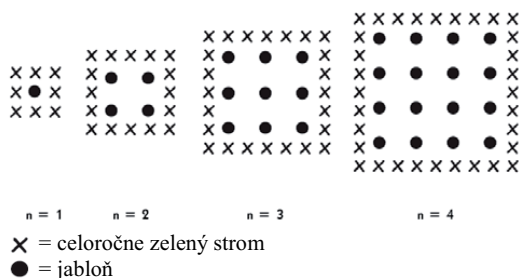
Výskumným nástrojom bol test s piatimi matematickými úlohami, ich zadanie a charakteristika sú uvedené v článku „Úlohy pre zisťovanie úrovne matematickej gramotnosti študentov učiteľstva“ (Gerová, 2009). V oboch testovaniach (2008, 2010) boli použité rovnaké úlohy, líšili sa mierne zmeneným reálnym kontextom, napr. v úlohe č. 1 bola situácia v ovocnom sade nahradená ornamentmi, pričom všetky ostatné údaje zostali nezmenené (dané i neznáme). V uvedených úlohách sme sledovali najmä matematické kompetencie: *matematické myslenie, matematickú argumentáciu, modelovanie, reprezentáciu, riešenie a tvorba problémových úloh* na príslušných úrovniach *reprodukcie, prepojenia i reflexie*.

Uvedieme charakteristiku kompetencií, ktoré sme sledovali. V štúdiu OECD PISA 2003 sú charakterizované **matematické kompetencie** ako „schopnosti, ktoré treba aktivovať pre také prepojenie reálneho sveta (v ktorom sa problémy vyskytujú) s matematikou, ktoré vedie k riešeniu daného problému“. *Kompetencie na reprodukčnej úrovni* možno charakterizovať ako reprodukciu naučeného materiálu, vykonávanie rutinných výpočtov a riešenie rutinných problémov. *Kompetencie na úrovni prepojenia* sa prejavujú v úlohách, ktoré nie sú úplne rutinné, obsahujú známe prvky, vyžaduje sa prepojenie rôznych oblastí matematiky, ide o mierne, nie náročné rozšírenie známeho materiálu. *Kompetencie na úrovni reflexie* sa prejavujú v originálnejších úlohách, neštandardných. Ide o uplatnenie rozvinutého uvažovania, argumentácie, zovšeobecnenie a abstrakcie v neznámom kontexte.

Konkrétnejšie sa zameriame na dosiahnuté výsledky v súvislosti s úlohou č. 1 Ovocný sad, resp. Ornamenty. V otázkach č. 1 a 2 sme sledovali kompetencie modelovania na úrovni prepojenia a v otázke č. 3 kompetenciu argumentácie na úrovni reflexie. V *modelovaní na úrovni prepojenia* išlo o viackrokové modelovanie, poskytnuté modely boli obmedzené, situácia, ktorá mala byť modelovaná, vyjadrovala realitu matematickou štruktúrou, výsledky bolo nutné interpretovať a prispôbiť na iné situácie. Pri *argumentácii na úrovni reflexie* išlo o komplexnú argumentáciu, hodnotenie argumentov na základe kritérií.

Úloha č. 1 Ovocný sad

Farmár vysádzal jablone vždy do tvaru štvorca. Okolo nich ako ochranu proti vetru vysadil celoročne zelené stromy. Obrázok ukazuje model vysadených jabloní



a celoročne zelených stromov, a to pre počet (n) riadkov jabloní:

Otázka 1: Doplňte nasledovnú tabuľku:

n	Počet jabloní	Počet stále zelených stromov
1	1	8
2	4	
3		
4		
7		

Otázka 2: a/ Nech n je počet riadkov jabloní. Nájdite vzťah (vzorec) pre výpočet počtu jabloní a počtu celoročne zelených stromov. Počet jabloní je
a počet celoročne zelených stromov je

b/ Zistite, pre aký počet riadkov vysadených jabloní sa počet jabloní rovná počtu stále zelených stromov a zapíšte váš výpočet.

Otázka 3: Predpokladajme, že farmár chce zväčšovať svoj sad. Ak ho zväčší, ktoré číslo bude rásť rýchlejšie, počet jabloní alebo počet celoročne zelených stromov? Vysvetlite svoju odpoveď.

(Ornamenty: Filip vyrábala ornamenty tvaru štvorca. Do vnútra uložil krúžky, okolo nich uložil krížiky. Obrázok ukazuje modely ornamentov z krúžkov a krížikov, a to pre počet (n) riadkov krúžkov: ...)

Prvá otázka vyžaduje dokončenie tabuľky pomocou výpočtov alebo obrázka (1 bod). Pri $n = 7$ je možné použiť vzor - model pre získanie odpovede výpočtom (1 bod). Pre rozšírenie modelu je potrebné pracovať s daným vzorom, musia sa dať do vzťahu dve rôzne prezentácie - obrázok a tabuľka a použiť dva vzťahy lineárny a kvadratický.

Druhá otázka umožňuje formulovať vzťah vo vzore - modeli slovami alebo matematickými symbolmi. Je potrebné nájsť vzťah pre n , keď počet jabloní (1 bod) je rovnaký (1 bod) ako počet celoročne zelených stromov (1 bod), pričom tabuľka i obrázok nabáda k myšlienke, že je vždy viac celoročne zelených stromov než jabloní.

Tretia otázka vyžaduje vzhľad do problematiky matematických funkcií. Pri rozšírení obrázka alebo tabuľky riešiteľ porovnáva rast lineárnej a kvadratickej funkcie alebo hodnotí vzťah algebraicky (1 bod). Musí tiež vysvetliť svoju odpoveď (1 bod).

V tabuľke 1 je uvedená úspešnosť študentov v jednotlivých elementárnych krokoch riešenia úlohy.

Tabuľka 1 Ovocný sad / Ornamenty- vyhodnotenie

Úloha č. 1	Kroky riešenia úlohy							Súčet bodov
	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	
Test A – Počet bodov	61	47	28	23	28	33	18	238
Test B – Počet bodov	62	49	42	35	34	40	26	288
Zlepšenie	1	2	14	12	6	7	8	50
Zlepšenie v %	1,61	3,23	22,58	19,35	9,68	11,29	12,9	11,52

Celkové zlepšenie predstavuje 11,52 %. Najmenšie zlepšenie dosiahli respondenti v odpovedi na otázku č. 1. v prvom kroku. Už v teste A boli všetci z uvedených študentov, až na jedného z nich, úspešní. Znamená to, že dokončili tabuľku pre hodnoty $n = 2, 3, 4$. No v druhom kroku doplniť model pre $n = 7$ ešte značná časť študentov nedokázala správne. Najväčšie zlepšenie nastalo v odpovedi na otázku č. 2 v treťom

a v štvrtom kroku, keď dokázali určiť počet jabloní (22,58 %) a zelených stromov (19,35 %). Celkový počet úspešných študentov v týchto krokoch však nie je uspokojivý.

Z hľadiska kompetencií môžeme konštatovať, že nastal určitý posun k vyššej kvalite ich uplatnenia, ale stále je zatiaľ nepostačujúci.

Dosiahnuté výsledky študentov vo všetkých riešených úlohách č. 1 - 5 vyjadruje tabuľka 2.

Tabuľka 2 Porovnanie úspešnosti riešenia úloh č. 1 - 5

	1. úloha		2. úloha		3. úloha		4. úloha		5. úloha		1. - 5. úloha	
Rovnako	16		15		16		28		9		6	
Zlepšenie	34		32		23		24		34		38	
Zhoršenie	12		15		23		10		19		18	
Priemerný počet bod.	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B
	3,84	4,65	2,34	3,32	4,50	4,39	0,71	1,20	3,21	3,65	14,60	17,15

Výkon študentov bol v teste B len mierne lepší ako v teste A. Priemerná hodnota zlepšenia po absolvovaní testu B bola 8,79 %. Najväčšie zlepšenie sa ukázalo v úlohe č. 2, ktorá sa týkala geometrickej problematiky. Tento fakt si vysvetľujeme tým, že študent, prichádzajúci zo SŠ (väčšinou pedagogickej a ekonomickej) absolvoval v nich menej hodín geometrie, ktorej sa však v ich odbore štúdia na VŠ venuje väčšia pozornosť vzhľadom na ich prípravu budúceho učiteľa na 1. stupni ZŠ. Jediné zhoršenie (nepatrné) nastalo v kombinatorickej úlohe č. 3. Neočakávali sme to, pretože v priebehu vyučovania boli do neho zaradované aj kombinatorické úlohy, a to tak v geometrickom, ako aj v aritmetickom učive.

Prezentované dosiahnuté výsledky študentov v danom odbore Predškolská a elementárna pedagogika na PF UMB v Banskej Bystrici mohli byť ovplyvnené nasledovnými faktormi:

- Povinné predmety z matematiky v bakalárskom stupni štúdia sú len dva a absolvujú sa v 1. ročníku štúdia. V 2. ročníku si len málo študentov (do 8) zvolí povinne voliteľný predmet v súvislosti s matematikou. V 3. ročníku štúdia študenti nemajú žiadnu matematickú disciplínu, teda ani možnosť voliť si výberový predmet. Keďže vyučovanie matematiky nenadväzuje systematicky na seba v jednotlivých semestroch, tak efektívnosť vyučovacej činnosti sa znižuje. Zámerné rozvíjanie matematickej gramotnosti v takom prípade nestačí na výrazné zvýšenie jej úrovne u študentov.
- Ukázalo sa, že študenti mali podobné problémy s úlohami ako 15-roční žiaci. Vzhľadom na to, z ktorých druhov SŠ prichádzajú študovať daný odbor na VŠ a koľko hodín matematiky na SŠ absolvujú, môžeme konštatovať ich slabšie matematické poznatky a zručnosti už na začiatku ich štúdia na vysokej škole. V danom časovom priestore pre vyučovanie matematiky na PF UMB nie je pre študenta jednoduché výraznejšie zvýšiť úroveň svojich vedomostí a kompetencií.
- Študenti prichádzajúci na VŠ neabsolvujú prijímacie skúšky z matematiky. Nie je možné uskutočniť výber študentov, ktorí dosahujú patričnú úroveň matematickej gramotnosti. Vzhľadom na to títo študenti si musia v obmedzenom čase najprv skvalitňovať svoje poznatky, vedomosti a kompetencie na úrovni reprodukcie.
- K zlepšeniu matematických kompetencií musí prispieť svojim pozitívnym postojom aj samotný študent. Ak má malý záujem o danú problematiku v matematike, alebo ho nemá, nie je veľmi prístupný k zvyšovaniu kvality svojej matematickej gramotnosti.

3. Záver

Súčasný študijný program v odbore Predškolská a elementárna pedagogika nepovažujeme na PF UMB za postačujúci v príprave učiteľov materskej školy, ani 1. stupňa ZŠ. V bakalárskom stupni štúdia chýba priestor pre systematické rozvíjanie matematických aj didaktických kompetencií. Študijný program v tejto podobe nie je postačujúci pre budúceho učiteľa - elementaristu. Potrebuje lepšie časové možnosti pre svoju odbornú a praktickú prípravu. Poznatky a zručnosti študentov získané na SŠ je potrebné na začiatku ich štúdia najprv zjednotiť vzhľadom na ich rôznu úroveň a až potom je možné zamerať sa na odborný rast počas vysokoškolského štúdia. Význam matematického vzdelania podčiarkuje aj skutočnosť, že „...viac ako štvrtina populácie potrebuje matematické vedomosti na dobrej úrovni vo svojej profesii.“ (Kováčik, 2000, s. 227) V zmysle Štátneho vzdelávacieho programu ISCED 1 (2008) má mať absolvent primárneho vzdelania v oblasti matematického a prírodovedného myslenia osvojené tieto kľúčové kompetencie:

- používa základné matematické myslenie na riešenie rôznych praktických problémov v každodenných situáciách a je schopný (na rôznych úrovniach) používať matematické modely logického myslenia, priestorovej predstavivosti a prezentácie (vzorce, modely),
- je pripravený ďalej si rozvíjať schopnosť objavovať, pýtať sa a hľadať odpovede, ktoré smerujú k systematizácii poznatkov.

Tieto požiadavky je možné aplikovať i na študenta učiteľského štúdia.

Literatúra

1. GEROVÁ, Ľ.: „Úlohy pre zisťovanie úrovne matematickej gramotnosti študentov učiteľstva“. In: Zborník „Matematika z pohľadu primárneho vzdelávania“. Banská Bystrica: UMB, 2009. s 50 – 57. ISBN 978-80-8083-742-6
2. GEROVÁ, Ľ.: *Matematika a úroveň niektorých kompetencií študentov v odbore Predškolská a elementárna pedagogika*. In: Sborník příspěvků z konference „Klíčové kompetence a jejich reflexe v přípravě učitelů primárního vzdělávání“. Liberec: FPHaP TU, 2010. s. 26-34. ISBN 978-80-7372-699-7
3. KOVÁČIK, Š.: *Príprava študentov pedagogickej fakulty UMB v Banskej Bystrici pre prácu s nadanými žiakmi*. In: Zborník „Príprava učiteľov – elementaristov na prahu nového tisícročia“. Prešov: PF PU, 2000. s. 227 – 231. ISBN 80-88722-97-7
4. PISA SK 2003 - Národná správa. Dostupné na World Wide Web: <http://www2.statpedu.sk/buxus/generate_page.php_page_id=973.html> (2010-12-17)
5. PISA Slovensko 2006 – Národná správa. Dostupné na World Wide Web: <<http://www2.statpedu.sk/buxus/docs/projekty/PISA/pisa2006nsprava.pdf>>(2010-12-17)
6. NÚCEM PISA 2009 Slovensko – národná správa. Dostupné na World Wide Web: <http://www.nucem.sk/documents/27/medzinarodne_merania/pisa/publikacie/Narod_na_sprava_Slovensko_PISA_2009.pdf> (2010-12-17)

Kontaktní adresa

PaedDr. Ľubica Gerová, PhD.

Katedra predškolskej a elementárnej pedagogiky, PF UMB

Ružová 13, 974 01 Banská Bystrica

Telefón: +421 48 446 4864

E-mail: lubica.gerova@umb.sk

DIDAKTICKÉ ASPEKTY E-LEKCIE V SYSTÉME MOODLE

Pavol HANZEL

Abstrakt

Elektronická podpora vo vzdelávaní využívajúca systém Moodle je multimediálna forma riadeného štúdia, v ktorom vyučujúci a študenti v priebehu vzdelávania komunikujú prevažne *off-line* formou. Charakteristickým znakom tohto typu štúdia je zvýšený podiel samostatnosti, pričom prezentácia nového učiva sa uskutočňuje pomocou elektronických študijných materiálov. V tomto príspevku sa budeme venovať základnej didaktickej aktivite v systéme Moodle - elektronickej prednáške (ďalej len „e-lekcia“).

Kľúčová slova: Moodle, e-lekcia, kombinatorika

DIDACTIC ASPECTS OF E-LESSONS IN MOODLE

Abstract

Electronic support education using multimedia system Moodle is a form of controlled studies in which teachers and students during learning to communicate mainly through off-line. The hallmark of this type of study is the increased share of independence, the presentation of new material is made by electronic learning materials. In this paper we will describe the basic teaching activity in Moodle system - electronic lecture (the "e-lesson").

Key words: Moodle, e-lessons, combinatorics

Úvod

Pojem elektronický študijný materiál je veľmi široký. Pri jeho vymedzení musíme brať do úvahy dve roviny spracovania: technickú a didaktickú. Technickou stránkou sa zaoberajú prevažne profesionálni informatici, ktorí vytvárajú vhodné softvérové prostredie pre výučbu so zohľadnením jej špecifickosti. Za didaktickú stránku sú zodpovední učitelia, ktorí toto softvérové prostredie využívajú priamo vo výučbe. Výber učiva, jeho metodické spracovanie a následná transformácia do elektronického prostredia je úloha učiteľa, kde sa v plnej miere premietnu jeho pedagogické ale i počítačové schopnosti.

Na dosiahnutie vyššej kvality študijných materiálov je potrebné ovládať špeciálny softvér vytvorený pre konkrétnu oblasť vzdelávania. V ďalšej časti tohto príspevku budeme využívať softvérový systém Moodle pri tvorbe elektronických študijných materiálov. Predpokladáme, že používateľ systému Moodle má minimálne práva „Tvorcu kurzu“.

V tomto príspevku sa budeme venovať základnej didaktickej aktivite v systéme Moodle - elektronickej prednáške (ďalej len „e-lekcia“). Uvedieme základné metodické

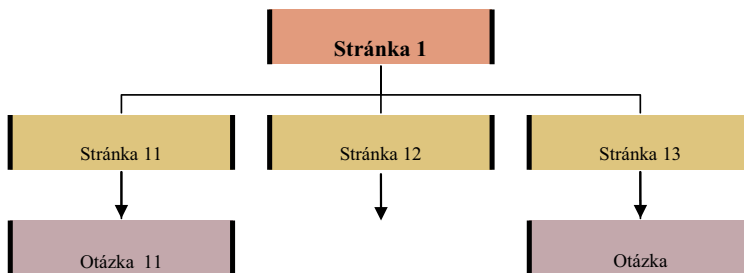
pokyny pre vytvorenie e-lekcie a jej editáciu. Na tieto účely budeme používať pracovný server umiestnený na adrese¹, kde systém Moodle je používaný pre zdokonaľovanie práce tvorcov kurzov². V práci [1] sa venujeme ďalším aktivitám: Zadanie, Test, SCORM a Databáza.

1. E-lekcia

Základná didaktická metóda, ktorá sa používa pri výklade nového učiva v elearningu je e-lekcia. Najčastejšie ju vytvárame z učebných textov používaných v prezenčnej metóde, ktorú dopĺňame appletmi, hypertextovými odkazmi, obrázkami, prípadne ďalšími multimediálnymi prvkami.

E-lekcia nie je len prepis bežnej prednášky z nejakého textového editora. E-lekcia má štruktúru „interaktívneho textu“, pričom zaujímavou a flexibilnou formou doručuje obsah vzdelávania študentovi. Je zostavená zo samostatných elektronických strán, ktoré sú tematicky ucelené a navzájom prepojené. To znamená, že po preštudovaní obsahu na danej stránke môžeme prejsť na ľubovoľnú stránku predpísanú týmto prepojením. Pozri obrázok 1. Základnými stavebnými prvkami v e-lekcii sú:

- **tematická stránka** - základné definície, pojmy a konštrukcie, kde kladieme dôraz na dynamiku a interaktívnosť,
- **stránka s otázkou** – kontrolné otázky kladené formou testu zamerané k objasneniu základných pojmov.



Obr. 1

Tematická stránka môže byť ukončená buď vetvou s niekoľkými ponukami novej učebnej látky alebo kontrolnými otázkami. Záleží od študenta, ktorú vetvu si vyberie. V prípade, že za tematickou stránkou sú zaradené kontrolné otázky, musí študent pred pokračovaním štúdia zodpovedať na tieto otázky. Ak študent zodpovie správne je posunutý dopredu (na ďalšiu stranu prednášky) alebo späť na predchádzajúci text. Podľa charakteru nesprávnej odpovede môže byť študent:

- penalizovaný, alebo
- musí prečítať danú stránku s otázkou ešte raz, alebo
- musí sa vrátiť viac dozadu, niekedy až na začiatok kapitoly!

V závere e-lekcie je postup študenta vyhodnotený, pričom spôsob a formu hodnotenia zadá učiteľ. Časti e-lekcie sú nazývané Strany. Ich veľkosť môže byť rozličná, ale obvyčajne by nemala presiahnuť jednu prípadne dve obrazovky. Ukážky e-lekcií si čitateľ môže prezrieť v elektronickom kurze na stránke³. Stačí sa „Prihlásiť ako hosť“.

¹ <http://io.fpv.umb.sk/matematika>

² Autor tohto príspevku umožní čitateľovi dočasne priradiť rolu tvorca kurzov. Po prihlásení do LMS Moodle a vytvorení osobného profilu vám na požiadanie pridáme práva pre tvorbu kurzov.

³ <http://io.fpv.umb.sk/matematika/course/view.php?id=14>

2. Vytvorenie e-lekcie

V tejto časti nášho príspevku priblížime čitateľovi ako má postupovať, aby si mohol vytvoriť vlastnú e-lekciu. Za tému e-lekcie zvolíme „*Vybrané partie z kombinatoriky*“. Na stránke kurzu „*Môj prvý kurz*“⁴ zapneme upravovanie a z roletového menu „Pridať aktivitu“ vyberieme „Prednáška“. Výber uskutočníme v okne *Študentské prezentácie*, ktoré budeme rezervovať pre e-lekcie vytvorené študentmi. Zobrazí sa konfiguračná tabuľka, ktorá obsahuje osem kategórií:

(a) Všeobecné nastavenia

povinný údaj je *Meno prednášky*, zvolíme *Vybrané partie z kombinatoriky*. Nepovinné údaje sú – časový limit a maximálny počet odpovedí. Časový limit môžeme aktivovať. Prednastavený časový limit je 40 minút, ktorý po aktivácii môžeme zmeniť. Predstavuje čas, ktorý má študent na zvládnutie učiva prezentovaného v prednáške.

Maximálny počet odpovedí predstavuje maximálny počet možných odpovedí pri kontrolných otázkach a zároveň maximálny počet vetiev pri tabuľkách s rozvetvením. O otázkach a rozvetveniach píšeme na inom mieste.

Poznamenávame, že nastavenia vo všetkých kategóriách môžeme priebežne meniť aj v existujúcej prednáške. Podrobnejšie o nastaveniach e-lekcie sa zaoberá práca

(b) Možnosti známkovania, Kontrola prechodu stránok

Tieto kategórie stanovíme zadaním vhodných parametrov podľa možností, ktoré reprezentuje obrázok 2. Pri cvičnej prednáške sa hodnotenie za preštudovanie prednášky nezapočítava do celkového hodnotenia (známky) kurzu. Pri ďalších položkách známkovania (ale aj v iných prípadoch) si môžeme pomôcť kliknutím na ikonku ? - zobrazenie Nápovede. Na začiatku štúdia odporúčame využiť kategóriu Cvičná prednáška a nastavenia hodnoty Áno pre parameter Študent môže prejsť prednášku znovu. Študent môže prejsť prednášku znovu.

Možnosti známkovania	Kontrola prechodu stránok
Cvičná prednáška ? Nie ▾	Povoliť študentom neskoršiu revíziu ? Nie ▾
Používateľské bodovanie ? Áno ▾	Zobraziť tlačidlo pre opätovné hodnotenie ? Nie ▾
Maximálna známka ? 0 ▾	Maximálny počet pokusov ? 1 ▾
Študent môže prejsť prednášku znovu ? Nie ▾	Udalosť po správnej odpovedi ? Normálne - nasleduj plán prednášky ▾
Spracovanie opakovaného prechodu ? Použiť priemer ▾	Zobraziť implicitnú reakciu ? Nie ▾
Zobrazovať priebežné skóre ? Nie ▾	Minimálny počet otázok ? 0 ▾
	Počet stránok (kariet) na zobrazenie ? 0 ▾

Obr. 2 Známkovanie prechodu stránok

Z kategórie *Kontrola prechodu stránok* za dôležité považujeme nastavenie spätnej väzby. Text spätnej väzby stanoví učiteľ pri tvorbe otázky. Ak nastavíme *Áno*, tak po odpovedi na otázku sa zobrazuje informácia, ktorú učiteľ vložil do spätnej väzby.

Počet stránok na zobrazenie je vhodné zadať pre prednášky s veľkým počtom stránok. Po dosiahnutí zvoleného počtu stránok štúdium prednášky skončí. Nastavenie určí učiteľ podľa toho, koľko stránok musí študent minimálne prejsť počas daného časového limitu napr. počas týždňa. Predvolená hodnota je nulová, čo znamená možnosť prezerania všetkých stránok v lekcií.

(c) Odkaz na súbor alebo web

⁴ <http://io.fpv.umb.sk/matematika/course/view.php?id=48>

Z ďalších kategórií budeme podrobnejšie charakterizovať len *Odkaz na súbor alebo web vo vyskakovanom okne*. Funkcie jednotlivých parametrov si môže čitateľ preskúšať sám v role *Tvorca kurzov*.

Odkaz na súbor alebo web vo vyskakovanom okne je výhodné využiť, ak existuje iné spracovanie témy našej prednášky a študentom chceme priblížiť aj iné formy prístupu k danej téme. Napríklad to môžu byť dostupné komplexné bibliografické práce alebo iné špecificky zamerané web stránky. V našej prednáške sme odkázali na elektronickú verziu diplomovej práce: *Jana Farská, Výuka kombinatoriky na strední škole s využitím webových stránok*.

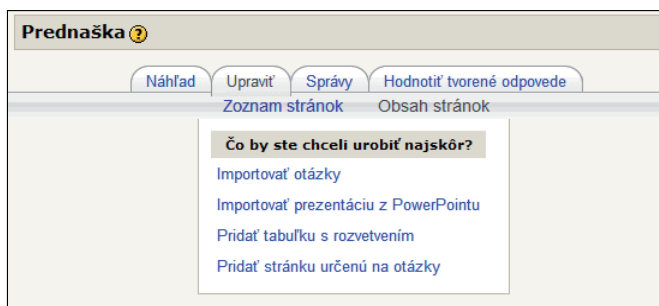
Po nastavení parametrov a ich uložení môžeme prísť k tvorbe obsahu prednášky. Doposiaľ sme sa zaoberali prevažne technickými prvkami súvisiacimi s prezentáciou prednášky. Teraz nastal čas, aby sme preukázali naše pedagogické skúsenosti pri vytváraní vecného obsahu prednášky.

Vo všeobecnosti platí niekoľko zásad:

- každá stránka prednášky musí byť obsahovo ucelená a prechod medzi stránkami musí byť logický,
- je vhodné, aby obsah stránky nebol predimenzovaný zbytočným textom,
- po prvom vzhliadnutí stránky musí študent nadobudnúť dojem zrozumiteľnosti,
- mnohonásobné vetvenie naruša prehľadnosť a lineárnosť nadväzujúcich znalostí.

(d) Vloženie obsahu na stránku

Naším prvým krokom bude vloženie textu na úvodnú stranu prednášky, ktorú pomenujeme *Úvod*. Predtým musíme urobiť dva nevyhnutné kroky. Prejsť na domovskú stránku kurzu a potom kliknúť na názov našej prednášky *Vybrané partie z kombinatoriky*. Zobrazí sa nám ponuka administrácie obsahu prednášky, ktorú prezentuje obrázok 3.



Obr. 3 Administrácia prednášky

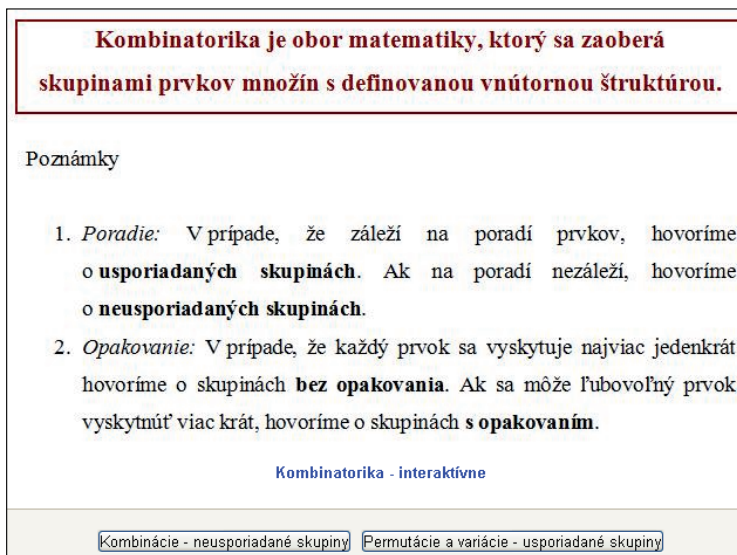
Najskôr popíšeme príkaz *Pridať tabuľku s rozvetvením*. Pridanie takejto tabuľky rozdelí prednášku na viacero vetiev (sekcii). Z didaktického pohľadu je správne, aby obsah všetkých strán danej sekcie sledoval tú istú špecifickú študijnú problematiku. Didaktickým problémom v e-vzdelávaní sa venujú tiež práce [4] a [5]. Tabuľka s rozvetvením má dve časti:

- hlavné okno – priestor, kde vkladáme text/obsah stránky,
- okno pre opis vetvy, v ktorom definujeme vetvenie/skok na vybranú stránku.

Po aktivácii príkazu *Pridať tabuľku s rozvetvením* pristúpime k vloženiu úvodného textu prednášky, ktorú sme pomenovali *Úvod*. V okne pre **Obsah stránky**

vložíme/vpíšeme úvodný text, pričom s výhodou využívame v Moodle dostupný "Richtext" editor⁵.

Po vložení resp. napísaní textu je potrebné zadať v okne pre **Opis** názov príslušných vetiev, pomocou ktorých budeme členiť prednášku na samostatné časti. Zvolili sme dve vetvy s názvami *Kombinácie – neusporiadané skupiny* a *Permutácie a variácie – usporiadané skupiny*. V okne **Ísť na** zatiaľ ponecháme *Táto stránka*, keďže ešte nemáme vytvorené vetvy/stránky s príslušnými názvami. Po vytvorení nových stránok prednášky, sa musíme vrátiť k úprave odkazov na stránke *Úvod*. Nakoniec aktivujeme tlačidlo *Uložiť stránku* a výsledok vidíme na obrázku 4.



Obr. 4 Prvá stránka e-lekcie

Z náhľadu obrázku 4 vidíme, že názvy vetiev sa objavujú v dolnej časti obrazovky a fungujú ako tlačidlá, ktoré po aktivácii presmerujú študujúceho na vybranú stránku. V našom prípade sa neudeje nič, pretože sme presmerovanie predpísali príkazom *Táto stránka*. Ak chceme, aby tlačidlá boli funkčné musíme stránky s názvami *Kombinácie – neusporiadané skupiny* a *Permutácie a variácie – usporiadané skupiny* najskôr vytvoriť. Postup pre vytvorenie nových stránok popisuje nasledujúca podkapitola.

3. Vytváranie nových stránok

Postup pri vytváraní nových stránok je analogický ako pri vytváraní prvej stránky. Na domovskej stránke kurzu klikneme na názov našej prednášky *Vybrané partie z kombinatoriky*. Zobrazí sa nám náhľad prednášky. V ponuke administrácie prednášky (horná lišta) prepneme na *Upraviť* a následne *Zoznam stránok*. Pozri obrázok 5.

V stĺpci *Akcie* máme ponuku reprezentovanú ikonami    . Prvá slúži na úpravu poradia stránok (v našom prípade je nefunkčná, keďže máme len jednu stránku), druhá na úpravu obsahu tejto stránky, tretia umožňuje jej náhľad a štvrtá na odstránenie stránky. V rozbaľovanom okne máme ponuku na pridanie novej stránky.

Z ponuky opäť vyberme *Pridať* tabuľku s rozvetvením, ktorú pomenujeme *Kombinácie - neusporiadané skupiny*.

⁵ <http://io.fpv.umb.sk/matematika/mod/resource/view.php?inpopup=true&id=876>

Vybrané partie z kombinatoriky ?			
Náhľad Upraviť Správy Hodnotiť tvorené odpovede Zoznam stránok Obsah stránok			
Aktualizovaná stránka: Permutácie a variácie - usporiadané skupiny			
Názov stránky	Typ stránky	Skok	Akcie
Úvod	Tabuľka s rozvetvením	Kombinácie - neusporiadané skupiny Permutácie a variácie - usporiadané skupiny	Pridať stránku...

Obr. 1 Zoznam stránok

V okne pre Obsah stránky vložíme/vpíšeme vhodný text, pričom opäť s výhodou využívame "Richtext" editor. V okne Opis zadáme vetvu s názvom Späť a v okne Ísť na zvolíme Úvod, čo zabezpečí prechod na úvodnú stránku našej prednášky. Výsledok vidíme na obrázku 6.

Kombinácie - neusporiadané skupiny

Nech $M_n = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ označuje akúkoľvek n - prvkovú množinu.

Definícia:

Každú podmnožinu M_r množiny M_n nazývame kombináciou množiny M_n .
Ak M_r pozostáva z r prvkov, tak ju nazývame r -kombináciou.

Pri tvorení kombinácií nezáleží na poradi prvkov!

Budeme predpokladať, že prvkami množiny M_n sú čísla 1, 2, 3, ..., n .

Bez opakovania S opakováním Binomická veta Princíp zapojenia a vypočítania Späť

Obr. 2 Vetva „Kombinácie – neusporiadané skupiny“

Podobne postupujeme vytváraní ďalších vetiev *Permutácie a variácie – usporiadané skupiny* atď.

Pri vytváraní e-lekcie je možné pridávať stránky typu **Otázka**, ktoré vhodne dopĺňajú text e-lekcie kontrolnými otázkami. Tieto otázky sú študenti povinní správne zodpovedať predtým, než prejdú na ďalšiu stránku/vetvu v danej prednáške a súčasne sa zhodnotí ich odpoveď.

4. Stránka typu Otázka

V administrácii e-lekcie v rozbaľovacom okne *Akcie* vyberme *Otázka*.

Po aktivovaní nás systém Moodle automaticky presmeruje na administráciu stránky s otázkami. V ponuke bude šesť druhov otázok. Tvorbe otázok je venovaný samostatný článok. Pre účely tohto článku vyberme najjednoduchšiu formu otázky *Áno/Nie*. Objaví sa formulár, v ktorom musíme zadať názov stránky, obsah stránky, možné odpovede na otázku, učiteľove reakcie na odpovede a prechody/skoky na odpovedajúce stránky.

Stránku pomenujeme *Prvá otázka* a do jej obsahu vpíšeme vhodný text končiaci otázkou. Stránka typu *Otázka* obsahuje vhodný motivačný text, ktorý by mal pomôcť študentovi pri hľadaní správnej odpovede na otázku. To znamená, že stránku editujeme analogicky ako pri tabuľke s rozvetvením. V našej prednáške sme sa rozhodli zaradiť motivačný text spolu s otázkou *Koľko priamok je možné vytvoriť z bodov A,B,C,D,E, ak body A,B,C ležia na jednej priamke?*

Po zadaní otázky musíme zadať odpovede, ktoré študent uvidí ako možné odpovede na danú otázku. Výsledok vidíme na obrázku 7.

Spätná väzba (reakcia na odpoveď) nie je povinný údaj, ale odporúčame ju využívať. Za veľmi dôležité považujeme zadať vhodné skoky po konkrétnej odpovedi. Predovšetkým skok po nesprávnej odpovedi by mal smerovať na takú stránku, kde si študent doplní vedomosti potrebné k formulovaniu správnej odpovede. Význam skokov sa výrazne prejaví hlavne pri iných typoch otázok, napríklad pri výbere z viacerých možností.

Obr. 7 Otázka

Viac o tvorbe otázok čitateľ nájde v prácach [2] a [3].

Na odskúšanie prechodov medzi stránkami zvolíme v administrácii prednášky *Náhľad* a postupne sa nám budú zobrazovať stránky, ktoré sme vytvorili.

Na konci prednášky je niekoľko oznamov: *Blahoželáme - dosiahli ste koniec prednášky*, *Zobrazenie známok* (len pre študentov), *Revízia* funguje len študentom.

Na záver ponúkame čitateľovi možnosť prezrieť si kompletne prednášky s diskretnéj matematiky, ktoré sa nachádzajú v kategórii *Učiteľstvo matematiky* v kurze Vybrané kapitoly z diskretnéj matematiky. Do tohto kurzu⁶ sa čitateľ môže prihlásiť alebo zapísať ako hosť.

Literatúra

1. HANZEL, P., Vytvorenie elektronického kurzu v LMS Moodle⁷. Učebný materiál, UMB Banská Bystrica, 2011, ISBN 978-80-557-0180-6.
2. KLENOVČAN, P., Edukačné matematické testy. In: ACTA UNIVERSITATIS PALACKIANAE OLOMUCENSIS, PF UPOL, Olomouc, 2012.
3. KLENOVČAN, P., Test ako edukačný nástroj. In: Meranie vedomostí ako súčasť zvyšovania kvality vzdelávania, Zborník príspevkov konferencie, TRNAVA 2011, s. 95, ISBN 978-80-8082-509-6.
4. MAJOVSKÁ, R., *Limita funkce nemusí patřit k obtížným tématům*. ACTA MATHEMATICA 11, FVP UKF Nitra, 2007.
5. MAJOVSKÁ, R., E-matematika. In: DIVAI 2007 - Dištančné vzdelávanie v Aplikovanej informatike, Nitra 2007, ISBN 978-80-8094-123-9.

Kontaktní adresa

Prof. RNDr. Pavol Hanzel, CSc.
Pedagogická fakulta UP Olomouc
Žiškovo náměstí
Telefon: +421 905 208 469
E-mail: Pavol.Hanzel@umb.sk

⁶ <http://io.fpv.umb.sk/matematika/course/view.php?id=14>

⁷ Dostupné na: <http://io.fpv.umb.sk/matematika/mod/resource/view.php?id=2508>

INTERAKTÍVNE PRVKY V E-LEARNINGOVOM KURZE ARITMETIKA

Pavel HÍC, Milan POKORNÝ

Abstrakt

V prvej časti článku autori prezentujú svoje skúsenosti s využitím e-learningových kurzov vo vyučovaní matematických predmetov, pričom sa zameriavajú na prípravu budúcich učiteľov na 1. stupni základných škôl. V druhej časti článku autori charakterizujú interaktívne prvky, ktoré sú súčasťou e-learningového kurzu *Aritmetika*. Tieto prvky dokážu urobiť vzdelávací proces efektívnejším a sú vhodné najmä pre študentov v externej forme štúdia.

Kľúčové slová: e-learning, vyučovanie aritmetiky, moderné technológie vo vzdelávaní, interaktívne prvky vo vyučovaní

INTERACTIVE ELEMENTS IN THE E-LEARNING COURSE ARITHMETIC

Abstract

In the first part of the paper the authors describe their experience with utilization of e-learning courses in mathematics teaching and focus on preparation of future primary school teachers. In the second part of the paper the authors characterise interactive elements used in the e-learning course *Arithmetic*. These elements can make the teaching process more efficient and are useful especially for distance education.

Key words: e-learning, arithmetic teaching, modern technologies in education, interactive elements in education

1. Introduction

The Faculty of Education, Trnava University, has been effectively utilizing the advantages of modern information and communication technologies since 1992 when it was based. The technologies are used especially in teaching mathematics and natural science. A very important change in utilizing of technologies occurred in 2003, when the faculty started to use the learning management system EKPTM and started to design its own e-learning courses. The LMS brought wide possibilities to manage and control the activities of our students (see for example [2]).

The authors of the paper have designed eight e-learning courses focused on mathematics teaching: *Graph Algorithms in School Practice*, *Logic*, *Sets*, *Binary Relations*, *Descriptive Statistics*, *Statistical Hypothesis Testing*, *Arithmetic*, and *Whole, Rational, Real Numbers*. Their characteristics can be found in [4]. Five of them, *Logic*, *Sets*, *Binary Relations*, *Arithmetic*, and *Whole, Rational, Real Numbers* are designed for students who will work as teachers at primary schools. The first three courses have been

successfully used in teaching process for many years and our experience with combination of classical way of teaching and e-learning is highly positive. It is clear that the combination presents an efficient alternative for the classical way of teaching. Moreover, we proved that it can help to reduce the number of contact hours with a teacher without reducing the teaching aims. Therefore, the combination of a classical way of teaching and our e-learning courses is suitable especially for students of external form of study who have less contact hours with a teacher. (see for example [4])

Nowadays modern technologies play an important role in a teaching process. Many faculties and universities have been trying to utilize their advantages in a teaching process using learning management systems and their own e-learning courses. Moreover, huge amount of scientific grants is dedicated to utilizing of modern technologies in education. By Hanzel (see [1]) e-learning occurs very frequently in problem solving in education and represents a new approach to the realisation of education that is based on application of software products. By Klenovčan (see [3]) nowadays we can observe a huge development of teaching methods that are supported by computers and different net products. These methods represent a possibility how to stop the decrease of the level of education. Žilková in her summarizing study about teaching mathematics using ICT (see [5]) underlines the need for creation of interactive environment and for utilization of dynamic activities in mathematics teaching.

2. Interactive Elements in the E-learning Course *Arithmetic*

As we have already mentioned, we have been using e-learning courses in education since 2004. From our experience (see for example [4]) it follows that students are able to master the content of e-learning courses not only at a minimal level required in case they are given good e-learning courses, thus it is possible to reduce the number of contact hours with a teacher significantly without any negative impact on knowledge of students, which reduces expenses of external students and universities. Moreover, utilization of e-learning courses in education decreases the gap between knowledge of internal and external students. In addition, students are taught not only mathematics, but also how to take responsibility for their education and knowledge. These reasons led us to creation of two new courses: *Arithmetic* and *Whole, Rational, Real Numbers*.

The subject *Arithmetic* consists of binary operations (definition, commutative property, associative property, distributive property, identity element, inverse element), algebraic structures with one and two operations, definitions of natural numbers (cardinal numbers, Peano axioms), positional notations (based on the number 10 and also based on another natural number greater than 1) and the algorithms for addition, subtraction and multiplication in this notation, divisibility, primes and composite numbers, prime factorisation. It is clear that some parts are more suitable for teaching by interactive elements than another ones. Since we tried to utilize the possibilities of modern technologies as much as possible, we included eleven interactive elements to the courses. Since we had already taught the subject *Arithmetic* for two years, we knew which parts caused problems to our students.

The first element teaches students how to compute the result of a binary operation. The students know the results of addition, subtraction, multiplication, and division by heart, but they have problems if the operation is given by some formula, for example $a \circ b = a^2 + 3b$. Knowledge obtained by the interactive element are needed also for decision whether the operation is commutative or associative and in determination of other properties of a given binary operation.

The second element teaches students how to compute the greatest common divisor of two integers using the Euclidean algorithm. The greatest advantage for students is

that it checks their computation after each step and the students have an immediate feedback if they make a mistake. The fragment from the element is depicted in Figure 1.

Euklidov algoritmus na hľadanie najväčšieho spoločného deliteľa

Pomocou Euklidovho algoritmu nájdite najväčší spoločný deliteľ zadanych čísel.

Výborne!
Najväčším spoločným deliteľom čísel 6530 a 1652 je číslo 2.

6530	:	1652	=	3	zvyšok	1574
1652	:	1574	=	1	zvyšok	78
1574	:	78	=	20	zvyšok	14
78	:	14	=	5	zvyšok	8
14	:	8	=	1	zvyšok	6
8	:	6	=	1	zvyšok	2
6	:	2	=	3	zvyšok	0

Autori: Pavel Híc a Milan Pokorný, Pedagogická fakulta, Trnavská univerzita

Figure 1: Fragment from the interactive element

The third element enables students to create the sieve of Eratosthenes (for numbers from 2 to 200) and check their steps. In traditional materials the students usually see only the final version of the sieve. This element enables them to remember the algorithm much better because they create the sieve step by step.

The fourth element teaches students how to make a prime factorisation of a given natural number. The advantages of the element are similar to the previous one.

In the fifth element a natural number written in a base-10 numeral system is given. The students can check a base of another numeral system from 2 to 9 and then they write the given number in a chosen numeral system, again step by step with an immediate feedback.

The rest of elements is dedicated to the algorithms of addition, subtraction, and multiplication in a numerical system with base from 2 to 10. Of course, students master the rules of algorithms in a base-10 numeral system, as well as decimal multiplication table. However, they make a lot of steps automatically. Using our elements they can understand the general rules for addition, subtraction, and multiplication in positional notations better. There are two elements for every operation. The first of them checks each step of a student, so we recommend using it in the beginning. The second one allows students to finish the algorithm and then gives a feedback. The utilization of the elements in a teaching process shows that the elements are really useful for students and

help them to understand the rules of the algorithms for addition, subtraction, and multiplication in a notation system.

We also prepared five electronic tests that give students an immediate feedback about the level of mastering the content of the subject *Arithmetic*. The first one consists of 35 questions and deals with binary operations and their properties, the second one consists of 35 questions and deals with algebraic structures with one and two operations, the third test consists of 35 questions and deals with definition of natural numbers, the fourth test consists of 30 questions and deals with positional notation and the fifth test consists of 50 questions and deals with divisibility, the greatest common divisor and the least common multiplier, primes, prime factorisation and its utilisation. The tests contain multiple-choice questions, multiple response questions, fill in the blank questions, matching and sequence. The fragment from the fifth test is depicted in Figure 2.

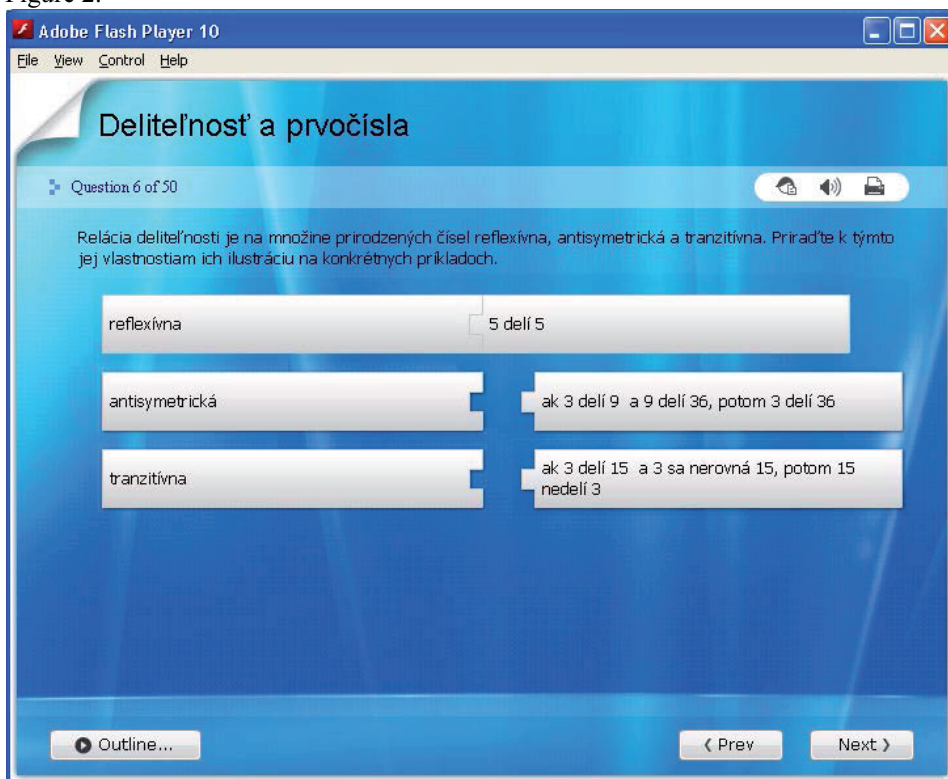


Figure 2: Fragment from the electronic test

There is a lot of different software that can be used to create electronic tests. We used Wondershare QuizCreator, which is simple operated, supports mathematical formulas and offers huge possibilities in publication of tests, including SCORM/AICC package that can be simply imported into a learning management system.

3. Conclusion

Although the preparation of e-learning courses, interactive elements and electronic tests is really difficult, the results of experiments with their utilization in educational process show that it is worth investing time in their preparation. It is useful if two or more universities cooperate in this preparation, such as we have done with Matej Bel

University in Banská Bystrica in projects KEGA 3/4149/06 entitled *Creation of Electronic Mathematical Courses*, KEGA 3/7263/09 entitled *E-learning as an Efficient Tool in Mathematics Teaching* and KEGA 010UMB-4/2011 entitled *Creation of E-learning Courses from Mathematics for Students of Secondary Schools*.

The paper was supported by KEGA grant No. 010UMB-4/2011 entitled Creation of E-learning Courses from Mathematics for Students of Secondary Schools.

References

1. HANZEL, P.: *Možnosti elektronickej podpory vzdelávania v príprave učiteľov pre 1. stupeň ZŠ*. In: Zborník Cesty (k) poznávaní v matematice primárni školy. Olomouc, UP Olomouc, 2004, s. 107 – 112. ISBN 80-244-0818-X
2. HORVÁTH, R. – MIŠÚT, M: *The New Improvements of E-learning System at Trnava University*. In: ICETA 2005 – 4th International Conference on Emerging Telecommunications Technologies and Applications. Košice, 2005, s.157-160. ISBN 80-8086-016-6
3. KLENOVČAN, P.: *Príprava budúcich učiteľov 1. stupňa ZŠ s podporou Internetu*. In: Zborník Cesty (k) poznávaní v matematice primárni školy. Olomouc, UP Olomouc, 2004, s. 139 – 141. ISBN 80-244-0818-X
4. POKORNÝ, M.: *E-learningové kurzy ako efektívny nástroj vo vyučovaní matematických predmetov na PdF TU*. Praha, powerprint, 2011. ISBN 978-80-87415-25-2
5. ŽILKOVÁ, K.: *Školská matematika v prostredí IKT*. Bratislava, Pedagogická fakulta UK Bratislava, 2009, 138 s. ISBN 978-80-223-2555-4.

Contact address

doc. RNDr. Pavel Hic, CSc.
Trnavská univerzita, Pedagogická fakulta
Priemyselná 4, P.O.BOX 9, 918 43 Trnava, Slovenská republika
Phone: +421 905 571155
E-mail: phic@truni.sk

PaedDr. Milan Pokorný, PhD.
Trnavská univerzita, Pedagogická fakulta
Priemyselná 4, P.O.BOX 9, 918 43 Trnava, Slovenská republika
Phone: +421 944 254563
E-mail: mpokorny@truni.sk

SPECIFIKA MODELOVÁNÍ OBJEKTŮ V PRIMÁRNÍ ŠKOLE

Jitka HODANOVÁ

Abstrakt

Základní charakteristikou současné společnosti je technický vývoj a rozvoj informačních technologií, který se stále intenzivněji opírá o matematiku. Proto je nutné zvýšit zájem žáků a studentů o matematiku. Je třeba zlepšit motivační přípravu žáků a studentů v matematice tím, že řešíme v hodinách matematiky praktické problémové úlohy a ukazujeme žákům a studentům využití matematiky v běžném životě. Mnoho motivačních úloh, které využívají matematiku, nacházíme v technické praxi. Řešit úlohy z technické praxe vyžaduje schopnost prostorové představivosti. Pro rozvíjení prostorové představivosti používáme modely a grafické znázorňování modelů ve volném rovnoběžném promítání. Příspěvek je zaměřený na rozvíjení prostorové představivosti žáků s využitím metody volného rovnoběžného promítání.

Klíčová slova: tělesa, modely, prostorová představivost, volné rovnoběžné promítání.

SPECIFICS OF OBJECTS MODELLING AT PRIMARY SCHOOL

Abstract

The social development of the contemporary society is based on enormous progress in mathematic disciplines. Therefore it is necessary to increase the students' interest in mathematics. The practical math problems being solved in math at school enable to improve motivation at students and pupils in this school object. It shows the mathematical utilization in daily routine. We can find a lot of motivated problems in technical branch based on mathematics. The problem solution from the technical practice requires the ability of cubical visualisation. We use models and graphical demonstration of models in parallel projection for development of cubic visualisation at pupils. The papers focus on the development of the cubic visualisation of pupils using the method of free parallel projection.

Resumé v anglickém jazyce. (The abstract contain concise information about your paper in English in range from 400 to 800 signs.)

Key words: Object models, cubic visualisation, free parallel projection.

Od samého počátku vývoje lidské společnosti se lidé snažili o co nejvěrnější zobrazení objektů, se kterými se v přírodě setkali. Nástěnné malby na historických objektech jsou důkazem, že tito lidé měli schopnost co nejvěrněji zobrazit prostorový objekt do roviny. Příroda se stala zdrojem inspirace pro umělce i technické odborníky. Umělci zobrazovali objekty do roviny pomocí kombinace odstínů barev. Prostorového vjemu docílili užitím zákonitostí perspektivy a využívali také osvětlení. Architekti a technici projektovali stavby pomocí zobrazovacích metod. Mnoho příkladů využití

matematiky v běžném životě lze najít v technické praxi. Řešit úlohy z technické praxe vyžaduje schopnost tzv. prostorové představivosti. Prostorová představivost je dovednost, kterou musíme u žáků rozvíjet již v mateřské škole, pokračujeme na 1. stupni základní školy, na 2. stupni základní školy, na střední škole a na vysoké škole. Na každém stupni volíme jiné metody výuky a jiné množství informací, které žákům sdělujeme.

Pro lepší pochopení prostorových vztahů u dětí na základní škole je vhodné použít modely, které si snadno zhotovíme ze dřeva, plastelíny, špejlí, drátů, papíru atd. Pomocí plastelínových kuliček modelujeme body, pomocí drátů modelujeme přímky a pomocí papíru roviny. Body a přímky znázorňujeme stejně jako v planimetrii, roviny libovolným rovinným útvarem, nejčastěji rovnoběžníkem. Přímka a rovina obsahují nekonečně mnoho bodů, jsou to neomezené útvary. Při modelování i grafickém znázorňování musíme stále pamatovat na to, že modelujeme či znázorňujeme vždy jen část přímky, část roviny.

Rychlejší než modelování těles ze dřeva, špejlí, drátu a papíru je grafické znázorňování modelů. V hodinách geometrie tudíž učíme žáky konstrukcím základních modelů pomocí kružítko a pravítka. Zobrazovat prostorové útvary do roviny je možné různými způsoby. Při řešení jednodušších stereometrických úloh, zejména při zobrazování těles a jejich částí, používáme většinou zobrazení, které se nazývá volné rovnoběžné promítání. Studenti oboru učitelství matematiky pro 1. stupeň základních škol se seznamují se základními vlastnostmi volného rovnoběžného promítání na semináři z konstrukční geometrie. Je u nich rozvíjena dovednost prostorového vnímání objektů. Abychom zjistili úroveň prostorové představivosti u studentů oboru učitelství matematiky pro 1. stupeň ZŠ, sestavili jsme test, který zkoumá tuto dovednost. Do testu jsme zařadili úlohy z učebnic pro základní školy. Vzhledem k tomu, že úlohy jsou vybrané z učebnic pro základní školy, můžeme test zadat jak žákům na základních školách tak také studentům oboru učitelství matematiky na 1. stupni základní školy.

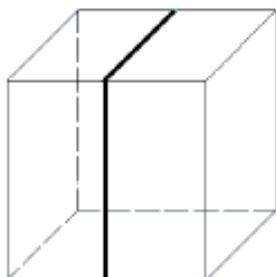
V příspěvku uvádíme ukázkou úloh, kterými lze u respondentů testovat úroveň prostorové představivosti. Test jsme zadali studentům oboru učitelství matematiky pro 1. stupeň základní školy. Test jsme rovněž zadali na SPŠ stavební v Lipníku. Tito studenti studují střední odbornou školu s technickým zaměřením. Porovnávali jsme úroveň prostorové představivosti, která by měla být už na střední škole vyšší vzhledem k technickému zaměření školy. Výsledky našeho výzkumu ukázaly, že studenti oboru učitelství matematiky pro 1. stupeň základní školy, kteří absolvovali seminář z konstrukční geometrie, dosahovali v testu lepších výsledků.

V příspěvku uvádíme ukázky zadání testových úloh a grafické vyhodnocení úspěšnosti při řešení zadaných úloh.

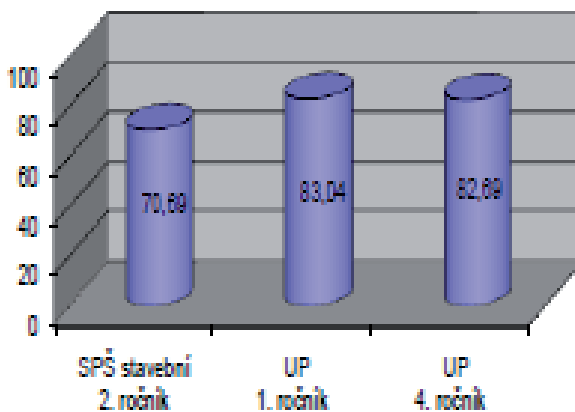
Úloha č 1

Na obrázcích jsou znázorněny viditelné části řezů krychle různými rovinami. Roviny řezů jsou určeny vrcholy krychle, popřípadě středy hran krychle. Dorysujte do každého obrázku neviditelné strany rovinného řezu a pojmenujte skutečný tvar řezu.

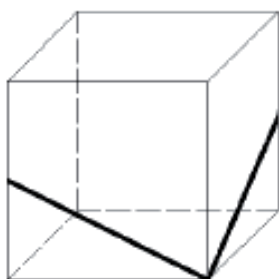
Obrázek č. 1 Zadání úlohy



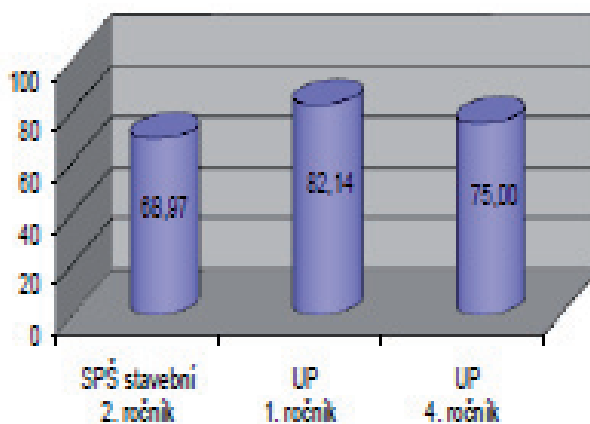
Graf č. 1 Úspěšnost řešení úlohy



Obrázek č.2 Zadání úlohy



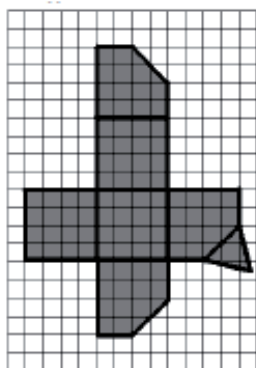
Graf č 2 Úspěšnost řešení úlohy



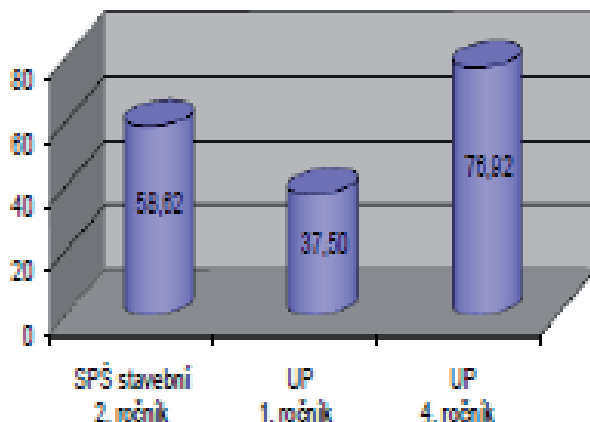
Úloha č. 2

Nakreslete názorný obrázek tělesa, které má tuto síť. Těleso nakreslete ve volném rovnoběžném promítání (nadhled zprava).

Obrázek č.3 Zadání úlohy



Graf č. 3 Úspěšnost řešení úlohy



V souvislosti s cílem vychovat na vysoké škole dobré učitele matematiky, kteří budou schopni se uplatnit na trhu práce v nejrůznějších oblastech, musíme si stanovit takové cíle, aby vysokoškolská výuka byla kvalitní a efektivní. Rozvíjení matematických znalostí a rozvíjení prostorové představivosti studentů přispívá k dosažení tohoto cíle.

Literatura

1. MOLNÁR, J. a kol. *Matematika 6 – pracovní sešit 2. Část 1.* vyd. Olomouc: Prodos, 1998. 175 s. ISBN 80-7230-001-6.
2. SÝKORA, V., AUSBERGEROVÁ, M. a kol. *Sbírka úloh z matematiky k přijímacím zkouškám na gymnázia osmiletá, šestiletá, čtyřletá.* 1. vyd. Praha: SPN, 1998. 144s. ISBN 80-85937-98-0

Kontaktní adresa

Mgr. Jitka Hodaňová, Ph.D.
Katedra matematiky PdF UP Olomouc
Žižkovo nám. 5
Telefon: +420 585 635706
E-mail: jitka.hodanova@upol.cz

LOGICKÉ MYŠLENÍ JEDINCE A JEHO ROZVOJ POMOCÍ MATEMATICKÝCH HER

Vlastimil CHYTRÝ

Abstrakt

V rámci výzkumu s cílem zmapovat úroveň a vývoj logického myšlení¹ jedince byli respondenti na různých typech škol podrobeni testu logického myšlení a testu inteligence. Následně se s respondenty opakovaně hrály vybrané matematické hry² a zkoumalo se, jak navzájem koreluje úroveň logického myšlení dítěte, jeho IQ a jeho schopnost dobře hrát vybranou matematickou hru. Příspěvek obsahuje fakta charakterizující úroveň logického myšlení dětí na základních školách a studentů středních škol. Poukazuje na nejzávažnější chyby, kterých se respondenti při svých úvahách dopouštějí.

Klíčová slova: Matematické hry, logické hry, matematické myšlení, logické myšlení, hry ve vyučování matematice.

LOGICAL THINKING AND INDIVIDUAL DEVELOPMENT THROUGH MATHEMATICAL GAMES

Abstrakt

Respondents in different types of schools were subjected to the test of logical thinking and intelligence test in research to map the level and development of logical thinking of individual.

Subsequently respondents repeatedly played specific math games. Their results were examined to find out the correlation between the level of logical thinking of child, its IQ and ability to play well specific math game. The study contains facts describing the level of logical thinking of children in primary school and secondary school students and points to the most serious mistakes made by respondents when considering.

Keywords: math games, logical games, mathematics thinking, logical thinking, the game in the maths education.

1. Úvod

Ve vyučování na všech typech škol se setkáváme s chybnými úsudky žáků, které nejsou způsobeny špatnými znalostmi matematiky, ale často také nedokonalostmi

¹ Vyšší forma myšlení, než je myšlení závislé na předmětné činnosti; správné usuzování podle zákonů formální logiky, v níž se jako základní rozlišuje odvození z obecného ke specifickému, čili dedukce, a ze specifického k obecnému, čili indukce (Hartl, 2010).

² Martin Gardner definoval matematickou hru v Scientific American následovně:

A mathematical game is a multiplayer game whose rules, strategies, and outcomes can be studied and explained by mathematics (Gardner, 1979).

Ve svém výzkumu se opírám o výsledky studií Petersové (Peters, 1998), které se zabývají zapojením matematických her do vyučování v pátých třídách a v sedmých třídách základní školy. Výzkum, který jsem prováděl byl zařazen téměř do všech ročníků základních a středních škol sedmou třídou počínaje.

2. Metodika výzkumu

- Prvním typem je hromadný výzkum pomocí dotazníkové metody u relativně rozsáhlého vzorku žáků, data jsou dále statisticky zpracována. Zde ukáží možnosti zkoumání úrovně logického myšlení a jeho korelaci s IQ jedince.
- Druhou oblastí bude výběr vhodných matematických her a jejich zapojení do vyučování. Zkoumaným problémem je, zda je tímto způsobem možné ovlivnit úroveň logického myšlení jedince.

V testu se zaměřením na logické myšlení jedince bylo celkem 14 odlišných úloh. Ukázalo se, že správné odpovědi na některé otázky spolu navzájem významně korelují a dokonce tvoří tzv. shluky, kdy mezi sebou korelují všechny dvojice odpovědí. Zajímavé je, že všechny otázky ve shluku mají přibližně stejné procento správných odpovědí. Jeden z těchto shluků tvoří následujících sedm otázek.

1, 2, 3, 5, 8, 13, 21

1, 2, 3, 6, 11, 20.....

1	4	9		25	36	
---	---	---	--	----	----	--

●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	○	●	○	○	●	○	○	●	○	○	●	○	○	
1	2	3	4		2			3	4				1		

94



7a) Přirozená čísla jsou 1, 2, 3, 4 atd. Vypiš prvních pět přirozených čísel, která jsou dělitelná třemi a současně čtyřmi.

.....

7b) Vypiš prvních pět přirozených čísel, která jsou dělitelná třemi nebo čtyřmi.

.....

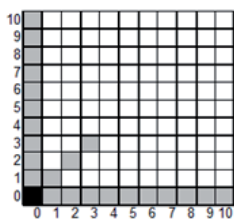
Není překvapivá korelace u otázek 1a, 1b, 5b, 6b, 6c, protože u nich jde o testování schopnosti „nalézt pravidelnost“ v aritmetickém či geometrickém kontextu, ale je zajímavá souvislost se správným intuitivním vnímáním obsahu pojmů konjunkce a disjunkce. Všechny tyto otázky také významně korelují s IQ jedince.

Další zajímavé zjištění bylo, že IQ jedince nekoreluje ani s otázkami založenými na intuitivním vnímání pojmu implikace a její tranzitivity, resp. obrácené věty, ani s úspěšností v úloze typu „Zebra“.

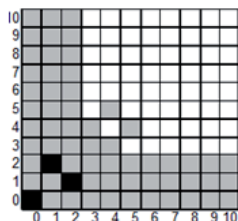
4. Matematické hry

Výzkum byl zaměřen na vhodný výběr matematických her a na experimenty, jejichž cílem bylo rozvíjet logické myšlení žáků a zpřesňovat jimi používaný matematický jazyk. Ke každé hře byl vytvořen podrobný formulář, který umožňuje zjistit, jak žáci hru hráli, jaké volili strategie aj. Vzhledem k rozsahu příspěvku zvolím jako ukázkou pouze jednu z těchto her. Hra **NIM** je typickým reprezentantem matematických her formujících a rozvíjejících logické myšlení.

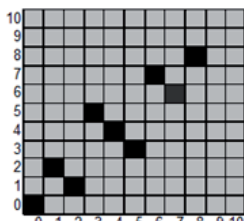
Pro odhalení vítězné strategie je vhodné začít odzadu. Jak popisuje obrázek 1, postavení³ (0,0) je prohrávající. Následně pak všechna postavení, z kterých se lze dostat do postavení (0,0) musí být vyhrávající. Zaměříme se nyní na postavení (2,1) a (1,2). Z těchto postavení neexistuje pravidly povolený tah, kterým by hráč soupeře dostal do prohrávajícího postavení, jinými slovy, každý pravidly povolený tah vede do vyhrávajícího postavení. Proto je toto postavení prohrávající. Vyhrávající postavení pro tato pole se pak zakreslí stejně jako v předcházejícím případě (obrázek 2). Pokud budeme tímto způsobem pokračovat, získáme obrázek 3. Z něj je patrné, že například postavení (9,9) je vyhrávajícím postavením, a pokud hráč začínající hru zná tuto strategii, bude vítězem (Cihlár, 2005).



Obr. 1



Obr. 2



Obr. 3

Při odhalování vítězné strategie potřebují i studenti střední školy pomoc učitele, při jejím popisu využijí zejména logické spojky i kvantifikátory, a učitel má dobrou možnost zpřesňovat jejich jazyk. Například:

³ Pojmem postavení je myšlen stav, kdy je na hromádkách určitý počet předmětů.

- Nyní jsem v postavení x , **jestliže** odeberu m zápalek, **pak** budu v postavení y .
- Nyní jsem v postavení x , abych soupeře dostal do prohrávajícího postavení, musím odebrat m **nebo** n zápalek.
- Nyní jsem v postavení x , **jestliže** odeberu m zápalek z jedné hromádky **a současně** m zápalek z druhé hromádky, **pak** budu v postavení y .
- Nyní jsem ve vyhrávajícím postavení. Soupeře dostanu do prohrávajícího postavení **právě tehdy, když** odeberu m zápalek.
- **Každý** tah, který mám k dispozici v (prohrávajícím) postavení x , vede do vyhrávajícího postavení y .
- V tomto (vyhrávajícím) postavení x **existuje** tah, který vede do prohrávajícího postavení y .

Pro odhalení výherní strategie je optimální postupovat odzadu, jak demonstruje obr. 4.



Obr. 4

5. Postřehy z výuky

Žáci nejprve hru hráli na základě náhodného přístupu, později se snažili objevit zákonitosti úspěšné strategie. Zpravidla po třech kolech docházeli k závěru, že pozice, kdy jsou na hromádce 4 zápalky je pro ně, dle jejich slov, „špatná“.

Pokud byl na tabuli zakreslen graf (obrázek 4) a vyznačeny první tři prohrávající pozice (0-4-8), intuitivně žáci odhadovali, že další bude pozice (12) a násobky čísla čtyři. Sahrát hru pomocí grafu byla schopna přibližně polovina dotázaných.

6. Chyby v logických úsudcích žáků

Mezi nejčastější chyby, které se v odpovědích objevovaly patří práce s kvantifikátory a jejich negace. Jako příklad uvedu následující otázku.

12b) Mějme větu: každé dítě má alespoň jednoho kamaráda. Kdy toto tvrzení nebude pravdivé?

Často se objevovala odpověď: Když žádné dítě nemá žádného kamaráda. Na tutéž otázku také žáci odpovídali: Když je dítě autista. Žáci tedy neuvažovali kvantifikátory a zaměřili se na obsahovou část sdělení.

Další problém se vyskytl u otázky zaměřené na negaci konjunkce.

14) Jestliže si udělám úkoly a odpadne mi trénink, pak půjdu za svou přítelkyní. Co znamená, že jsem za svou přítelkyní nešel? Odpovídej celou větou.

Nejčastější odpovědi zde bylo: Neudělal jsem úkoly a neodpadl mi trénink. Žáci tedy intuitivně správně užili obměněnou větu, ale nesprávně negovali konjunkci.

7. Závěr

Vybrané matematické hry byly pro většinu žáků základních škol zajímavým zpestřením vyučování. Problém nastal ve chvíli, kdy měli hrát s experimentátorem a své tahy zdůvodňovat. Došlo k výraznému zlepšení v oblasti používání jazyka formální logiky. Nadále budu pokračovat tak, že se pokusím do hodin zapojit více her a zmapovat jejich dopad na logické myšlení dítěte.

Literatura

1. CIHLÁŘ, Jiří. *Rozvoj myšlení ve vyučování matematice*. Acta Universitatis Purkynianae, Ústí nad Labem, 2005, s. 144. ISBN 80 – 7044 – 712 – 5.
2. GARDNER, Martin. Scientific American: *Mathematical Games*, 1979, vol. 241, no. 3, p. 22 – 32.
3. HARTL, Pavel, HARTLOVÁ, Helena. *Velký psychologický slovník*. Vyd. 4., Praha : Portál, 2010. 800 s. ISBN 978 – 80 – 7367 – 686 – 5.
4. HUIZINGA, Johan. *Homo ludens*. Studie. 2000. 297 s. ISBN 80 – 7272 – 020 – 1
5. PETERS, Sally, Playing Games and Larning Mathematics: *The results of Two Intervention Studie: International Journal of Early Years Education*, 1998, vol. 6, no. 1, p. 49 – 58.

Kontaktní adresa

Mgr. Vlastimil Chytrý
Katedra matematiky a ICT, PF UJEP
Hořeni 13, 400 96 Ústí nad Labem
Telefon: +420 475 282 321
E-mail: vlastimil.chytry@ujep.cz

TECHNOLOGICAL APPROACH TO TEACHING A MATHEMATICAL MODELING COURSE

Meiram Yestaeovich ISSIN, Samal Maksutovna KARIMOVA

Abstract

The article considers the methodology of pedagogic technology of Academic V.M. Monakhov. The article gives the whole consideration and project of technological approach to teaching economist-students to “Economic-mathematical modeling” and is intended as the theme of actual problems of mathematics methodology and pedagogy in Ph.D. students' research. The information model of teaching process is building parametrically and its positive effect of the pedagogical technology education realization is given in this paper.

Key words: teaching technology, technological list, Economic-mathematical modeling course, aim-setting, diagnostics, home task dosage, logical structure, correction, syllabus, content

At the present stage it is relevant to improve methodic system of “Economic-mathematical modeling” discipline of future economists on the basis of teaching technology. Scientifically grounded pedagogic technology of Academic V.M. Monakhov takes special place in the teaching technology [1]. According to this teaching technology information model of teaching process is building parametrically, i.e. as the result of conducted research 5 parameters were chosen entirely, universally and relevantly reflecting and representing the teaching process regularity both at the stage of the project and at the stage of its realization.

At the building of such information model of teaching process the first prerequisite was taken as the basis: 5 chosen parameters: aim -setting (micro aims system), diagnostics, home task dosage, logical structure and correction wholly describe all regularity and nature of teaching process.

The second, more important assumption was the choice of the main object of technologisation of teaching process. As the object of technologisation was not chosen a lesson or an academic year, but a topic not traditional but canonized (boundaries of topic from 6-8 lessons to 22-24 lessons).

In technological list 5 components identically represent all 5 parameters of teaching process. We shall illustrate the building technology of all five parameters for “Economic-mathematical modeling” discipline. Let's consider the “linear programming sums” topic.

Aim -setting (micro aims system) defines the content of diagnostic component, component of home task dosage, component of logical structure, correction component. We will hold to the sequence of terms of the given topic from syllabus of “Economic-mathematical modeling” discipline according to the book [2]. The results of considered

procedure is the building of syllabus micro aims, there are from 2 to 5 depending on its traditional turnover. We have 4 micro aims: B1, B2, B3, B4. Let us demonstrate them.

B1. The ability to distinguish out of n - unknowns free and basic unknowns and find basic solutions, draw mathematic models of real economic process, solve with the geometric method two-dimensional sums of linear programming (then LP), bring multidimensional sums of LP to two-dimensional ones.

B2. The ability to apply simplex-method for finding optimal solution to the sum of LP, to correctly draw simplex-charts and apply them, solve sums of integer programming by Gomory method, to apply artificial basis to the sums of LP.

B3. The ability to distinguish symmetrical and asymmetrical pairs of dual programs and know the rules of their composition, the ability to apply main theorems of duality theory and solve duality sums in symmetric and asymmetric cases.

B4. Knowledge of mathematical model of transportation problem, ability to compose first basic plan according to the northwest corner and minimum value methods and ability to solve transportation problem with potential method.

At the building of micro aims it necessary to remember that “formulation of micro aims must be diagnostic, i.e. for teachers methodic mechanism of maximum simple determination of fact of micro aims achievement by students must be obvious” [3].

Then we shall fill the “Diagnostics” block in the technological list, i.e. for each micro aim we compose own pattern of individual work- D (diagnostics). It is necessary to follow strictly several technological rules, suggested in the book [4] and which must not be stepped back.

- D1. 1) Task to compose the mathematical model of economic problem;
2) Two-dimensional sum of LP to apply geometric method;
3) The system of m equation with n unknown quantities. The distinguishing of free and basic unknown quantities out of n - unknown quantities. The finding basic solutions;
4) Task for bringing multidimensional sum of LP to two-dimensional sum of LP.
- D2. 1) Application of simplex-charts to find the minimum of objective function;
2) Application of simplex-charts to find the maximum of objective function
3) Sum of integer programming for application of Gomory method;
4) LP sum for application of artificial basis.
- D3. 1) Task for building of two-dimensional sums in symmetric and asymmetric cases;
2) Task for application of main theorems of duality theory;
3) Solution of dual sums in symmetric case;
4) Solution of dual sums in asymmetric case.
- D4. 1) Task for application of “northwest corner” and “minimum value” methods to find the first basic plan;
2) Task for application of potential method to close model of transportation problem;
3) Task for application of potential method to open model of transportation problem;
4) Transportation problem with singular design.

After the filling “Diagnostics” block it is very important to analyze correspondence between content of B1 and D1, B2 and D2, B3 and D3, B4 and D4.

According to V.M.Monakhov's pedagogical technology, diagnostics is determination of fact of achievement or non-achievement of the level of state general standard, but if a student has done two first assignments it means he achieved the standard level. The student gets "satisfactory" mark.

If a student has made mistakes doing two assignments he goes to correction group. But if one assignment is done and the second is mistaken or vice versa, the students is given a chance in this not simple situation.

For that case in technological list there is "Home task dosage" block that gives the dosed volume of home tasks according to which the students gets ready to diagnostics on the given micro aim. If this student has done the volume of home tasks on the level of the requirements of general standards and in the notebook there is no mistake that was made in the diagnostics, a teacher must give him "satisfactory" mark.

There are some cases when a student cannot do the assignments No.1 and No.2, but he does task No.3. It means that task is chosen incorrectly. That is why the students must not be given "good" mark and all 4 tasks on the given micro aim should be analyzed and assignments No.1 and No.2 in accordance with the level of general standard should be selected once again according to the rules in [4].

Let us come back to the students who go to correction group. In order to lead them to the level of state general standard it is necessary to use the system of pedagogical means and measures which use helps to overcome the mistakes which are made by students during mastering specific micro aim.

In a technological list it is possible to fill block "Correction" before project realization in educational process or after when a result of spent diagnostics we have a full and objective picture for the given group [5]. It is recommended to allocate three moments on V.M.Monahov's pedagogical technology: difficulties (with a support on personal experience of the teacher) which usually faced the students in this point in question are possible; most often meeting errors of students (it is a preventive measure); system of pedagogical means and measures on a conclusion of students on level of requirements of the standard.

Graphic networks and game methods concern special methods of economic-mathematical modeling, therefore experience of designing of a technological list on a theme «Sums of linear programming» will be used by working out of a technological list on a theme «Graphic networks and matrix games»

As a result of the analysis of the maintenance of a theoretical course from the working program of discipline «Economic-mathematical modeling» [2], namely, theme 8 «Matrix games», theme 11 «Streams in networks», theme12 «Network planning», theme 13 «the Problem of the direct-sales representative», we have come to a determination to construct for the given theme the micro aims: B1 and B2. To graphic networks there should correspond micro aim B1, and to matrix games – micro aim B2.

Micro aim B1: to be able to apply Ford-Falkerson's theorem to the decision of problems of the maximum stream, to be able to make mathematical model of a problem of search of the shortest way and to solve it by simplex method, to be able to make mathematical model of a problem of the direct-sales representative and to solve it by simplex method, to be able to build network schedules.

Micro aim B2: to define for payment matrixes the bottom and top prices of game, minimax strategy and optimum decisions of game if there is a saddle value; to be able to find decisions of games 2×2 in the mixed strategy; to be able to find decisions of games of a kind $(2 \times n)$ and $(m \times 2)$ in a graphic method; to be able to find decisions of games by their data to LP problems. Let's fill the block "Diagnostics" in a technological list.

- D1. 1) A sum about the maximum stream with application of the theorem of Ford-Falkerson;
 2) A task for drawing up of mathematical model of a problem of search of the shortest way and the decision its simplex method;
 3) A task for drawing up of mathematical model of a problem of the direct-sales representative and the decision its simplex method;
 4) A sum on construction of the network schedule.
- D2. 1) A sum on defining the bottom and top prices of game for payment matrixes, minimax strategy and optimum decisions of game if there is a saddle value;
 2) A sum on finding decisions of games 2×2 in the mixed strategy;
 3) A sum on finding decisions of games of a kind $(2 \times n)$ and $(m \times 2)$ in a graphic method;
 4) A sum on finding decisions of games by reducing them to the LP problem.

In the block «Home task dosage» there is a volume of tasks on which the student prepares for diagnostics on micro aims B1 and B2, and for "satisfactory", "good" and "excellent" grades the appropriate tasks from different tutorials are selected [6-9].

Block "Correction" will be filled after project realization in educational process. The theoretical course of discipline «Economic-mathematical modeling», resulted in work [2], contains theme 9 «Nonlinear programming (is fractional-linear programming)», theme 10 «Dynamic programming», theme 14 "Problem of the theory of mass service" which are united in one theme «Nonlinear and dynamic programming, systems of mass service». If B1 – the micro aim for nonlinear programming, at drawing up of micro aim B2 to a theme 10 «Dynamic programming» we will add the theme 14 "Problem of the theory of mass service».

Micro aim B1: to know nonlinear programming basic notions and general definition of the nonlinear programming problem; to be able to do nonlinear programming sums with two variables using the graphic method's algorithm. To be able to do fractional programming sums with two variables using the graphic method's algorithm. To be able to do fractional programming sums using the simplex-method. To be able to do nonlinear programming sums using Lagrange's method of multipliers. To be able to construct the economic mathematical pattern of the nonlinear programming sum.

Micro aim B2: to be able to do dynamic programming sums using the recurrent correlations' method. To be able to do sums using the queue system (hereinafter - QS) with refusals. To be able to do sums using the QS with the unlimited expectation. To be able to do sums using the QS with the expectation and with the queue limited length.

According to micro aims B1 and B2 the diagnosis is compiled: D1, D2.

- D1. 1) A nonlinear programming sum with two variables done with the graphic method;
 2) A fractional programming sum done with the graphic method;
 3) A fractional programming sum done with the simplex-method after its reduction to a LP sum.
 4) A nonlinear programming sum for the application of Lagrange's method of multipliers.
- D2.1) A dynamic programming sum;
 2) A sum with the use of the QS with refusals;
 3) A sum with the use of the QS with the unlimited expectation;
 4) A sum with the use of the QS with the expectation and with the queue limited length.

Home tasks dosage is made on the sum material from the text-book of Chuprinov B.P. and Krass M.S. [6], on the book of problems edited by S.I. Makarov and S.A. Sevast'yanova [8], on the teaching aid of T.Sabirov, Sh.Kasenuli [9] and others.

“Correction” block may be filled after the project realization at the educational process. So we worked out the assembly chart for the discipline “Economic-mathematical modeling”. The positive effect of the pedagogical technology education realization consists in the following:

- a) first the concrete conditions are made for the students' education: they are given the theoretical and practical materials, the educational time is effectively organized, the mechanism of the estimation is clear, the opportunity of showing of the knowledge individual level is made on the results of the self testing;
- b) a tutor gets the opportunity of the constant systematization of his experience and work level increase;
- c) the tutors experience interchange mechanism is formed;
- d) the basis for the students and tutors' teaching aids is made.

References

1. MONAHOV V.M. *Methodology of the pedagogical technology of academic V.M. Monahov*. Moscow-Mihailovka: Mihailovsk. Educational Centre of the ped. tech., 1997. – 43 p.
2. ISIN M.Ye. *The improvement of the education of the mathematical disciplines of the economical ihes students: monograph*. Pavlodar, 2007. – 225 p.
3. ARTYUHOV, M.B., VERZSHITSKII, G.A., MONAHOV, V.M. and others. *The Targeting*. Moscow-Novokuznetsk: Publishing House of Novokuznetsk ATI, 1997. – 67 p.
4. ARTYUHOV, M.B., VERZSHITSKII, G.A., MONAHOV, V.M. and others. *The Diagnosis*. Moscow-Novokuznetsk: Publishing House of Novokuznetsk ATI, 1997. – 73 p.
5. ARTYUHOV, M.B., VERZSHITSKII, G.A., MONAHOV, V.M. and others. *The Correction*. Moscow-Novokuznetsk: Publishing House of Novokuznetsk ATI, 1997. – 43 p.
6. KRASS M.S., CHUPRINOV B.P. *The Fundamentals of mathematics and its application to the economic education*. M.: The Business, 2003. – 688 p.
7. *The Research of the operations at economic: the teaching aid for ihes* /edited by N.Sh. KREMER. – M.: The UNITY, 2003. – 407 p.
8. *Economic-mathematical methods and patterns. The book of problems: teaching aid* / composite authors; edited by S.I. MAKAROV, S.A. SEVAST'YANOVA. – M.: The KNORUS, 2008. – 208 p.
9. SABIROV T., KASENULI Sh. and others. *The Workbook of the sums on the economic-mathematical methods and patterns*. Pavlodar, 2003. – 120 p.

Contact address

Prof. Dr. Meiram Yestaevich Issin
Department of Mathematics
Pavlodar State University named after S. Toraigyrov,
Lomov st. 64, Pavlodar, 140008, Republic of Kazakhstan
Phone +7 (718) 2 341 519, issin.meyram@gmail.com

POJMY MÍRY NA PRVNÍM STUPNI ZŠ

Darina JIROTKOVÁ, Ivana PROCHÁZKOVÁ

Abstrakt

V článku se zaměřujeme na klíčové pojmy geometrie primární školy, a sice pojmy obsah a obvod. Jsou popsány některé hojně se vyskytující problémy týkající se porozumění geometrickým pojmům obsah a obvod žáky prvního stupně základní školy a je poukázáno na jejich možné příčiny. Jaké jsou důsledky výuky orientované na budování schémat pro porozumění uvedeným zjištění vyplývající z experimentu popsaného v článku.

Klíčová slova: obsah, obvod, konstruktivistický přístup, porozumění, matematická prostředí.

CONCEPTS OF MEASURE ON PRIMARY SCHOOL

Abstract

In the paper we focus on the key concepts of primary school geometry, concepts of area and perimeter. Some very commonly occurred problems related to understanding geometrical concepts of area and perimeter by primary school pupils are described and the possible sources of these problems are pinpointed. The findings from the below described experiment indicate the effects of scheme-oriented teaching on understanding of the aforementioned concepts.

Key words: area, perimeter, constructivistic approach, understanding, mathematical environment.

1. Současný stav

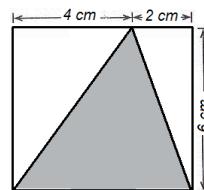
Geometrie v rovině a v prostoru je na prvním stupni základní školy podle platných kurikulárních dokumentů (RVP) považována za jednu ze čtyř oblastí vzdělávání žáků v matematice. Dalšími oblastmi jsou: Čísla a početní operace, Závislosti, vztahy a práce s daty a Nestandardní aplikační úlohy a problémy. Učivo geometrie je postaveno na dvou nosných pilířích. Prvním je poznávání 2D i 3D geometrických útvarů. Na poznávání vazeb mezi atributy jednotlivých objektů i mezi objekty samotnými, což odpovídá druhé a třetí úrovni porozumění geometrickým objektům podle Van Hieleho (1986), se v dokumentech důraz neklade. Ani v praxi to nebývá jinak a důraz se klade především na znalost terminologie.

Druhým pilířem školské geometrie je oblast míry geometrického útvaru. Jmenovitě na prvním stupni je to délka úsečky, obvod a obsah obrazce. Úskalím této oblasti je, že ani dokumenty, ani většina tradičně koncipovaných učebnic se nevěnuje důsledné propedeutice těchto pojmů, a také to, že jak v učebnicích, tak i ve školské praxi jsou tyto pojmy obvykle zaváděny ve vazbě na vzorečky. Tradiční přístup žáky vede

k zapamatování si vzorečků i vlastností útvarů. Důsledkem toho je, že i učitelé od žáků vyžadují před řešením problému a samotným výpočtem uvést příslušné vzorce.

Uvedená skutečnost je jednou z příčin častých miskoncepcí pojmů týkajících se míry u žáků prvního stupně, která se promítá dále do vyšších ročníků. Jako ilustraci uvedeme ukázkou žákovských řešení úlohy, která byla jednou z úloh v šetření TIMSS pro žáky 8. ročníků, tj. 14-15 let. Jednalo se o tuto úlohu:

Na obrázku je uvnitř čtverce vybarvený trojúhelník. Jaký je obsah vybarveného trojúhelníka?



Obr. 1

$$\begin{aligned} S &= a \cdot b \cdot c \\ S &= 6 \cdot 6 \cdot 6 \\ S &= 216 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Řešení 1

$$\begin{aligned} S &= a + b + c \\ S &= 6 + 6 + 6 \\ S &= 18 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Řešení 2

$$\begin{aligned} S &= a^2 \cdot b^2 \\ S &= 6^2 \cdot 2^2 \\ S &= 36 \cdot 4 \\ S &= 144 \end{aligned}$$

Řešení 3

$$S = a \cdot wa = 6 \cdot 6 = 36 \text{ cm}^2$$

Řešení 4

Výskyty takovýchto řešení nebyly ojedinělé. Další překážkou pro dobré porozumění pojmu obsah a obvod je jazyk. Tento jev popisuje například i A. Hansen v (Hansen, 2006). Zmínuje zde například anglický termín „face“. Je to slovo, které existuje jednak jako slovo hovorového jazyka, ale i jako geometrický termín. Přitom význam tohoto slova v hovorovém jazyce se značně liší od významu geometrického termínu. V českém jazyce slovo „obsah“, použito v hovorovém jazyce, má význam například obsah kapsy, obsah lahve, obsah knihy. A pokud se chce v hovorovém jazyce vyjádřit obsah nějakého obrazce, slovo „obsah“ se nepoužije. Použijí se jiná slova jako výměra nebo plocha. Slovo „obvod“ se v hovorovém jazyce sice používá, i když ne příliš často, ale také v jiných významech než je ten geometrický, například obvod pasu, elektrický obvod.

Poslední jev, který zde zmíníme a který je předmětem dalších miskoncepcí, je vazba mezi obsahem a obvodem. Pojmy obsah i obvod se tradičně zavádějí současně, a to nejdříve pro čtverec. Řeší se poměrně frekventovaně úlohy, kdy je dán obvod čtverce a má se spočítat jeho obsah, a obráceně. Tedy představa, že změnou obsahu se změní i obvod a obráceně, se důsledně buduje. Tuto vazbu pak žáci analogicky přenášejí i na obdélníky, trojúhelníky apod. a i dále na vazbu mezi povrchem a objemem ve 3D. Úlohy, které tuto představu o vazbě mezi obsahem a obvodem pro nepravidelné mnohoúhelníky bourají, se vyskytují velice zřídka.

Na představu o pojmu míra je vázáno i učivo o jednotkách míry a o převodech jednotek. Protože žákům chybí jak představy, tak i porozumění předpon mili-, kilo-,

centi-, ..., je většinou toto učivo uchopováno pamětí. Žáci se učí zpaměti, kdy se násobí či dělí a jakou mocninou deseti. V této oblasti se pochopitelně často chybí a učivo bývá žáky i učiteli považováno za obtížné a zároveň nezábavné. Žákovským porozuměním geometrickým objektům a pojmům obsah a obvod obdélníka a čtverce se zabýváme v dále popsaném experimentu.

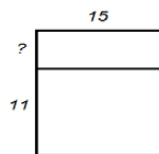
2. Experiment

Experiment realizovala druhá z autorek, která je zároveň učitelkou ve 4. ročníku 1. st. ZŠ na jedné pražské základní škole. Svou výuku matematiky se snaží pojímat jako akční výzkum ve smyslu, který je popsán v (Janík, 2004). Výuku pečlivě reflektuje, mnohé výukové hodiny natáčí na video a sbírá i další materiály, které jsou předmětem nejdříve individuální reflexe, dále i reflexe kolektivní, kdy spolu s kolegy analyzují interakci ve třídě. Některé nahrávky i písemné materiály jsou předmětem i reflexe vedené odborníkem. Průběžně vkládá do své výuky experimenty, které orientuje na jistý předem zvolený jev. V případě potřeby je doplňuje experimenty klinickými. Autorka sleduje účinnost konstruktivistického přístupu k výuce matematiky ve své třídě, o který se snaží, osvojuje si nástroje na poznávání žáků a sebezdokonalování vlastní výuky a získává cenný materiál pro svou budoucí doktorskou práci.

Experiment se konal 16.12.2011 ve 4. ročníku prvního stupně ZŠ druhou vyučovací hodinu. Bylo přítomno 14 žáků, z toho 4 dívky a 10 chlapců. Druhá autorka učí tyto žáky matematiku od druhého pololetí 2. ročníku. Od 1. ročníku tito žáci používají učebnice matematiky autorů Hejný a kol. (Hejný, 2007, 2008, 2009, 2010). Tyto učebnice se podstatně liší od ostatních učebnic na českém trhu nejen svým obsahem, ale také svými požadavky na implementaci učiva.

Cílem experimentu bylo poznat míru žakovského porozumění pojmům obsah a obvod čtverce a obdélníka a vazbu mezi obsahem a obvodem, dále žakovské řešitelské strategie a zajímavé jevy související s řešením obdobných úloh. Jako nástroj experimentu byla zvolena následující úloha:

Doplň chybějící délky stran. Víš, že obvod čtyřúhelníku je 64.
Urči obvod i obsah každého čtyřúhelníku.



Obr. 2

Úloha byla dána žákům předtištěna na pracovním listu a byla ústně rozebrána. Žáci řešili úlohu individuálně. Písemná řešení žáků byla analyzována z několika hledisek: použité řešitelské strategie, organizace dat na pracovním listě, prezentace výsledků, nástrojů výpočtu, porozumění pojmům obsah a obvod, použité geometrické terminologie a individuálních zvláštností. Po první analýze byli někteří žáci vyzváni k interview, aby vysvětlili nejasnosti. Bohužel to bylo s odstupem asi 14 dní po experimentu a některé děti si již nedokázaly na všechno zapomenout.

3. Diskuse

Žáci se s takovouto úlohou setkali poprvé. Dosud se nesetkali s pouhým náčrtkem situace, který není přesný a neumožňuje měřit pravítkem. Dosud určovali obsah pouze takového útvaru, který byl vložen do čtvercové mříže, kde všechny metrické informace byly snadno získatelné, nebo který byl přesně narýsován a vše potřebné bylo možné změřit. Dosud tito žáci nepracovali s délkou úsečky určenou číslem bez jednotky. Hojně se ale setkali s úlohami typu: Kolik je na obrázku čtyřúhelníků?

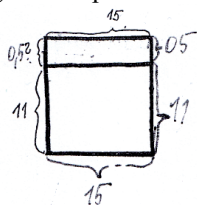
Pojem obsah i obvod je podle výše zmíněných učebnic pečlivě připravován již od prvního ročníku v několika vhodných výukových prostředích. Pojem výukové

prostředí přebíráme od E. Wittmanna (Wittmann, 1984). M. Hejný doplnil Wittmannův požadavek na hluboký matematický obsah dalším třemi požadavky (Hejný, 2011b). Výukové matematické prostředí: 1. je motivačně silné; 2. lze v něm formulovat úlohy s nastavitelnou náročností; 3. je dlouhodobé, tzn., že je možné jej didakticky využívat v průběhu několika ročníků základní a střední školy. Přitom se dané prostředí každým rokem obohacuje o nové pojmy, vztahy a procesy. Prostředí, která rozvíjí porozumění obsahu a obvodu jsou s těmito žáky probírána již od 1. ročníku. Jsou to především: Dřívka, Parkety, Překládání papíru a dále prostředí čtverečkovaného papíru. Matematický obsah učebnic je nesen mnoha dalšími prostředními jak aritmetickými, tak geometrickými, a to umožňuje důsledné budování matematických schémat v duchu scheme-oriented education (Hejný, 2008).

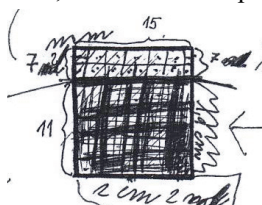
3.1. Zajímavé jevy identifikované v žákovských řešeních

Dva žáci použili ke zjištění neznámé délky strany (otazník na obrázku 2) měření pravítkem. Délku zapsali číslem 0,5 mm (Obr. 3) a nahradili zadané údaje svými změřenými údaji s jednotkou milimetry. Ke zjištění obsahu obdélníku použili čtvercovou mříž (Obr. 4). Dalo by se říci, že jejich představa jak o obdélníku, tak o pojmu obvod je dobrá, ale je ještě vázána na konkrétní objekty, je podle Hejného (2011a) na úrovni izolovaných modelů. To je první etapa poznávacího procesu. Všichni ostatní žáci byli schopni pracovat s náčrtem a čísly, které neodpovídaly naměřeným hodnotám. Podle Teorie generických modelů by se dalo říci, že u těchto žáků již proběhl první abstrakční zdvih a že jejich porozumění je na úrovni generických modelů.

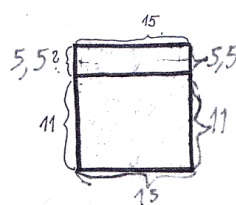
Dalším zajímavým jevem je výskyt dosud neprobíraných matematických poznatků. Jednak jsou to desetinná čísla 0,5 a 5,5 (Obr.3 a Obr.5), která žáci ještě v té době neprobírali. Dále to je použití algoritmu písemného násobení. Pro výpočet obsahu dvou obdélníků je třeba násobit $11 \cdot 15$ a $17 \cdot 15$., tedy dvě dvouciferná čísla. Vyskytly se zde tři dobré způsoby výpočtu součinu dvou dvouciferných čísel: 1) velice pracné a zdoluhavé opakované sčítání; 2) Indické násobení pomocí tabulky, což se již probíralo; 3) běžný algoritmus písemného násobení, což se dosud neprobíralo.



Obr. 3



Obr. 4



Obr. 5

Dlužno ještě dodat, že ani jeden žák nepoužil žádný vzorec a nikde nebyl náznak nejistoty, co je obsah a obvod. Domníváme se, že značná různost přístupu žáků k neprobírané látce a snaha řešit i to, co se ve škole ještě neprobíralo, svědčí o celkem úspěšné snaze paní učitelky o konstruktivistický přístup k vyučování. V rozsáhlém výzkumu (Hejný, 2006) různost žákovských řešení jedním z parametrů hodnocení edukačního stylu učitele.

Při řešení zadané úlohy je potřeba provést alespoň šest výpočtů – chybějící délka strany s otazníkem, obvody dvou a obsahy tří obdélníků. Je to tedy značné množství dat, se kterými žáci pracují. Většina žáků vnesla do nepřehledné spousty výpočtů organizaci pomocí barev. Vyznačila obrazec a odpovídající výpočet stejnou barvou. Tento jev sice nepatří do oblasti geometrie a míry 2D obrazců, ale přesto je důležité na něj poukázat,

neboť i tento jev vypovídá o úspěšném konstruktivistickém vedení třídy. Při ústní prezentaci budou výuková prostředí, která připravují pojem obvod a obsah, představena a budou ukázány další zajímavé jevy vyplývající z analýz žakovských řešení dané úlohy.

Príspevok byl podpořen výzkumným projektem číslo P407/11/1740 Kritická místa matematiky na základní škole – analýza didaktických praktik učitelů.

Literatura

1. HANSEN, A. at al. *Children's Errors in Mathematics. Understanding Common Misconceptions in Primary Schools*. Exeter : Learning Matters Ltd., 2006
2. JANÍK, T. Akční výzkum jako cesta ke zkvalitňování pedagogické praxe. In MAŇÁK, J., ŠVEC, V. *Cesty pedagogického výzkumu*. Brno : Paido, 2004, s. 51-68
3. HEJNÝ, M. a kol. *Matematika pro 1., 2., 3., 4., 5. ročník základní školy*, Plzeň : Fraus, 2007, 2008, 2009, 2010, 2011
4. HEJNÝ, M. Scheme Oriented Educational Strategy in Mathematics. In MAJ, B., PYTLAK, M., SWOBODA, E. *Supporting Independent Thinking through Mathematical Education*. Proceedings of CME 08 Conference, Rzeszow : Nowa Era, 2008, s. 40-47
5. HEJNÝ, M. The process of discovery in teaching focusing on building schemes. In NOVOTNÁ, J., MORAOVÁ, H. *SEMT '11 – International Symposium, Elementary Maths Teaching. Proceedings*. Praha: UK v Praze, Ped F, 2011a, s. 150-157
6. HEJNÝ, M. *Scheme – oriented primary education: New educational strategy in mathematics*. Přednáška, Katowice, Warszawa, Polsko, říjen 2011b
7. WITTMANN, E. Teaching Units as the Integrating Core of Mathematics Education, In *Educational Studies in mathematics*. 1984, 15, s. 25-36

Kontaktní adresa

Doc. RNDr. Darina Jirotková, Ph.D.
Karlova Univerzita v Praze, Pedagogická fakulta
M.D.Rettigové 4, 116 39, Praha 1
darina.jirotkova@pedf.cuni.cz

Mgr. Ivana Procházková
Karlova Univerzita v Praze, Pedagogická fakulta
M.D.Rettigové 4, 116 39, Praha 1
magicek@email.cz

EDUKAČNÉ MATEMATICKÉ TESTY

Pavel KLENOVČAN

Abstrakt

Moderné technológie, pomocou ktorých prijímajú študenti nové informácie, kladú vyššie nároky na učiteľa, hlavne na jeho schopnosť pracovať so stále novými didaktickými prostriedkami. Vývoj elektronických vzdelávacích systémov umožňuje posilniť aj vzdelávací účel testov. Ich dôležitým nástrojom je vhodná spätná väzba. Na jej základe si študent overuje výsledky svojej práce a vytvára nové vedomosti. V článku budú popísané niektoré aspekty tvorby a používania edukačných matematických testov.

Kľúčové slová: elektronický vzdelávací systém, matematika, edukácia, test

EDUCATIONAL MATHEMATICAL TESTS

Abstract

Modern technologies through which students gain new information demand greater teacher's skills in this field, especially his or her ability to work with rapidly evolving technologies and new teaching tools. A development of electronic learning systems allows strengthening of an educational purpose of tests, too. A suitable feedback is an important tool of these tests. The student verifies the results of his work and creates new knowledge on its basis. The paper is dealing with some aspects of creation and using educational mathematical tests.

Key words: electronic learning system, mathematics, education, test.

Zavedenie rôznych celoštátnych meraní výsledkov vzdelávania posilnilo význam testov a testovaní. Čoraz častejšie aj samotní učitelia siahajú po tomto nástroji a využívajú ho v edukačnom procese. Využívajú rôzne štandardizované testy, ale aj vlastné testy, často elektronické, vytvorené vhodným nástrojom. Využitie testov v učiteľskej praxi je široké. Z hľadiska ich účelu je ich možné podľa V. Rosu (2007) triediť na:

- vstupné testy (prijímačky na SŠ, VŠ, ...),
- výstupné/záverečné testy (napr. testy externej časti maturitnej skúšky),
- postupové testy,
- priebežné testy (na zabezpečenie spätnej väzby učiteľ ↔ žiak),
- diferenčné testy (rozdeľujú testovaných do skupín podľa výsledkov testu),
- akreditačné testy (výsledky podmieňujú získanie alebo zachovanie „licencie“ na nejakú odbornú aktivitu),
- poradenské testy (na voľbu profesionálnej cesty),
- inšpekčné testy (kontrola práce učiteľov i žiakov),

- evalvačné/monitorovacie testy (na zisťovanie/overenie dosiahnutia určených vzdelávacích cieľov).

Novodobé informačné a komunikačné technológie (IKT) prinášajú dramatické zmeny do vzdelávacieho systému na celom svete. Umožňujú vnímanie poznatkov viacerými zmyslami a tým, v porovnaní s tradičnými formami vzdelávania, umožňujú dosiahnuť vyšší efekt vo vzdelávaní. (Hanzel, 2011).

S rozvojom elektronických systémov vzdelávania pribudol, podľa nášho názoru, aj ďalší, nový účel testov. Môžeme ho nazvať *vzdelávací (edukačný)* účel. Samozrejme každý test má do určitej miery aj určitý vzdelávací efekt. My však máme na mysli sériu testov (na danú tému), vhodne didakticky spracovaných tak, aby ich riešenie čo najviac posilnilo práve ich vzdelávací účel. Toto umožňuje najmä využitie širšieho spektra nástrojov elektronických testov, včítane efektívnej spätnej väzby. Samozrejme záverečnou súčasťou súboru vzdelávacích testov sú aj (môžu byť) klasické evalvačné/monitorovacie testy.

Jedným z nástrojov, ktorý umožňuje aj tvorbu a využitie testov, je „Open Source System Moodle“, ktorý je určený k tvorbe elearningových kurzov. Popis systému Moodle, vytvorenie e-kurzu, možnosti vzdelávacích aktivít včítane tvorby otázok a vytvorenia testu sú spracované vo viacerých publikáciách. Jednou z nich je učebnica *Vytvorenie elektronického kurzu v LMS Moodle* (Hanzel, 2011). My sa nezameriame na techniku tvorby testov a využitie jednotlivých nástrojov tohto systému, ale zameriame sa viac na ich didaktické a pedagogické aspekty.

Moodle poskytuje niekoľko možností pre výber typu otázky. Pre naše potreby sú dôležité najmä:

- **Viacere možnosti.** V odpovedi na otázku (táto môže obsahovať aj obrázok), si odpovedajúci vyberá z viacerých možností odpovedí. Existujú dva typy otázok s viacerými možnosťami a to s jednou odpoveďou alebo s viacerými odpoveďami.
- **Krátka odpoveď.** V odpovedi na otázku (táto môže obsahovať aj obrázok), odpovedajúci uvádza slovo alebo frázu. Môžu tu byť viaceré správne odpovede s rôznym hodnotením. Na odpoveď môže alebo nemusí mať vplyv veľkosť písmen.
- **Numerická úloha.** Z pohľadu študenta je numerická úloha rovnaká ako úloha s krátkou odpoveďou. Rozdiel je v tom, že u numerickej úlohy môže byť definovaná prijateľná chyba (rozsah). Učiteľ tak môže definovať súvislý interval odpovedí, ktoré sú považované za správne.
- **Zodpovedajúca.** U tejto úlohy je študentovi predložených niekoľko otázok a zoznam možných odpovedí. Študent musí priradiť ku každej otázke správnu odpoveď.
- **S vloženými odpoveďami (close).** Jedná sa o veľmi flexibilný typ úlohy, skladajúci sa z úryvku textu (vo formáte Moodle), do ktorého sú vložené otázky s rôznymi typmi odpovedí (úloha s viacerými možnosťami, krátka odpoveď, numerická úloha).

Hlavný význam edukačného testu spočíva najmä v motivácii, zopakovaní a prehĺbení poznatkov o danej téme. Využitie týchto aspektov umožní zaradenie vhodnej spätnej väzby. Popíšeme ukážku využitia spätnej väzby z opakovacieho testu o prirodzených číslach. Zvolíme jednu z otázok, ktorá je typu „krátka odpoveď“ (obr. 1).

5  Napište číslo, ktorému zodpovedá nasledovný zápis rímskymi číslicami: MDCCCXLI

Odpoveď:

Odoslať

Obr. 1

Testy sú nastavené v tzv. adaptívnom režime. V rámci rovnakého pokusu sú študentovi povolené opakované odpovede na rovnakú otázku. Ak odpoveď, ktorú vyznačil študent je nesprávna, tak mu bude povolené odpovedať znovu. Okrem toho, po zadani odpovede a kliknutí na tlačidlo „odoslať“ bude ponúknutá riešiteľovi správna odpoveď. Ďalej, vzhľadom na cieľ, ktorý sleduje zadávateľ edukačného testu (učiteľ), môžu byť súčasťou spätnej väzby aj ďalšie položky (obr. 2).

5  Napište číslo, ktorému zodpovedá nasledovný zápis rímskymi číslicami: MDCCCXLI

Odpoveď:

1 861 

Odoslať

1. Riešenie

M	DCCC	XL	I
1 000	(500 + 300)	(50 - 10)	1

$1000 + (500+300) + (50-10) + 1 = 1\ 841$

2. Ďalšie poznatky o Rímskych číslach

- Informácie z Wikipédie: [Rímske čísla](#).
- [Pomôcka](#).
- Rímske čísla - [pôvod](#).
- Rímske čísla - [sčítovanie](#).
- Rímske čísla - [násobenie](#).
- [Matematika pre 5. ročník ZŠ, 2. časť, str. 17.](#)

3. Rímske čísla (matematika a jazyk anglický)

- Teresa Abbott: [Roman Numerals1](#)
- Susan Price: [Roman Numerals2](#)

Obr. 2

Napríklad, v tomto prípade je súčasťou spätnej väzby stručný návod na riešenie a ďalšie materiály, ktoré dopĺňajú a rozširujú dané učivo. Celkovú spätnú väzbu pre žiaka (študenta) môžeme použiť aj na popis a vysvetlenie širších vedomostných znalostí a súvislostí, prípadne aj na podporu medzipredmetových vzťahov. V našom prípade sú

to materiály vo formáte „pdf“, ktoré dopĺňajú poznatky o rímskych číslach, odkaz na konkrétnu dostupnú učebnicu a zaujímavé prezentácie v PowerPointe v anglickom jazyku. Tiež je možné vytvoriť odkazy k ďalším informáciám, napr. vhodným webovým stránkam. To všetko záleží na stanovených zámeroch a didaktických cieľoch, ktoré daným edukačným testom a konkrétnou otázkou sledujeme.

Hoci príprava elektronických vzdelávacích materiálov, ako sú e-learningové kurzy či testy k nim, je pomerne náročný proces, výsledky s ich použitím vo vzdelávacom procese naznačujú, že sa oplatí investovať čas do ich prípravy. Svedčia o tom napríklad skúsenosti autorov P. Híc a M. Pokorný (Híc, P., Pokorný, M., 2011).

Tvorba testov má aj z pohľadu prípravy budúcich učiteľov ešte ďalší, dôležitý, cieľ. Jej zaradenie do vyučovania, napr. v rámci výberových predmetov môže vytvoriť vhodné prostredie pre posilňovanie najmä didaktických kompetencií študentov. Vytvorenie testov podľa určitých požiadaviek vyžaduje od študentov, budúcich učiteľov nielen odborné zvládnutie danej témy, ale aj nutnosť precízneho didaktického spracovania daného učiva. Pri tejto aktivite študenti na základe presne vymedzených kritérií vytvárajú testy na danú tému a súčasne formulujú vhodnú spätnú väzbu. V tomto prípade sa študenti nielen učia a opakujú si určité učivo, ale sú nútení svoje znalosti viac analyzovať a zdokonaľujú svoje schopnosti pripravovať študijné materiály pre svojich budúcich žiakov. Už samotný výber typu otázky núti prehodnotiť cieľ, ktorý sledujeme zaradením danej úlohy. Často sa v testoch (pre svoju jednoduchosť) uprednostňujú otázky s jednou správnou odpoveďou (napr. zo štyroch možností). Všimnime si v tomto kontexte nasledovnú úlohu.

Úloha. *Myslím si číslo. Odpočítam od neho 12, výsledok vynásobím ôsmimi, pripočítam 27 a výsledok vydelím siedmimi. Dostanem číslo 5. Aké číslo som si myslel?*

Podľa veku a úrovne žiakov môžeme uvažovať napr. o stratégii *Algebraická cesta* (zostavenie a riešenie rovnice), stratégii *Odhad-overenie-oprava* alebo o stratégii *Cesta späť*, ktorá môže byť doplnená využitím vhodného diagramu. Predpokladajme, že chceme žiakov, vzhľadom na učivo o inverzných operáciách, smerovať k využitiu poslednej menovanej stratégie. V takomto prípade je ale typ otázky s jednou správnou odpoveďou nesprávny a neposilní náš didaktický zámer.

Pri vlastnej tvorbe testov a hlavne edukačných testov si študent musí (a môže) uvedomiť všetky spomenuté súvislosti. Tento prístup umožňuje priradiť študentom úlohu „students as learning designers“ (Cameron, L., Tanti, M., 2012). Študenti ako dizajnéri (návrhári) štúdiá majú väčšiu možnosť byť kreatívni a presadzovať svoje ciele. S meniacim sa stupňom poznatkov sú schopní robiť rozhodnutia tak o obsahu (čo učiť) ako aj v didaktickej oblasti (ako to učiť).

Príspevok vznikol s podporou projektu KEGA 010UMB-4/2011.

Literatúra

1. CAMERON, L., TANTI, M. *Students as learning designers: Using social media to scaffold the experience*. eLearnig Papers. n.º 27, December 2011. ISSN 1887-1542. Dostupné na World Wide Web: http://elearningeuropa.info/sites/default/files/asset/papers_27_InD_3.pdf
2. HANZEL, P. *Vytvorenie elektronického kurzu v LMS Moodle*. Banská Bystrica: Univerzita Mateja Bela, 2011. ISBN 978-80-557-0180-6.

3. HÍC, P., POKORNÝ, M.: *Blended Learning as an Efficient Tool in Mathematics Teaching*. In: XXIV Didmattech 2011. Problems in Teachers Education, Instytut Techniki UP, Kraków 2011, s. 188-193. ISBN 978-83-7271-679-8.
4. ROSA, V. *Metodika tvorby didaktických testov*. Bratislava: ŠPU, 2007. ISBN 978-80-89255-32-3.

Kontaktná adresa

*Doc. RNDr. Pavel Klenovčan, CSc.
Katedra elementárnej a predškolskej pedagogiky
Pedagogická fakulta Univerzity Mateja Bela
Ružová 13, 974 11 Banská Bystrica
Telefón: +421 48 446 4854
E-mail: pavel.klenovcan@umb.sk*

DIDAKTICKÁ VYBAVENOSŤ SLOVENSKÝCH UČEBNÍC MATEMATIKY

Jana KOPÁČOVÁ

Abstrakt

Učebnice neodmysliteľne patria k školskej edukácii, patria ku knihám, ktoré formujú pohľad človeka na svet. Školská učebnica predstavuje špecifické edukačné médium. Okrem textu, sú v nej aj ďalšie komponenty, ktoré silne ovplyvňujú prácu s ňou. V závislosti od veku žiakov a čiastočne aj od vyučovacieho predmetu je veľmi dôležitá farebnosť, množstvo ilustrácií a ich umiestnenie,... Meriame tzv. didaktickú vybavenosť učebnice. Príspevok oboznamuje s metodiku hodnotenia didaktickej vybavenosti a celkovou didaktickou vybavenosťou súčasných učebníc matematiky pre primárne vzdelávanie na Slovensku, ktoré vznikli v rámci školskej reformy po roku 2008. Vybrané učebnice porovnáme aj s učebnicami používanými predtým.

Kľúčové slová: didaktická vybavenosť, matematika, primárne vzdelávanie, učebnice

DIDACTIC EFFICIENCY OF SLOVAK MATHEMATIC TEXTBOOKS

Abstract

Textbooks are an inseparable part of school education, they are the books that in many ways shape man's world-view. School textbook represent a specific educational medium. They contain not only text, but other components as well, and these components have a strong influence on how the textbook can be worked with. The number of illustrations, their placement, as well as the chosen color scheme – these all can have a profound impact, depending on the subject and the students' age. This is how we measure the so-called didactic efficiency. The text presents the methodology of evaluation and overall didactic efficiency of current mathematical textbooks for primary education in Slovakia that were created as part of the school reform taking place after 2008. Selected textbooks are also compared with textbooks used prior to the reform.

Key words: didactic efficiency, mathematics, primary education, textbooks

Úvod

V našej kultúre majú knihy významné postavenie aj v dnešnej dobe rozvoja elektronických médií. Každý z nás sa denne stretáva s knihami. Aj keď v súčasnosti ich tlačaná podoba nie je jediná, práve pri učebniciach je nenahradiateľná. Ak hovoríme o učebniciach pre našich mladších žiakov, vždy si predstavujeme tlačené knihy plné krásnych farebných ilustrácií.

Učebnice a ich funkcie

Učebnice sú syntézou kultúrneho dedičstva, súhrnom vedomostí v množstve predmetov, predstavujú pramene vzdelávania a stali sa symbolom školy. Neodmysliteľne patria k školskej edukácii. Pravdepodobne neexistuje človek, ktorý by pri svojom vzdelávaní nepoužíval učebnice. Učebnice patria ku knihám, ktoré formujú pohľad človeka na svet. Učia ho spoznávať zvláštnosti okolia i seba samého podrobnejšie, hlbšie ako sám život. Posúvajú hranice ľudského poznania, stimulujú vývin a osobnostný rozvoj.

Za zakladateľa teórie učebníc je považovaný **Ján Amos Komenský**, ktorý vytvoril prvú ilustrovanú učebnicu *Orbis sensualium pictus – Svet v obrazoch*. V nej kombinuje verbálne a obrazové komponenty tak, ako to poznáme zo súčasných učebníc. Nebol však len autorom učebníc, ale aj teoretikom, ktorý sformuloval dodnes aktuálne a platné požiadavky na text učebníc v svojej *Veľkej didaktike*. Uvedomoval si mrhanie času a síl, pri písaní diktovaných poznámok, túžil dať učebnicu do rúk každého žiaka. Text učebnice má byť spracovaný zrozumiteľne a prístupne, formou dialógu, prispôbiť obsah i sloh dieťaťu... (Průcha, 1997, s. 270)

Učebnice obsahujú didakticky (podľa didaktických zásad) spracované učivo vymedzené učebnými osnovami a sú základným didaktickým prostriedkom výchovno-vzdelávacieho procesu. (Petlák, 1997)

Učebnica je „didaktický text, ktorý prezentuje učivo s cieľom jeho osvojenia si žiakmi.“ (Turek, 2008, s. 318) Vo vyučovacom procese učebnica zohráva rozhodujúcu úlohu, je najdôležitejšou učebnou pomôckou pre žiakov a oporou pre učiteľa. (Turek, 2008)

"Učebnica má niekoľko pedagogických funkcií. Predovšetkým didakticky stvárnjuje vedecké poznatky a podáva ich formou učiva. Okrem toho pomáha učivo precvičovať, opakovať, systematizovať a integrovať. Je prostriedkom sebazvdelávania a sebakontroly žiaka. Učebnica však nerozvíja len vedomosti žiaka, ale pôsobí aj na jeho postoje, názory, motívy, záujmy atď., teda výchovne naňho pôsobí." (Gavora, 1992, s. 10)

Funkcie učebnice treba chápať ako komplex, ktorý sa v konkrétnej učebnici realizuje v rôznom rozsahu a intenzite. Učebnice sa v závislosti od veku žiaka a prezentovaného učiva líšia, ináč vyzerá učebnica matematiky a ináč učebnica slovenského jazyka, ale jedno majú spoločné všetky – skladajú sa z výkladovej a nevýkladovej časti. Výkladová časť obsahuje nové učivo, samozrejme didakticky spracované, nevýkladová časť najčastejšie obsahuje otázky, úlohy, cvičenia a tak pomáha žiakovi osvojovať si učivo. (Gavora, 1992)

Pre výskumné účely J. Průcha (1997, s.278) vymedzuje tri základné funkcie učebnice:

- funkcia prezentácie učiva - učebnica predovšetkým obsahuje určitým spôsobom spracované učivo, ktoré sa má žiak naučiť;
- funkcia riadenia učenia a vyučovania - učebnica je didaktický prostriedok, ktorý napomáha žiakovi učeniu, ale aj učiteľovi vyučovaniu;
- funkcia organizačná (orientačná) - každá učebnica má svoj spôsob spracovania učiva a žiaka vedie k určitému systému práce.

Meranie didaktickej vybavenosti učebnice

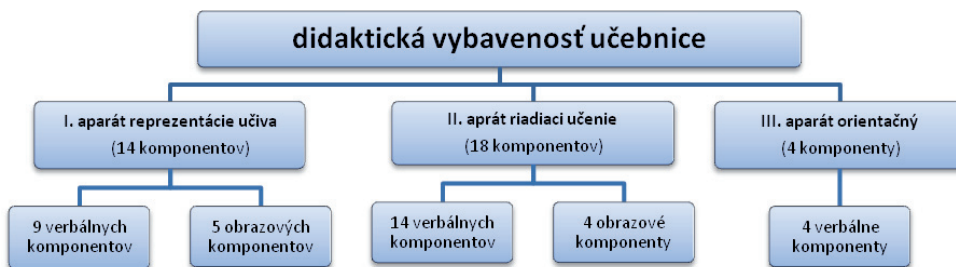
Autori učebníc sú obvyčajne viazaní predpísaným obsahom učiva (napr. obsahové štandardy), napriek tomu majú dostatok možností ovplyvniť nielen obsah predmetu, ale

aj postoje a názory žiakov, vlastnou koncepciou učebnice. Autori rozhodujú o rozsahu aj spôsobe spracovania učiva, určujú postupnosť učiva, rozhodujú, ktoré pojmy, javy, hodnoty a postoje prezentujú ako dôležité, správne, kladné. Čiastočne je v ich rukách aj rozhodnutie o zaradení, či nezaradení rozširujúceho a dopĺňajúceho učiva.

Školská učebnica predstavuje špecifické edukačné médium. Okrem už spomínaného textu, sú v nej aj ďalšie komponenty, ktoré silne ovplyvňujú prácu s ňou. Veľmi dôležitá je farebnosť, množstvo ilustrácií a ich umiestnenie, opäť v závislosti od veku žiakov a čiastočne aj od vyučovacieho predmetu. Už na prvý pohľad vieme posúdiť, či je prehľadná, štruktúrovaná, uľahčuje učenie, poskytuje dostatok informácií, úloh, cvičení, zaujímavostí,... Meriame tzv. didaktickú vybavenosť učebnice. „Didaktická vybavenosť učebnice nie je jej vlastnosťou statickou, ale predurčuje jej procesuálnu efektívnosť, t.j. to, ako bude učebnica využívaná v reálnych edukačných procesoch v škole i pri samoučení žiakov.“ (Průcha, 1998, s. 94)

Meranie didaktickej vybavenosti je založené na vyhodnocovaní rozsahu využitia verbálnych a obrazových komponentov v učebnici, čím nám umožňuje zisťovať do akej miery učebnica disponuje takými vlastnosťami, ktoré zaisťujú jej optimálne využívanie žiakmi. Inými slovami zisťujeme, či je učebnica schopná slúžiť ako didaktický prostriedok.

Celkovo rozlišujeme 36 komponentov, ktoré rozdeľujem do 3 skupín podľa didaktickej funkcie a do 2 skupín podľa spôsobu vyjadrenia v učebnici (obraz, text). Celkový zoznam komponentov aj s metodikou aplikácie nájdeme v publikáciách J. Průchu (1997, 1998 a ďalšie). Výborný prehľad poskytuje schéma (spracované podľa Průcha, 1998, s. 95):



I. aparát reprezentácie učiva zahŕňa verbálne komponenty ako napr. výkladový text, vysvetlivky, zhrnutie učiva po každej kapitole, téme, ročníku,... a obrazové komponenty – výskyt umeleckej, náučnej ilustrácie, grafov, tabuliek a farebnosť učebnice.

II. aparát riadiaci učenie si všíma vo verbálnej oblasti napr. výskyt úvodu, inštrukcií na prácu s učebnicou, rozlíšenie úrovne učiva, otázky a úlohy za témou, tematickým celkom,... a v obrazovej oblasti funkčnosť používania farby a grafických symbolov.

III. aparát orientačný predstavuje obsah, členenie učebnice na kapitoly a registre.

V každej učebnici zisťujeme výskyt jednotlivých komponentov bez ohľadu na ich početnosť. Vypočítavame tzv. koeficienty ako percentuálny podiel využitých komponentov k počtu možných komponentov. Okrem celkovej didaktickej vybavenosti učebnice (E), určujeme koeficient využitia aparátu prezentácie učiva (E_I), využitia aparátu riadiaceho učenie (E_{II}), využitia aparátu orientačného (E_{III}), koeficient využitia verbálnych komponentov (E_v) a obrazových komponentov (E_o). (Průcha, 1998)

Didaktická vybavenosť učebníc matematiky

Od roku 2008 prebieha na Slovensku školská reforma, učebné osnovy nahradil Štátny vzdelávací program, ktorý priniesol viaceré zmeny aj do vyučovania matematiky na 1. stupni základnej školy. Cieľom vzdelávania je rozvoj kľúčových kompetencií, v matematike sa pozornosť upriamuje na rozvoj matematickej gramotnosti. Žiaľ, časová dotácia matematiky bola znížená na úkor zavedenia výučby cudzích jazykov a vyčlenenia informatickej výchovy ako samostatného predmetu už od 2. ročníka ZŠ. Prirodzeným dôsledkom reformy je aj tvorba nových učebníc. V 1. ročníku ZŠ majú žiaci k dispozícii len pracovné zošity, preto sme ich do našej výskumnej vzorky nezahrnuli. V 2. – 4. ročníku ZŠ majú žiaci k dispozícii učebnice matematiky doplnené o 2 pracovné zošity v každom ročníku, ktorých autorom je P. Černek:

1. ČERNEK, P. – BEDNÁŘOVÁ, S.: *Matematika pre 2. ročník základnej školy*. Učebnica. Pracovný zošit 1. a 2. časť. Bratislava : Aitec, s.r.o., 2010.
2. ČERNEK, P.: *Matematika pre 3. ročník základnej školy*. Učebnica. Pracovný zošit 1. časť. Bratislava : SPN - Mladé letá, s.r.o., 2011.
3. ČERNEK, P.: *Matematika pre 4. ročník základnej školy*. Učebnica. Pracovný zošit 1. časť. Bratislava : SPN - Mladé letá, s.r.o., 2011.

MATEMATIKA	Učebnica 2. roč. ZŠ	PZ 2. roč. ZŠ	U+PZ 2	Učebnica 3. roč. ZŠ	PZ 3. roč. ZŠ	U+PZ 3	Učebnica 4. roč. ZŠ	PZ 4. roč. ZŠ	U+PZ 4
E _I	43%	50%	50%	57%	57%	64%	57%	43%	64%
E _{II}	50%	79%	83%	33%	33%	33%	28%	28%	33%
E _{III}	75%	75%	75%	75%	75%	75%	75%	75%	75%
E _v	37%	48%	52%	33%	33%	37%	33%	26%	37%
E _o	89%	89%	89%	78%	89%	89%	78%	89%	89%
E	50%	58%	61%	47%	47%	50%	44%	42%	50%

Tabuľka č. 1 – Didaktická vybavenosť slovenských učebníc matematiky

Pri hodnotení didaktickej vybavenosti učebníc matematiky sme zistili viacero veľmi zaujímavých skutočností. Koeficienty didaktickej vybavenosti učebníc, pracovných zošitov aj celých súborov sú uvedené v tabuľke 1. Keďže nás zaujíma učebnica ako didaktický prostriedok žiaka, musíme hodnotiť učebnice aj pracovné zošity, teda celý súbor, ktorý žiak využíva. Autori z priestorových dôvodov niektoré komponenty zaraďujú len do učebnice (výkladový text), kým iné len do pracovných zošitov (inštrukcie na sebahodnotenie, námety na mimoškolskú činnosť), z toho dôvodu sú koeficienty súboru vyššie ako jednotlivých častí.

Všetky učebnice majú rovnaký koeficient využitia orientačného aparátu, pretože okrem obsahu a členenia na kapitoly, uľahčujú orientáciu v texte farebným odlíšením jednotlivých kapitol, čo vo vzťahu k mladšiemu žiakovi považujeme za prínosné.

Rovnako ani koeficienty využívania obrazových komponentov sa veľmi nelíšia. Najväčší rozdiel badať, pri koeficiente využitia aparátu riadiaceho učenie, ktorý má prekvapivo výrazne vyšší 2. učebnica a pracovné zošity. Predpokladáme, že túto skutočnosť ovplyvnili dva faktory, vydavateľ a skutočnosť, že učebnice pre 3. a 4. ročník vznikali naraz, v časovom strese a ešte nemáme k dispozícii druhé diely pracovných zošitov, čo môže skresľovať najmä koeficienty E_{II} a E_v .

Záver

V minulosti sme hodnotili didaktickú vybavenosť učebníc matematiky pre 3. a 4. ročník základnej školy od autorov Bero, P., Pytlová, Z., ktoré vydalo vydavateľstvo Orbis Pictus Istropolitana, s.r.o. v rokoch 2003 a 2004. Je zaujímavé, že koeficienty využívania obrazových komponentov boli rovnaké, napriek tomu, že učebnice vyšli u odlišného vydavateľa, ale koeficienty využívania verbálnych komponentov boli nižšie. Podrobnejšie sa tejto skutočnosti budeme venovať vo svojom príspevku na konferencií.

Literatúra

1. GAVORA, P. 1992. *Žiak a text*. Bratislava : SPN 1992. 127 s. ISBN 80-08-00333-2
2. PARTOVÁ, E. 2009. *Učiteľské texty a výučbové balíky pre matematiku v primárnom vzdelávaní*. In : Kurikulum a učebnice z pohľadu pedagogického výskumu, ŠPÚ, Bratislava 2009, s.128-131. ISBN 978-80-8118-015-6
3. PETLÁK, E. 1997. *Všeobecná didaktika*. Bratislava : IRIS, 1997. 270 s. ISBN 80-88778-49-2
4. PRŮCHA, J. 1997. *Moderní pedagogika*. Praha : Portál, 1997. 495 s. ISBN 80-7178-170-3
5. PRŮCHA, J. 1998. *Učebnice: Teorie a analýzy edukačního media*. Brno : Paido, 1998. 148 s. ISBN 80-85931-49-4
6. TROŠČÁKOVÁ, K. 2001. *Analýza učebníc matematiky pre 4. ročník ZŠ*. In: Študentské fórum, IV. ročník, str. 33-40. Bratislava: 2001, Iuventa. ISBN 80-88893-62-3
7. TUREK, I. 2008. *Didaktika*. Bratislava : Iura Edition, 2008. 595 s. ISBN 978-80-8078-198-9

Kontaktná adresa

RNDr. Jana Kopáčová, CSc.

KATOLICKÁ UNIVERZITA v Ružomberku, Pedagogická fakulta, KPEP

Hrabovská cesta 1

034 01 Ružomberok

jana.kopacova@ku.sk, jana.kopacova@gmail.com

ÚROVEŇ MATEMATICKÝCH KOMPETENCIÍ BUDÚCICH UČITEĽOV – ELEMENTARISTOV

Štefan KOVÁČIK

Abstrakt

Uvádzame niektoré výsledky experimentu vykonanom v rámci projektu VEGA č. 1/0192/08. Experiment sa uskutočnil na vzorke 259 študentov – budúcich učiteľov na 1. stupni ZŠ, študujúcich na Pedagogických fakultách PU v Prešove, TU v Trnave a UMB v Banskej Bystrici. Testovanie bolo zamerané na diagnostiku matematických kompetencií študentov bakalárskeho štúdia

Kľúčová slova: Matematika, predškolská a elementárna pedagogika, matematická gramotnosť,

MATHEMATICAL COMPETENCES LEVEL OF NEXT ELEMENTARY TEACHERS

Abstract

This article is dealing with some results of research VEGA 1/0192/08. 259 students of the three educational faculties at universities in Prešov, Trnava and Banská Bystrica took part in experiment. This testing was focused on mathematical competences diagnostics of the students in their bachelor study.

Key words: mathematics, pre-school and elementary pedagogy, mathematical literacy

Úvod

Cieľom experimentu bolo zistiť úroveň matematických kompetencií budúcich učiteľov, teraz už absolventov bakalárskeho štúdia, pri riešení matematických úloh. Štyri z úloh boli prevzaté z programu PISA (2004), pričom jedna z nich bola upravená. Jedna z úloh vznikla úpravou úlohy z matematickej olympiády pre 4. ročník ZŠ (MOZ4-II-2, 1985/86). Tieto úlohy riešili študenti v odbore Predškolská a elementárna pedagogika, v rámci projektu VEGA č. 1/0192/08. „*Analýza matematickej prípravy študentov odboru Predškolská a elementárna pedagogika z pohľadu rozvoja matematickej gramotnosti*” (2008 - 2010).

1. Test A (r. 2008)

Úplné znenie úloh tohto testu je publikované v (Gerová, 2009, s. 50). Test vypracovali študenti 1. ročníka bakalárskeho štúdia Predškolskej a elementárnej pedagogiky. Zúčastnilo sa ho 259 študentov z Pedagogických fakúlt PU v Prešove, TU v Trnave a UMB v Banskej Bystrici. Do výberu boli zaradení všetci študenti prvého ročníka v danom odbore.

2. Test B (r. 2010)

Úlohy testu B boli vytvorené zmenou estetickej zložky – reálnym kontextom zadania úlohy, ale typ úlohy zostal nezmenený. Tohto testu sa zúčastnilo 166 respondentov, tí sú podmnožinou 259 študentov, ktorí sa zúčastnili testu A. V čase písania testu B, to boli študenti 3. ročníka bakalárskeho štúdia. Hoci počet účastníkov testu je menší ako v teste A, vzorku považujeme za dostatočne reprezentatívnu.

Test A, aj test B, sme vykonali anonymne.

3. Sledované matematické kompetencie

Úlohy boli vybrané tak, aby sa pri ich riešení preukázalo, akými matematickými kompetenciami a schopnosťami disponuje respondent:

1. Matematické myslenie,
2. matematická a logická argumentácia,
3. modelovanie danej situácie v riešení,
4. reprezentácia situácie,
5. riešenie a tvorba problémových úloh,
6. reprodukcia, prepojenie a reflexia.

Úlohy boli mierne náročnejšie a neštandardné, čo od riešiteľa vyžadovalo využitie nerutinných postupov, ale aj prepojenie rôznych oblastí matematiky, ktorými sú napríklad: aritmetika, geometria, logika, elementárne poznatky z teórie grafov a pod.

4. Vyhodnotenie získaných podkladov

Očakávali sme zlepšenie výsledkov v teste B oproti testu A. Zlepšeniu výsledkov v druhom teste mali napomôcť najmä dve skutočnosti:

1. tri roky štúdia na vysokej škole,
2. slabší študenti zanechali v priebehu dvoch rokov štúdium.

Tabuľka č. 1. Priemerné dosiahnuté výsledky

		Úloha 1		Úloha 2		Úloha 3		Úloha 4		Úloha 5	
		A	B	A	B	A	B	A	B	A	B
Možný počet bodov		7		6		7		3		6	
PREŠOV	Priemer	3,36	3,81	2,33	3,34	3,52	3,41	0,56	0,68	3,15	2,79
	%	48	54,43	38,83	55,67	50,29	48,71	18,67	22,67	52,5	46,5
B.BYSTRICA	Priemer	3,72	4,6	2,41	3,28	4,28	4,26	0,64	1,06	3,21	3,4
	%	53,14	65,71	40,17	54,67	61,14	60,86	21,33	35,33	53,5	56,67
TRNAVA	Priemer	3,58	4,67	2,3	3,17	3,65	3,42	0,7	0,5	3,35	1,72
	%	51,14	66,71	38,33	52,83	52,14	48,86	23,33	16,67	55,83	28,67
Vážený priemer	v bodoch	3,52	4,29	2,35	3,28	3,8	3,73	0,61	0,78	3,2	2,79
	v %	50,29	61,29	39,17	54,67	54,29	53,29	20,33	26	53,33	46,5
Zlepšenie o %			11%		15,5%		-1%		5,77%		-6,38%

Z tabuľky č. 1 Môžeme vyčítať, že najvýraznejšie zlepšenie a to 15,5 %, dosiahli respondenti v úlohe č. 2, slabšie zlepšenie dosiahli v úlohe č. 1 bolo 11 % a najmenšie zlepšenie dosiahli v úlohe č. 4 len 5,77 %. Hoci sme nepredpokladali zhoršenie výsledkov, zhoršenie sa preukázalo v úlohe č. 3 o 1 % a výrazné zhoršenie dosiahli študenti v úlohe č. 5 a to až o 6,38 %. Študenti mali na vyriešenie úloh 60 minút. Je

preto veľmi pravdepodobné, že úlohu č. 5 riešili študenti ako poslednú a pre nedostatok času táto dopadla najhoršie.

Vzhľadom na nerovnakú veľkosť vzorky v teste A a v teste B sme použili ako kritérium úspešnosti priemerný počet bodov na jedného respondenta, pri porovnávaní (nerovnako veľkých) skupín sme použili vážený priemer.

Tabuľka č. 2. Celkové výsledky úloh č. 1 až 5.

		Úloha 1 - 5	
		A	B
PREŠOV	Priemer	12,92	14,03
	%	44,55	48,38
B.BYSTRICA	Priemer	14,27	16,6
	%	49,21	57,24
TRNAVA	Priemer	13,58	13,47
	%	46,83	46,45
Vážený priemer		13,49	14,87
	%	46,52	51,28

Zo zlúčených výsledkov všetkých troch fakúlt, na ktorých sa uskutočnil experiment, uvádzame v tabuľke č. 2. Za 3 roky štúdia na vysokej škole došlo k priemernému zlepšeniu úspešnosti zo 46,52 % na 51,28 %, čo je o **4,76 %** zo všetkých 29 bodov, ktoré mohol respondent získať.

Predpoklad, že študenti všetkých fakúlt dosiahnu približne rovnaké výsledky sa nesplnil.

Nekontrolovanými premennými, ktoré tieto výsledky ovplyvnili sú: nedostatok informácií o predchádzajúcom matematickom vzdelaní študentov (nie je známy typ strednej školy), absencia informácií o osobných predpokladoch študentov pracovať na svojom osobnom raste, rôzny počet vyučovacích hodín matematiky na jednotlivých školách,

Tabuľka č. 3. Počty zlepšenia

	BB	Prešov	Trnava	SPOLU	Vyjadrenie v %
Rovnako	6	6	2	14	8,43 %
Zlepšenie	38	30	16	84	50,60 %
Zhoršenie	18	32	18	68	40,90 %
Počet	62	68	36	166	100 %

Informácie o rovnomernosti skvalitnenia kompetencií študentov možno získať vyhodnotením výsledkov jednotlivcov.

Obidva testy absolvovalo 166 študentov. Pomerne malá skupina (8,43 %) napísala obidva testy rovnako. Svoje skóre pri testovaní si zlepšilo 50,6 % študentov. Znepokojuje nás veľká skupina zahŕňajúca 40,90 % študentov, ktorí napísali opakovaný test horšie ako prvý test.

5. Trochy prognózy

Kvalifikovane možno na základe získaných priemerných výsledkov predpokladať, že v budúcnosti dôjde k miernemu zlepšeniu výsledkov.

Lineárny priebeh zlepšenia by sa opieral o **priemerné zlepšenie 4,76 %**. Znamenalo by to, že každé 3 roky by sa výsledok zlepšil za rovnakých podmienok o 4,76 %. Vypočítame $(75-51,28):4,76=4,98$. Očakávané dosiahnutie 75 % úspešnosti by sa udialo za 5 intervalov, čo je približne 15 rokov.

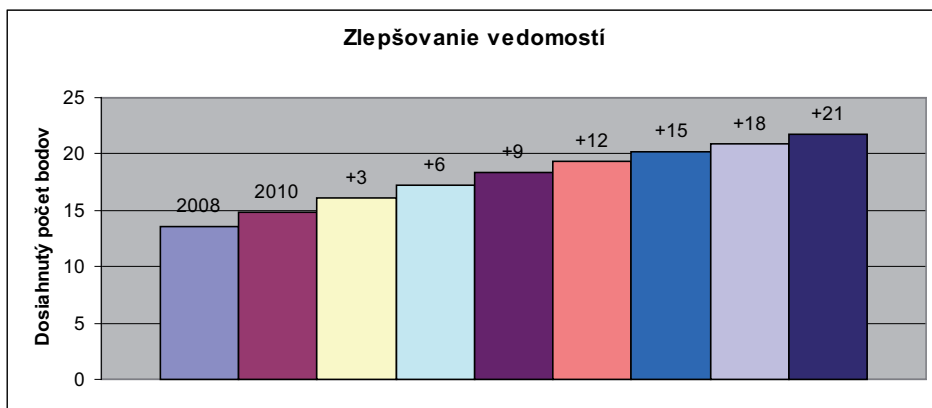
Nelineárny priebeh zlepšenia sa opiera o myšlienku, že za rovnaký časový interval pri rovnakých podmienkach sa z nezládnutého učiva zvládne rovnaká pomerná časť. Narastanie vedomostí nebude lineárne, ale bude sa s časom postupne zmenšovať.

Výsledky z tabuľky č. 4 sú znázornené v grafe č. 1, hodnoty uvedené za roky 2008 a 2010 sú namerané. Očakávané zvládnutie učiva na 75 % (21,75 bodu) sa dosiahne približne za 21 rokov.

Tabuľka č. 4. Narastenie vedomostí po 70 %, čo je 21,75 bodu

Rok	2008	2010	+3	+6	+9	+12	+15	+18	+21
Vedomosť v bodoch	13,49	14,87	16,14	17,3	18,35	19,31	20,18	20,97	21,69
Nevedomosť	15,51	14,13	12,86	11,7	10,65	9,69	8,82	8,03	7,31

* Časový interval medzi testom A a testom B bol takmer 3 roky.



Graf č. 1. Prognóza zlepšovania vedomostí za rovnakých podmienok.

Záver

Hoci je všeobecne známy význam matematických vedomostí a zručností, naša spoločnosť matematickému vzdelávaniu nevenuje dostatočnú pozornosť. Ak žiak systematicky a v dostatočnom množstve neprijíma matematické vedomosti už v školskom veku, ich doplnenie a zdokonaľovanie v dospelosti je značne problematické.

Ak učiteľ nedokáže riešiť podobné úlohy, určite ich nedokáže naučiť riešiť aj svojich žiakov. Súčasná redukcia rozsahu vyučovania matematiky na Pedagogickej fakulte v Banskej Bystrici nevytvára postačujúce podmienky na to, aby boli naši absolventi kvalitne pripravení na vyučovanie matematiky.

S obavami sa pozeráme na pôsobenie budúcich učiteľov – našich terajších študentov. Budem citovať a parafrázovať pôsobenie učiteľa. (Gerová, 2010) „Rozhoduje jeho **odborná pripravenosť**, tvorivosť, záujem, osobný prínos. ... ale aj dostatok vhodného úlohového materiálu, ktorý každý učiteľ nemá.“

Literatúra

1. Gerová, E.: *Úlohy pre zisťovanie úrovne matematickej gramotnosti študentov učiteľstva*. In: Zborník Elementary Mathematics Education „Matematika z pohľadu primárneho vzdelávania“, Banská Bystrica 2009, UMB Banská Bystrica, s. 50-57. ISBN 978-80-8083-742-6

2. GEROVÁ, Ľ.: *Podmienky pre rozvoj matematickej gramotnosti študentov pred vstupom na vysokú školu*. In: Zborník príspevkov z konferencie s medzinárodnou účasťou „Matematické vzdelávaní v kontextu proměn primární školy“, Olomouc 2010, s.94-99. ISBN 978-80-244-2511-5
3. REPÁŠ, V a kol.: *Úlohy z matematických olympiád základnej školy*. SPN Bratislava 1989, ISBN 80-08-00063-5

Kontaktná adresa:

doc. RNDr. Štefan Kováčik, PhD.

katedra matematiky FPV UMB

Tajovského 40, 974 09 Banská Bystrica

Telefón +421 48 446 123

E-mail: Stefan.Kovacik@umb.sk

**ON CERTAIN EXPERIENCES IN TEACHING PUPILS INTRESTED IN
MATHEMATICS – MATHEMATICAL COMPETITION
"PROBLEMS LEAGUE"**

Agnieszka KRAUSE, Magdalena WYSOKIŃSKA-PLISZKA

Abstract

For over half a century academic mathematicians from Toruń are strongly engaged in the popularization of mathematics especially among youth and math teachers. One of the examples of such activity is the mathematical competition called Problems League. We present the historical genesis and the main purpose of the competition as well as we describe the regulations and the way of organization.

In the second part we show several examples of mathematical problems which have appeared in this competition. Some of them are presented with solutions. Obviously there are lots of methods of solving problems but we chose those which, in our opinion, are very interesting and nonstandard.

Key words: creative pupil, active teacher, nonstandard solutions, mathematical competition

1. About the competition

For over half a century academic mathematicians from Toruń are strongly engaged in the popularization of mathematics especially among youth and math teachers. The man of merit on this field is a notable scholar and popularizer of mathematics, excellent didactician – Professor Leon Jeśmanowicz. Almost all initiatives concerning popularization of mathematics stemmed from his activity. On the turn of 1950s and 1960s he has established so called “Sunday Math Circle” for students of Primary and Secondary School. This circle existed under the patronage of the Toruń Branch of the Polish Mathematical Society almost to the end of 1990s and then it was reactivated at the Faculty of Mathematics and Computer Science at Nicolaus Copernicus University (in short NCU) in the period 2007–2010. Many academic mathematicians were engaged in this activity.

Another successful initiative was a series of annual cycles of mathematical lectures directed to everyone interested, organized by the Toruń Branch of the Polish Mathematical Society. Many Toruń’s mathematicians have given lectures and led various courses for teachers. At the end of 1960s Professor L. Jeśmanowicz had established in Lyceum No 4 in Toruń so called “academic mathematical classes” modeled on Russian boarding-school by the Lomonosov University in Moscow. Such classes still exist in Lyceum No 4 (over a span of several years in 1970s they were present in Lyceum No 2) and all math teachers who give lectures in these classes are academics from the Nicolaus Copernicus University. These classes served as a model for the Academic Gymnasium and Lyceum in Toruń (in Polish: Gimnazjum i Liceum Akademickie).

Among the successful various activities of the academic mathematicians in Toruń is also the mathematical competition for pupils of Primary School and Gymnasium called Problems League (in Polish: Liga Zadaniowa) which 25th anniversary we are celebrating this year.

The originator of this competition was also Professor L. Jeśmanowicz. In the spring of 1987 on the initiative of a group of mathematicians from the Institute of Mathematics of NCU (under the patronage of the Toruń Branch of the Polish Mathematical Society) the mathematical competition for pupils of 6th and 7th class of Primary Schools in the former Toruń voivodship was organized. The competition received the name Problems League. The competition was organized together with the Department of the Teacher's Improvement Center (in Polish: Oddział Centrum Doskonalenia Nauczycieli) and with School Inspectorate in Toruń (in Polish: Kuratorium Oświaty w Toruniu). At this point, it is important to mention that at that time the following education system in Poland had been followed: first educational level was the obligatory Primary School which lasted eight years and was attended by children aged 7-14 and then, there was the possibility to learn in one of several types of Secondary Schools. Professor L. Jeśmanowicz assumed the duty of president of the Organizing Committee of the competition. The first edition of Problems League took place in the school year 1987/1988 only for the 6th class. From the next year on, it has been continued for 6th and 7th class until the school reform of 1999. The above-mentioned reform brought the new division of primary stages of obligatory education into: the Primary School which lasted six years (for children aged 7 – 13) and Gymnasium lasting 3 years (for children aged 13 – 16). Before graduating from both of the listed types of school, pupils are subject to take final external examinations. On ground of this reform, from the school year 1999/2000 the competition Problems League is addressed to pupils of 6th class of Primary School and the 1st and 2nd classes of Gymnasium. In the first edition of the competition, which took place only in Toruń, 125 pupils participated from both in and out of the city. In following years the competition gained the popularity and begun to take place also in other centers of the region. Nowadays, it includes the range of Kuyavian-Pomeranian Voivodship and a part of Mazovia (the town Ciechanów with its region) and the number of participants has reached about 4 – 5 thousand.

Over a span of years, the following institutions were engaged in organization of this competition: Faculty of Mathematics and Computer Science of Nicolaus Copernicus University, Toruń Branch of the Polish Mathematical Society, The Department of Education of the City Office in Toruń, Continuing Education Center (in Polish CKU – Centrum Kształcenia Ustawicznego), TUWiNM (Towarzystwo Upowszechniania Wiedzy i Nauk Matematycznych – the society that popularizes science and mathematics) and also the Kuyavian – Pomeranian School Inspector (in Polish: Kujawsko-Pomorski Kurator Oświaty). In the school year 2011/2012 the competition has been organized by TUWiNM and Kuyavian – Pomeranian School Inspector. Moreover, the co-organizers of this competition in Toruń are The Department of Education of the City Office and CKU and the patronage hold Faculty of Mathematics and Computer Science of Nicolaus Copernicus University and the Kuyavian – Pomeranian School Inspector.

The main purpose of this competition is the popularization of mathematical knowledge that was supposed to be covered by syllabus followed in class. The intention is to cause and evolve mathematical interests of pupils by showing them mathematics in an absorbing and attractive way. At the same time, the organizers of the competition wanted to activate math teachers and engage them in working with the

pupils interested in mathematics. The competition shows the beauty of mathematics hidden in the interesting and nonstandard math problems and helps in developing of the creative and nonstandard way of thinking. From a perspective of 25 years, it seems that all aims have been gained. The organizers are satisfied that among the participants of the competition Problems League there are many doctors of science or even professors, laureates of National or International Mathematical Olympiad etc.

On 29 December 1989 Professor Leon Jeśmanowicz, the main originator of the competition Problems League, died. He has initiated the work which, in opinion of his co-operators, should be continued. It is impossible to mention all the persons involved in the continuation of this work, but the following names of persons engaged in its origin have to be mentioned: Z. Bobiński, T. Józefiak, A. Świątek. Z. Bobiński is now the president of the Organizing Committee. He is a notable successor of Professor L. Jeśmanowicz and Problems League is only a small part of his wide range of activities on the field of working with pupils and teachers, as well as on the field of popularization of mathematics.

The rules of Problems League remained almost unchanged from the beginning until the school year 2009/2010. That year the competition gained the status of the inspectorial competition in which the title of finalist gives additional points by qualifying to the school on next level of education and the title of laureate gives exemption from the final external examinations in Primary School or Gymnasium. However, even then, the changes in the competition's formula were not so big. In the competition all pupils who want to work on their own development are invited to participate and those who currently attend the 6th class of Primary School as well as 1st or 2nd class of Gymnasium. In the competition there are three stages: firstly school stage and then five meetings evenly extended during the school year.

The first – school stage organized in schools is a competition based on tasks list (a test for 6th class and exercises for Gymnasium classes) delivered to school by the organizer. Then, school submits the list of pupils to participate in the next – regional stage, but the Organizing Committee can allow to compete also those pupils from schools which did not organize the first stage.

The second – regional stage consists of three separate competition meetings. During each of these meetings pupils solve (in writing) in time of 90 minutes six math problems, each worth 5 points. So the maximum number of points in this stage is 90. Before each of these three meetings pupils receive a set of the so called preparation problems. On the basis of these problems the competition problems are prepared. Each of the meetings is beforehand determined in the subject-matter prepared by a group of teachers. The information about the subject-matter is sent to schools so that at the beginning of the school year it is known by teachers as well as the pupils. As an example we put below a table of dates and subject-matters of three competition meetings of regional stage in the school year 2011/2012.

First meeting – 26 November 2011		
6th class, Primary School	1st class, Gymnasium	2nd class, Gymnasium
Divisibility of numbers. Operations on positive rationals. Geometric figures and their areas - without coordinate system.	Operations on rational numbers. Divisibility of integer numbers. Simple percentage calculations. Prisms.	Directly proportional values. Transforming of formulas. Equations and inequalities-text problems. Powers and roots.
Second meeting – 14 January 2012		

6th class, Primary School	1st class, Gymnasium	2nd class, Gymnasium
Power with a natural exponent. Operations on rational numbers. Divisibility of integer numbers.	Computations of polygon's areas. Coordinate system. Operations on algebraic expressions. Types of angles (adjacent etc.) Exterior and interior angles in polygons.	Area and perimeter of circle. Algebraic expressions and short multiplication formulas. Operations of algebraic expressions.
Third meeting – 3 March 2012 (Primary School), 17 March 2012 (Gymnasium)		
6th class, Primary School	1st class, Gymnasium	2nd class, Gymnasium
Simple algebraic expressions. Text problems concerning simple equations and inequalities. Simple percentage calculations. Prisms.	Logical problems. Simple equations and inequalities conducting to text problems. Coordinate system – geometric figures.	Pythagorean Theorem and applications. Operations on algebraic expressions. Symmetries in coordinate system.

After the end of regional stage the Organizing Committee establishes the lists of the winners of the first, second and third place as well as the so called honors according to following principles: Obtaining at least 75 points gives the first place, 60-74 points the second place, 45-59 points the third place and finally those pupils who obtain 40-44 points or have participated in all meetings and gained at least 25 points in one of the meetings are being honored. Awarded pupils receive books. The winner of at least 75% of all possible points in the competition for 6th class and 2nd class of Gymnasium are qualified to the third – final voivodship stage of the competition Problems League. The final stage is connected with the laureate and finalist titles which give the privilege of exemption from the obligation to take final external examinations in Primary School or Gymnasium (laureates) or give additional points by qualifying to the school on next level of education (finalists). The subject-matter of the final stage for 6th class is the summary subject-matter of all regional stage meetings for 6th class. The subject-matter for 2nd class Gymnasium is the summary subject-matter of all meetings at all levels. The fifth meeting is to summarize the year-long competition. In this meeting pupils receive so called holiday gift that is a list of math problems helpful to prepare for the next edition of competition .

Before the school year 2009/2010 the competition was organized in a similar way as nowadays. The main difference was the absence of the final voivodship stage. In short, the competition consisted of five meetings – first of inauguration character (the rules were discussed, pupils solved some exercises), then followed second, third and fourth competition meeting (equivalent of today's regional meeting and with the same rules) and the last – fifth recapitulating meeting. The detailed regulations of the competition as well as the list of problems for the current (and several former) year can be found on the [www web \[4\]](#).

The competition is individual and pupils can join in without additional selection at every moment of the competition. The results do not eliminate them at any stage of the competition with the exception of the final voivodship stage. The formula of the competition promotes systematic work and minimizes the stress connected with the rivalry. Pupils overcome only their own imperfections.

The organization of the competition requires work of many people. It could not be organized without the contribution of lots of teachers. They do not receive any salary for their work. The only gratification is the pride of achievements and development of their pupils. Around Problems League, on the initiative of teachers, arose a seminar in which teachers discuss different methods of solving mathematical problems. In the course of time, the seminar has transformed into a didactical seminar with a wider range of interests than only Problems League. This seminar takes place regularly (with a two year break) once a month during the whole school year. During this seminar a set of solutions of problems from the beginning editions of the competition collected in the book [4] had been prepared. In the following years appeared the next books with solutions of problems from Problems League: [2] and [3]. At this point, the name of P. Nodzyński – the meritorious math teacher who actively works from the beginning in favour of Problems League should be mentioned.

To conclude, it is worth to emphasize the great importance of the Problems League as one of the components of the whole system of working with pupils interested in mathematics. Especially in early education stage the competition allows to select and helps in developing of mathematical talents and skills of youth. It should be also mentioned that simultaneously with the competition there are organized several interschool math clubs under the patronage of the Toruń Branch of the Polish Mathematical Society. Moreover, from several years there have been organized in the Academic Gymnasium and Lyceum in Toruń so called „Saturday Math Circles” addressed to pupils from 5th and 6th class of Primary School. Several centers also organize the competitions, which are modeled on the Problems League and addressed to younger pupils (4th and 5th class). We hope that the idea, originated by Professor Leon Jeśmanowicz, will continue to thrive in the following years.

2. Mathematical problems and their solutions

In this section we present some examples of mathematical problems taken from former editions of competition. Obviously, there are many types of problems but we decide to consider problems which can be divided into four groups. Some of them are solved. We have chosen these solutions which, in our opinion, are the most interesting and show creative and nonstandard ways of thinking.

1.1. Equations and systems of equations

1. The maharajah gave to three daughters pearls stored in the jewellery case. The oldest daughter got the half of contents of the jewellery case and one pearl more. The second daughter received the half of the rest and one pearl more. The youngest got the half of remaining pearls and three pearls more. Then the jewellery case remained empty. How many pearls did the Maharajah have in the jewellery case?
2. The grandpa and the grandma are 140 years old together. Grandpa is now twice as old as the grandma was when the grandpa was as old as the grandma is now. How old are they now?

Solution I: Denote by x the age of the grandma now, y – the age of the grandpa now. The grandpa is $y - x$ years older than the grandma.

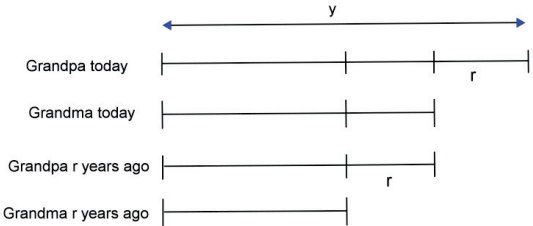
	grandma	grandpa
now	x	y
$y - x$ years ago	$x - (y - x) = 2x - y$	x

Because grandpa is now twice as old, as the grandma was $y - x$ years ago, so we obtain the following system of equations:

$$\begin{cases} x + y = 140 \\ y = 2(2x - y) \end{cases}$$

Solution II: However, we do not have to use the system of equations. We can present the described situation graphically using segments.

The grandpa is now y and the grandma is x years old. Let r be the difference between their ages.



Grandpa is twice as old, as the grandma was r years ago. Thus the grandpa is $4r$ and the grandma is $3r$ years old. But we know that $3r + 4r = 140$, so $r = 20$. The answer is: the grandma is 60 and the grandpa is 80 years old.

- Each of three boys has a certain number of coins. First of them has given to each of remaining boys as many coins as each of them had. Next second, and then third boy has done the same, i.e. has given to each of two remaining boys as many coins as each of them had in that moment. At the end it turned out that each of them had 8 coins. How many coins did every boy have at the beginning?

Solution: It is possible to solve this problem using the system of equations, but there is more effective method. We fill up the following table but we start from the end of this table. All time we should remember that there are 24 coins.

	I boy	II boy	III boy
At the beginning	13	7	4
After the first change	2	14	8
After the second change	4	4	16
After the third change	8	8	8

So the answer is 13, 7, 4.

1.2. Natural numbers

- During the First World War close to a certain castle a battle took place. A cannonball damaged the statue of the knight standing in front of the castle. It happened on the last day of the month. We multiply: the number of the month, the number of the day when it happened, half of age of the commander, length of the pike expressed in feet and half of age of the statue, expressed in years. This product is equal 451066. Find the year when the statue was put in front of the castle.

Solution: Let us notice, that $451066 = 2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 29 \cdot 101$. Only one of this numbers, namely 29, can be the number of the last day of month, so a cannonball damaged the statue of the knight on 29 February. So the battle took place in 1916, since this year was the only one leap year during the First World War. Only one of the remaining three numbers 7, 11 and 101 can be the age of the commander (since $2 \cdot 11 = 22$). Moreover, we can deduce that the pike is 7 feet long and the age of the statue is 202 years. Finally we obtain that the statue was built in $1916 - 202 = 1714$.

2. When we divide a natural number n by 5, the remainder is 3, whereas we divide it by 7, the remainder is 2. What remainder we obtain when we divide n by 35?
3. The number is called *good*, if in its decimal notation no digit repeats itself and the product of all its digits is equal 360. Give two examples of such numbers and find the biggest *good* number.
4. We have two numbers x and y . We compute $x + y$, $x - y$, $x \cdot y$, $\frac{x}{y}$ and we receive numbers: -72, -2, 6, 18. Find the numbers x and y if you know that the order of numbers written above, cannot agree with the order of performed operations.

Solution: Let us observe that both the product and the quotient of searched numbers have to be of the same sign. Moreover $(x \cdot y) \cdot \frac{x}{y} = x^2$, so $x^2 = 6 \cdot 18 = 108$ or $x^2 = -72 \cdot (-2) = 144$.

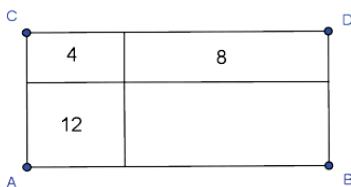
If $x^2 = 108$, then $2x = (x + y) + (x - y) = -72 - 2 = -74$. It is impossible because of the value of x^2 .

If $x^2 = 144$, then $2x = (x + y) + (x - y) = 6 + 18 = 24$. Thus $x = 12$ and $y = -6$.

1.3. Geometry

In all presented geometrical problems we denote by P_W the area of the figure W .

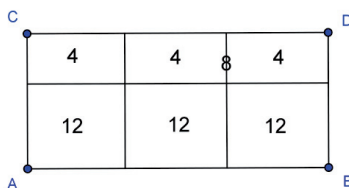
1. Find the area of the rectangle ABCD (picture below) if you know that the numbers written on three smaller rectangles stand for their areas.



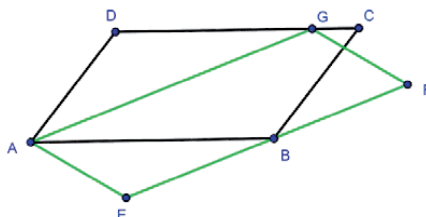
Solution I: Let us denote areas of rectangles as follows: $P_1 = 4$, $P_2 = 8$, $P_3 = 12$, $P_4 = ?$. It is easy to prove, that $P_1 \cdot P_4 = P_2 \cdot P_3$. Therefore

$$P_4 = \frac{P_2 \cdot P_3}{P_1} = \frac{12 \cdot 8}{4} = 24.$$

Solution II: On the picture below we present the reasoning of one of participants of the competition. The solution does not need a comment, this is like proof without words.

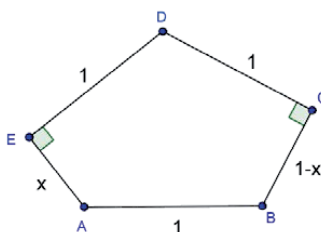


2. Proof that the areas of parallelograms **ABCD** and **AEFG** are equal.



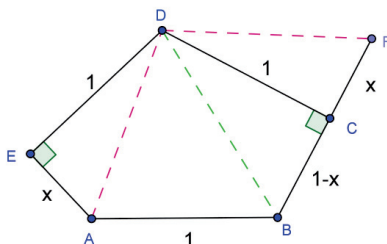
Solution: By solving geometrical problems very often it is a good idea to draw something new on the picture. In this problem it is worth to draw a new segment **BG**. Let us notice, that the triangle **ABG** is contained both in one and in the second parallelogram. Moreover $P_{ABG} = \frac{1}{2}|AB|h_G = \frac{1}{2}P_{ABCD}$ and $P_{ABG} = \frac{1}{2}|AG|h_B = \frac{1}{2}P_{AEFG}$, so $P_{ABCD} = P_{AEFG}$.

3. Determine the area of the pentagon **ABCDE**, if you know that $0 < x < 1$ (look at the picture below).



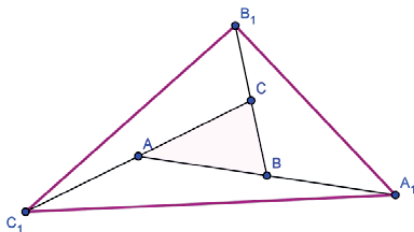
Solution: To solve this problem you should draw new segments **AD** and **BD**. Then you can use the formula for area of triangle. To use this formula you should first find the height h_D of the triangle **ABD**, which is possible by using several times the Pythagorean Theorem.

But there is another method. Look at the picture below:

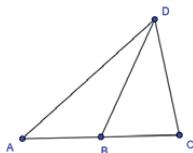


We draw new triangle $\triangle CFD$ which is congruent to $\triangle ADE$ and we obtain two another congruent triangles: $\triangle ABD$ and $\triangle BFD$. So $P_{ABD} = P_{BFD}$. Moreover it is very easy to compute the area of the triangle BFD , because $P_{BFD} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 = \frac{1}{2}$. Finally we have that $P_{ABCDE} = 1$.

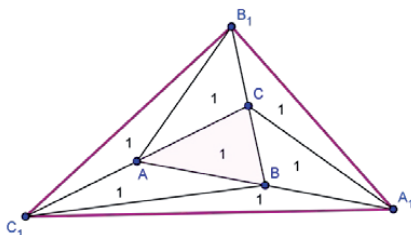
4. The area of triangle ABC is equal 1. A, B and C are the midpoints of the segments CC_1, AA_1 and BB_1 respectively (picture below). Find the area of the triangle $A_1B_1C_1$.



Solution: To solve this problem it is enough to draw three segments: AB_1, BC_1, CA_1 and use the following property: For any points A, B, C, D which are located like at the picture below (B is the midpoint of AC) the equality $P_{ABD} = P_{BCD}$ holds.



Therefore we obtain the following picture and result $P_{A_1B_1C_1} = 7$.



1.4. Rational numbers

1. Calculate:

$$158 \cdot \left(\frac{12 - \frac{12}{7} - \frac{12}{289} - \frac{12}{85}}{4 - \frac{4}{7} - \frac{4}{289} - \frac{4}{85}} : \frac{5 + \frac{5}{13} + \frac{5}{169} + \frac{5}{91}}{6 + \frac{6}{13} + \frac{6}{169} + \frac{6}{91}} \right) \cdot \frac{505505505}{711711711}$$

Solution:

$$158 \cdot \left(\frac{12 \cdot \left(1 - \frac{1}{7} - \frac{1}{289} - \frac{1}{85}\right)}{4 \cdot \left(1 - \frac{1}{7} - \frac{1}{289} - \frac{1}{85}\right)} : \frac{5 \cdot \left(1 + \frac{1}{13} + \frac{1}{169} + \frac{1}{91}\right)}{6 \cdot \left(1 + \frac{1}{13} + \frac{1}{169} + \frac{1}{91}\right)} \right) \cdot \frac{505 \cdot 1001001}{711 \cdot 1001001}$$

$$=$$

$$158 \cdot \left(\frac{12}{4} \cdot \frac{6}{5}\right) \cdot \frac{505}{711} = \frac{2}{9} \cdot \frac{36}{10} \cdot 5 \cdot 101 = 4 \cdot 101 = 404.$$

2. Determine the value of expression:

$$5 \frac{2}{101} \cdot 2 \frac{116}{117} - 3 \frac{1}{101} \cdot 1 \frac{116}{117} - 2 \frac{1}{101} \cdot 3 \frac{116}{117}$$

Solution: Let $x = \frac{1}{101}$ and $y = \frac{116}{117}$. Then the arithmetic expression has the following form of algebraic expression

$$(5 + 2x) \cdot (2 + y) - (3 + x) \cdot (1 + y) - (2 + x) \cdot (3 + y) =$$

$$10 + 5y + 4x + 2xy - 3 - 3y - x - xy - 6 - 2y - 3x - xy = 1$$

So the values of the numbers x and y are not important, because the result is always the same.

3. Calculate:

$$\frac{42134 \cdot 846267 - 423133}{42133 \cdot 846267 - 423134}$$

Solution: Let us observe that $846267 - 423133 = 423134$, so

$$\frac{42133 \cdot 846267 + 846267 - 423133}{42133 \cdot 846267 - 423134} = \frac{42133 \cdot 846267 - 423134}{42133 \cdot 846267 - 423134} = 1$$

References

1. Praca zbiorowa pod redakcją Z. Bobińskiego, P. Nodzyńskiego, *Liga Zadaniowa, zbiór zadań dla uczniów zainteresowanych matematyką*. Czarny Kruk, Bydgoszcz, 1996.
2. BOBIŃSKI, Z., NODZYŃSKI, P., USCKI, M. *Liga Zadaniowa, zbiór zadań dla uczniów zainteresowanych matematyką*. Aksjomat Toruń, 2004.
3. BOBIŃSKI, Z., NODZYŃSKI, P., USCKI, M. *Liga Zadaniowa, XX lat, Zadania wybrane*. Aksjomat Toruń, 2007.
4. <http://liga.mat.umk.pl/>

Contact address

dr Agnieszka Krause
Nicolaus Copernicus University in Toruń,
Faculty of Mathematics and Computer Science
ul. Chopina 12/18, 87-100 Toruń, Poland
Phone: +48 611 34 71
E-mail: akrause@mat.umk.pl

dr Magdalena Wysokińska-Pliszka
Nicolaus Copernicus University in Toruń,
Faculty of Mathematics and Computer Science
ul. Chopina 12/18, 87-100 Toruń, Poland
Phone: +48 611 34 71
E-mail: mwysokin@mat.umk.pl

INOVACE PROFESNÍ PŘÍPRAVY UČITELŮ 1. STUPNĚ ZŠ Z POHLEDU PODNĚCOVÁNÍ TVOŘIVOSTI ŽÁKŮ V MATEMATICE

Eva KREJČOVÁ

Abstrakt

Metoda tvořivého vyučování je obecně akceptována jako významný prostředek aktivizace žáků k podněcování jejich tvořivých schopností. Má silný motivační účinek, rozvíjí přirozenou zvědavost, umožňuje hlubší pochopení učiva, dává tolik potřebnou možnost seberealizace.

Cílem akčního výzkumu realizovaného u studentů oboru učitelství 1. stupně ZŠ a u žáků primární školy bylo ověřování možností dílčích inovací ve vysokoškolské přípravě budoucích pedagogů ve snaze posílení požadovaných kompetencí v dané oblasti, zvýšení jejich didaktické kultury a získání důvěry vyučujících v tvořivé schopnosti žáků.

Klíčová slova: matematika, didaktika, tvořivost, tvořivé vyučování, tvořivá hra, akční výzkum.

INNOVATION IN PROFESSIONAL PREPARATION OF PRIMARY-SCHOOL TEACHERS FROM THE POINT OF VIEW OF STIMULATION OF PUPIL CREATIVITY IN MATHS LESSONS

Abstract

The method of creative teaching is generally accepted as a significant means of pupil activation and stimulation of their creative abilities. It has a strong motivation effect, it develops curiosity, enables deeper understanding of the subject matter and provides the opportunity for self-realization.

The aim of the action research realized by the primary-school undergraduates at primary-school pupils was to verify the possibility of partial innovations at college preparation of teacher trainees in the way that the required competences were reinforced, the didactic culture of the trainees was improved and the confidence in pupils' abilities was gained.

Key words: mathematics, didactics, creativity, creative teaching, creative game, action teaching.

1. Úvod

Príspevek vychází z loňského tématu vědecké konference „Tvořivost v počátečním vyučování matematiky“ (Plzeň, 2011) a navazuje na sdělení „Proč a jak napomáhat rozvíjení tvořivosti žáků v hodinách matematiky na 1. stupni základní školy“

(Krejčová, 2011). O tom, že se jedná o problematiku nanejvýš aktuální, nasvědčuje i téma jedné ze sekcí letošního setkání pedagogů připravujících budoucí učitele 1. stupně základní školy v matematice „Tvořivý žák a tvořivý učitel primární školy“.

V předchozím příspěvku jsme se v teoretické stati (Proč?) zabývali některými metodologickými východisky podněcování tvořivého přístupu ve vyučování, jeho přínosem (motivační účinek, podněcování zvědavosti a aktivity, hlubší pochopení souvislostí, lepší zapamatování, možnost seberealizace aj.), hlavními složkami (originalita, užitečnost), výchozími parametry z hlediska míry tvořivosti jedinců a jejich věku, vlivem prostředí na rozvíjení tvořivého potenciálu a jednotlivými fázemi tvůrčího procesu. Zmínili jsme nejdůležitější činitele, jež ovlivňují tuto práci kladně (účinná motivace, rozměr novosti, smysluplnost, podnětné prostředí aj.) a naopak ty faktory, které rozvíjení žákovské tvořivosti omezují (malá zainteresovanost, pasivní přístup, uplatňování naučených mechanismů apod.).

2. Informace o předchozím výzkumu

V předchozím příspěvku jsme se v teoretické stati (Proč?) zabývali některými metodologickými východisky podněcování tvořivého přístupu ve vyučování, jeho přínosem (motivační účinek, podněcování zvědavosti a aktivity, hlubší pochopení souvislostí, lepší zapamatování, možnost seberealizace aj.), hlavními složkami (originalita, užitečnost), výchozími parametry z hlediska míry tvořivosti jedinců a jejich věku, vlivem prostředí na rozvíjení tvořivého potenciálu a jednotlivými fázemi tvůrčího procesu. Zmínili jsme nejdůležitější činitele, jež ovlivňují tuto práci kladně (účinná motivace, rozměr novosti, smysluplnost, podnětné prostředí aj.) a naopak ty faktory, které rozvíjení žákovské tvořivosti omezují (malá zainteresovanost, pasivní přístup, uplatňování naučených mechanismů apod.).

Ve výzkumné části příspěvku (Jak?) jsme se snažili hledat a následně poukázat na některé konkrétní možnosti uplatňování tvořivého přístupu v podmínkách vyučování matematice na 1. stupni základní školy. Do realizace šetření byli zapojeni žáci 2. – 5. ročníku primární školy (rozsah souboru 1273) a jejich učitelé – studenti kombinované formy studia oboru učitelství 1. stupně základní školy (rozsah souboru 67). Cílem bylo ověřování možností k rozvíjení tvořivosti žáků v hodinách matematiky a posilování k tomu potřebných kompetencí u pedagogů, jejich profesionalizace.

Díličí výsledky poskytly účinné argumenty k naplnění předpokladu, že předmět matematika může žákům i jejich vyučujícím nabídnout řadu podnětů k navození tvořivé aktivity přinášející uspokojení, příležitost seberealizace a kultivace osobnosti, osvojení si potřebných dovedností a technik. Tato etapa řešení úkolu prokázala reálnost názoru T. Houšky, který uvádí, že „*Matematika je předmět téměř předurčený k tomu, abychom při něm žáky naučili používat účinné techniky tvůrčí práce. Pro život v přicházející době to bude stejně nutné jako umět číst a násobit*“ (Houška, 1991, s. 114).

Aby ale mohli učitelé naučit své žáky používat účinné techniky tvůrčí práce, je zapotřebí, aby získali s tímto didaktickým přístupem potřebné zkušenosti, aby si osvojili metody tvůrčího vyučování, aby důvěřovali v tvořivé schopnosti svých žáků a nespojovali tvořivost pouze s očekáváním talentu. Jinými slovy:

Poznatzky šetření poukázaly na potřebu dílčích změn ve vysokoškolské přípravě budoucích pedagogů a na další vzdělávání učitelů různými formami metod na rozvíjení tvořivosti. Ukázalo se žádoucí posunout těžiště od převážně teoreticky zaměřené výuky didaktických disciplín na uplatnění jejich praktických aplikací ve vyučování a osvojení si potřebných kompetencí zejména zkušenostním učením. Výsledky také upozornily na nezbytnost hlubšího funkčního propojování teoretických a didaktických předmětů,

na orientaci od akademického pojetí vzdělávání směrem na konstruktivistické a humanistické přístupy, na nutnost zkvalitňování pedagogických dovedností budoucích učitelů, na kultivaci jejich myšlení. Účinnou složkou takto zaměřené výuky se ukázal přístup založený na zkušenostním učení podpořeném autoreflexí, na účelném podněcování aktivity a tvořivosti studentů, na získávání důvěry v tvořivé schopnosti žáků.

Víra v tvořivé schopnosti žáka je podle A. Marchiva (A. Marchive, 2007) pro učitele základní, přesto je „*při vytváření vhodných podmínek pro matematickou tvůrčí činnost často zanechává bezradné*“ (Sarrazy, 2011, s. 30).

Z těchto propozic vychází další část řešeného úkolu. Cílem byly dílčí inovace v matematických disciplínách oboru učitelství 1. stupně ZŠ, ve snaze posílit potřebné kompetence studentů a učitelů. Hlavním předmětem činnosti žáků se staly, podobně jako v předchozí studii, didaktické hry. Vzhledem k tomu, že nositeli realizovaného šetření byli žáci, studenti a učitelé, zvolili jsme „akční výzkum“ (action research). Akční výzkum (dále jen výzkum) nejvíce vyhovoval našemu záměru především z toho důvodu, že vychází z poznatku, že učitel nemůže změnit svoji pedagogickou činnost pouze studiem literatury, ale hlavně ji může ovlivnit praktickým zkoumáním vzdělávacího procesu, rozvíjením pedagogického myšlení a dovedností. Tedy přístupem, v němž si postupně klade otázky:

- co dělám (autodiagnóza),
- co dosahuji (sebehodnocení),
- jak mohu změnit svoji činnost s ohledem na dosažení požadovaných didaktických cílů (autokorekce).

Právě zvolený typ výzkumu v užším pojetí „*tj. praktický, účelový, institucionální výzkum (např. na fakultě, fakultní škole apod.) zaměřený na dosažení změn v činnosti instituce*“ (Gavora, Mareš, 1998, s. 14) přináší jako jeden z dílčích výstupů cílené změny v myšlení a činnosti učitele. V našem případě pak transformace směřující k posílení tvořivého přístupu ve vyučování.

3. Další realizovaný výzkum

Podobně jako v předchozí etapě šetření jsme zadali studentům oboru učitelství 1. stupně ZŠ seminární práci, v níž měli prokázat svoji flexibilitu a originalitu ve vymýšlení tvořivého námětu pro žáky, záměr realizovat metodou tvořivého vyučování a získané poznatky vyhodnotit. Na rozdíl od první části řešení projektu nabízelo téma práce širší možnosti výběru žákovské činnosti (srv. s minulým: „Vlastnoručně vytvořená pomůcka – dobrá příležitost pro žáka i učitele“). Rozšířili jsme také soubor studentů. Do výzkumu se kromě studentů kombinované formy studia (rozsah souboru 47), kteří praktickou část seminární práce ověřovali v podmínkách vyučování svých žáků, zapojili i studenti prezenčního studia (rozsah souboru 32). Ti si tvořivé vyučování vyzkoušeli v rámci průběžné pedagogické praxe. Zadali jsme rovněž tři diplomové práce, v nichž se studenti zabývají stejnou problematikou (řešení diplomového úkolu je ve stadiu realizace ověřování zvolených aktivit).

Východiskem řešení úkolu bylo konstruktivistické pojetí, tj. přístup založený na objevování a konstruování, rozšířený o reflexi získaných pedagogických poznatků a zkušeností. Jeho předností s ohledem na sledovaný záměr je zlepšování profesionality učitelů v oblasti podněcování žáků k samostatné a tvořivé práci zkušenostním učením podpořeném autokorekcí.

3.1. Interpretace výsledků a diskuse

Výsledky výzkumu naznačují, že uskutečněný přístup k podněcování tvořivosti žáků, vytváření a posilování k tomu potřebných kompetencí pedagogů je žadáním posunem v oblasti vysokoškolské přípravy učitelů při naplňování aktuálních školských dokumentů. Podle Rámcového vzdělávacího programu by výchova k tvořivosti měla být *ústřední metodou inovací výchovných a vzdělávacích strategií*. J. Vančát pokládá tvořivost za „páteří“ vzdělávací kompetenci (Vančát, 2010).

Na základě studia seminárních prací lze konstatovat, že předmět matematika může žákům 1. stupně základní školy nabídnout poměrně pestrou paletu vhodných námětů k podněcování tvořivosti. S ohledem na jejich věkové zvláštnosti mají zpravidla charakter didaktické hry. Tato skutečnost však nikterak nesnižuje přínos a význam této činnosti. Hra naopak beze zbytku splňuje veškeré požadavky pro tvořivou práci. J. Honzíková pokládá hru a hrové činnosti za významnou metodu rozvoje tvořivosti (Honzíková, 2011). Z vývojového hlediska lze hru u malých dětí považovat za předchůdce a základ práce a tvořivé činnosti. Vliv hry na jejich „růst“ výstižně charakterizuje L. S. Wygotski, když uvádí, že *„ve hře je dítě vždy výše než ve svém obvyklém každodenním chování: je jakoby o hlavu vyšší“* (Okoň, 2007, s. 109). Právě v tomto „přerůstání“ sebe sama se podle G. Kapici (Kapica, 2010) skrývá tajemství veškeré tvořivosti.

Domníváme se, že pro autory seminárních prací bylo zmiňované zkušenostní učení zaměřené na podněcování tvořivého myšlení přínosem. Skutečnost, že byli do daného úkolu přímo zapojeni a zaangažováni, že se nejednalo o zprostředkovanou zkušenost, ale vlastní poznání podpořené sebereflexí, přispělo k posílení jejich kompetencí v sledované oblasti. Již samotné přemýšlení o možném námětu činnosti pro žáky, procesuálním charakteru jeho realizace přispělo k odpovědi na otázku jak rozvíjet tvořivý styl práce svých svěřenců.

4. Závěr

Díleč výsledky poskytují účinné argumenty k oprávněnosti předpokladu, že předmět matematika může žákům nabídnout řadu podnětů k tvořivým činnostem. Záleží však na učitelích, zda budou požadavek rozvíjení tvořivosti ve své profesi naplňovat, budou-li v této oblasti dostatečně metodicky vybaveni. K posílení jejich kompetencí mohou přispět díleč změny ve vysokoškolské přípravě budoucích pedagogů a různé formy dalšího vzdělávání. Poznatky poukazují na potřebu posunutí těžiště od převážně teoreticky zaměřené výuky didaktických disciplín na uplatnění jejich praktických aplikací ve vyučování a osvojení si potřebných kompetencí. Zjištění naznačují jako žádoucí orientaci směrem k funkčnímu propojování teoretických a didaktických předmětů, odklon od „akademického“ pojetí vzdělávání na konstruktivistické a humanistické přístupy.

Účinnou složkou pedagogické přípravy se ukazuje zkušenostní učení podpořené autoreflexí, účelné podněcování aktivity a tvořivosti studentů, získávání jejich přesvědčení v tvořivé schopnosti žáků.

Literatura

1. BELZ, H., SIEGRIST, M. *Klíčové kompetence a jejich rozvíjení* (Východiska, metody, cvičení a hry). 1. vyd. Praha: Portál, 2001. 376 s. ISBN 80-7178-479-6.

2. FISCHER, R. *Učíme děti myslet a učit se*. 2. vyd. Praha: Portál, 2004. 172 s. ISBN 80-7178-966-6
3. FRIŠOVÁ, P. 2009. *Místo reflexe v procesu zkušenostního učení* (diplomová práce). Praha: Univerzita Karlova. Filozofická fakulta. 129 s.
4. GARRETT, R. M. 1987. *Issues in science education: Problem – solving, creativity and originality*. International Journal of Science Education, 2, s. 125 – 137.
5. GAVORA, P. MAREŠ, J. *Anglicko-slovenský pedagogický slovník*. 2. vyd. Bratislava: Iris, 1998. 240 s. ISBN 80-88778-74-3.
6. HEJNÝ, M. – KUŘINA, F. 2001. *Dítě, škola a matematika* (Konstruktivistické přístupy k vyučování). 1. vydání. Praha: Portál. 192 s. ISBN 80-7178-581-4.
7. HOUSKA, T. 1991. *Škola hrou*. Praha: T. Houška. 272 s. ISBN 80-900704-7-7.
8. KAPICA, G. *Zabawa synonimem kreatywnosci*. In *Zycie Szkoły*, 2003, č. 2, ISSN 0137-7310.
9. KAPICA, G. 2010. *Zábavná strategie v procesu profesionalizace studentů elementární edukace*. Komenský, roč. 135, č. 1., s. 16 -18. ISSN 0323-0449.
10. KREJČOVÁ, E. 2011. *Proč a jak napomáhat rozvíjení tvořivosti žáků v hodinách matematiky na 1. stupni základní školy*. In *Mathematics from Primary Education View*. The Conference Proceedings. Plzeň: ZČU Plzeň, s. 120 – 124. 254 s. ISBN 978-80-7043-992-0.
11. MARCHIVE, A. *La pédagogie à l'épreuve de la didactique: approche historique, recherches empiriques et perspectives théoriques*. Presses Universitaires de Rennes, Rennes, 2007.
12. OKOŇ, W. 1987. *Zabawa a rzeczywistość*. Warszawa: WSIP, s. 17. 159 s. ISBN 9788302033681.
13. *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání*. Dostupné on-line na World Wide Web: <http://www.vuppraha.cz>
14. SARRAZY, B. *Paradoxy tvorby a jejich uplatnění ve výuce matematiky*. ARNICA, 2011, č. 1, s. 25 – 31. ISSN 1804-8366.
15. ŠVEC, V. *Pedagogická příprava budoucích učitelů: problémy a inspirace*. Brno: Paido – edice pedagogické literatury, 1999. 164 s. ISBN 80-85931-70-2.
16. VANČÁT, J. *Tvořivost jako páteční vzdělávací koncepce*. [online] Dostupné na <www.rvp.cz> ISSN 1802-4785.

Kontaktní adresa

RNDr. PaedDr. Eva Krejčová, CSc.
 Univerzita Hradec Králové
 Přírodovědecká fakulta, Katedra matematiky
 Rokitského 62, 500 03 Hradec Králové
 Telefon: +420 493 331 463
 e-mail: eva.krejцова@uhk.cz

HRACÍ KOSTKA JAKO NÁSTROJ K PROCVIČOVÁNÍ MATEMATICKÝCH OPERACÍ NA 1. STUPNI ZŠ

Radek KRPEC

Abstrakt

Děti se seznamují se základními matematickými operacemi nejen na prvním stupni v oboru přirozených čísel, ale už i v předškolním věku sčítají a někteří odčítají v oboru přirozených čísel v rámci první resp. druhé desítky. Hlavní důraz na zvládnutí základních početních operací jako je sčítání, odčítání, násobení a dělení je však na prvním stupni ZŠ. V tomto příspěvku se můžeme seznámit s několika možnostmi využití hrací kostky nebo hracích kostek k procvičování základních operací s přirozenými čísly.

Klíčová slova: početní operace, přirozená čísla, hrací kostka.

DICE AS A TOOL FOR PRACTICING MATH OPERATIONS IN PRIMARY SCHOOL

Abstract

Children are introduced to basic mathematical operations of natural numbers not only in the primary school, but some preschoolers are added and deducted natural numbers in the first, second ten respectively. The main emphasis on mastering basic arithmetic operations such as addition, subtraction, multiplication and division is in the primary school. In this paper we introduce a few possibilities of using playing dice or dices to practice the basic operations with natural numbers.

Key words: number operations, natural numbers, dice.

1. Úvod

Tento příspěvek je věnován možnostem, jak lze využít různých didaktických her (viz [3]) s hracími kostkami k procvičování základních matematických operací na prvním stupni základní školy. Vzhledem k tomu, že těchto her je velké množství, v podstatě, co učitel, to jiná hra, budeme se věnovat jen několika námětům. Důraz je zde položen nejenom na vlastním procvičování, ale také tvořivost žáků, neboť podstatou není určit výsledek dle daného algoritmu, ale často nalézt postup, jak výsledku dosáhnout. Jelikož se jedná o hry, cílem je dosáhnout co nejlepšího výsledku dle předem daných pravidel. Tak si žáci procvičují nejen jednotlivé operace, ale také další vlastnosti operací, jako komutativnost sčítání a násobení, asociativnost sčítání a násobení, distributivní zákony a vkládání závorek mezi jednotlivé operace. Ukážeme si příklady takových her.

2. Vybrané hry s kostkami

Vybereme si několik her s hracími kostkami, na kterých si můžeme ukázat možnosti procvičování základních početních operací s přirozenými čísly.

2.1. Kdo neumí dělit

Didaktický cíl: Procvičení základních početních operací

Pomůcky: dvě hrací kostky, papír a tužka

Pravidla: Dva hráči hrají mezi sebou. Hráč dvakrát za sebou hodí. Poprvé hodí oběma kostkami, podruhé pouze jednou. Lze-li součet, násobek nebo rozdíl obou prvně hozených čísel vydělit tím posledně hozeným, aby dostal přirozené číslo, smí si hráč tento výsledek zaznamenat jako své získané body. Pak totéž opakuje druhý hráč. Vítězem se stává, kdo po určitém počtu kol (například 10) získá nejvíce bodů.

Hodil-li například jednu šestku a jednu čtverku a při druhém hodu jednu pětku, nabízejí se různé možnosti. Vynásobí-li šest a čtyři, dostane číslo dvacet čtyři, a to bohužel pěti dělit nelze a takto by ztratil jedno kolo. Sečte-li šestku a čtverku, získá desítku. Vydělí-li toto číslo pěti, zbude mu dvojka, která je mu zapsána jako získaný počet bodů za toto kolo. V tomto případě existuje pouze jedna možnost, jak lze dojít k výsledku. Existují i případy, kdy lze získat různými operacemi více výsledků.

Tato hra slouží nejen k procvičení operací, ale nutí žáky hledat neoptimálnější řešení. Hru bychom mohli různě obměňovat. Např. při jedné sérii hodů udělovat po jednom bodu za každý výsledek. Další možností je nechat žáky, aby si vybrali, zda výsledek získají dělením čísla získaného po provedení operace číslem padnutým na kostce při druhém hodu nebo dělením čísla padnutým na kostce při druhém hodu číslem získaným po provedení operace mezi dvěma čísly padnuvšími na kostkách při prvním hodu.

Pokud budou žáci i postup k výsledku zapisovat, mohou si uvědomit některé vlastnosti provádění operací s přirozenými čísly. Např. komutativnost sčítání a násobení, což neplatí pro odčítání a dělení.

2.2. Desítky

Didaktický cíl: Procvičení základních početních operací

Pomůcky: tři hrací kostky, papír a tužka

Pravidla: Hry se účastní skupina hráčů. Hráč hází všemi třemi kostkami současně. Cílem hry je, aby po provedení operací se všemi třemi čísly házející hráč dosáhl deset, a je jedno, jak toho dosáhne. Hráč si запиše tolik bodů, kolik desítek při jednom hodu různými výpočty dosáhl. V házení nejsou žádné výrazné rozdíly. Pak následuje další hráč. Vítězem se stává ten, kdo má po předem stanoveném počtu kol nejvíce čárek.

Při provádění operací s čísly padlými na jednotlivých kostkách mohou žáci postupovat různě. Cílem je, aby celkový výsledek byl deset, při použití každého čísla právě jednou.

Příklady:

Padne jedna šestka, dvě dvojky.

$$6 + 2 + 2 = 10 \text{ nebo } 6 - 2 \cdot 2 = 10 \text{ nebo } 6 \cdot 2 - 2 = 10.$$

Nebo na stole leží dvě čtyřky a šestka.

$$4 \cdot 4 - 6 = 10.$$

Nebo na stole leží pětka, čtyřka a dvojka.

$$5 \cdot 4 : 2 = 10 \text{ nebo } 5 \cdot (4 - 2) = 10.$$

Hru lze hrát tak, že hráč získá bod za získání alespoň jedné desítky při daném hodu nebo za každou získanou desítku při daném hodu. Další obměnou hry může být nalézt jiné konkrétní číslo, nebo třeba sudé či liché číslo, apod.

Tato hra slouží opět nejen k procvičování operací, ale také ke kombinování různých možností, jak k danému výsledku dospět. Žáci si rovněž musí uvědomit některé vlastnosti daných operací, jako například používání závorek, přednost operací násobení a dělení před sčítáním a odčítáním, apod.

Tato hra je vzhledem ke své náročnosti vhodná rovněž ke skupinové práci, kdy mezi sebou nesoutěží jednotliví žáci, ale snaží se ve skupinách nalézt co nejvíce možných řešení.

2.3. Kdo neumí dělit 2

Didaktický cíl: Procvičení základních početních operací

Pomůcky: čtyři hrací kostky (dvě hrací kostky jedné barvy a dvě druhé barvy), papír a tužka

Pravidla: Hry se účastní skupina hráčů. Hráči hází všemi čtyřmi kostkami současně. Cílem hry je získat co největší číslo po provedení tří operací. Po vrhu všemi čtyřmi kostkami je cílem provést některou z operací sčítání, násobení, odčítání výsledků na kostkách stejné barvy tak, aby se pak daly tyto výsledky mezi sebou vydělit. Hráči se snaží provádět operace tak, aby dosáhli co největšího čísla, které si pak zapíší jako získané body.

Příklady:

Padne jedna šestka a jedna trojka na červených kostkách a dvojka a jednička na modrých kostkách.

$$(2 + 1) : (6 - 3) = 1 \text{ nebo } (6 + 3) : (2 + 1) = 3 \text{ nebo}$$

$$(6 \cdot 3) : (2 + 1) = 6 \text{ nebo } (6 \cdot 3) : (2 - 1) = 18.$$

Po provedení analýzy mezi žáky lze zaujmout jisté strategie pro získání co nejlepšího výsledku. I když velkou roli hraje náhoda, žáci sami odhadli, že nejlepších výsledků dosáhnou, pokud dělence budou vytvářet pomocí součinu resp. součtu dvojice hozených čísel a dělitele budou vytvářet pomocí rozdílu dvojice čísel.

Tato hra je opět vhodná pro práci ve skupinách.

3. Zkušenosti s využitím her ve výuce

Některé z her, uvedených v tomto příspěvku a řada dalších byly vyzkoušeny přímo ve výuce na prvním stupni ZŠ. Žáci se většinou zapojují do her rádi a snaží se dosáhnout co nejlepších výsledků. Některé hry (zpravidla jednoduššího charakteru) hrají žáci ve dvojicích. Složitější hry, kdy při daném vrhu hracími kostkami je možno nalézt více řešení, je vhodné uskutečňovat mezi skupinami žáků.

Problém nastal ve formulaci „více možných řešení“. Žáci často uváděli různá řešení záměnou dvou sčítanců nebo dvou činitelů mezi sebou. Např. ve hře desítky uváděli

jako různá řešení „ $3 \cdot 3 + 1 = 10$ “ a „ $1 + 3 \cdot 3 = 10$ “. Pro zjednodušení byly proto dávány body pouze za nalezení řešení, popřípadě za všechna řešení, ve kterých jsou uváděny různé operace.

Další hry s kostkami na procvičování početních operací studenti zkoušeli na hodinách didaktiky matematiky v oboru Učitelství 1. stupně ZŠ. Studenti vymýšleli mnoho různých obměn, které by mohli využít od nižších ročníků na 1. stupni ZŠ, tzn. s omezením na sčítání, resp. sčítání a odčítání.

4. Závěr

Hrací kostka patří bezesporu mezi pomůcky, jejichž použití ve výuce je široké. Samozřejmě, že jde pouze o doplněk, který ale může žáky motivovat k další činnosti v hodinách matematiky. Výhodou na rozdíl od některých dalších didaktických her je příprava pomůcek. Učitel si samozřejmě musí dobře rozmyslet v prvé řadě cíl hry, v návaznosti na cíl pak umístění v hodině, stanovení pravidel, délky hry a způsob vyhodnocení.

Přestože se žáci do her zapojují rádi, není jisté, zda hry přinášejí očekávané výsledky. I když z pohledu učitelů docházelo po provedení her na začátku hodiny v délce 5–10 minut zlepšení jejich početních dovedností, nebylo toto zatím nijak kvantitativně ověřováno. Dalším úkolem tedy bude ověření, zda využití těchto typů didaktických her vede ke zlepšení příslušných početních dovedností žáků na 1. stupni ZŠ.

Literatura

1. HEJNÝ, M., KUŘINA, F. *Dítě, škola a matematika*. 1. vyd. Praha: Portál, 2001. ISBN 80-7178-581-4.
2. JANČAŘÍK, A. *Hry v matematice*. Praha: UK v Praze, Pedagogická fakulta, 2007. ISBN 978-80-7290-339-9.
3. JANKŮ, M. Didaktické hry v hodinách matematiky na 1. stupni ZŠ. In: *Matematické vzdělávání v kontextu proměn primární školy. Mezinárodní vědecká konference Olomouc. 28. – 30. 4. 2010*. 1. vyd. Olomouc: Univerzita Palackého, 2010. s. 137 – 140. ISBN 978-80-244-2511-5.
4. KREJČOVÁ, E., VOLFOVÁ, M. *Didaktické hry v matematice*. 3. vyd. Hradec Králové: Gaudeamus, 2001. ISBN 80-7041-423-5.
5. KREJČOVÁ, E. *Hry a matematika na 1. Stupni ZŠ*. 1. vyd. Praha: SPN, 2009. ISBN 978-80-7235-417-7.
6. KUBATZKI, P. a kol. *Kniha her pro děti*. Praha: Euromedia Group, k. s., 2005. ISBN 80-242-1507-1.

Kontaktní adresa

RNDr. Radek Krpec, Ph.D.

Katedra matematiky s didaktikou Pedagogické fakulty v Ostravě

Mlýnská 5

701 03 Ostrava

Telefon: +420 597 092 646

E-mail: radek.krpec@osu.cz

O JEDNÉ Z CEST KE ZKVALITŇOVÁNÍ DIDAKTICKÝCH ZNALOSTÍ OBSAHU

Jana MACHÁČKOVÁ

Abstrakt

Za jednu z možností prohlubování didaktických znalostí obsahu učitele považuji systematickou kvalifikovanou reflexi vlastní činnosti. Jednou z cest k systematické reflexi se může stát kolektivní reflexe s podporou videozáznamu z vyučovací hodiny. Příspěvek ukazuje závěry z mých experimentů. Východiskem příspěvku je Lesson study (forma workshopu vycházející z tradičního uspořádání japonské vyučovací hodiny) a hledání cesty, jak by se podobný model dal využít v naší vzdělávací kultuře.

Klíčová slova: didaktická znalost obsahu, reflexe, sebereflexe, kolektivní reflexe, lesson study

ON ONE OF THE WAYS TO IMPROVE PEDAGOGICAL CONTENT KNOWLEDGE

Abstract

I consider that one of the options of developing teachers' pedagogical content knowledge is systematic qualified reflection on their own activity. One of the way to systematic reflection can become a collective reflection with the support of video lessons. The starting point of this paper is Lesson study (a form of workshop based on the traditional organization of Japanese lessons) and finding the way how a similar model could be used in our educational culture.

Key words: pedagogical content knowledge, reflection, self-reflection, joint reflection, lesson study

Didaktické znalosti obsahu

Didaktické znalosti obsahu vycházejí ze Shulmanova konceptu poznatkové báze učitelství. Shulman (1987) tvrdí, že má-li se učitelství stát profesí, je třeba usilovat o uspořádání znalostí do určitého znalostního komplexu, kterou nazývá **poznatková báze učitelství** (knowledge base for teaching). Za podstatu poznatkové báze učitelství Shulman považuje především **didaktické znalosti obsahu**, které charakterizuje jako „...slitinu obsahu a didaktiky do učitelova porozumění tomu, jak jednotlivé problémy, témata a pojmy organizovat, ztvárnit a adaptovat s ohledem na zájmy a schopnosti žáků a prezentovat ve výuce“ (1987, s. 8). Učitel disponující didaktickými znalostmi obsahu musí své znalosti a porozumění obsahu transformovat tak, aby byl daný obsah srozumitelný pro žáky. Měl by znát, co je v daném tématu snadné a co obtížné, jaké

znalosti, prekoncepce a miskoncepce si žáci přinášejí do vyučování. A měl by znát i různé strategie, jak tyto miskoncepce odstranit.

Přestože stále visí řada otazníků nad tím, jakým způsobem se učitelovy znalosti obsahu proměňují do didaktických znalostí obsahu, hledají se cesty, jak tyto znalosti u studentů rozvíjet. Jako jednou z mnoha možností pro cílené rozvíjení didaktických znalostí obsahu učitelů vidím systematickou **reflexi vlastní činnosti**.

Reflexe, sebereflexe, kolektivní reflexe

Reflexe vlastní činnosti – **sebereflexe** - umožňuje učitelům nebo studentům učitelství analyzovat a srovnávat nové a starší soubory pedagogických zkušeností, nová a dřívější rozhodnutí v podobných pedagogických situacích (Švec, 1995). Aby reflexe měla nějaký smysl pro rozvíjení didaktických znalostí obsahu, měla by být kvalifikovaná. **Kvalifikovanou pedagogickou reflexí** chápu jako reflexi, která obsahuje úvahy o cíli a obsahu vyučování, metodách práce a jejich realizaci a neznámá jen zpětný pohled. Zahrnuje popis a analýzu klíčových prvků a jevů i vlastních zkušeností, jejich hodnocení a uspořádávání, hledání příčin určitého konkrétního jednání i možností jiného a rozhodování o nové strategii (Slavík & Siňor, 1993, Švec 1995).

Zdrojem sebereflexe učitelů mohou být vlastní zkušenosti z praxe, ale i pozorování toho, jak v určité pedagogické situaci jedná a reaguje někdo jiný. Pozorování vyučovací hodiny, ať už přímo, při hospitaci nebo zprostředkovaně, prostřednictvím videozáznamu, může být pro učitele nebo studenty učitelství modelem řešení určitých pedagogických situací, kritickou reflexí jejich pedagogických zkušeností nebo zkušeností jiných (Kemmis, 1985, Carderhead, 1988). Dalším zdrojem informací, které mohou podporovat sebereflexi, jsou diskuse, které probíhají formou **kolektivní reflexe** po proběhnutí výuce. Díky kolektivní reflexi tak učitel nebo student učitelství může získat od jiných osob informace o vlastním vyučování nebo porovnat vlastní názor na vyučovací hodinu, kterou pozoroval, s názory jiných lidí.

Cesty ke kvalifikované reflexi s využitím videozáznamu

Ve svém výzkumu hledám odpověď na otázku: *Jak provádět kolektivní reflexi s podporou videozáznamu, aby vedla k systematické kvalifikované (sebe)reflexi studentů učitelství v jejich budoucí praxi, a tak mohla přispívat k rozvíjení a prohlubování didaktických znalostí obsahu?* Provedla jsem řadu experimentů, jejichž výsledky, vedly k dalším otázkám: *Jaké kroky vedou k tomu, aby reflexe neupadla do chaosu? Odkud je potřeba vyjít, kudy se ubírat a k čemu dospět, aby to mělo smysl pro poučení z chyb a pro zlepšení budoucího výkonu* (podle Slavíka, 2009)? Hledání odpovědi na tyto otázky bylo částečně ovlivněno mojí zkušeností s **Lesson study** a hledání podobností s mým vlastním výzkumem.

Co je Lesson study

Lesson study (Shimizu, 1999) je forma workshopu, která má svoje kořeny v Japonsku. Workshop je určen jak pro začínající, tak pro zkušené učitele. Součástí workshopu je přímé pozorování vyučovací hodiny a následná diskuse o průběhu vyučování. Učitelé si v průběhu diskuse vyměňují různé názory na hodinu, kterou pozorovali. Diskuse je zaměřena na vyučovaný obsah, žákovské strategie, a hlavně na roli učitele v hodině. Lesson study vychází z tradičního pojetí japonské vyučovací hodiny, které zahrnuje následující kroky:

- Presentace problému
- Individuální řešení problému studenty/žáky
- Diskuse celé třídy o metodách řešení problému
- Shrnutí/Závěr učitele (Cvičení/Rozšíření tématu)

Roli učitele v jednotlivých fázích hodiny popisují následující pedagogické termíny: *Hatsumon*, *Kikan-Shido*, *Neriage*, *Matome*.

Hatsumon. Hatsumon znamená *položení klíčové otázky*, která má vyprovokovat studenty k přemýšlení o předloženém problému. Na začátku hodiny klade učitel žákům takové otázky, které vedou žáky k přemýšlení o problému, který budou řešit.

Kikan-Shido. Kikan-Shido znamená *instrukce u studentova stolu*. Zahrnuje cílevědomé sledování řešení jednotlivých studentů. Zpočátku učitel sleduje, jak studenti pracují a průběžně jejich řešení sám pro sebe vyhodnocuje. V některých případech, pokud si studenti nevědí rady, ukazuje jim směr, kterým se mají při řešení problému vydat. Postupně monitoruje jednotlivé přístupy studentů k řešení problému, na které se ptá v další fázi hodin – *neriage*.

Neriage. Termín *Neriage* popisuje dynamiku a přirozenou podstatu diskuse celé třídy v průběhu hodiny. V japonštině termín *Neriage* znamená *hnětení nebo pilování*. Japonští učitelé považují *Neriage* za rozhodující pro úspěch nebo neúspěch hodiny. Na základě pozorování v průběhu *Kikan-Shido* učitel vyvolává žáky, aby v určitém pořadí prezentovali svoje řešení. Role učitele není ukázat nejlepší řešení, ale vést diskusi směrem k určité představě nebo pojmu.

Matome. *Matome* znamená *rekapitulaci*. V této fázi učitel zopakuje diskusi studentů a shrne, co se studenti v průběhu hodiny naučili (podle Shimizu, 1999).

Moje zkušenost s Lesson study

S Lesson study jsem se setkala v srpnu 2009 na konferenci SEMT, kdy mě Brian Doig a Susie Groves, oslovily, zda bych nechtěla spolupracovat při jejich dílně s názvem Lesson study – Could it work for you? (Doing, B., Groves, S., Macháčková J., 2009). Účastníci dílny si sami vyzkoušeli, jak může Lesson study fungovat v podmínkách učebny pedagogické fakulty. Vyučovala jsem hodinu, ve které děti řešily známý problém: *Rozděl spravedlivě tři pizzy čtyřem dětem*

Jak souvisí Lesson study a provádění kolektivní reflexe s podporou videozáznamu

Při Lesson study učitelé společně diskutují podobné problémy, otázky, náměty a dohromady spolupracují na řešení problémů. Autoři, zabývající se prováděním Lesson study v USA (Stigler a Hiebert, 1999, Štěpánek et al., 2007, Murata 2011) hledají, jak by se Lesson study dala použít v jejich kultuře, a navrhuji jednotlivé kroky, které by Lesson study měla obsahovat:

1) Stanovení cílů, 2) Plánování hodiny, 3) Pozorování vyučovací hodiny, kdy studenti shromažďují data pro vlastní učení a rozvoj, 4) Přehodnocení toho, jak

výuka probíhala, co by bylo potřeba udělat lépe a pokud je to potřebné, 5) Nové vyučování s jinou skupinou dětí, 6) Reflexe vlastního pojetí, 7) Podělení se o vlastní názor. Výsledkem by podle autorů mělo být zlepšení výuky.

Při kolektivní reflexi s použitím videozáznamu studentů jde také o spolupráci. Výsledkem by mělo být to, aby zkušenosti studentů ze společné reflexe přispěly k tomu, že se reflexe vlastní činnosti stane součástí jejich učitelské práce a přispěje tak k rozvíjení didaktických znalostí obsahu a tím ke zlepšení výuky. Dílčí závěry mých experimentů ukázaly na podobnost s kroky prováděnými při Lesson study. Zaměřila jsem se proto na otázku: *Jak lze model Lesson study adaptovat do naší vzdělávací kultury?* Pravidelná setkávání učitelů nebo studentů a sledování hodin u nás nejspíš v dohledné době nebudou obvyklá nejenom díky tradici, ale hlavně z technických a organizačních důvodů. Zdálo se mi, že tato setkávání může za určitých podmínek nahradit videozáznam z hodiny.

Co ukazují výsledky experimentů - kroky při provádění kolektivní reflexe

Výsledkem mých experimentů, které jsem prováděla se studenty učitelství je následujících pět kroků, které by kolektivní reflexe s podporou videozáznamu mohla obsahovat, aby mohla vést k systematické kvalifikované reflexi a tím i k prohlubování didaktických znalostí obsahu.

1) Diskuse o tématu

Studenti spolu s vyučujícím diskutují o tématu hodiny. V diskusi se seznamují s daným matematickým obsahem, stanovují si cíle, kterých je potřeba dosáhnout, diskutují o problémech, které dané téma učitelům nebo dětem může přinést, jaké se mohou objevit překážky při pochopení atd.

2) Příprava na hodinu

Studenti si vytvoří přípravu na hodinu. Plánují hodinu tak, jak by ji sami vyučovali. Vyučující klade studentům otázky, nad kterými by se při tvoření přípravy měli zamyslet: Jakého cíle chcete v hodně dosáhnout. Jaké formy a metody práce by mohly být úspěšné? Jaké překážky můžete očekávat? Apod.

3) Sledování videozáznamu

Studenti sledují videozáznam z hodiny, kde je vyučováno téma, na které si vytvořili vlastní přípravu. Vyučující si připraví některé zajímavé nebo neobvyklé momenty z videozáznamu, jako je nějaké vyjádření učitele nebo žáka a při jeho promítání záznam na těchto místech zastaví. Studenti jsou vyzváni otázkami k tomu, aby okomentovali, co je na výroku zajímavé nebo neobvyklé, zda je reakce učitele nebo žáka adekvátní, jak žáci reagují na podněty učitele, jaká je jejich schopnost argumentace, jaké překážky brání žákům při pochopení úlohy apod. Během sledování videa dochází u studentů k porovnávání vlastního pojetí s pojetím, které mají možnost pozorovat na videu.

4) Kolektivní reflexe

Po sledování videa studenti diskutují o tom, co viděli, jaké zajímavé momenty při sledování videa zaznamenal, jaké byly důvody nepochopení u dětí, jaké zajímavé nápady u dětí zaznamenaly, co jim připadalo zajímavé nebo zvláštní apod.

5) Sebereflexe

V této fázi studenti, na základě sledování videozáznamu a následné diskuse přehodnocují vlastní pojetí, formulují, jaké potíže a problémy měli sami na počátku, kdy měli sami připravit hodinu, zda sami u sebe vidí nějaké překážky, nedostatky nebo

neporozumění, zda sledování videozáznamu nějak změnilo jejich pojetí a jestli ano tak proč a jakým způsobem. Svoje poznatky studenti zaznamenávají písemně.

Příspěvek byl vypracován s podporou RVO: 67985840.

Literatura

1. CARDERHEAD, J. Learning from Inductory School Experience. *Journal of Education for Teaching*, 1988, roč. 14, č. 1, s. 75-83
2. DOING, B. - GROVES, S. - MACHÁČKOVÁ J. Lesson study – could it work for you? In *SEMT 09'07 – International Symposium, Elementary Maths Teaching. Proceedings*. UK PedF, Praha, Praha 2009, s.307. ISBN 978-80-7290-398-6
3. KEMMIS, S. Action Research and the Politics of Reflection. In D. Boyd, D. Keogh & D. Walber. *Reflection: Turning Experience into Learning*. London: Kogan Page, 1985, s. 139-164.
4. MURATA, A. Introduction: Conceptual overview of lesson study. In L. C. Hart, A. Alston, & A. Murata (Eds.), *Lesson study research and practice in mathematics education. Learning together*, 2011, s. 1-12 Dordrecht, The Netherlands: Springer. ISBN 978-90-481-9940-2.
5. SHIMIZU, Y. Aspects of mathematical teacher education in Japan: Focusing on the teachers' roles. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 1999, vol. 2, , s.107-116.
6. SHULMAN, L. S. Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 1987, roč. 57, s.1-22.
7. SLAVÍK, J. - SIŇOR, S. Kompetence učitele v reflektování výuky. *Pedagogika*, 1993, roč. 43, č. 2, s.155-166.
8. SLAVÍK, J. O teorii pro hospitační rozbor aneb reflexe příběhu výuky jako prostředek rozvoje didaktických znalostí obsahu. In Janík, T. a kol. *Možnosti rozvíjení didaktických znalostí obsahu u budoucích učitelů*. Brno. Paido., 2009 s. 33-44.
9. STEPANEK, J. - APPEL, G. - LEONG, M. - MANGAN, M. - MITCHELL, M. *Leading Lesson Study: A Practical Guide for Teachers and Facilitators*. Thousand Oaks, CA: Corwin Press, 2007.
10. STIGLER, J. W. - HIEBERT, J. *The teaching gap: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom*. New York: Summit Books, 1999. 210s. ISBN 0-684-85274-8.
11. ŠVEC, V. Význam sebereflexe v učitelské přípravě, *Pedagogická orientace*, 1995, roč 15, s.12.

Kontaktní adresa

Jana Macháčková, Mgr.
Matematický ústav, AV ČR, v. v. i
Žitná 25, Praha 1
Telefon: +420 777 124 664
E-mail: jana.ice@seznam.cz

MATEMATICKÉ ÚLOHY PRO NADANÉ ŽÁKY

Dagmar MALINOVÁ

Abstrakt

Úlohy, které jsou předkládány v hodinách matematiky běžné žákovské populaci, nadaným žákům v mnohém nevyhovují. Úlohy vhodné pro žáky s nadáním na matematiku by měly splňovat některé charakteristiky. V prezentované sondě ve dvou třídách nadaných žáků na 1. stupni základní školy byly zjišťovány některé aspekty, které souvisí s náročností úlohy, se zaměřením úlohy (numerickým nebo geometrickým) a s chováním žáků v průběhu řešení. V příspěvku je podrobněji popsána práce s jednou gradovanou sérií úloh.

Klíčová slova: Nadaný žák, matematické nadání, matematické úlohy, náročné úlohy.

MATHEMATICAL TASKS FOR GIFTED PUPILS

Abstract

Regular tasks are inappropriate for mathematically gifted pupils. Tasks suitable for pupils with talent in mathematics should have some traits. The probe in two classes of gifted students at elementary school looked for some aspects about a difficulty, a content of tasks and a pupil's work through a task solving. The paper describes more details about gifted pupil's solving of graded series of tasks.

Key words: Gifted pupil, mathematical giftedness, mathematical tasks, challenging tasks.

1. Úvod

Žáci s matematickým nadáním projevují vyspělou schopnost zdůvodňovat, zvědavost a komplexnost myšlení. Jak dále Deal a Wismer (2010) uvádí, je pro ně typické, že chápou velmi rychle a dobře si pamatují, takže opakování a procvičování je často zbytečné nebo je pro ně dokonce frustrující. (Odborná literatura uvádí celou řadu dalších výrazných charakteristických rysů těchto žáků, např. Makrides, 2006.) V praxi se ale často stává, že nadaným dětem, které jsou s prací hotovy dříve než ostatní spolužáci, zadají učitelé právě větší množství rutinních příkladů na procvičování. Jaké úlohy jsou vhodné pro žáky s matematickým nadáním?

1.1 Úlohy pro nadané

Je nezbytné předkládat žákům úlohy *dostatečně náročné* (Diezmann, Waters, 2002), které rozvíjejí poznání, metakognici a motivaci (Henningsen, Stein, 1997, in Makrides, 2006). Ve škole se žáci setkávají převážně s úlohami konvergentního charakteru, je žádoucí zařazovat do výuky také úlohy *divergentní*. Makrides (2006) zmiňuje využití „otevřených“ úloh pro žáky nadané na matematiku. Otevřené úlohy definuje jako úlohy, k jejichž řešení nejsou nutné konkrétní matematické věty, pojmy nebo postupy.

2. Empirická sonda

V rámci předvýzkumu zaměřeného na edukační nabídku pro nadané žáky mladšího školního věku bylo uskutečněno šetření ve dvou skupinách kognitivně nadaných žáků ve 4. a 5. ročníku základní školy ve Zlíně-Malenovicích. Soubor tvořilo celkem 17 žáků, u nichž bylo nadání diagnostikováno pedagogicko-psychologickou poradnou. Ve zmíněné škole je na 1. stupni zavedena výuka skupin nadaných žáků v programu ERIN (Edukace a rozvoj intelektově nadaných). V předmětech s převahou intelektového zaměření je zohledněn jejich vývojový náskok před vrstevníky, v ostatních předmětech jsou nadaní žáci vzděláváni spolu s vrstevníky. Jančíková (2012) popisuje specifika a výhody tohoto modelu vzdělávání nadaných, kde je kladen důraz na jejich sociální integraci.

2.1 Metodika výzkumu

Pro sondu byly vytvořeny tři pracovní listy s matematickými úlohami. Náměty byly čerpány z prezentace profesora Hejného o explicitních a implicitních úlohách, uvedené na konferenci Tvořivost v počátečním vyučování matematiky v Plzni 2011, dále z manuálu (Makrides, 2006) a z webu Mathematics lessons (Lanius, 2008). Cílem sondy bylo zjistit, jaké typy matematických úloh nadaní žáci upřednostňují, všimnout si schopnosti popisovat průběh řešení a zapsat jej, odůvodňovat, a také zaznamenávat různé nápady. Před započítím práce byl žákům stručně tento cíl sdělen a průběžně byl pak připomínán. Byla sledována také snaha a ochota spolupracovat se spolužáky, komunikace se spolužáky nebo učitelem.

Žákům byly nabídnuty tři pracovní listy. První list obsahoval úlohy numerického charakteru, na druhém pracovním listu byla geometrická úloha a třetí list obsahoval numerickou úlohu, jejíž zadání bylo v anglickém jazyce. Žáci si mohli vybrat, kterému pracovnímu listu se budou věnovat jako prvnímu. Šestnáct žáků začalo pracovat s úlohou numerického charakteru (sčítací schémata), jeden žák zvolil geometrickou úlohu, ale po chvíli si vyžádal stejný list jako spolužáci. Při další práci si pak volili geometrickou úlohu (dělení šestiúhelníku) nebo další numerickou úlohu (trik s kalendářem), u které však požadovali až na jednu výjimku, překlad z anglického jazyka. Žáci byli vyzváni, aby se pokusili pracovat samostatně, své kroky stručně zaznamenávali a aby se, pokud budou potřebovat, poradili nebo si vyměnili nápady se spolužáky. Poté, co práci na pracovních listech děti ukončily, byly úlohy společně konzultovány.

2.2 Pracovní list – sčítací schémata

Protože děti rády pracují s čísly, a podle slov učitelek také rády doplňují chybějící údaje v pracovních listech, gradovaná série čtyř úloh obsahovala číselná schémata s prázdnými poli. Všichni žáci pracovní list vyplnili samostatně a bez chyb. Nepsali však žádné poznámky ke svému postupu. Někteří žáci připsali komentáře dodatečně poté, co byli vyzváni. Přesto však napsali stručně postup jen u první, výjimečně u druhé úlohy. Jediný žák uvedl poznámky ke všem čtyřem úlohám, a to velmi přehledně, formou rovnic s jednou nebo dvěma neznámými a jejich řešení.

První úloha (obr. 1) je explicitní a je velmi jednoduchá. Cílem této úlohy byl zácvik.

5		
		7
	15	

Obrázek 1

	3	
	73	

Obrázek 2

Druhá úloha (obr. 2) má divergentní charakter. Nikdo z žáků nepoznamenal, že má úloha více řešení a která to jsou. Z individuálních rozhovorů bylo zřejmé, že o existenci dalšího řešení ví, znají ho, ale nemají potřebu jej zapsat. Jeden žák v komentáři uvedl rovnici $x + y = 3$ a také řešení v oboru přirozených čísel $x = 2$ a $y = 1$. Ve schématu je však důležité i umístění čísel, další řešení žák písemně neuvedl, přestože si jej uvědomil, jak vyplynulo z rozhovoru. Jiný žák uvedl, že kdyby se nedoplňovala jen přirozená čísla, tak by možných řešení bylo daleko více, a nabídl další možná řešení při doplnění nuly nebo čísel záporných.

Třetí a čtvrtá úloha (obr. 3 a obr. 4) jsou obdobné, ve čtvrté úloze se jen pracuje s většími čísly. Tyto implicitní úlohy mají jedno řešení, žáci jej většinou našli pomocí strategie odhad a pokus – omyl. Jeden žák uvedl, že „čísla nehledal, ale vždy, když čísla doplnil, tak to vyšlo“.

3		2
	15	

Obrázek 3

9		2
	73	

Obrázek 4

Při společném rozboru a konzultaci třetí a čtvrté úlohy byli žáci vyzváni, aby se pokusili nalézt algoritmus, „cestu“, jak vyplnit stejné schéma, ale s jinými čísly. Po chvíli samostatné práce se čtyři žáci přihlásili se zjištěním, že rozdíl čísel v prostředním patře je stejný jako rozdíl krajních čísel v horním patře schématu a navrhli algoritmus, který demonstrovali na poslední úloze posloupností výpočtů: $9 - 2 = 7$; $73 - 7 = 66$; $66 : 2 = 33$ (e); $33 + 7 = 40$ (d). Jiný žák vycházel ze součtu čísel v horním patře schématu a postup, jak doplnit pole (b), zachytil posloupností výpočtů: $9 + 2 = 11$; $73 - 11 = 62$; $62 : 2 = 31$. Dále připomněl, že postup bude fungovat pro všechna schémata, kde budou v zadání vyplněna stejná pole.

9	b	2
	d	e
	73	

Obrázek 5

Poté, v rámci řízené diskuse, se rozehrála „matematická hravost“ těchto dětí a spontánně začaly navrhopvat další úlohy, které byly záhy zkoumány – obdobná schémata, ale s více úrovněmi, nebo jiná sčítací schémata.

Jeden chlapec pak položil otázku: **Je možné takové sčítací schéma vytvořit pouze z prvočísel?** Následovalo pokusné hledání takových schémat. Děti odhalily vlastnosti součtu dvou lichých čísel. Dále objevily, že je možné sestavit pouze „dvoupatrové“ schéma, a odůvodnily, proč. Našly několik řešení ($3 + 2 = 5$; $5 + 2 = 7$; $11 + 2 = 13$; $17 + 2 = 19$). Do diskuse se zapojovaly různé děti ve třídě, kladly otázky, podávaly návrhy, argumentovaly, navzájem si odpovídaly a věcně zdůvodňovaly. Debata překvapivě probíhala bez negativních projevů, když některý žák navrhl nesprávný krok. Např. jeden žák při hledání třípatrového schématu navrhl, aby bylo doplněno číslo jedna. Jiný spolužák oponoval, že číslo jedna není prvočíslo a připomněl definici prvočísla. Přesto pak vyzkoušeli, zda by bylo možné sestavit třípatrové schéma z prvočísel a čísla jedna.

Tento pracovní list děti vyplnily s chutí a rychle. Výrazně je ale práce zaujala při hledání algoritmu výpočtu schématu, aktivně a se zájmem se zapojovaly do řízené diskuse v závěru práce, kde byly reflektovány jejich nápady a dotazy.

2.3 Pracovní list – dělení šestiúhelníku

Na dalším pracovním listu byla pouze úloha: *Rozdělte pravidelný šestiúhelník na osm shodných částí. Tyto části pojmenujte.* Problém na první pohled nevypadá obtížně, míru obtížnosti jistě posoudí laskavý čtenář sám, když nalezne alespoň jedno řešení.

Mnoho žáků své neúspěšné pokusy ihned gumovalo. Žáci byli vyzváni, aby si své návrhy řešení ponechali, přestože nevedou k cíli, že v nich mohou být zajímavé náměty, a také se k nim mohou vrátit. Samostatně úlohu nevyřešil žádný z respondentů. Přesto byly zaznamenány zajímavé návrhy řešení. Další zajímavé dílčí kroky, které souvisely s dělitelností přirozených čísel nebo dělením rovnostranného trojúhelníka na shodné útvary, předkládali žáci v rámci postupu řízeného učitelem.

2.4 Pracovní list – trik s kalendářem

Vyznačíme-li v jakémkoli běžném kalendáři čtverec, který obsahuje devět čísel, a součet těchto čísel vydělíme číslem uprostřed čtverce, získáme číslo devět. Úkolem žáků bylo nejen zjistit výsledek, ale zejména objasnit, proč je to právě číslo devět, a také si všimnout vztahů mezi čísly ve čtverci.

Řešení této úlohy bylo ovlivněno únavou dětí, přesto někteří žáci našli vztahy mezi čísly ve čtverci a efektivně je využívali při sčítání. K této úloze, nebo její variantě, se s respondenty vrátíme při dalším setkání.

3. Závěr

Během pozorování v rámci sondy bylo zjištěno, že zájem nadaných žáků vzbudí úlohy, které jsou dostatečně náročné. Žáci se snaží řešit úlohy samostatně, spolupráci s ostatními žáky vyhledávají, až když sami nejsou schopni obtížnou úlohu vyřešit. Byla patrná snaha dokončit úkol a upřednostňování samostatné práce. Komunikace a spolupráce se v rámci sondy nejlépe rozvinula v rámci učitelem řízené diskuse.

Kaslová (2003) uvádí, že málokterí matematicky nadaní žáci bývají soutěživí, a zmiňuje možné důvody: obsah toho, v čem se soutěží, nebo slabý soupeř, který nemotivuje k soutěži. Nechť k soutěžení se potvrdila i během sondy. Děti se zájmem chtěly řešit další numerickou úlohu, ale odmítaly soutěžit mezi sebou, přičemž skupinu tvořili poměrně vyrovnaní soupeři, ale odmítaly také soutěžit „proti času“, tedy vyřešit úlohu v časovém limitu.

Žáci mladšího školního věku běžně sami nezapisují svůj postup. Při dalším zkoumání bude vhodné volit intenzivní výzkumnou strategii a soustředit pozornost vždy na jednoho nadaného žáka a zaznamenávat všechny jeho kroky. Ve výuce pak vést žáky k tomu, aby svůj postup popisovali. Učitelé mají zkušenost z praxe, že děti na 1. i 2. stupni základní školy při řešení úloh často nezapiší kroky, které jim připadají samozřejmé nebo jednoduché. To platí nejen pro děti nadané, u nadaných jsou často tyto „skoky“ větší. Je třeba vést žáky k tomu, že jejich nápady, byť nevedou bezprostředně k požadovanému řešení, jsou součástí hledání a mohou být cenné, protože nabízí jiný pohled na problém a mohou tak napomoci nalezení originálního řešení. Naučit žáky *správnému písemnému a slovnímu vyjadřování a argumentaci* by podle Calábka a kol. (2010) mělo být jedním z cílů práce s matematickými talenty na základních školách.

Hledání úloh, jejich analýza, modifikace nebo tvorba nových, jejich zařazování ve vhodný čas při respektování individuálních rozdílů, reflexe – to je jen část práce učitele při tvorbě edukační nabídky pro matematicky nadaného žáka.

Literatura

1. CALÁBEK, P., ŠVRČEK, J., VANĚK, V., ZHOUF, J. *Péče o matematické talenty v České republice*. 2. vyd. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2010. ISBN 978-802-4418-841.
2. DEAL, L. J., WISMER, M., G. NTCM Principles and Standards For Mathematically Talented Students. *Gifted child today magazine*. 2010, roč. 33 (č. 3), s. 55-66. ISSN: 10762175. Dostupné na World Wide Web: <http://proquest.umi.com/pqdweb?did=2082683871&sid=2&Fmt=3&clientId=139391&RQT=309&VName=PQD>.
3. DIEZMANN, C., M., WATTERS, J., J. *The importace of challenging tasks for mathematically gifted students*. In: *Gifted and Talented International* [on line]. 2002 [cit. 2012-02-04]. Dostupné na World Wide Web: <http://eprints.qut.edu.au/1647/1/1647.pdf>.
4. JANCÍKOVÁ, Zdeňka. Zkušenosti se zaváděním efektivních edukačních strategií při vzdělávání mimořádně nadaných žáků na 1. stupni základní školy. In: *Aktuální problémy pedagogiky ve výzkumech studentů DSP IX*. Olomouc: Pedagogická fakulta UP, 2012. (V tisku)
5. KASLOVÁ, M. Komunikace a talent. In: Zhouf, J. *Ani jeden matematický talent nazmar*. Hradec Králové: JČMF, 2003, s. 49-58. ISBN 80-7015-936-7.
6. LANIUS, Cynthia. Algebra - More Fun with Calendars. *Mathematics Lessons* [online]. 2008 [cit. 2012-02-06]. Dostupné na World Wide Web: <http://math.rice.edu/~lanius/Lessons/calmore.html>.
7. MAKRIDES, G. *Objevování, motivace a podpora matematických talentů na evropských školách*. MATH.EU Project, 2006. ISBN 9963-634-31-1.

Kontaktní adresa

Mgr. Dagmar Malinová)
Katedra matematiky a ICT, PF UJEP
Hořeni 13, 400 96 Ústí nad Labem
Telefon: +420 475 282 290
E-mail: dagmar.malinova@ujep.cz

VIZUALIZÁCIA VO VYUČOVANÍ MATEMATIKY

Miroslav MESAROS

Abstrakt

Vizualizácia má potenciál naplňať ciele vyučovania matematiky, a to prostredníctvom širokého spektra svojich foriem a funkcií. Význam zdôrazňujú historické, spoločenské, psychologické a pedagogické aspekty. Podstatou vizualizácie je transformácia matematického fenoménu do obrazovej podoby. Použitie vizualizácie je v súlade s didaktickými zásadami a podporuje všetky úrovne kognitívnych cieľov.

Kľúčové slová: vizualizácia, matematický problém, riešenie, učiteľ, žiak.

VISUALISATION IN TEACHING MATHEMATICS

Abstract

Visualisation has the potential to fulfil the goals of teaching mathematics by using the wide range of its forms and functions. Its significance is accentuated by historical, social, psychological and pedagogical aspects. The essence of visualisation is the transformation of a mathematical phenomenon into an image. The use of visualisation is in line with the didactic principles and furthers all the levels of cognitive objectives.

Key words: visualisation, mathematical problem, solution, teacher, pupil.

1. Pojem vizualizácia

Vizualizácia je proces transformácie matematického fenoménu (problému, objektu, vzťahu, procesu) do obrazovej podoby. Primárnym cieľom vizualizácie je vytvorenie názornej predstavy o tomto fenoméne a jeho mentálne uchopenie. Vizualizácia môže mať formu procesu alebo jeho výsledku.

V súčasnosti sa pojem vizualizácia veľmi často spája s prívlastkom počítačová. Len takéto chápanie považujeme za neúplné. Je mnoho foriem vizualizácie, ktoré je nemožné, nevhodné alebo príliš náročné vizualizovať pomocou počítača v podmienkach bežnej školy (reálny objekt, pozorovanie, experiment, dramatizácia). Pre potreby tohto článku sa budeme venovať hlavne náčrtu, ako jednej z foriem vizualizácie.

2. Charakteristika vizualizácie

Každý učiteľ si vo svojej práci stanoví ciele, ktoré sa snaží prednostne naplňať. Za hlavné ciele vyučovania matematiky považujeme vybudovanie a kultivovanie pozitívneho vzťahu k matematike a schopnosti riešiť matematické problémy.

Obraz má niektoré výhody v porovnaní s textom. Text je súbor informácií, ktoré sú štruktúrované **sukcesívne**, a tak ich aj žiak vníma. Obraz je súbor informácií, ktoré sú štruktúrované **simultánne**, a tak ho je možné aj vnímať.

Úloha: Narysuj trojuholník ABC, ak $c = 82$ mm, $v_c = 4$ cm a $t_c = 5$ cm.

Komentár:

Ukážeme si porovnanie textového a obrazového rozboru tejto úlohy (obr. 1).

Dané:

1. $AB; |AB| = 82 \text{ mm}$

2. $v_c = 4 \text{ cm}$

3. $t_c = |S_c C| = 5 \text{ cm}$

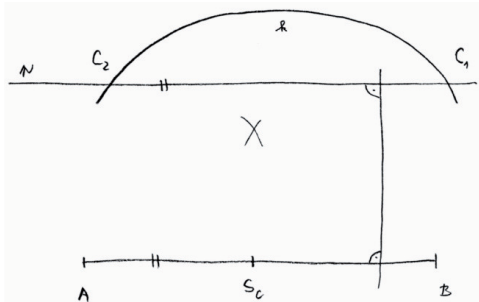
Hľadané:

1. $C; C \in p \cap k$

2. $p; p \perp AB; d(p; AB) = 4 \text{ cm}$

3. $k; k(S_c; 5 \text{ cm})$

4. S_c je stred úsečky AB



Obr. 1: Obrazový rozbor konštrukčnej úlohy

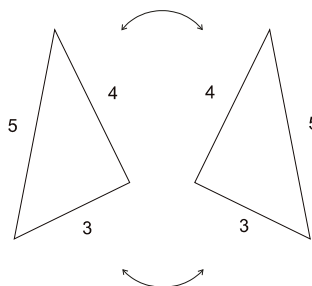
Vidíme, že obrazový rozbor je názornejší ako klasický. Poskytuje lepšiu predstavu o konštrukcii a umožňuje predpokladať počet riešení.

Vizualizácia môže podnietiť vznik **aha-efektu** a zapájať tak do procesu učenia pozitívne emócie (zážitkové učenie).

Úloha: Môžu mať trojuholníky so stranami 5, 5, 6 a 5, 5, 8 rovnaký obsah?

Komentár:

Veľmi pekná úloha, ktorú je možné zadať žiakom základnej i strednej školy. Vyrovnajú sa s ňou zrejme rôznym spôsobom. Vizualizácia na obrázku 2 je pôsobivá a ľahko presvedčí aj skeptikov, ktorí pochybujú o rovnosti obsahov. Veľkou výhodou pre žiaka i učiteľa je možnosť narysovať rovnoramenný trojuholník so stranami 5, 5, 8, vystrihnúť ho, prestrihnúť pozdĺž výšky na stranu 8 a vlastnoručne animovať dôkaz o rovnosti obsahov.



Obr. 2: Rovnaký obsah

Dôraznou požiadavkou modernej didaktiky matematiky je neformálnosť poznania. **Formálnosť vedomostí** vyplýva z absencie konkrétnych predstáv o pojmoch, objektoch, vzťahoch a pod. Vizualizácia má potenciál takéto predstavy vytvárať.

3. Aspekty vizualizácie

Vizualizácia nie je výlučnou záležitosťou matematiky. Na problém vizualizácie sa môžeme pozerieť z rôznych aspektov:

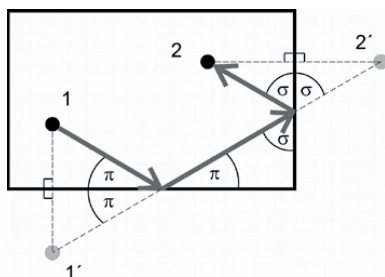
Historický aspekt. Význam vizualizácie potvrdzujú historické nálezy kostí zvierat so zárezmi, ktoré mohli mať význam záznamov kvantity. V historickom vývoji matematiky mala vizualizácia vždy svoje miesto. Poznatky vychádzali z konkrétnej reality. Moderným poznatkom niekedy chýba konkrétna obrazová podoba a získava sa až dodatočne hľadaním aplikácií. Rolu predstavy, obrazu vo fylogenetickom vývoji matematiky ako vedy môžeme úspešne transponovať do ontogenetického vývoja jedinca vo vzťahu k matematike. Túto transpozíciu zvyšuje Hejný (1990) na **metódu genetickej paralely** a s úspechom ju používa vo vyučovanom procese.

Spoločenský aspekt. Vizualizácia je fenomén, s ktorým sa človek stretáva v každom okamihu. **Fotografia a film** sú nositeľmi objemnej informácie, ktorú len ťažko môžeme nahradiť textovou. **Umenie** účinne využíva dominanciu vizuálneho informačného kanálu. Aj v takej doméne nevizuálneho umenia akou je hudba hrá obraz často významnú rolu. Hybnou silou každej spoločnosti je ekonomika a s ňou spojená **reklama**. Obrazy, symboly, logá, tvary, farby, mimika, pohyby – to je operačný priestor reklamy. Mnohé **profesie** využívajú vizualizáciu ako prostriedok na výrobu hodnôt. Simulácia dopravných nehôd (súdnaznlectvo), röntgenografia a pod. (medicína, inžinierstvo), vizualizácia teleskopmi, mikroskopmi a pod. (prírodné vedy, technika), projekty (architektúra), mapy (geografia) a pod. dokladajú toto tvrdenie. **I bežný život** ponúka rozmanité a početné príklady vizualizácie: piktogramy, dopravné značky, bilbordy, manuály, ale i hračky, účesy, oblečenie, gestá...

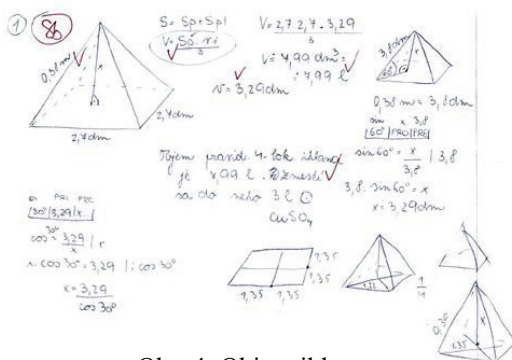
Psychologický aspekt. Priemerný človek si zapamätá 10 % z toho, čo číta, 20 % z toho, čo počuje a až **30 %** z toho, čo vidí (Turek, 2008). Podobne, zrakom človek prijíma **83 %** všetkých informácií, sluchom len približne 11 % (Stoffová, bez udania dátumu). Údaje podčiarkujú dominanciu vizuálneho informačného kanálu a význam vizualizácie. Účinok vizualizácie prebieha naprieč celým spektrom **kognitívnych cieľov**.

Pedagogický aspekt. Obrazom vizualizácie v systéme didaktických zásad je **zásada názornosti**. S vizualizáciou však súvisia aj zásady od jednoduchého k zložitému, od konkrétneho k abstraktnému, spojenie teórie s praxou. Veľmi úzky vzťah môžeme pozorovať medzi vizualizáciou a **premennými edukačného procesu**, za ktoré považujeme: edukanta a jeho charakteristiky, edukátora a jeho charakteristiky, kurikulum, organizačné formy a metódy edukačného procesu, fázy edukačného procesu.

4. Funkcie vizualizácie



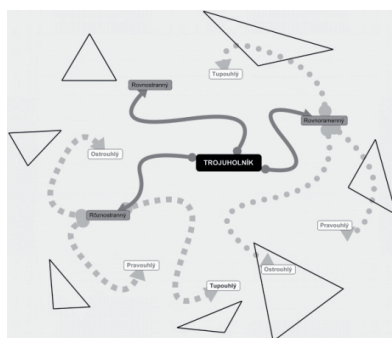
Obr. 3: Biliard



Obr. 4: Objem ihlana

Za hlavné funkcie vizualizácie považujeme nasledovné:

1. riešiteľská (uľahčuje hľadanie riešenia), obr. 1, 3, 6
2. informačná (poskytuje informácie potrebné na riešenie), obr. 5
3. kultivačná (buduje schopnosť vytvárania kvalitnej vizualizácie), obr. 4
4. imaginačná (buduje predstavivosť), obr. 4
5. edukačná (názornou formou vysvetľuje matematický fenomén), obr. 5
6. demonštračná (poskytuje iný pohľad na známy poznatok), obr. 1, 2
7. dokazovacia (dokazuje matematickú zákonitosť), obr. 2, 3
8. motivačná,
9. metakognitívna (reflektuje vlastné poznávacie procesy), obr. 4
10. diagnostická (odhaľuje pôvod rozhodnutí, omylov...), obr. 4
11. kontrolná (kontroluje správnosť riešiteľského postupu).



Obr. 5: Pojmová mapa

5. Atribúty „dobrej“ vizualizácie

Vstupnou bránou k riešeniu matematickej úlohy je **dôkladné preštudovanie zadania**. Žiak často číta text úlohy mechanicky, bez porozumenia. Čítanie s porozumením nie je však len problém vyučovania matematiky. Ak žiak úlohu prečíta nepozorne, pravdepodobne sa dopustí konzekventných chýb, napr. nepochopí pointu, zamení pojmy, nedokáže extrahovať relevantné údaje, odpovie na inú otázku, než kladie zadanie, nesprávne vizualizuje problém. Výsledkom je neúspešné riešenie úlohy.

Veľmi dôležitým aspektom pri vytváraní správnej vizualizácie je **znalosť problematiky**. Žiak musí poznať pojmy, objekty, vzťahy asociované s konkrétnym problémom uvedeným v zadaní. Ak namiesto polomeru zaznačí do náčrtu priemer, ak namiesto ťažnice nakreslí výšku, alebo namiesto hĺbkového uhla vizualizuje k nemu doplnkový, je nepravdepodobné, že úlohu vyrieši správne. Na pohľad irelevantným atribútom vizualizácie je jej **veľkosť**. Veľkosť dopravných značiek, bilbordov, trend zväčšovania albumových fotografií, monitorov a pod. nás presviedčajú, že efektívnosť vizualizácie nie je daná len jej obsahom, ale i rozmerom. V dostatočne veľkej vizualizácii vyniknú údaje a vzťahy lepšie ako v malej.

Aj dostatočne veľký obrázok však môže byť neprehľadný. Preto je požiadavka na **prehľadnosť**, čiže organizované a účelné usporiadanie prvkov veľmi dôležitá.

Čitateľnosť sprievodného textu je oprávnená požiadavka. Slabá **čitateľnosť** informácií je príčinou degradácie údajov a následných zbytočných chýb, prípadne časových strát aj u tých žiakov, ktorým je správny postup riešenia úlohy zrejмый.

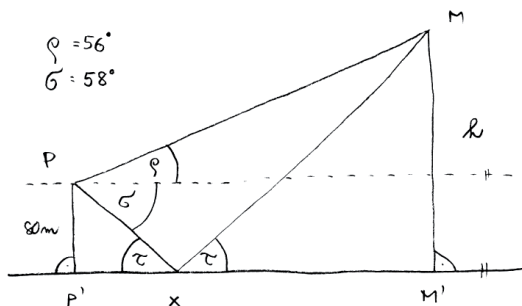
Ďalšou dôležitou vlastnosťou dobrej vizualizácie je **vernosť** zobrazenia objektov.

Principiálnou požiadavkou na vizualizáciu je jej **kvalita**. Nie je však možné ju jednoznačne zadefinovať, pretože rôzne typy úloh kladú na vizualizáciu rôzne nároky. Preto analyzujeme niekoľko vlastností, ktoré by mal kvalitný náčrt spĺňať.

V náčrte by mali byť zaznamenané **relevantné** údaje zo zadania. Znamená to, že žiak dokáže extrahovať z textu úlohy údaje potrebné na jej riešenie. Niekedy sa stane, že zadanie obsahuje nadbytočné údaje. Tie je potrebné z vizualizácie vylúčiť.

V náčrte by mali byť zaznamenané **všetky** (relevantné) údaje zo zadania. Táto požiadavka má pôvod v snahe zohľadniť všetky podmienky zadania, bez ktorých žiak vyrieši úplne inú úlohu, alebo ju pre nedostatok údajov nedokáže vyriešiť vôbec. Veľmi dôležité je neprehliadanie **implicitných informácií**. Aj tie je nutné vizualizovať. Ide napr. o zobrazenie symbolu pravého uhla, ak sa pracuje s pravouhlým trojuholníkom, výškou, uhlopriečkami štvorca, kosoštvorca atď. *Náčrt má byť pre žiaka esenciou zadania, avšak i s pridanou hodnotou.* Tú tvoria práve implicitné informácie. (obr. 6)

Úloha (Vejsada, 1972): Z výšiny ležiacej 80 m nad hladinou rybníka vidieť mrak vo výškovom uhle 56° a jeho obraz vo vode v hĺbkovom uhle 58° . Ako vysoko je mrak nad hladinou rybníka?



Obr. 6: Mrak nad rybníkom

Niektoré stereometrické úlohy kladú na vedomosti a špeciálne na predstavivosť žiaka mimoriadne nároky. Na kvalitnú vizualizáciu priestorového útvaru nemusí stačiť ani pedantne nakreslený obrázok. Nevýhodou zobrazenia priestorových objektov je ich transformácia do roviny, pričom zákonite dochádza k deformáciám tvarov, dĺžok úsečiek, veľkostí uhlov. Tento nedostatok pomôže odstrániť **sekvencia obrazov** (obr. 4).

Na záver poznamenáme, že je veľmi dôležité venovať sa pravidelnému nácviku vizualizačných schopností žiakov s cieľom skvalitniť výstup a vypracovať si **návyk vizualizovať**. Z našich pedagogických skúseností vieme, že vytvoriť prospešný návyk je náročnejšou a dlhodobejšou výzvou, než naučiť žiaka konkrétne učivo.

Literatúra

1. HEJNÝ, M. a kol. *Teória vyučovania matematiky 2*. 1. vyd. Bratislava: SPN, 1990. 560 s. ISBN 80-08-01344-3.
2. TUREK, I. *Didaktika*. 1. vyd. Bratislava: Iura edition, 2008. 596 s. ISBN 978-80-8078-198-9.
3. STOFFOVÁ V., STOFFA J., STOFFA, V. *Počítačom podporované vyučovanie jazykov* [online]. [cit. 8. 2. 2012]. Dostupné na World Wide Web: www.main.webz.cz/materialy/ObrJancoStoff.doc
4. MESAROŠ, M. 2011. *Aspekty vizualizácie ako riešiteľského prístupu vo vyučovaní matematiky*. In: Studentská vedecká konferencia. Ostrava: Přírodovědecká fakulta, s. 129 – 132. ISBN 978-80-7368-909-4
5. MESAROŠ, M. 2011. Funkcie vizualizácie ako riešiteľského prístupu vo vyučovaní matematiky na základnej a strednej škole. In: Young researchers 2011. Nitra: Fakulta prírodných vied UKF, s. 791 – 801. ISBN 978-80-8094-946-4
6. VEJSADA, F., TALAFIOUS, F. *Zbierka úloh z matematiky pre SVŠ*. 1. vyd. Bratislava SPN 1972. 760 s.

Kontaktná adresa

PaedDr. Miroslav Mesaroš
externý doktorand UKF Nitra, Základná škola Vráble
Levická 903, 952 01 Vráble
Telefón: +421903 692 935
E-mail: one100ne@gmail.com

AUTOEVALVÁCIA V ELEKTORNICKY PODPOROVANOM VYUČOVANÍ GEOMETRIE

Marek MOKRIŠ

Abstrakt

Geometria s didaktikou je jedným z profilujúcich predmetov v odbornej matematickej príprave budúcich učiteľov elementaristov. Článok sa venuje využívaniu autokorektívnych nástrojov v elektronicky podporovanom vyučovaní geometrie. Popisujeme využívanie on-line testov a on-line zadaní v príprave budúcich učiteľov pre primárny stupeň vzdelávania. Elektronické testy boli spracované prostredníctvom nástrojov LMS Moodle a elektronické zadania pomocou softvéru Compass and Ruler.

Kľúčová slova: E-vzdelávanie, geometria, primárna škola, samohodnotenie.

SELF-EVALUATION IN THE ELECTRONICALLY SUPPORTED TEACHING OF THE GEOMETRY

Abstract

Geometry with didactics is one of the main subjects in the professional preparation of future mathematics teachers at the primary school. In proposed paper we discuss possibilities of using of instruments self-evaluation in electronically supported teaching of the geometry. We describe the use of on-line tests and on-line tasks in mathematical training of elementary school teachers. Electronically tests were processed through Moodle and electronically tasks using software Compass and Ruler.

Key words: E-learning, Geometry, Primary school, Self-evaluation.

1. Úvod

Jednou z dôležitých zložiek vysokoškolskej prípravy budúcich učiteľov pre primárny stupeň vzdelávania je oblasť geometrie. Pri odbornej profilácii študentov vychádzame z toho, že úroveň ich matematickej gramotnosti je rôzna. Podľa G. Pavlovičovej (2011, s. 176) *študenti učiteľstva pre primárne vzdelávanie prichádzajú na vysokú školu často s pomerne nízkou úrovňou základných matematických vedomostí*. K obdobným záverom dospeli aj práce I. Scholtzová (2010), V. Zeľová – M. Gombár (2010), M. Mokriš (2010). Podmienkami pre rozvoj matematickej gramotnosti študentov pred vstupom na vysokú školu sa zaoberá E. Gerová (2010). Nižšia úroveň matematickej gramotnosti v geometrickej oblasti, indikuje zvýšené úsilie študenta na úspešné absolvovanie disciplíny venovanej geometrii. Z tohto dôvodu ponúkame študentom na Pedagogickej fakulte v Prešove autoevalvačné nástroje, ktoré sú súčasťou elektronickej podpory matematického vzdelávania. Autoevalvačné nástroje kategorizuje nasledovne:

- autoevalvačné elektronické on-line testy,
- autoevalvačné elektronické on-line konštrukčné úlohy (zadania).

Cieľom príspevku je charakterizovať možnosti autoevalvácie vo vyučovaní geometrie a popísať skúsenosti s takouto formou priebežného sebahodnotenia.

2. Autoevalvačné elektronické on-line testy

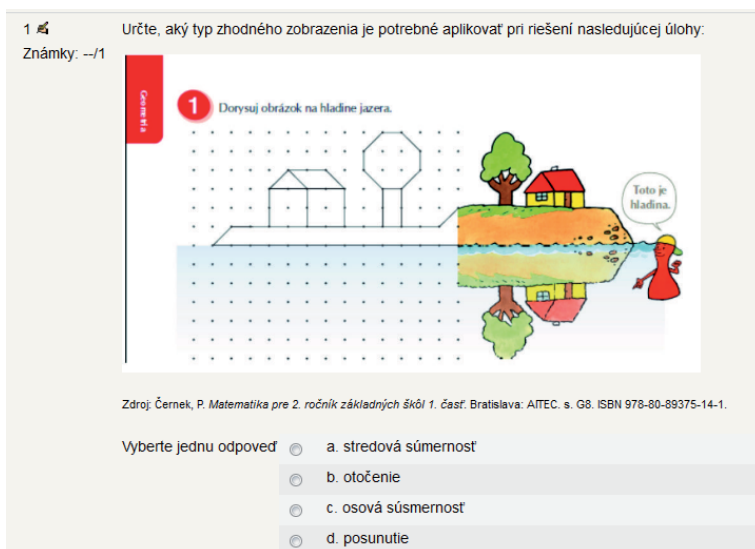
Autoevalvačný elektronický on-line test – je prostriedok na meranie množstva a kvality vedomostí. Samotná konštrukcia testu je v tomto prípade spojená s elektronizáciou jednotlivých položiek a ich úpravou do požadovaného formátu. Podľa I. Tureka (1996, s. 73) *didaktické testy prezentované osobným počítačom obsahujú zatiaľ, pre obmedzenú možnosť identifikácie odpovedí, len zatvorené úlohy a otvorené úlohy s úzkou odpoveďou, t. j. produkčné a doplňovacie. V tomto prípade ide o tzv. testovanie „on line“*. Test je dostupný prostredníctvom siete Internet a umožňujúci okamžitú spätnú väzbu. Pre naše potreby sme využívali na tvorbu a distribúciu testov prostredie LMS Moodle, nástroj Test.

Elektronický test má oproti klasickému papierovému testu niektoré výhody, ktoré umožňujú:

- eliminovať subjektívnosť hodnotenia pri oprave testu,
- poskytnúť vyhodnotenie testových položiek okamžite,
- poskytnúť spätnú väzbu ku každej testovej položke,
- vyberať ľubovoľnú testovú položku z databázy,
- náhodne generovať poradie otázok (eliminuje sa opisovanie počas vypracovávania testu),
- nastaviť časový limit alebo aj automatickú penalizáciu s dopredu nastavenou mierou pre nesprávnu odpoveď.

Pre potreby konštrukcie autoevalvačných elektronických on-line testov sme využívali tieto formy testových položiek:

- viaceré možnosti,
- krátka odpoveď,
- Pravda/Nepravda.



Obr. 1 Testová položka typu „viaceré možnosti“.

2  Doplňte:
 Známký: 1 **Množinu všetkých bodov v rovine, ktoré sú od bodu A rovnako vzdialené nazývame ...**

Odpoveď:

Obr. 2: Testová položka typu „krátka odpoveď“.

3  Základné vety, ktorých správnosť nedokazujeme, ale uznávame za správne na základe skúseností nazývame axiomy.

Známký: --/1

Odpoveď: ☐ Áno ☐ Nie

Obr. 3: Testová položka typu „Pravda - Nepravda“.

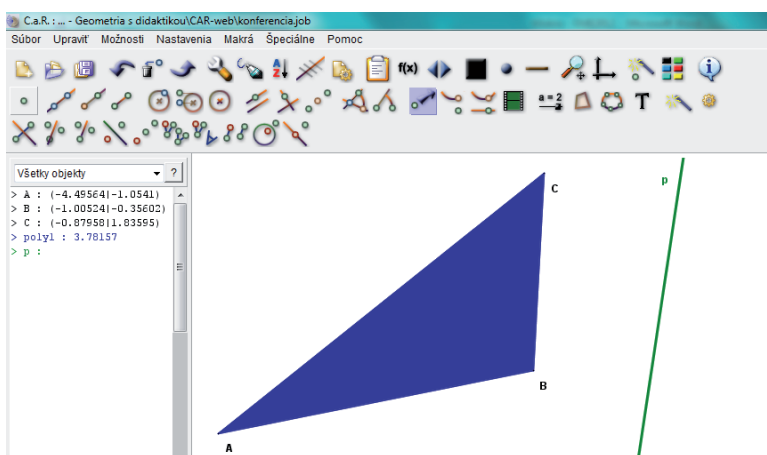
Záujem o využívanie autokorektívnych elektronických on-line testov sme zisťovali prostredníctvom dotazníkového šetrenia a monitorovacích nástrojov systému Moodle. Z výsledkov nám vyplynulo, že veľmi dôležitým študijným elementom v e-kurze, je možnosť vypracovania samohodnotiacich elektronických on-line testov. Ako dôvod využívania elektronickej podpory matematického vzdelávania to uviedlo 33,87 % respondentov z prvého ročníka študujúcich Učiteľstvo pre primárne vzdelávanie a 77,42 % študentov odboru Predškolská a elementárna pedagogika. Tieto výsledky korešpondujú aj s údajmi zistenými prostredníctvom nástrojov Moodle.

3. Autoevalvačné elektronické on-line konštrukčné úlohy (zadania)

Pod pojmom konštrukčná úloha rozumieme také vymedzenie problému (znenie úlohy), ktoré je potrebné vyriešiť prostredníctvom geometrických konštrukcií. Termín zadanie je menej frekventovaný, ale v prostredí C.a.R. nahrádza pojem autoevalvačná konštrukčná úloha. Pre naše potreby sme využívali na tvorbu zadaní softvérové prostredie C.a.R. a na distribúciu prostredie LMS Moodle.

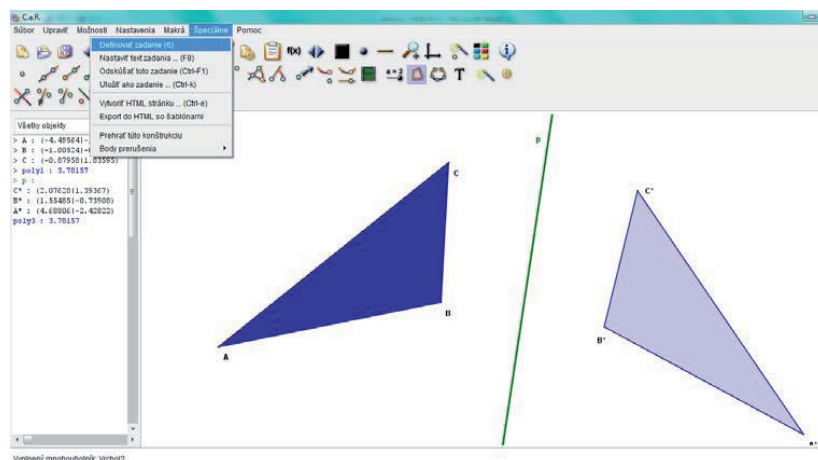
Príklad:

Daný je trojuholník ABC a priamka p . Zostrojte obraz trojuholníka ABC v osovej súmernosti s osou p .



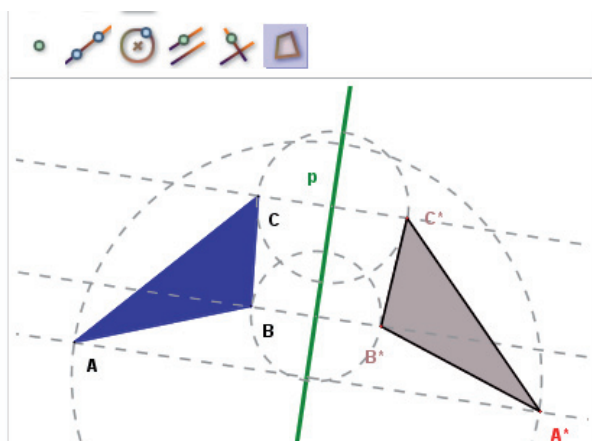
Obr. 4 Zadanie úlohy spracované v prostredí C. a. R.

Podľa K. Žilkovej (2009, s. 98) *nie je postup pri tvorbe geometrického zadania v systéme C.a.R. zložitý. Najskôr si zadávateľ úlohy musí uvedomiť, ako bude zobrazené zamestnanie pre študentov, t. j. ktoré geometrické prvky budú na úvodnej obrazovke znázornené. V tradičnom poňatí sa zvyčajne jedná o „dané prvky“. V implementovanej konštrukcii, po voľbe „definovať zadanie“ je potrebné označiť posledný z geometrických prvkov, ktorý bude v zadaní zobrazený. V našom prípade to je trojuholník $A'B'C'$.*



Obr. 5 Definovanie zadania v prostredí C. a. R.

Prostredníctvom nástroja „nastaviť text zadania“ je možné vložiť znenie zadania konštrukčnej úlohy. Softvér C.a.R. umožňuje takéto zadanie exportovať do html, čím dôjde k vytvoreniu tzv. „Java appletu“. Takto vytvorenú webovú stránku spolu so zdrojovým súborom formátu zir a riadiacim programom pre applet (v našom prípade zirkel.jar) umiestnime na internet. V prostredí Moodle už potom jednoducho využijeme odkaz na takto vytvorenú stránku, čím študentom sprístupníme zadanie. O tvorbe zadanií v prostredí C.a.R. sa je možné dozvedieť viac v prácach P. Hanzel (2008), P. Hanzel – L. Vojáčková (2007), K. Žilková (2009).



Obr. 6 Html stránka s očakávaným študentským riešením úlohy

4. Záver

Profesijná príprava budúcich učiteľov elementaristov je v súčasnosti na Pedagogickej fakulte v Prešove podporovaná aj prostredníctvom internetového portálu, ktorý je zameraný na poskytovanie vzdelávacích služieb. Ak chceme študentom poskytovať čo najkvalitnejšie služby, tak edukačný proces bez využívania informačno-komunikačných technológií, stráca na svojej efektívite.

Myslíme si, že papier a rysovacie pomôcky majú mať aj naďalej primárne postavenie vo vyučovaní konštrukčnej geometrie a to zvlášť v príprave budúcich učiteľov pre 1. stupeň základnej školy. Na strane druhej však dynamické softvérové prostredia, zamerané na geometriu, umožňujú plniť vo vzdelávacom procese aj autoevalvačnú funkciu, čím dochádza k zvýšeniu kvality a efektivity vzdelávania.

Literatura

1. GEROVÁ, Ľ. Podmienky pre rozvoj matematickej gramotnosti študentov pred vstupom na vysokú školu. In *MATEMATIKA 4*, Olomouc: UP v Olomouci, 2010. s. 94 – 99. ISBN 978-80-244-2511-5. ISSN 0862-9765.
2. PAVLOVIČOVÁ, G. Ornamenty – tvorivé prostredie vo vyučovaní geometrie. In *Tvorivosť v počátečnom vyučovaní matematiky*. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2011. s. 175 - 179. ISBN 978-80-7043-992-0.
3. MOKRIŠ, M. Priestor a tvar – pohľad na matematickú gramotnosť študentov odboru Predškolská a elementárna pedagogika. In *MATEMATIKA 4*. Olomouc: UP v Olomouci, 2010. s. 182-186. ISBN 978-80-244-2511-5. ISSN 0862-9765.
4. TUREK, I. *Učiteľ a didaktické testy*. Bratislava: MCMB, 1996. 79 s.
5. ŽILKOVÁ, K. *Školská matematika v prostredí IKT*. Bratislava: Univerzita Komenského v Bratislave, 2009. s. 139. ISBN 978-80-223-2555-4.
6. HANZEL, P. Dynamické prvky vo vyučovaní geometrie. In *MATEMATIKA 3*. Olomouc: UP v Olomouci, 2008. s. 101-108, ISBN 978-80-244-1963-3.
7. HANZEL, P. – VOJÁČKOVÁ, L. Applety v geometrii vytvárané programom C.A.R. In *Matematika V – Elektronické média vo vyučovaní matematiky*. Bratislava: UK v Bratislave, 2007. s. 19 – 23. ISBN 978-80-223-2367-3.
8. SCHOLTZOVÁ, I. Niektoré aspekty matematickej gramotnosti študentov odboru Predškolská a elementárna pedagogika. In *MATEMATIKA 4*. Olomouc: UP v Olomouci, 2010. s. 271 – 276. ISBN 978-80-244-2511-5. ISSN 0862-9765.
9. ZELOVÁ, V – GOMBÁR, M. Zmena, vzťahy závislost' – pohľad na matematickú gramotnosť študentov odboru Predškolská a elementárna pedagogika. In *MATEMATIKA 4*, Olomouc: UP v Olomouci, 2010. s. 321 - 327, ISBN 978-80-244-2511-5. ISSN 0862-9765.

Kontaktní adresa

Mgr. Marek Mokriš, PhD.

Prešovská univerzita, Pedagogická fakulta, Katedra matematickej edukácie

17. novembra 15, 081 01 Prešov, Slovensko

Telefon: +421 51 7470544

E-mail: marek.mokris@pf.unipo.sk

UCZNIOWIE 9-LETNI ODKRYWAJĄ REGULARNOŚCI ARYTMETYCZNE

Barbara NAWOLSKA

Abstrakt

W matematyce występuje ogromne bogactwo prawidłowości i regularności. Umiejętność ich dostrzegania, odkrywania i wykorzystywania w różnorodnych rozumowaniach jest ważną aktywnością matematyczną i kluczową umiejętnością związaną ze spostrzeganiem, uwagą, abstrahowaniem i uogólnianiem, a więc z procesami, niezbędnymi w uczeniu się matematyki i ułatwiającymi wszelkie poznanie. Zazwyczaj uczniowie nie mają zbyt często okazji do odkrywania takich regularności. W artykule przedstawione są wyniki badań nad umiejętnością dostrzegania regularności arytmetycznych przez dzieci 9-letnie na przykładzie kilku krakowskich szkół podstawowych.

Klíčová slova: regularności arytmetyczne, dodawanie i odejmowanie liczb naturalnych, spostrzeganie, wnioskowanie

9 YEAR OLD CHILDREN DISCOVER ARITHMETICAL REGULARITIES

Abstract

In mathematics exists variety of correctness and regularities. Skill of noticing, exploring and taking advantage of it in different reasonings is an important mathematical activity and key issue connected with realizing, attention, abstracting and generalizing, so the processes essential in learning mathematics and making easier recognition. Usually students don't have the opportunity to explore those regularities. In article are shown the results of investigation on ability to realize arithmetic regularities by 9 year old children based on few Cracow's elementary schools.

Key words: arithmetical regularities, addition and subtraction of natural numbers, noticing, deduction

1. Wstęp

Podstawą sukcesów w nauce szkolnej nie są przypadkowe i przelotne spostrzeżenia lecz takie, które są wynikiem systematycznej i planowej obserwacji. Są to więc spostrzeżenia będące efektem świadomej, celowej i wybiórczej uwagi. Szczególną rolę w procesie spostrzegania i uczenia się odgrywa umiejętność dostrzegania i wykorzystywania regularności matematycznych. Im większa jest taka umiejętność tym łatwiej się uczyć i tym łatwiej osiągnąć sukces. Biorąc to pod uwagę postanowiłam sprawdzić jakie są umiejętności polskich uczniów w zakresie dostrzegania regularności typu arytmetycznego.

Badania

W celu zdiagnozowania umiejętności dostrzegania regularności typu arytmetycznego poddałam badaniom 106 uczniów 9-letnich na koniec klasy II. Postawiłam sobie pytanie: **Czy uczniowie dostrzegają i wykorzystują regularności typu arytmetycznego oraz czy potrafią opisać dostrzeżone regularności.**

W celu uzyskania odpowiedzi na to pytanie zaproponowałam uczniom pod koniec roku szkolnego rozwiązanie zestawu czterech zadań (tabela 1.). Każde zadanie poprzedzone było poleceniem: *Oblicz i dopisz kolejne, pasujące przykłady, oraz zakończone poleceniem: Napisz co ciekawego zauważasz.*

Tabela 1. Zestaw zadań użytych w badaniach

zad. 1.	zad. 2.	zad. 3.	zad. 4.
$71 + 9 = \dots\dots$	$20 + 10 = \dots\dots$	$40 - 9 = \dots\dots$	$53 - 3 = \dots\dots$
$72 + 9 = \dots\dots$	$21 + 9 = \dots\dots$	$40 - 8 = \dots\dots$	$52 - 3 = \dots\dots$
$73 + 9 = \dots\dots$	$22 + 8 = \dots\dots$	$40 - 7 = \dots\dots$	$51 - 3 = \dots\dots$
$74 + 9 = \dots\dots$	$23 + 7 = \dots\dots$	$40 - 6 = \dots\dots$	$50 - 3 = \dots\dots$
$\dots + 9 = \dots\dots$	$\dots + 6 = \dots\dots$	$\dots - 5 = \dots\dots$	$\dots - 3 = \dots\dots$
$\dots + \dots = \dots\dots$	$\dots + \dots = \dots\dots$	$\dots - \dots = \dots\dots$	$\dots - \dots = \dots\dots$
$\dots + \dots = \dots\dots$	$\dots + \dots = \dots\dots$	$\dots - \dots = \dots\dots$	$\dots - \dots = \dots\dots$

Zadanie uczniów polegało na wykonaniu obliczeń, dostrzeżeniu prawidłowości i dopisaniu kolejnych przykładów zgodnych z zauważoną regularnością i opisanu (zwerbalizowaniu) dostrzeżonych regularności.

W zależności od stopnia poprawności rozwiązania, uczniowie otrzymywali za każde zadanie od 0 do 10 punktów (za bezbłędne obliczenia – 3 punkty, za dopisanie wszystkich przykładów – 4 punkty, za opisanie wszystkich regularności – 3 punkty, za niepełne rozwiązania część z puli punktów). Nie zależało mi na badaniu sprawności kalkulacyjnej, ale w zadaniach uczniowie wykonywali obliczenia i jeśli zrobili to poprawnie mieli większe szanse na dostrzeżenie regularności. W przypadku popełnienia błędów rachunkowych takie spostrzeżenie było utrudnione, chociaż można było – niezależnie od wyników – zauważyć regularności, wykorzystać to spostrzeżenie dopisując kolejne pasujące przykłady i sformułować wnioski. W tabeli 2. prezentuję wyniki badań wraz z ustalonym punktowo poziomem umiejętności.

Tabela 2. Wyniki badań

		Poziom (liczba punktów)			
		Bardzo niski 0 – 4,5	Niski 5 – 7,5	Średni 8 – 9	Wysoki 9,5 – 10
zad. 1.	Liczba uczniów	7	29	47	23
	Procent uczniów	7%	27%	44%	22%
zad. 2.	Liczba uczniów	3	30	49	24
	Procent uczniów	3%	28%	46%	23%
Razem	Procent uczniów	5%	28%	45%	22%
zad. 3.	Liczba uczniów	17	28	34	27
	Procent uczniów	16%	26%	32%	26%
zad. 4.	Liczba uczniów	10	33	40	23
	Procent uczniów	9%	31%	38%	22%
Razem	Procent uczniów	12%	28%	36%	24%

W **zad. 1.**, w kolejnych przykładach drugi składnik był stały, pierwszy składnik wzrastał o 1, więc suma rosła o 1. Jak wynika z danych w tab. 2. bezbłędnie zadanie to rozwiązało 23 uczniów. Prawidłowo obliczyli oni wszystkie działania i wpisali kolejne przykłady, będące kontynuacją regularności. Uczniowie ci, bardzo dokładnie (choć nie zawsze gramatycznie, czy poprawnie stylistycznie) opisali także wszystkie zależności.

Np. Zasada polega na tym że liczba 71 rośnie a liczba 9 się nie zmienia w ten sposób wyniki też rosną.

Inni uczniowie nie opisywali wszystkich prawidłowości. Jedni nie zauważali ich, inni zaś najwyraźniej je zauważali, bo poprawnie uzupełniali przykłady, jednakże opisywali tylko część z tego co dostrzegali np.: *Zauważyłem że pierwszy składnik i suma zwiększa się o jeden.* Albo *W wynikach pisałem liczby po kolei; Zauważyłem że ciągle dodajemy 9.* Być może uzupełnili oni przykłady w sposób nieuświadomiony – bardziej intuicyjne niż na podstawie przemyśleń.

Niektórzy spośród badanych, źle obliczali sumy. W niektórych pracach były to zapewne zwykłe pomyłki, bo mimo błędnego zapisu kolejnych sum np.: 80, 81, 83, 84, 85, 86, 87 komentarz im towarzyszący (...) *suma zwiększa się o 1* świadczy o dostrzeżeniu regularności. Najprawdopodobniej już po obliczeniu dwu pierwszych przykładów uczeń zauważył prawidłowość i dopisywał automatycznie kolejne wyniki nie zauważając, iż przeskoczył (opuścił) jeden z nich.

Ponadto w zad. 1., w przykładzie piątym, trzeba było dopisać jeden z brakujących składników (... + 9 = ...) oraz, kontynuować regularność podając dwa kolejne przykłady działań. Z tą częścią zadania nie poradziło sobie 14 uczniów. Nie dopisali oni brakującego składnika lub wykonali to nieprawidłowo. W tych ostatnich pracach liczby były dopisane w sposób dość przypadkowy i nie zawsze obliczenia były poprawne. Świadczy to o niedostrzeżeniu żadnych prawidłowości.

W zad. 2. również były regularności związane z sumą, lecz w tym przypadku pierwszy składnik wzrastał kolejno o 1, drugi maleł o 1, zatem suma była stała.

Z tym zadaniem bezbłędnie poradziło sobie 24 uczniów. Obliczyli oni wszystkie działania prawidłowo i opisali wszystkie zależności np.: *1 słupek wzrasta o 1, 2 maleje o 1, 3 jest cały czas taki sam.* Autor tego opisu nie analizował działań globalnie, nie opisał co się dzieje z sumą gdy jeden składnik maleje zaś drugi rośnie, lecz w sposób izolowany uchwycił regularności w pionowych ciągach liczb.

Niektórzy uczniowie (12 osób) opisali tylko dwie z występujących zależności np.: *Każda pierwsza liczba powiększa się o 1 a druga pomniejsza się o 1.* Ten opis uwzględnia zmiany obu składników, natomiast nie uwzględnia stałości sumy. Jeszcze inni (44 osoby) uczniowie opisali tylko jedną regularność. Wszyscy oni zwrócili uwagę na stałą sumę. Być może była ona dla nich najbardziej zauważalna. Pisali np.: *Jak dodaję to wynik jest taki sam; Wszystkie wyniki są takie same; Zauważyłam że suma tych liczb wynosi 30.*

Kilku uczniów nieprawidłowo uzupełniło brakujące w działaniach składniki. Np. jeden z uczniów dopisał poprawnie przykład: $25 + 5 = 30$, lecz w następnym zamiast zwiększyć pierwszy składnik o 1, zmniejszył go o 1: $24 + 4 = 28$, więc suma była o 2 mniejsza. W tym przypadku dziecko wyznaczyło sumę dodając zapisane przez siebie składniki. Najwyraźniej nie zauważyło stałości sumy i nie wpisało z góry na dół liczby 30. Z kolei 9 badanych, nie dopisało jednego z brakujących składników. Wpisali oni właściwe (oczekiwane, przewidywane) sumy, mimo braku składnika. Takie rozwiązania wyglądały następująco: $25 + \dots = 30$, $26 + \dots = 30$. Najprawdopodobniej nie wykonywali żadnych obliczeń, bo licząc zauważyliby iż brakuje składnika. Oni musieli dostrzec regularności i automatycznie z góry na dół uzupełnili liczby w pierwszej i trzeciej kolumnie.

Zad. 2. okazało się dla uczniów nieco łatwiejsze niż zad. 1. Zapewne wiąże się to z mniejszym zakresem liczbowym, a zatem z mniejszymi trudnościami w obliczeniach.

W zad. 3. regularności związane były z odejmowaniem liczb. Tu odjemna była stała, odjemnik maleł o 1 i automatycznie różnica rosła o 1.

Maksymalną liczbę punktów za rozwiązanie tego zadania uzyskało 27 uczniów. Obliczyli oni poprawnie wszystkie działania, prawidłowo dopisali kolejne przykłady, zauważyli i opisali wszystkie zależności. Te zależności opisała także jedna z uczennic, jednakże nie otrzymała ona maksymalnej liczby punktów, gdyż niepoprawnie obliczyła wszystkie różnice. Prawdopodobnie popełniła pomyłkę w zapisie wyników, gdyż w każdym przypadku wpisała liczbę o 10 większą. Cyfra dziesiątek miała wynosić 3 – dziecko wpisywało zawsze 4. Taki sam błąd popełniło jeszcze 7 innych uczniów. Zauważyli oni regularność występującą w wynikach odejmowania, jednakże wpisali złe liczby. Wiąże się to z niedostateczną umiejętnością odejmowania.

Kilku badanych (7 osób) opisało dwie zależności. Tylko jedną zależność opisało 36 uczniów np.: *Zauważyłem że odjemna cały czas jest taka sama; W środku idą od góry od 9 do 3; Wszystkie te liczby zaczynają się liczbą 40*. Komentarze te, choć są niepełne świadczą o tym, iż uczniowie ci wychwycili zależność i potrafili ją wykorzystać do kontynuowania regularności. Kilku uczniów nie dopisało odjemnej lub odjemnika, natomiast poprawnie wpisało różnicę – oni dostrzegli regularność.

Niektórzy uczniowie nie umieli nazwać liczb w odejmowaniu i używali określeń dotyczących nazw liczb w dodawaniu np.: *Zauważyłem że składnik pierwszy jest taki sam, a drugi jest o 1 mniejszy i suma tak samo*. Nie wiadomo jednak co uczeń miał na myśli pisząc *tak samo*. Wszak wynik (*suma* – jak to napisał uczeń) nie zmniejszał się tak jak odjemnik, lecz rósł.

W **zad. 4** odjemna i różnica malały o 1, natomiast odjemnik był stały i wynosił 3. Z tym zadaniem bezbłędnie poradziło sobie 23 uczniów. Obliczyli oni prawidłowo wszystkie działania, kontynuowali regularność oraz opisali zależności. Np: *Na początku i na końcu liczby się kolejno zmniejszają, a w środku nic się nie zmienia*. Opis ten świadczy o dostrzeżeniu wszystkich zależności.

Dwie zależności opisało 10 uczniów. Tylko jedną zależność opisało 35 uczniów. Pisali np.: *Zawsze odejmuje się 3; W środku wszystkie cyfry są takie same*.

Dwójka badanych podała złe wyniki, ale uzyskała prawidłowy rytm w kolejnych różnicach. Np. jeden z badanych uzupełnił wyniki liczbami: 50, 59, 58, 57, 56, 55, 54. Tylko pierwszy z podanych wyników jest prawidłowy. Pozostałe liczby w rzędzie dziesiątek powinny mieć cyfrę 4. Można zatem stwierdzić, iż uczeń wykonał nieprawidłowe obliczenie (dla niego $52 - 3$ to 59 zamiast 49), ale zauważył obowiązującą regułę i raczej automatycznie dopisał kolejne wyniki o 1 mniejsze od poprzednich zaczynając od 59.

Niektórzy uczniowie (7 osób) nie dopisali jednego z elementów działania (odjemnika lub odjemnej). Oni poprawnie uzupełnili wyniki i opisali zależności, jednakże przeoczyli puste miejsce, które należało uzupełnić.

Wnioski

Analizując zebrany materiał badawczy można stwierdzić, że badani uczniowie wykazali się nieco wyższym poziomem umiejętności dostrzegania regularności w dodawaniu niż w odejmowaniu. Co potwierdza jeszcze raz powszechne spostrzeżenie, iż dodawanie jest dla dzieci łatwiejszym działaniem niż odejmowanie. Ponadto wyniki dostrzegania regularności w dodawaniu zależą (jednak w niewielkim stopniu) od zakresu liczbowego: im większy zakres liczbowy i trudniejsze obliczenia tym wyniki są niższe.

Ogólnie: umiejętności związane z systematyczną i planową obserwacją oraz analizą, dzięki której uczniowie mogliby zauważyć wszystkie prawidłowości, można ocenić jako średnie. W badanej grupie byli uczniowie wykazujący się wysokim poziomem badanych umiejętności (oni dostrzegają, wykorzystują i opisują

regularności). Jednak taki wysoki poziom prezentował niespełna tylko co czwarty uczeń. Zdecydowanie więcej uczniów (przy dodawaniu 45%, a przy odejmowaniu 36%) prezentowało średni poziom umiejętności (ci dostrzegają i wykorzystują regularności lecz nie potrafią ich opisać lub wykonują zadanie poprawnie bez uświadomienia sobie wszystkich zależności, więc ich nie opisują). Równie duża grupa badanych prezentowała niski lub bardzo niski poziom (33% przy dodawaniu i 40% przy odejmowaniu). Takie wyniki nie są zadowalające. Gdy wziąć pod uwagę fakt, że badane umiejętności są ważne, że można je uznać za jeden z warunków sukcesów zarówno w nauce szkolnej jak i w wielu dziedzinach działalności ludzkiej, warto by poświęcić temu zagadnieniu więcej uwagi w procesie edukacji dzieci.

Ponadto warto wspomnieć, że ci sami uczniowie badani w zakresie umiejętności dostrzegania regularności typu geometrycznego poradzili sobie z nimi lepiej niż z liczbowymi. Wyników tych badań nie przedstawiam w niniejszym opracowaniu. Informuję tylko, że zadanie dzieci polegało na kontynuowaniu oraz na uzupełnianiu szlaczków (regularności sekwencyjnych) zbudowanych z figur geometrycznych. Biorąc pod uwagę fakt, że w polskich szkołach zdecydowanie więcej czasu poświęca się na edukację arytmetyczną, można zadać pytanie *dlaczego wyniki badań są odwrotne do spodziewanych? Jak wytłumaczyć fakt, że w obu badaniach należało się wykazać umiejętnościami dostrzegania regularności i w przypadku regularności geometrycznych wyniki były dużo lepsze niż w przypadku regularności arytmetycznych?* Jak się wydaje odpowiedzi należy szukać w zastosowanym systemie reprezentacji. W przypadku dostrzegania regularności arytmetycznych dzieci cały czas posługiwały się reprezentacjami symbolicznymi (symboliczny zapis liczb i formuł matematycznych), zaś w przypadku dostrzegania regularności geometrycznych uczniowie posługiwali się reprezentacjami ikonycznymi (obrazy). Ciekawe byłoby więc zbadanie czy i jak zmieniłyby się wyniki, gdyby wykrywanie regularności arytmetycznych zostało przeniesione na poziom działalności manipulacyjnej i reprezentacji ikoniczno-enaktywnych. Jeżeli mam rację, wyniki powinny być spektakularnie lepsze.

Zakończenie

Badani uczniowie klas drugich wykazali się średnim poziomem umiejętności dostrzegania regularności typu arytmetycznego. By poprawić efektywność oddziaływań edukacyjnych warto stawiać przed dziećmi zadania wymagające ukierunkowanego analityczno-syntetycznego spostrzegania. Warto też wskazywać im korzyści wynikające z dostrzegania tego typu zjawisk. Ze względu na kluczowe znaczenie poziomu symbolicznego w edukacji szkolnej, należy zatroszczyć się o to, by łączyć czynności spostrzegania z werbalizacją dostrzeżonych prawidłowości. Pomaga to w uświadomieniu sobie wszystkich zależności, a nie jedynie w ich intuicyjnym odczuciu. Ponadto warto zatroszczyć się, by w tej nauce uwzględnić przede wszystkim reprezentacje enaktywne i ikoniczne. Reprezentacje symboliczne powinny być zwieńczeniem całego procesu i być uwzględniane w końcowym etapie tej nauki.

Kontakt i adres

dr Barbara Nawolska
Uniwersytet Pedagogiczny w Krakowie
ul. Ingardena 4
Telefon: +48 12 662 66 19
E-mail: bnawol@vp.pl

FINANČNÍ GRAMOTNOST NA PRVNÍM STUPNI ZÁKLADNÍ ŠKOLY

David NOCAR

Abstrakt

Příspěvek poukazuje na aktuální problém současné společnosti, kterým je finanční gramotnost a s tím související kompetence. Předkládá definici finanční gramotnosti dle dokumentu *Národní strategie finančního vzdělávání* a poukazuje na současné možnosti k implementaci finanční gramotnosti dle *Rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání* a na standard finanční gramotnosti pro 1. stupeň základní školy vymezený v dokumentu *Systém budování finanční gramotnosti na základních a středních školách*.

Klíčová slova: finanční gramotnost, strategické dokumenty finanční gramotnosti v ČR, první stupeň základní školy

FINANCIAL LITERACY AT PRIMARY SCHOOL

Abstract

The contribution presents current problem of contemporary society, which is a financial literacy and related skills. It presents the definition of financial literacy according to the document *National Strategy of Financial Education* and highlights the current possibilities to implement financial literacy according to the *Framework Educational Programme for Elementary Education* and the standard of financial literacy for primary school defined in the document *The building of financial literacy at elementary and secondary schools*.

Key words: financial literacy, strategic documents of financial literacy in the CR, primary school

1. Úvod

V první řadě bychom si měli položit otázku, proč zakomponovat prvky výuky orientované na budování a rozvoj finanční gramotnosti žáků již na 1. stupeň základní školy. Odpověď by mohla být jednoduchá: Čím dříve, tím lépe. Průzkumy finanční gramotnosti dospělé populace ČR prováděné v posledních letech (r. 2007¹, r. 2010²)

¹ *FINANČNÍ GRAMOTNOST - Kvantitativní výzkum pro MF ČR*. [online]. STEM/MARK, červenec 2007. [cit. 2012-02-29]. Dostupné na World Wide Web: <http://www.mfcr.cz/cps/rde/xbcr/mfcr/Vyzkum_Financni_gramotnost_2007_STEM_pdf.pdf>.

² *FINANČNÍ GRAMOTNOST V ČR - Kvantitativní výzkum - Finanční gramotnost obyvatel ČR*. [online]. STEM/MARK, květen - říjen 2010. [cit. 2012-02-29]. Dostupné na World Wide Web: <http://www.mfcr.cz/cps/rde/xbcr/mfcr/EXT_-_PPT_zaverecna_zprava_mereni_FG_-_plne_zneni.pdf>.

dopadly velmi neuspokojivě. Důvodem k zakomponování finanční či ekonomické gramotnosti do výuky je tedy snaha zvýšit úroveň této gramotnosti české populace a dle zmíněných průzkumů nelze spoléhat pouze na domácí výchovu v této oblasti. Generace rodičů současných žáků nemá, protože ani nemohla získat potřebné kompetence během svého vlastního vzdělání, neboť v procesu vzdělávání je tato oblast dle současných standardů zcela nová. Člověk získává pro život ve společnosti potřebné základní kompetence a gramotnosti především ve škole. V rámci povinné školní docházky představuje právě základní škola jednotnou výchozí úroveň pro všechny, proto by právě zde měli žáci získat potřebné základní kompetence ze všech oblastí života, tzn. i určitou základní úroveň finanční gramotnosti. I žáci 1. st. ZŠ ve svém věku 6 - 10 let přicházejí do kontaktu s ekonomickými aspekty života (rodiče chodí do práce - vydělávají peníze; s rodiči chodí nakupovat - začínají poznávat, že si nemohou koupit cokoli, výdaje jsou omezené rodinným/domácím rozpočtem; v obchodech na ně působí různé akce a slevy; doma na ně působí mnohé televizní reklamy; jsou si již vědomi toho, že všechno kolem nás někomu patří; začínají sami hospodařit s vlastními finančními prostředky apod.).

2. Vymezení pojmu Finanční gramotnost, strategické dokumenty

Finanční gramotnost byla v České republice definovaná v roce 2006 v rámci činnosti mezirezortní Pracovní skupiny pro finanční vzdělávání. Na této definici se shodly Ministerstvo financí ČR, Ministerstvo průmyslu a obchodu ČR, Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy ČR a Česká národní banka, ve spolupráci se spotřebitelskými a profesními sdruženími. Uvedená definice finanční gramotnosti je převzata z dokumentu *Národní strategie finančního vzdělávání*, který představuje ústřední dokument pro finanční vzdělávání v České republice. (1)

„Finanční gramotnost je soubor znalostí, dovedností a hodnotových postojů občana nezbytných k tomu, aby finančně zabezpečil sebe a svou rodinu v současné společnosti a aktivně vystupoval na trhu finančních produktů a služeb. Finančně gramotný občan se orientuje v problematice peněz a cen a je schopen odpovědně spravovat osobní/rodinný rozpočet, včetně správy finančních aktiv a finančních závazků s ohledem na měnící se životní situace.“ (2)

V úvodní části příspěvku byly zmíněny ekonomické nikoli finanční aspekty života. Je potřeba si ještě vysvětlit rozdíl mezi finanční gramotností a gramotností ekonomickou.

Finanční gramotnost je specializovanou součástí širší ekonomické gramotnosti, která navíc zahrnuje např. schopnost zajistit si příjem, zvažovat důsledky osobních rozhodnutí na současný a budoucí příjem, orientaci na trhu pracovních příležitostí, schopnost rozhodovat o výdajích apod. (1)

Je tedy na zvážení, zda veškeré činnosti a úlohy implementované do vzdělávacího procesu ke zvýšení úrovně finanční gramotnosti spadají čistě do výše definované specializované části ekonomické gramotnosti zvané finanční gramotnost nebo je zde přesah i do dalších součástí ekonomické gramotnosti. Většina autorů tudíž nerespektuje striktně zaměření studijních materiálů a úloh do této specifické části ekonomické gramotnosti zvané finanční gramotnost a pro zachování širšího pole působnosti tyto dvě oblasti původně ve vztahu širší nadřazené a užší podřízené spojují do tzv. finanční a ekonomické gramotnosti. Příkladem jsou např. publikace autorů M. Skořepy a E. Skořepové vydané ve spolupráci s Českou národní bankou³. V další části příspěvku

³ SKOŘEPA, M. - SKOŘEPOVÁ, E. *Finanční a ekonomická gramotnost pro základní školy a víceletá gymnázia - manuál pro učitele*. Praha : Nakladatelství Scientia, 2008. ISBN 978-80-86960-40-1.

k výše uvedené problematice se budeme věnovat pouze pod označením finanční gramotnost.

Finanční gramotnost je velmi obsáhlý soubor kompetencí, provázaný s mnoha dalšími gramotnostmi např. *gramotnost numerická - schopnost získávat, používat, interpretovat a sdělovat matematické informace a představy tak, aby je dokázali využívat ke zvládnutí matematických nároků řady situací v životě* (3) a s tím související *gramotnost matematická - schopnost jedince poznat a pochopit roli, kterou hraje matematika ve světě, dělat dobře podložené úsudky a proniknout do matematiky tak, aby splňovala jeho životní potřeby jako tvořivého, zainteresovaného a přemýšlivého občana* (4).

Jelikož se v současné době lidé stále více zadlužují, dostávají se do problémů, neví, jak tyto problémy řešit, jaké z toho plynou následky, na koho se obrátit a čemu se vyhnout, aby se nedostaly ještě do větších nesnází, je důležitá i určitá úroveň *gramotnosti právní - orientace v právním systému, přehled o právech a povinnostech a také možnostech, kam se obrátit o pomoc* (1) a podobně bychom našli určitou provázanost s mnoha dalšími gramotnostmi. Z toho je patrné, jak je systém finanční gramotnosti složitý, ale také důležitý pro zodpovědný přístup k životu ve společnosti.

Finanční gramotnost bývá někdy stručněji označována jako soubor kompetencí nutných k efektivní správě osobních a rodinných financí. Z tohoto pohledu v sobě zahrnuje tři složky, někdy označované jako dílčí specifické gramotnosti:

- *gramotnost peněžní* - představující kompetence nutné pro správu jak hotovostních, tak bezhotovostních peněz, finančních transakcí, nástrojů k tomu určených (správa běžných či spořicíh účtů a dalších spořicíh produktů, používání bankomatů, internetového či mobilního bankovníctví, debetních či kreditních karet, popř. i tzv. obálková metoda)
- *gramotnost cenová* - představující kompetence nezbytné pro porozumění cenovým mechanismům (ceny zboží, daně, slevy, ceny finančních nástrojů a služeb včetně poplatků a různých úrokových sazeb)
- *gramotnost rozpočtová* - představující kompetence nezbytné pro správu osobního/rodinného rozpočtu (přehled o svých/rodinných příjmech a výdajích, stanovování cílů a priorit dle svého/rodinného rozpočtu) a zahrnuje i schopnost zvládat různé životní situace z finančního hlediska. Rozpočtová gramotnost také zahrnuje správu finančních aktiv (spoření, investice, pojištění) a pasiv (úvěr, půjčka, hypotéka, leasing). (srov. 1)

Definice finanční gramotnosti uvedená v této kapitole převzatá z dokumentu *Národní strategie finančního vzdělávání* představuje základ společného dokumentu Ministerstva financí ČR, Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy ČR, Ministerstva průmyslu a obchodu ČR vypracovaného na základě usnesení vlády č. 1594 ze dne 7. prosince 2005 nazvaného *Systém budování finanční gramotnosti na základních a středních školách*, který stanovil standardy finanční gramotnosti vymezující cílový stav úrovně finanční gramotnosti pro základní a střední vzdělávání.⁴

3. Finanční gramotnost a RVP ZV

V *Rámcovém vzdělávacím programu pro základní vzdělávání* se přímo s pojmem *finanční gramotnost* nesetkáme. Přesto tento strategický dokument poskytuje spoustu

⁴ Dokument *Systém budování finanční gramotnosti na základních a středních školách* byl vydán v roce 2007 a vycházel z původní verze dokumentu *Strategie finančního vzdělávání* vydaného taktéž v roce 2007. Dokument *Národní strategie finančního vzdělávání* z roku 2010 citovaný v tomto článku je aktualizovaná verze původního dokumentu *Strategie národního vzdělávání* z roku 2007.

prostoru a potenciál k jejímu začlenění a rozvoji. Již v úvodu tohoto dokumentu se uvádí:

„Základní vzdělávání má žákům pomoci utvářet a postupně rozvíjet klíčové kompetence a poskytnout spolehlivý základ všeobecného vzdělání orientovaného zejména na situace blízké životu a na praktické jednání.“ (5)

Zde je jistě patrné, že kompetence vyplývající z finanční gramotnosti lze a je dokonce nutné je považovat za součást základu všeobecného vzdělání orientovaného na situace blízké životu a na praktické jednání. Jak ale definuje klíčové kompetence základního vzdělání RVP ZV?

„Klíčové kompetence představují souhrn vědomostí, dovedností, schopností, postojů a hodnot důležitých pro osobní rozvoj a uplatnění každého člena společnosti. Jejich výběr a pojetí vychází z hodnot obecně přijímaných ve společnosti a z obecně sdílených představ o tom, které kompetence jedince přispívají k jeho vzdělávání, spokojenému a úspěšnému životu a k posilování funkcí občanské společnosti.“

Smyslem a cílem vzdělávání je vybavit všechny žáky souborem klíčových kompetencí na úrovni, která je pro ně dosažitelná, a připravit je tak na další vzdělávání a uplatnění ve společnosti. Osvojování klíčových kompetencí je proces dlouhodobý a složitý, který má svůj počátek v předškolním vzdělávání, pokračuje v základním a středním vzdělávání a postupně se dotváří v dalším průběhu života. Úroveň klíčových kompetencí, které žáci dosáhnou na konci základního vzdělávání, nelze ještě považovat za ukončenou, ale získané klíčové kompetence tvoří neopomenutelný základ žáka pro celoživotní učení, vstup do života a do pracovního procesu.

Klíčové kompetence nestojí vedle sebe izolovaně, různými způsoby se prolínají, jsou multifunkční, mají nadpředmětovou podobu a lze je získat vždy jen jako výsledek celkového procesu vzdělávání. Proto k jejich utváření a rozvíjení musí směřovat a přispívat veškerý vzdělávací obsah i aktivity a činnosti, které ve škole probíhají.

Ve vzdělávacím obsahu RVP ZV je učivo chápáno jako prostředek k osvojení činností zaměřených očekávaných výstupů, které se postupně propojují a vytvářejí předpoklady k účinnému a komplexnímu využívání získaných schopností a dovedností na úrovni klíčových kompetencí.

V etapě základního vzdělávání jsou za klíčové považovány: kompetence k učení; kompetence k řešení problémů; kompetence komunikativní; kompetence sociální a personální; kompetence občanské; kompetence pracovní.“ (5)

Pokud se zrovna zaměřujeme na kompetence vyplývající z finanční gramotnosti, dokázali bychom je vidět v každé větě výše uvedené citace. Jistě si nedovedeme představit osobní rozvoj a uplatnění člena společnosti bez finanční gramotnosti. Obecně přijímané hodnoty v současné společnosti zcela jistě zahrnují i kompetence této gramotnosti přispívající ke spokojenému a úspěšnému životu a k posilování funkcí občanské společnosti. Finanční gramotnost stejně jako veškeré ostatní kompetence nelze považovat ani zdaleka za ukončenou základním vzděláváním, ale již základní vzdělávání musí vytvářet základ pro další stupně vzdělávání, vstup do života a do pracovního procesu. Prolínání a multifunkční efekt finanční gramotnosti s ostatními kompetencemi jistě není potřeba podrobněji rozebírat. Souvislost s jinými gramotnostmi a z nich plynoucími kompetencemi byla zmíněna v předchozí kapitole toho článku. Tímto náhledem, srovnáním či včleněním vybudované představy o finanční gramotnosti jsem chtěl ukázat, v jak velké míře jí můžeme vidět v takovém strategickém dokumentu základního vzdělávání, jakým RVP ZV je, čímž vyvstává úvaha, jestli by tento dokument neměl být co nejdříve aktualizován a doplněn o témata podporující finanční

gramotnost, jako je tomu v Rámcovém vzdělávacím programu pro gymnázia⁵ nebo v Rámcovém vzdělávacím programu pro odborné vzdělávání např. pro obor 75-31-J/01 Pedagogika pro asistenty ve školství⁶ apod.

Aktualizaci *Rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání* lze očekávat již z charakteru tohoto dokumentu, ve kterém se na str. 10 přímo uvádí pod Principy Rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání následující:

„RVP ZV je otevřený dokument, který bude v určitých časových etapách inovován podle měnících se potřeb společnosti, zkušeností učitelů se ŠVP i podle měnících se potřeb a zájmů žáků.“ (5)

Jak a kde v současné době implementovat učivo podporující finanční gramotnost do ŠVP v souladu s RVP ZV.

I když jsme již uvedli, že v rámci RVP ZV nejsou prozatím přímo vymezeny specifické oblasti pro rozvoj finanční gramotnosti, neznamená to, že by základní školy nemohly tuto problematiku začlenit do svých školních vzdělávacích programů. Problematika finanční gramotnosti je provázána s mnoha jinými gramotnostmi a z hlediska rozdělení vzdělávacího obsahu v rámci RVP ZV do specifických vzdělávacích oblastí ji lze zakomponovat do oblastí: Matematika s její aplikace, Informační a komunikační technologie, Člověk a jeho svět, Člověk a společnost, Člověk a svět práce popř. i Člověk a zdraví. Téměř v každé oblasti bychom našli prostor pro podporu finanční gramotnosti a stejně tak bychom mohli postupovat i v rámci průřezových témat.

„RVP ZV otevírá možnosti práce s finanční gramotností především v pasážích, které se týkají praktického života, kritického přístupu k informacím, užívání logických, matematických a empirických postupů při řešení problémů, zodpovědnosti za svá rozhodnutí, aktivit potřebných k uskutečnění podnikatelského záměru. Za dominantní je pro rozvoj finanční gramotnosti považována kompetence k řešení problémů. V obecné rovině je v klíčových kompetencích zahrnuto vše, co vyplývá z definice finanční gramotnosti.“ (1)

Učitelé resp. školy již plní funkci budování a rozvoje finanční gramotnosti svých žáků zakomponováním příslušných témat do svých ŠVP a tím naplňují standardy finanční gramotnosti definované v dokumentu *Systém budování finanční gramotnosti na základních a středních školách*. K této aktivitě se prozatím přistupuje dobrovolně, do RVP ZV bude komplexně začleněna až v další revizi, ale učitelé a školy jsou si vědomi důležitosti naplňování těchto standardů, k čemuž byli i vybídnuti začátkem roku 2011 ing. Martinem Krejzou - vrchním ředitelem sekce vzdělávání MŠMT ČR v dopise Sdělení ředitelům škol v základním a středním vzdělávání o zařazení finanční gramotnosti do PISA 2012 a další doporučení⁷, kde žádá ředitele škol, aby dle svých možností věnovali ve výuce žáků pozornost finanční gramotnosti, neboť MŠMT vnímá finanční vzdělávání jako důležitou součást přípravy žáků v počátečním vzdělávání. V úvodu dopisu také upozorňuje na nadcházející realizaci mezinárodního výzkumu

⁵ *Rámcový vzdělávací program pro gymnázia*. [online]. Praha: Výzkumný ústav pedagogický v Praze, 2007. [cit. 2012-02-29]. Dostupné z WWW: <http://www.vuppraha.cz/wp-content/uploads/2009/12/RVPG-2007-07_final.pdf>. ISBN 978-80-87000-11-3.

⁶ *Rámcový vzdělávací program pro obor 75-31-J/01 Pedagogika pro asistenty ve školství*. [online]. Praha: Národní ústav odborného vzdělávání, 2009. [cit. 2012-02-29]. Dostupné z WWW: <http://zpd.nuov.cz/RVP_3_vlna/RVP%207531J01%20Pedagogika%20pro%20asistenty%20ve%20skolskosti.pdf>.

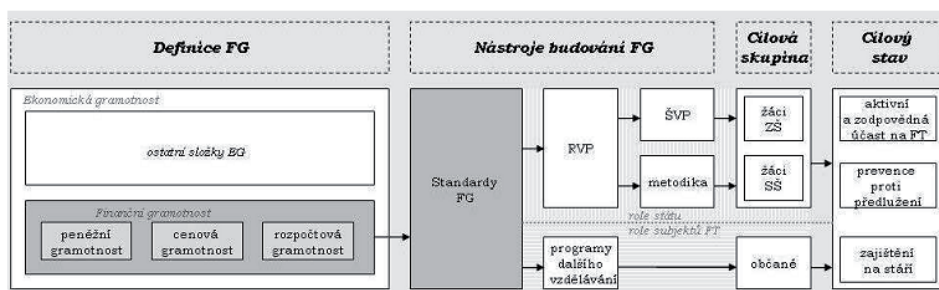
⁷ KREJZA, M. *Sdělení ředitelům škol v základním a středním vzdělávání o zařazení finanční gramotnosti do PISA 2012 a další doporučení*. MŠMT ČR. [Online] 11. duben 2011. [Citace: 29. únor 2012] http://www.msmt.cz/file/15289_1_1/

PISA 2012, během kterého budou testováni patnáctiletí žáci. Tomuto výzkumu bude dominovat matematika a jednou z alternativních komponent testování bude tentokrát i finanční gramotnost.

4. Standard finanční gramotnosti pro žáka 1. stupně ZŠ

Standardsy finanční gramotnosti vymezuje již zmíněný dokument *Systém budování finanční gramotnosti na základních a středních školách*, který vznikl jako společný dokument Ministerstva financí ČR, Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy ČR, Ministerstva průmyslu a obchodu ČR vypracovaný na základě usnesení vlády č. 1594 ze dne 7. prosince 2005 a aktualizovaný v prosinci 2007 v souladu se Strategií finančního vzdělávání. Tento dokument uvádí:

„Z definice finanční gramotnosti vycházejí konkrétní standardy finanční gramotnosti, které stanovují ideální úroveň finanční gramotnosti pro různé cílové skupiny, resp. cílový stav finančního vzdělávání pro různé stupně vzdělávání. Tyto standardy jsou následně implementovány do RVP (u počátečního vzdělávání na ZŠ a SŠ) či slouží jako východisko při tvorbě konkrétních vzdělávacích programů a aktivit směřujících k rozvoji a zvyšování úrovně finanční gramotnosti žáků a dospělé populace (u dalšího vzdělávání), resp. specifických cílových skupin.“ (6)



Obr. 1: Role standardů finanční gramotnosti (6)

Aby bylo možno naplňovat standardy finanční gramotnosti na ZŠ, správně uchopit tuto problematiku a vhodně ji žákům podat, potřebují i učitelé získat určité zkušenosti, doporučení, metodické materiály a vzorové příklady z této oblasti. Na přípravě těchto podkladů přislíbilo spoluúčast MŠMT, VÚP, NÚOV a MF. Očekává se také vznik dalších materiálů připravovaných a vydávaných i jinými subjekty, ze kterých si školy budou moci vybírat příklady a inspirovat se tak při přípravě vlastních ŠVP. Příkladem takto vznikajících materiálů může být např. nedávno vydaná publikace *Finanční gramotnost srozumitelně a bez překážek* od Jiřího Brabce a kol. vydaná nakladatelstvím ABC finančního vzdělávání za podpory finanční společnosti Broker Consulting, a.s.⁸

Do doby, než dojde k aktualizaci RVP ZV je v dokumentu SBFG na ZŠ a SŠ doporučeno implementovat standardy finanční gramotnosti do vzdělávání na dobrovolné bázi. Tento dokument předkládá standard finanční gramotnosti pro základní vzdělávání (1. stupeň ZŠ a 2. stupeň ZŠ). V následující tabulce si uvedeme pouze standardy pro 1. stupeň ZŠ.

⁸ BRABEC, J. *Finanční gramotnost srozumitelně a bez překážek*. Plzeň: ABC Finančního vzdělávání, o.p.s., 2011. ISBN 978-80-905057-0-4.

Standard finanční gramotnosti pro 1. stupeň základní školy	
Peníze	
Obsah	Výsledky
▪ <i>hotovostní a bezhotovostní forma peněz</i> ▪ <i>způsoby placení</i> ▪ <i>banka jako správce peněz</i>	▪ <i>používá peníze v běžných situacích</i> ▪ <i>odhadne a zkontroluje cenu nákupu a vrácené peníze</i>
Hospodaření domácnosti	
Obsah	Výsledky
▪ <i>rozpočet, příjmy a výdaje domácnosti</i> ▪ <i>nárok na reklamaci</i>	▪ <i>na příkladu ukáže, proč není možné realizovat všechny chtěné výdaje</i>
Finanční produkty	
Obsah	Výsledky
▪ <i>úspory</i> ▪ <i>půjčky</i>	▪ <i>vysvětlí, proč spořit, kdy si půjčovat a jak vracet dluhy</i>

Tab. 1: Standard finanční gramotnosti pro 1. st. ZŠ (srov. 6)

U tohoto standardu není vymezeno ani doporučeno, do které vzdělávací oblasti by měl být začleněn. Důvod je prostý, jak již bylo uvedeno ve třetí kapitole tohoto článku, problematika finanční gramotnosti zasahuje svým charakterem téměř do všech vzdělávacích oblastí vymezených RVP ZV.

5. Závěr

Finanční gramotnost je v současné společnosti velmi aktuální a diskutovaná problematika. Na každého jedince působí každý den spousta faktorů (nabídky finančních půjček, zvýhodněné nabídky různých pojištění, reklamy apod.) se kterými se nedokáže správně vyrovnat, protože se v nich nedokáže adekvátně orientovat. Chybí potřebné kompetence, aby se daný jedinec a celá domácnost stále více nezadlužovali, jak je tomu v současnosti u českých domácností. Souvislost je právě s nízkou úrovní finanční gramotnosti dospělé populace vyplývající z průzkumů v letech 2007 a 2010. Aby se deficit těchto kompetencí začal snižovat, je potřeba začít s rozvojem finanční gramotnosti již od školního věku. I když tato oblast není prozatím v RVP ZV přímo vymezena, je zde spousta prostoru k jejímu zakomponování. Než vyjde nová revidovaná verze RVP ZV, poskytuje učitelům podklad pro rozvoj finanční gramotnosti žáků dokument Systém budování finanční gramotnosti na základních a středních školách, ze kterého vychází uvedený standard finanční gramotnosti pro 1. stupeň základní školy. Dá se předpokládat, že tato verze standardu není konečná, stejně jako se reviduje RVP ZV, bude se určitě revidovat i tento standard, neboť teprve až praxe ukáže, které oblasti vymezené tímto standardem jsou vhodné, které nikoliv a které je potřeba doplnit. Kompetence vyplývající z finanční gramotnosti jsou pro život nezbytné a je potřeba je rozvíjet na všech úrovních vzdělávacího systému. Říká se, že „peníze nejsou vše“ a určitě by to tak být nemělo, aby peníze představovaly to nejdůležitější v životě člověka, ale pokud člověk nedokáže se svými financemi hospodařit, dostává se včetně celé své rodiny do finančních problémů, které negativně ovlivňují kvalitu života ve všech jeho aspektech.

Príspevek vznikl v rámci realizace projektu FRVŠ č. 274/2012 Inovace předmětu Ekonomická a finanční matematika realizovaného na Katedře matematiky Pedagogické fakulty Univerzity Palackého v Olomouci, hl. řešitel Mgr. David Nocar, Ph.D.

Literatura

1. ALTMANOVÁ, J. a kol. *Gramotnosti ve vzdělávání - příručka pro učitele*. Praha : Výzkumný ústav pedagogický v Praze, 2010. 978-80-87000-41-0.
2. *NÁRODNÍ STRATEGIE FINANČNÍHO VZDĚLÁVÁNÍ - 2010*. Ministerstvo financí ČR. [Online] květen 2010. [Cit. 29. únor 2012.] Dostupné na World Wide Web: <http://www.mfcr.cz/cps/rde/xbcr/mfcr/Narodni_strategie_Financniho_vzdelavani_MF2010.pdf>
3. *NUMERICKÁ GRAMOTNOST DOSPĚLÝCH: KONCEPTUÁLNÍ RÁMEC PRO PIAAC. PIAAC - Mezinárodní výzkum dospělých*. [Online] březen 2009. [Cit. 29. únor 2012.] Dostupné na World Wide Web: <http://www.piaac.cz/attach/matematicka_gramotnost.pdf>
4. *Koncepce matematické gramotnosti ve výzkumu PISA 2003*. Ústav pro informace ve vzdělávání. [Online] 2004. [Cit. 29. únor 2012.] Dostupné na World Wide Web: <<http://www.uiv.cz/soubor/673>>
5. *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání*. Metodický portál RVP. [Online] 1. říjen 2010. [Citace: 29. únor 2012.] <http://www.vuppraha.cz/wp-content/uploads/2009/12/RVPZV-pomucka-ucitelum.pdf>.
6. *Systém budování finanční gramotnosti na základních a středních školách*. MŠMT. [Online] prosinec 2007. [Citace: 29. únor 2012.] http://www.msmt.cz/uploads/soubory/zakladni/SP_SBFG_2007_web.pdf.

Kontaktní adresa

Mgr. David Nocar, Ph.D.

Katedra matematiky, Pedagogická fakulta, Univerzita Palackého v Olomouci

Žižkovo nám. 5, 77140 Olomouc, ČR

Telefon: +420 585 635 709

E-mail: david.nocar@upol.cz

K TVORBĚ SLOVNÍCH ÚLOH ŽÁKY PRIMÁRNÍ ŠKOLY

Bohumil NOVÁK

Abstrakt

Jedním z očekávaných výstupů Rámcového vzdělávacího programu a standardu vzdělávání v matematice v ČR je také samostatná tvorba slovních matematických úloh žáky na konci primárního vzdělávání. Uvedenou aktivitu považujeme za nástroj k vytvoření vhodného prostředí pro tvořivou aktivitu žáků. V příspěvku se zamýšlíme nad výsledky výzkumného šetření, které se touto problematikou zabývalo a které reflektovalo také názory učitelů primární školy.

Klíčová slova: matematická úloha, slovní úloha, tvorba úlohy, žák primární školy, učitel matematiky.

ON POSING WORD PROBLEMS BY PRIMARY SCHOOL PUPILS

Abstract

Among the expected outcomes of the Framework Education Programme for Elementary Education and the standard of mathematics education in the Czech Republic there is also posing word problems by pupils themselves at the end of the primary education. We believe that this activity is a suitable tool for creating environment to support creativity of pupils. In the contribution we discuss results of a research concerning this issue, which reflected experience and opinions of primary school teachers.

Keywords: mathematical tasks, word problems, problem posing, problem solutions, problem solving, primary school pupils, teachers of mathematics.

1. Úvod

Učební úloha se vymezuje jako „každá pedagogická situace, která se vytváří proto, aby zajistila u žáků dosažení určitého učebního cíle“ (*Průcha, aj. 1995, s. 240*). Mnohotvárnost forem pedagogických situací a výukových cílů se odráží v širokém spektru učebních úloh, k jejichž studiu je možné přistupovat z různých pozic. *Kuřina (2003)* pod pojmem *matematická úloha* chápe jakoukoli výzvu k matematické činnosti. V taxonomii učebních úloh podle náročnosti poznávacích operací nutných k jejich řešení (*Tollingerová, 1986*) se uvádí kladení otázek a formulace úloh jako aktivita vysoké kognitivní náročnosti.

Školská praxe potvrzuje, že tvorba či obměna úloh je jednou z aktivit, kterými lze významně obohatit matematické vyučování. Přitom je možné využít různých způsobů, jak žákům specifikovat zadání pro vytváření úloh. Žáci mohou např. tvořit úlohy, v jejichž zadání se vyskytují předem daná čísla (úlohy s daným matematickým modelem), mohou tvořit úlohy související s daným tématem (*Bureš, Novotná 2008*),

úlohy ke konkrétnímu příběhu, k zadanému obrázku (Pavlovičová, 2012) nebo k reálné situaci (např. Palková, Pridavková a kol., 2011).

Někteří autoři zdůrazňují (Silver, 1997), že je možné využít tvorbu úloh („*problem posing*“) také jako diagnostický nástroj žákovského chápání matematiky a matematických pojmů, jako příležitost přiblížit se k podstatě matematiky jako vědní disciplíny (Kopka, 2007) nebo jako nástroj ke zlepšení schopnosti řešit *slovní úlohy* (Novotná, 2000). Slovní úlohou přitom obvykle rozumíme úlohu z praxe, ve které je popsána určitá reálná situace, jež vyúsťuje v problém. Ten je možné řešit buď v realitě, nebo matematicky (Divíšek, 1989).

K samostatné tvorbě úloh žáky primární školy směřuje v aktuálním kurikulu – Rámcovém vzdělávacím programu základního vzdělávání – jeden z očekávaných výstupů tematického okruhu „Číslo a početní operace“, který je formulován takto: *Žák řeší a tvoří úlohy, ve kterých aplikuje osvojené početní operace v celém oboru přirozených čísel*. Standardy vzdělávání na konci primárního matematického vzdělávání uvádějí k danému očekávanému výstupu dva indikátory:

- žák **přijádí** k zadanému jednoduchému matematickému vyjádření smysluplnou slovní úlohu (situaci ze života),
- žák **tvorí** slovní úlohu k matematickému vyjádření.

V tomto smyslu nejde tedy o sestavování či formulaci úloh s vágním zadáním („sestavte slovní úlohu na sčítání, na násobení, ...“), ale o *postižení významu explicitně zadaného matematického modelu* – v terminologii vzdělávacích standardů „matematického vyjádření“, např. aritmetickou operaci s danými (přirozenými) čísly - *a jeho ukotvení ve smysluplném věcném kontextu*, obsahující jednotlivé parametry úlohy (podmínky, operátor, otázka).

2. Cíle a metoda šetření

V našem příspěvku se pokusíme shrnout předběžné výsledky pilotního šetření, zaměřeného na dovednost tvorby slovních úloh žáky primární školy **v pojetí vzdělávacích standardů**. Zajímalo nás, jak dovedou žáci 5. ročníku ZŠ (sonda byla realizována na konci prvního pololetí) uvedených indikátorů dosahovat - zda dovedou vytvořit úlohu podle určitého zadání - a jak vnímají a reflektují tyto indikátory a jejich dosahování žáky primární školy jejich učitelé.

Žákům a učitelům (výzkumný vzorek tvořili učitelé fakultních škol Pedagogické fakulty UP v Olomouci a studenti kombinované formy studia učitelství pro 1. stupeň ZŠ a žáci některých z těchto učitelů – celkem 62 učitelů, 168 žáků z 9 různých škol) jsme zadali 3 úlohy:

1) *Přiřaďte k jednotlivým úlohám odpovídající matematické vyjádření:*

$$36 + 4 = \quad 36 - 4 = \quad 36 \times 4 = \quad 36 : 4 =$$

Mamince je 36 let. Její dcera je čtyřikrát mladší. Kolik let je dceři?

Matematické vyjádření

Pavel měl ve sbírce 36 modelů letadel. Od dědečka dostal 4 nové modely. Kolik modelů letadel má nyní celkem?

Matematické vyjádření

V počítačové učebně bylo původně 36 počítačů. 4 počítače však již byly zastaralé a poruchové, proto byly z učebny odstraněny. Kolik počítačů v učebně zůstalo?

Matematické vyjádření

Ve školní jídelně připravovala kuchařka 4 mísy s jablky. V každé míse bylo 36 jablek. Kolik jablek měla kuchařka celkem?

Matematické vyjádření

Poznámka: Jedná se o autentické zadání ilustrační úlohy převzaté ze standardů matematiky.

2) Přiřaďte ke slovním úlohám odpovídající matematické vyjádření a úlohy vyřešte:

$$25 + (25 + 5)$$

$$25 - (25 + 5)$$

$$25 + (25 - 5)$$

$$25 - (25 - 5)$$

$$25 + (25 \times 5)$$

$$25 - (25 \times 5)$$

$$25 + (25 : 5)$$

$$25 - (25 : 5)$$

Vagón naložený uhlím váží 25 tun. Prázdný vagón je pětkrát lehčí. Kolik tun váží uhlí?

Matematické vyjádření:

Řešení:

Na hřišti bylo 25 chlapců, děvčat bylo o 5 více. Kolik bylo na hřišti všech dětí?

Matematické vyjádření:

Řešení:

Čokoláda je za 25 Kč, lízátko je pětkrát levnější. Kolik zaplatíme za čokoládu a lízátko?

Matematické vyjádření:

Řešení:

Turista cestoval autobusem a vlakem. Za jízdenku na autobus zaplatil 25 korun, za jízdenku na vlak pětkrát více. Kolik zaplatil za obě jízdenky dohromady?

Matematické vyjádření:

Řešení:

Poznámka: Složené slovní úlohy řešené dvěma početními operacemi. Stejně jako v předchozím úkolu jsou použita stejná čísla, aby nebylo možné přiřadit úlohu k matematickému vyjádření jen na základě shody číselných údajů. Záměrně je nabídnuto matematických vyjádření více (aby z nich mohl žák vybrat) a jsou „nabídnuta“ i taková matematická vyjádření, která v oboru přirozených čísel nemohou vést k řešení úlohy, např. $25 - (25 \times 5)$.

3) K matematickému vyjádření formulujte smysluplné slovní úlohy (reálné situace ze života):

A. $50 + \square = 135$

B. $(10 + 5) \times 6$

Vytvořte co nejvíce různých slovních úloh.

Vzor:

A. Martin chce koupit mamince dárek za 135 Kč. Má již 50 Kč. Kolik musí ještě ušetřit?

B. V zahradě je 6 řad stromů. V každé řadě je 10 jablek a 5 hrušní. Kolik stromů roste v zahradě celkem?

Učitele jsme požádali také o vyjádření vzhledem k očekávané obtížnosti úloh pro žáky a jejich připomínky k zadaným úlohám 1 - 3:

Vyřešte a vyjádřete svůj názor na obtížnost uvedené úlohy **pro žáky 5. ročníku ZŠ**:

- 1) velmi snadná, měli by ji vyřešit všichni žáci
- 2) snadná, měla by vyřešit většina žáků
- 3) obtížná, ale někteří žáci ji vyřeší
- 4) velmi obtížná, vyřeší ji pouze nejlepší žáci (talentovaní na matematiku)
- 5) nevím, neumím posoudit

Uveďte, prosím, své názory, poznámky, náměty, připomínky k zadaným úlohám.

3. Výsledky a jejich interpretace

Úloha č. 1 byla řešena s vysokou mírou úspěšnosti. Všechny slovní úlohy správně přiřadilo k matematickému vyjádření 140 žáků, tj. 83,3 %, 28 žáků (16,7 %) se dopustilo alespoň jedné chyby. Nejčastější chybou bylo přiřazení slovního vyjádření „čtyřikrát mladší“ k matematickému výrazu násobení 36×4 (případné chyby v numerických výpočtech jsme registrovali, ale do výsledku šetření nezahrnovali).

Očekávání učitelů v podstatě kopirovalo zjištěný stav: 23 učitelů (37,1 %) považovalo úlohu za velmi snadnou, kterou by měli vyřešit všichni žáci, 34 učitelů (54,8 %) za snadnou, kterou by měla umět vyřešit většina žáků, 5 učitelů (8,1 %) nedokázalo posoudit.

Podstatně odlišné výsledky byly zjištěny v úloze č. 2. Matematické výrazy přiřadilo ke všem slovním úlohám správně 45 žáků (26,8 %), s 1 chybou 23 žáků (13,7 %). Chybná řešení lze rozdělit do tří úrovní:

- chybná identifikace některé početní operace v textu úlohy, např. poměrně častá záměna formulace *o 5 více*, resp. *pětkrát* levnější, ale přitom pochopení matematického vyjádření složené slovní úlohy (23,2 %),
- nepochopení úlohy jako složené ze dvou jednoduchých, které se projevilo v tom, že žák zapsal matematické vyjádření pouze např. ve tvaru $25:5$ (19,6 %),
- neporozumění podstatě úkolu - nebylo přiřazeno žádné matematické vyjádření (16,7 %).

V našem šetření nás zajímalo především přiřazení matematického vyjádření k textu úlohy. Při řešení, které bylo rovněž požadováno, se ukázalo, že vyjádření úlohy se závorkami je pro žáky obtížnější než řešení ve dvou krocích – dvou jednoduchých úlohách.

Podle mínění 22 učitelů (35,5 %) se jedná o úlohu snadnou, kterou by měla vyřešit většina žáků nebo dokonce všichni žáci (2 učitelé, tj. 1,2 %). 29 učitelů (46,8 %) se domnívá, že úloha je obtížná, ale někteří žáci ji vyřeší, podle 6 učitelů (9,7 %) ji vyřeší pouze nejlepší žáci, 3 respondenti neuměli posoudit (4,8 %).

V úkolu č. 3 byla požadována *samostatná formulace úloh* vzhledem k zadanému matematickému vyjádření. Pokusy žáků vedly k rozmanitým výsledkům. 64, tj. 36,9 % žáků *nevytvořilo žádnou* smysluplnou úlohu k zadání A), 103, tj. 63,6 % žáků k zadání B). Úspěšnost žáků byla tedy velmi nízká. Přestože jsme záměrně zvolili náročnější úkol (zadání B), odráží uvedená skutečnost podle našeho názoru to, že žáci nejsou na podobnou aktivitu v matematickém vyučování zvyklí - často bylo pro učitele obtížné přimět žáky, aby se vůbec pokusili nějaké úlohy vytvořit.

Úspěšné žákovské produkty se odlišovaly počtem úloh (někteří žáci dokázali vytvořit k jednomu modelu 3 - 4 různé úlohy), vyznačovaly se značnou různorodostí v kontextu (s převládajícím zaměřením na jednoduchou „finanční matematiku“ – ceny zboží, nákupy aj.), v délce, přesnosti a komplikovanosti zadání.

Zajímavá je reflexe učitelů. Pouze podle názoru 8 učitelů (12,9 %) je zadaný úkol velmi obtížný, který dokážou vyřešit jen nejlepší žáci (talentovaní na matematiku). 29 učitelů (46,8 %) se domnívá, že samostatně zformulovat úlohy dokážou pouze někteří žáci a 18 učitelů (29,0 %) dokonce považují formulaci úloh k zadaným matematickým vyjádřením za snadnou, kterou by měla zvládnout většina žáků. 7 učitelů (11,3 %) neumí posoudit.

Uvádíme několik ukázek produkce žáků, kteří úspěšně zformulovali úlohy z různého kontextového prostředí, odpovídající zadanému matematickému vyjádření.

Ukázka úloh žáka 1:

- B. 1) (Těšstmanci) Brigádníci dostávají výplatu. Brigádník je 6 a každý dostane 10 Kč za oběd a 5 Kč za oděnou prádlo. Kolik jim dohromady dají Kč?
 2) Ké šlo se přidat abí papírů. První 6 dětí s největším počtem papírů dostanou 10 límečků a 5 límečků. Kolik dostanou děti dohromady?
 3) Ké šlo se 6 lidí lávce po 10 modrých a 5 červených lávce. Kolik je se dvěma lávce?

Ukázka úloh žáka 2:

- A. 1) Jarda chce koupit nějakou pro paní učitelku. Děječek stojí 135 Kč. Jarda má 50 Kč. Kolik Jarda musí ušetřit?
 2) Mlynář má namlet 135 pytlů. Namlel zatím 50 pytlů. Kolik musí ještě namlet?
 3) Maminka chce koupit brčko. Kdo je stojí 135 Kč. Čadla si je 50 Kč. Kolik si maminka ještě musí zaplatit?
 B. 1) Ké šlo se koupit nové chvilky. Kdo je stojí 135 Kč. Dostal od babičky 50 Kč. Kolik musí ještě zaplatit?
 2) Ké šlo se koupit nové chvilky. Kdo je stojí 135 Kč. Dostal od babičky 50 Kč. Kolik musí ještě zaplatit?

Ukázka úloh žáka 3:

- A. 1) Tomáš z bílé farby. Učitel má 50. Kolik mu zbývá do 100?
 2) Ředitel obědnu učitelů učebnice č. 1. Věskladu jich má 50 a potřebuje je 135. Kolik jich má přibědnat?
 3) V továrně vyrábějí hračky. Máli vyrobili 135 medvíčků. Učitel má 50. Kolik jim zbývá vyrobili medvíčků?
 4) Maminka má 50 Kč ale potřebuje 135 Kč. Kolik si musí dokoupit?
 B. 1) Na plechu je 6 řád koláčů. V každé řadě 5 makových a 10 povidlových koláčů. Kolik je na plechu koláčů?

Řada úloh byla formulačně chudých, stereotypních, autoři nevyužili ani požadované číselné údaje. Úlohy obsahovaly formulační nepřesnosti, nejednoznačnosti i velké množství gramatických chyb.

Ukázka úloh žáka 4:

- A. 1) *Salomek chce si koupit rifle za 135 Kč a má 50 Kč holik musí našetřit*
 2) *manuška chce si koupit pouzdro za 135 Kč a má 50 Kč holik musí našetřit*
 3) *sin chce si koupit auto na ovčáky za 135 Kč a má 50 Kč holik musí našetřit*
 4) *deera chce si koupit rovníku za 135 Kč a má 50 Kč holik musí našetřit*
 B. 1) *Salomek má fírovu 6 řad v hradě má 10 červenech 5 modrých a 5 bílých*
 2) *manuška má na zahrádce 6 řad ko hradě má 10 červených 5 modrých a 5 bílých*
 3) *ve vesnici je 6 řad domu 10 v hradě je 10 velkých 5 malých a 5 bílých*
 4) *sestra má v hradě rovníků v hradě má 10 stejných 5 jiných*

Ukázka úloh žáka 5:

- A. 1) *Marion si chce koupit fírovu za 135 Kč. Má 50 Kč. Kolik si musí ještě našetřit*
 2) *Kubosi chce koupit hru na PC za 135 Kč. Má 50 Kč. Holik si musí našetřit*
 3) *Franko se chce koupit jízdníku za 135 Kč. Ale má jím 50 Kč holik si musí našetřit*
 4)
 B. 1) *V hradě je 6 řad pelunů a 10 tulipánů a 5 pelů bílých v kolikati řadách*
 2) *V domě je 6 řad pančolových píslů 10 gromů a 5 zhopijonů kolik je v domě pančolů*
 3) *Vleparku bylo 6 divosavů 10 divosavů a 5 velkých raprů. Holik jich doma*
 4) *V soz bylo 6 blců v jadr 10 blů a v duce 5 ankylo. Holik doma bylo sozů*

4. Závěrečná poznámka

V rámci našeho šetření jsme se pokusili hledat odpověď na otázku, zda jsou žáci 5. ročníku schopni vytvořit slovní úlohu podle určitého zadání. Šlo přitom o zadání, která měla podobu matematického vyjádření, tak, jak je požadováno ve standardu vzdělávání pro 1. stupeň ZŠ. Zatímco autentické zadání ilustrační úlohy převzaté ze standardů matematiky směřující k přiřazení jednoduché slovní úlohy k matematickému modelu bylo většinou žáků úspěšně zvládnuto, náročnější úkoly – zejména samostatná tvorba slovní úlohy k danému modelu – činily žákům značné potíže.

Charakter naší sondy, rozsah vzorku respondentů i určitá subjektivita, daná např. různým přístupem učitelů k zadání úkolů, neopravňují k jednoznačným, kategorickým soudům. Naše zjištění však naznačují, že samostatná tvorba úloh není ve školské praxi jevem zcela běžným, že pro řadu žáků byla požadovaná aktivita velmi nezvyklá, se kterou se často nesetkávají. Zejména výsledky, které přinesl 3. úkol, nejsou uspokojivé. Domníváme se spolu s Novotnou (2000), že při samostatné tvorbě úloh se žáci dostávají do nové role, kdy se z pasivního příjemce úloh zadaných učitelem nebo učebnicí stávají jejich samostatnými tvůrci a blíží se tak samotné podstatě matematické aktivity. Zařazování

tvorby slovních úloh do výuky tak nabízí vhodný motivační, pracovní a diagnostický nástroj, např. k vytvoření podnětného prostředí pro tvořivou aktivitu žáků nebo pro diagnostiku žáků s nadáním na matematiku.

Příspěvek byl zpracován v rámci řešení projektu ESF CZ.1.07/2.2.00/15.0319 „Inovace matematické komponenty pregraduální přípravy učitelů primárních škol na Pedagogické fakultě UP v Olomouci“.

Literatura

1. BUREŠ, J., NOVOTNÁ, J. Žákovská tvorba úloh. In: *11. setkání učitelů matematiky všech typů a stupňů škol*. LÁVIČKA, M. & BASTL, B. (eds.) Plzeň: JČMF, 2008, s. 71-75. ISBN 978-80-86843-23-0.
2. DIVÍŠEK, J. *Didaktika matematiky pro učitelství 1. stupně ZŠ*. 1. vyd. Praha: SPN, 1989. 269 s. ISBN 80-04-20433-3.
3. KOPKA, J. *Výzkumný přístup při výuce matematiky*. Ústí n. L., UJEP 2007.
4. KUŘINA, F. Matematika je řešení úloh. *Matematika, fyzika, informatika*, roč. 13, č. 3, 2003.
5. NOVOTNÁ, J. *Analýza řešení slovních úloh*. 1.vyd. Praha: UK, 2000. ISBN 80-7290-011-0.
6. PALKOVÁ, V., PRÍDAVKOVÁ, A. a kol. *Matematika pre život. Zbierka úloh na rozvoj matematického gramotnosti žiakov primárnej školy*. Prešov: PU 2011. ISBN 978-80-555-0473-5
7. PAVLOVIČOVÁ, G. Obrázok jako didaktický prostriedok k tvorbe matematických úloh. In: *Specifika matematické edukace v prostředí primární školy*. *Acta Univ. Palack. Olomucensis, Fac. Paed., Mathematica VIII*. UHLÍŘOVÁ, M. (ed.) Olomouc: Vydavatelství UP 2012.
8. PRŮCHA, J., WALTEROVÁ, E. MAREŠ, J. *Malý pedagogický slovník*. Praha: Portál 2003. ISBN 80-7178-772-8.
9. *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání*. Praha: VÚP 2005. [cit. 2010-16-2] Dostupné z <http://www.vuppraha.cz/ramcove-vzdelavaci-programy/zakladni-vzdelavani>
10. *Standardy Matematika*: Dostupné z <http://www.msmt.cz/file/16601>
11. SILVER, E. A. Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. In *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*. Vol. 29, No.3. s. 75-80, 1997
12. TOLLINGEROVÁ, D. K teorii učebních činností a jejich projektování. *Acta Univ. Palack. Olom., Fac. Phil., Paedagogica-Psychologica*, 23. Olomouc 1986.

Kontaktní adresa

Bohumil Novák, doc. PhDr., CSc.
Katedra matematiky Pedagogické fakulty UP v Olomouci
Žižkovo nám. 5, 771 40 Olomouc
Telefon: +420 585 635 713
E-mail: bohumil.novak@upol.cz

HRAJEME SI A ROZVÍJÍME PROSTOROVOU PŘEDSTAVIVOST

Jiřina NOVOTNÁ

Abstrakt

V úvodu článku charakterizujeme geometrickou a prostorovou představivost a zmiňujeme se o důvodech, proč je nutno rozvíjet prostorovou představivost. Dále se zabýváme didaktickými hrami, které jsou považovány za nejúčinnější motivační prostředek. Jádrem článku tvoří popis dvou těles-skládaček, o kterých se domníváme, že by mohly být velkým motivačním stimulem pro rozvíjení prostorové představivosti. Tato tělesa si mohou žáci sami vyrobit a pomocí nich si hrát a přitom řešit různé matematické úlohy.

Klíčová slova: vizualizace, motivace, didaktické hry, krychle, hranoly.

WE PLAY AND LEARN GEOMETRICAL IMAGINATION

Abstract

In the first part of our contribution the characterization of geometric and of cubic imagination and the reasons for necessity of cubic imagination developing are mentioned together with definition of didactic game conception. The main part of our contribution deals with description of two prisms – puzzles, which can be the important stimulants of mativation for cubic imagination. The puzzle can be produced by pupils and can be used for solving of mathematical problems.

Key words: vizualition, motivation, didactics games, cubes, prisms.

1. Úvod

V současné době se setkáváme s fenoménem, že geometrie je značně neoblíbená disciplína ve vyučování matematiky nejen mezi žáky a studenty různých typů škol, ale což je mnohem závažnější, též mezi učiteli. Když si uvědomíme, že „vizuální nebo-li obrazově-názorné myšlení je účinným nástrojem při řešení nejen praktických manipulativních problémů, ale i problémů matematických“, jak uvádí *Fulier* ve [3], pak bychom měli daný stav změnit. Jako motto ke své vynikající knize *Umění vidět v matematice* [7], zvolil *Kuřina* následující citát od *Stewarta* [9]: „Někteří matematici, snad 10 ze 100, myslí ve vzorcích. Taková je jejich intuice. Zbývající myslí v obrazech, jejich intuice je geometrická. **Obrazy přenášejí mnohem více informací než slova.** Po mnoho let jsme odvykali žáky používat obrázky, protože „nejdou dost přesné“. To je smutné nedorozumění. Ovšem obrázky nejsou přesné, ale pomáhají myslet, a takovou pomocí nelze opovrhovat.“ Význam vizualizace je zřejmý, když si uvědomíme, že největší část mozkové kůry je zaměřená na vidění a vizuální analýzu, což také dokumentuje přísloví **“Jeden obraz řekne víc než tisíc slov”**.

1.1. Geometrická představivost

Geometrickou představivostí rozumíme podle *Molnára* [6] schopnost vnímat geometrický útvar, jeho polohu v prostoru, schopnost představit si tento útvar v jiné poloze, než jej vnímáme, schopnost znázornit tělesa v rovině a schopnost modelovat z obrazu v rovině prostorový útvar. Prostorovou představivost lze chápat jako schopnost operovat s prostorovými představami. Zahrnujeme sem schopnosti, které se týkají reprodukčních i anticipačních, statických a dynamických představ o tvarech, vlastnostech a vzájemných vztazích mezi geometrickými útvary v prostoru. Tato představivost není vrozená jako geometrická představivost, dá se však získat zkušeností. A zde se otvírá možnost vhodného působení na žáky. Vzhledem k tomu, že geometrická i prostorová představivost značně podmiňují technickou tvořivost, je nezbytně nutné začít ve výuce matematiky soustavně rozvíjet oba typy představivosti, jež využije při své práci nejen matematik, fyzik, chemik, biolog, ale i dělník, technik, architekt, malíř, sochař, lékař, kosmonaut a mnozí další.

1.2. Didaktické hry

Hra patří mezi potřeby dítěte, ke hraní her není zapotřebí žádná komplikovaná sekundární motivace, a přesto do hry vkládají děti všechny své síly a schopnosti. Hra dokáže mobilizovat aktivitu dětí tak jako málokterá další činnost, při hře dochází k úžasnému soustředění. Podaří-li se učení zakomponovat do hry, dosáhneme nejvyšší efektivity. Hru volíme jako prostředek aktivizační a iniciační, též jako bázi učení. Kognitivní hry rozvíjejí prvky tvořivosti a analyticko-syntetické, induktivně-deduktivní i divergentní myšlení. Podle *Činčery* [2] má hra celou řadu aspektů, a to: poznávací, procvičovací, emocionální, pohybový, motivační, tvořivostní, fantazijní, sociální, rekreační, diagnostický, ale i terapeutický. Didaktickou hru definuje *Houška* [4] jako seberealizaci žáků, řízenou určitými pravidly a sledující výchovně vzdělávací cíle. Pedagogicky nejúčinnější jsou hry soutěživého charakteru uskutečňované ve skupinách. Tyto hry zvyšují spád aktivit, spojují přirozeně pojímanou a nezbytnou dělbu práce uvnitř skupin se silnou zainteresovaností na konečném výsledku. Jednotlivce je schopen značně mobilizace sil, divergentního myšlení, obměňování možných řešení či východisek a rovněž ztotožnění individuálního a skupinového cíle, jak uvádí *Petty* v [8].

Problematické didaktických her v matematice byl v roce 2009 věnován celodenní seminář Setkání učitelů matematiky II., který pořádala naše katedra hlavně pro učitele základních škol v rámci řešení výzkumného záměru .VZ MSM 00211622443 Speciální potřeby žáků v kontextu RVP pro základní vzdělávání, jehož řešitelkou je prof. PhDr. Marie Vítková, CSc.. Většina příspěvků, které na tomto semináři odezněly, je shrnuta ve sborníku [1].

2. Skládací krychle

Autorce skládací krychli ukázala kamarádka a poslala jí odkaz na webové stránky [10], kde je tato krychle nazývána „antistresovou kostkou“. Autorka si krychli také ušila a ukázala ji dětem starším než 6 roků a nechala je s krychlí také manipulovat. Byla překvapena zájmem dětí i dospělých, mnozí introverti dokonce vyslovili přání, že by takovou krychli chtěli mít. Autorka si postupně uvědomovala, že skládací krychle by mohla být vhodnou pomůckou pro rozvoj prostorové představivosti a její výroba by mohla být projektem spojujícím matematiku s pracovním vyučováním.

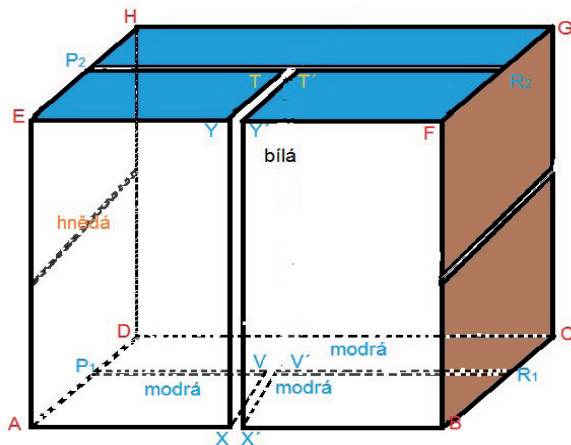
2.1 Potřeby na výrobu skládací krychle

Abychom si skládací krychli vyrobili potřebujeme 8 stejných polystyrénových nebo molitanových krychliček a netřepící se látku v 6 barvách. Délku hrany použitých krychliček budeme považovat za jednotkovou. Ve čtyřech různých barvách např.

modré, žluté, bílé a fialové si nastříháme dva obdélníky o rozměrech 2x1 a čtyři čtverce o jednotkové straně. Z dalších dvou různých barev např. hnědé a černé si připravíme čtyři černé a čtyři hnědé obdélníky o rozměrech 2x1.

2.2 Popis výroby skládací krychle

1. Z osmi stejných krychliček o jednotkové hraně složíme krychli o hraně 2 (jednotky). Na krychli našpendlíme připravené obdélníky a čtverce podle obrázku 1. Tedy na přední stěnu přichytíme dva bílé obdélníky (1x2) a na zadní stěnu přišpendlíme čtyři bílé čtverce. Na obě boční stěny umístíme dva hnědé obdélníky (2x1) nad sebe. Na horní a dolní podstavě jsou v předu dva modré čtverce a za nimi jeden modrý obdélník (2x1).



Obr.1

2. Kvádř $X'BR_1V'Y'FR_2T'$ otočíme o 180 stupňů kolem přímky R_1R_2 (osy otáčení) a kvádř AXP_1VEYTP_2 otočíme také o 180 stupňů, ale kolem přímky P_1P_2 . Dostaneme tak kvádř o rozměrech 4x1x2.
3. Na jeho přední stěnu našpendlíme čtyři černé obdélníky (2x1) a na boční stěny dva fialové čtverce o jednotkové straně.
4. Horní kvádř otočíme o 180 stupňů dozadu a obdržíme tak kvádř o rozměrech 4x2x1, na jehož přední i zadní stěně jsou již černé obdélníky.
5. Na jeho horní podstavu přichytíme zprava i zleva dva žluté obdélníky (1x2) a mezi ně čtyři žluté čtverce.
6. Na bočních stěnách, kterými k sobě přiléhají čtyři prostřední krychličky, nemáme ještě látku. Přišpendlíme tam dva fialové obdélníky 2x1, kterými vlastně tak spojíme dvě přední prostřední krychličky a dvě zadní prostřední krychličky.
7. Přišpendlené čtverce a obdélníky sešijeme nejlépe stehem "2x do jedné dírky".

3. Hranolová skládačka

Náročnější na skládání je tzv. „hranolová skládačka“, viz následující obrázek. Tuto skládačku autorka nenašla na internetu jako krychlovou skládačku, ale dostala ji od kamarádky, podle jejichž slov skládačku vymyslela ing. Zuzana Kratěnová.

Na výrobu potřebujeme 4 polystyrenové krychle, jejichž délku hrany budeme považovat za jednotkovou. Každou z těchto čtyř jednotkových krychlí rozřízneme na

dva shodné trojboké hranoly, jejichž podstavy jsou rovnoramenné trojúhelníky o rozměrech 1, 1, $\sqrt{2}$, výška hranolu je 1.

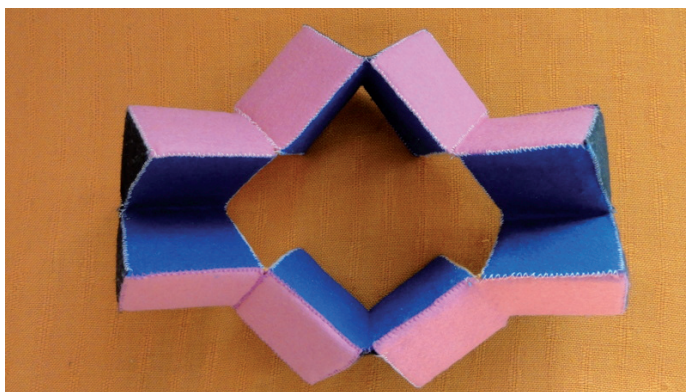
Z jemného filcu nebo jiné nejlépe netřepící se látky si nastříháme:

1. čtyři zelené čtverce o jednotkové straně a dva obdélníky o rozměrech 2×1 ,
2. čtyři růžové obdélníky o rozměrech 2×1 ,
3. čtyři černé rovnoramenné trojúhelníky o jednotkové délce ramene a základně $\sqrt{2}$ a dva černé čtverce o jednotkové straně,
4. dva modré obdélníky o rozměrech 2×1 a dva modré obdélníky o rozměrech $2 \times \sqrt{2}$
5. čtyři oranžové rovnoramenné trojúhelníky o rozměrech $\sqrt{2}$, $\sqrt{2}$, 2.

Při výrobě hranolové skládačky postupujeme podobně jako při výrobě skládací krychle, všechny čtyři rozříznuté krychličky postavíme na sebe tak, abychom vzniklý kvádř mohli rozložit na dva shodné trojboké hranoly o podstavách $1 \times 1 \times \sqrt{2}$ a výšce 4. K sestavení skládačky nám pomohou následující obrázky.



Obr. 2



Obr. 3

4. Závěr

Výrobu skládaček můžeme realizovat jako mezipředmětový projekt. Už při sestavování skládaček žáci zkoumají prostor. Pomocí skládaček lze pracovat ve skupinách a řešit rozmanité úlohy. Například, sestavit ze skládaček různá tělesa a počítat jejich povrch, nebo můžeme na stěny skládaček připevnit různá čísla podle věku žáků, (přirozená, celá, zlomky) a žáci mohou sčítat čísla na obrazcích stejné barvy nebo na obrazcích stejného tvaru, atd.

Z našich výzkumů vyplývá, že skládačky motivují nejen děti, ale i dospělé. Studentky 4. semestru magisterského studia učitelství matematiky na naší fakultě skládací krychle nadchla natolik, že byly ochotné ušít dvě krychle s tím, že jim jedna zůstane.

Článek je výsledkem výzkumu v oblasti matematiky a speciální pedagogiky a vznikl v rámci řešení výzkumného záměru VZ MSM 00211622443 Speciální potřeby žáků v kontextu RVP pro základní vzdělávání, jehož řešitelkou je prof. PhDr. Marie Vítková, CSc..

Literatura

1. BUDÍNOVÁ, I. (ed.) *Setkání učitelů matematiky II - Matematika a hry*. 1. vydání. Brno: Pedagogická fakulta MU, Brno, 2009. ISBN 978-80-210-4969-7
2. ČINČERA, J. *Práce s hrou pro profesionály*. Praha: Grada, 2007. ISBN 978-80-247-1974-0.
3. FULIER, J. O niektorých aspektoch vizualizácie v matematickom vzdelávaní. In LENGYELFALUSY, T., PITOŇÁKOVÁ, S., HORVÁTH, P. (ed.) *Cieľom vyučovania matematiky je šťastný človek*. 1. vyd. Žilina: Žilinská univerzita v Žilíně, EDIS, 2011. 287 s. ISBN 978-80-554-0393-9
4. HOUSKA, T. *Škola hry: Knižka pro učitele a rodiče všech školáků*. Praha: Tomáš Houska – nakladatelství a vydavatelství, 1991. ISBN 80-04-23487-7-7.
5. MAŇÁK, J. *Rozvoj aktivity, samostatnosti a tvořivosti žáků*. 1. vyd. Brno: Masarykova univerzita, 1998. 134 s. ISBN 80-210-1880-1.
6. MOLNÁR, J. *Rozvíjení prostorové představivosti (nejen) ve stereometrii*. UP Olomouc, 2004
7. KUŘINA, F. *Umění vidět v matematice*. 1. vyd. Praha : Státní pedagogické nakladatelství, 1990. 247 s., ISBN 80-04-23753-3.
8. PETTY, G. *Moderní vyučování*. PRAHA: Portál, 1996. ISBN 978-80-7367-172-7
9. STEWART, I. *Concepts of Modern Mathematics*, ruský překlad, Minsk, 1980
10. <http://petule.brt.sweb.cz/pgalerie.htm#kostka>

Kontaktní adresa

Jiřina Novotná (PhDr., Ph.D.)
Katedra matematiky, Pedagogická fakulta, MU
Poříčí 31, 60300 Brno
Telefon: +420 549 491 663
E-mail: novotna@ped.muni.cz

BŁĄD NIE ZAWSZE ZNACZY TO SAMO. O POŻYTAKACH PŁYNĄCYCH Z BŁĘDÓW UCZNIÓW NA ZAJĘCIACH Z EDUKACJI MATEMATYCZNEJ

Zbigniew NOWAK

Abstrakt

Powołaniem człowieka jest prawda, a przynajmniej uparte dążenie do niej, jednak zawodność ludzkich zmysłów oraz wnioskowań i słabość charakteru sprawiają, iż błędzenie i fałsz są stanem naszym powszednim. Tak, jednak jak skazany na konieczność żeglowania (*navigare necesse est...*) człowiek nauczył się pływać nawet pod wiatr, tak skazany na błędzenie (*humanum errare est*) nauczył się czerpać wiedzę z błędów i pomyłek. Artykuł traktuje o niektórych pozytywnych aspektach błędów i błędzenia w edukacji matematycznej dzieci.

Klíčová slova: matematyka, prawda, fałsz, błąd, pomyłka

ERROR DOESN'T ALWAYS MEAN THE SAME. BENEFITS RELATED TO CHILDREN'S MISTAKES DURING THE MATHEMATICAL EDUCATION.

Abstract

Human mission is the truth, or at least persistent aspiring to the truth. But the human senses, deductions and weak character are unreliable so erring and falsity became our common state. As human out of necessity of navigation (*navigare necesse est...*) has learnt to swim even in the teeth of the wind, so human doomed to erring (*errare humanum est*) has learnt from his own mistakes too. The article refers to some positive aspects of mistakes in children's mathematical education.

Key words: Mathematics, truth, falsity, error, mistake

Humanum fuit errare, diabolicum est per animositatem in errore manere
św. Augustyn Aureliusz, Sermones, 164, 14

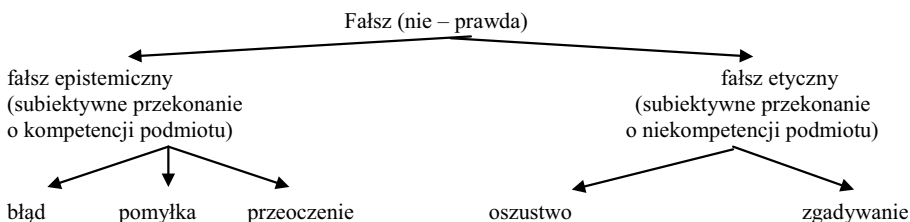
1. Prawda i fałsz jako kategorie dydaktyczno-wychowawcze

Prawda i jej przeciwieństwo – fałsz mogą mieć w szkole dwa dopełniające się i przenikające znaczenia. Możemy więc mówić o prawdzie w (i) znaczeniu epistemicznym (możliwie adekwatne odzwierciedlanie rzeczywistości w umyśle podmiotu działającego) i w (ii) znaczeniu etycznym (zgodność tego odzwierciedlania ze stanem świadomości w tym względzie podmiotu działającego).

Fałsz jako zaprzeczenie prawdy można rozpatrywać podobnie jako:

1. Fałsz (nie-prawda) logiczny lub poznawczy, który jest: *niezgodnością poznania z rzeczywistością* (Podsiad, 2001:258).
2. Fałsz etyczny lub moralny (kłamstwo, oszustwo), który jest z kolei: *niezgodnością zachowania się człowieka z jego stanem wewnętrznym* (Ibidem).

Jak się wydaje można więc uwzględniając źródła fałszu (nie-prawdy), jego konsekwencje poznawcze i pedagogiczne dokonać następującej systematyzacji:



W przypadku błędów wynikają one zasadniczo z braków w obszarze **dyspozycji instrumentalnych** i mają charakter konceptualny, pomyłki są efektem braków sprawnościowych, a przeoczenie motywacji. Oszustwo i zgadywanie mają charakter braków w obszarze **dyspozycji kierunkowych**, choć oczywiście wynikają z braków poznawczych (Muszyński 1977). Ponadto fałsz etyczny może często prowadzić także do epistemicznego, gdy oszustwo lub zgadywanie jest nieskuteczne.

*W dydaktyce matematyki - jak zwracają uwagę B. Nawolska i J. Żądło - odróżnia się **błąd** od **pomyłki**. Błąd jest symptomem nieadekwatnej wiedzy, zewnętrznym przejawem głębszych nieporozumień w pojmowaniu już zinterioryzowanych reguł, świadomym rozumowaniem logicznie niepoprawnym. Pomyłka zaś jest zazwyczaj konsekwencją kiepskiej pamięci lub braku uwagi, czy też braku zainteresowania ucznia, który pisze i mówi byle co lub lekkomyślnie zgaduje albo też nie stosuje poprawnie znanej reguły czy też teorii. Pomyłka występuje okazjonalnie, nie powtarza się (Kraków 2010: 78). Jak sądzę słuszne jest dodatkowo wyróżnianie **przeoczeń**, które dając efekt błędu epistemicznego są raczej efektem deficytu sfery kierunkowej.*

Jeżeli błędzenie jest procesem naturalnym, to przyjmując nieuniknione, można je dyskutować, wynosząc z niego pewne pożytki. Dotyczą one także edukacji szkolnej gdzie błędy wykorzystywane są w procedurach dochodzenia przez uczniów do wiedzy i umiejętności, a także w pracy nauczyciela gdzie, wykryte i przeanalizowane, stanowią nieocenione źródło informacji o postępach i brakach uczniów, ale w sprzężeniu zwrotnym o niedociągnięciach dydaktycznych i wychowawczych samego nauczyciela. Można więc powtórzyć za św. Augustynem, iż grzechem jest nie tyle samo błędzenie, ile uparte trwanie w błędzie. Może z niego bowiem wypływać i korzyść i pouczenie. Poniżej omówię kilka przykładów takich właśnie profitów błędzenia dla uczniów i nauczycieli.

2. Błąd jako procedura dochodzenia do wiedzy

Szkolnym doświadczeniem dzieci i w ogóle uczniów, związanym z modelem edukacji rozumianej jako rekapitulacja dorobku ludzkości jest wrażenie skuteczności i nieomyłności wiedzy i procedur dochodzenia do niej, których depozytariuszem jest nauczyciel. Powtarzane w laboratoriach eksperymenty o wiadomym przebiegu i efekcie mogą takie wrażenie stwarzać, podobnie jak rozwiązywanie matematycznych zadań z treścią, które są tworzone „od góry“, stanowiąc w istocie konkretyzację wcześniejszego modelu matematycznego. Godnymi uwagi wydają się więc być te wszystkie okoliczności, w których droga dochodzenia do wiedzy i rozwiązania w sposób naturalny wiodłaby przez szereg rozstajów, gdzie jej błędność oceniana może być dopiero *ex post facto*. Procedura, gdzie błąd ma wartość poznawczą ograniczając możliwość dobrych odpowiedzi i gdzie należy się w istocie skupić na optymalizacji

całego procesu polegającej na racjonalnej redukcji koniecznych prób i błędów. Takie rozumowanie jest jedną z podstaw kanonów wnioskowania indukcyjnego J.S. Milla, zwanych też *indukcją eliminacyjną*, w szczególności tzw. „kanonu reszt” (*method of rwsidues*) (Podsiad 2001: 383,384).

2.1. Zabawy typu „zgadnij jaka to liczba?”

Kiedy np. dzieci bawią się w zabawę *Zgadnij jaką jestem liczbą?*, gdzie przez zadawanie pytań stopniowo dochodzić mają do jej odkrycia, zwykle początkowo z całą dosłownością rozumienia zadania wymieniają na chybił-trafił przypadkowe liczby w nadziei, iż któraś z nich będzie właściwa. Stopniowo pojawiają się u nich jednak procedury podnoszące szansę zwycięstwa grającego, gdzie pytania konkretne są zastępowane ogólniejszymi, które w procesie kolejnych aproksymacji pozwalają zawęzić pole poszukiwań i zredukować ich liczbę. Nawet istotne zwiększanie zakresu liczbowego czyniące zwykle zgadywanie czymś całkowicie nieskutecznym, nie zmienia tu istoty procedury i jej efektywności, co najwyżej nieco ją wydłuża.

2.2. Dzielenie z resztą i algorytm pisemnego dzielenia

Innym obszarem takich doświadczeń uczniów może być wykonywanie obliczeń ilorazów w pamięci i z zastosowaniem algorytmu, gdzie w obie te procedury niejako w sposób przyrodzony wpisany jest błąd, a konieczność jego pojawienia się związana jest jedynie z zakresem liczbowym czynionych obliczeń. Znowu celem wysiłku będzie nie tyle ostateczna eliminacja błędów, co ich ograniczenie. Docelowo do jednego, gdzie niedoszacowanie lub przeszacowanie wyniku prowadziłyby do ostatecznej korekty.

Codziennie doświadczenia dzieci, w których nader często mają do czynienia z podziałem na dowolnie różne części, wsparte dwuletnią praktyką wyliczania ilorazów jako odwrotności iloczynów i świadomością wykonalności wcześniejszych trzech działań arytmetycznych, skutkuje u dzieci ukształtowaniem się oczywistego, a jak wiadomo niesłusznego przekonania o podzielności każdych dwóch liczb¹. Dzielenie z resztą pomaga tu zbudować właściwe pojęcie ilorazu.

2.3. Rozwiązywanie wielodziałaniowych zadań z treścią

Jeszcze innym, być może docelowo najciekawszym i najbardziej wartościowym miejscem doświadczania może być rozwiązywanie zadań o charakterze problemowym. W procedurze ich rozwiązania, jak podkreślał J. Dewey (1988) krytycznym jest zdolność do generowania pomysłów rozwiązania, które dopiero poddane testowaniu ujawniają swoją wartość, a z natury rzeczy większość z nich (czasem wszystkie) jest błędna. By to jednak stwierdzić trzeba je wytworzyć i sprawdzić. Wzrost kompetencji w zakresie myślenia problemowego (konceptualnych, merytorycznych i rachunkowych) będzie prowadził do kreowania rozwiązań coraz bardziej prawdopodobnych w duchu racjonalizacji wysiłku i działań.

2.4. Procedury heurystyczne typu darwinowskiego w pracy z tekstem matematycznym

Zasadniczo inaczej rzecz się ma z zastosowaniem heurystyk typu darwinowskiego, gdzie szanse odniesienia sukcesu upatruje się w nieograniczonej produkcji rozwiązań, jako że *ilość rodzi jakość*, z góry przyjmując, iż większość z nich

¹ Oczywiście jest to niesłuszne także i w odniesieniu do różnicy liczb, ale dzieci często odejmują po prostu od większej mniejszą traktując zapis, gdzie odjemna jest mniejsza jako inny, nieznan sposób zapisu formuły. Inaczej rzecz się ma z działaniami na konkretach, gdzie nie można np zjeść jabłek więcej niż jest w koszyku.

(wszystkie) będą błędne (Nęcka 1995: 94-96). W popularnych od pewnego czasu w Polsce metodykach pracy z tekstem matematycznym typu „kruszenie“ i „burza pytań“ zachęca się dzieci do możliwie spontanicznego i bezkrytycznego produkowania pomysłów (pytań, formuł, schematów graficznych) nawet z subiektywnym poczuciem ich błędności, ponieważ jak się okazuje łatwiej jest weryfikować poprawność pomysłów, niż je tworzyć, a wewnętrzna cenzura i krytyka, tego nie ułatwia.

2.5. Działania związane z wykorzystaniem wiadomości i umiejętności praktycznych

Na styku edukacji matematycznej i wiedzy z zakresu środowiska społeczno-przyrodniczego znajduje się duży i ciekawy obszar, gdzie doświadczanie świata, poznawanie istoty zjawisk, budowanie pojęć, związków przyczynowych, związane jest z formułowaniem przypuszczeń (hipotez) i ich weryfikowaniem. Potoczność sądów dziecięcych i brak doświadczenia powodują, iż mamy tu do czynienia z rzeczywistym „uczeniem się na błędach“. To przez kontrast wyobrażeń i rzeczywistości, zaskoczenie i zdziwienie, przez paradoks, jak choćby ten z zapytania: *co jest cięższe kilograma pierza czy ołowiu* dzieci pozyskują lepszą, pogłębioną i trwałą wiedzę.

3. Błąd jako źródło informacji zwrotnej dla nauczyciela

Jak wcześniej przypomniano, błędy, pomyłki i przeoczenia, ale także oszustwa i swoisty „totołotek“ stosowane przez dzieci, mogą być cennym źródłem wiedzy nie tylko o poziomie ich kompetencji, ale także o motywach i postawach, którymi w życiu szkolnym, a najpewniej i pozaszkolnym się kierują. Zważywszy, iż każde nauczanie powinno być wychowujące, wiedza ta ma walor nie tylko dydaktyczny, ale i właśnie wychowawczy.

3.1. Falsz etyczny

W sensie dydaktycznym można mówić o **dobrych błędach** (pomyłkach rachunkowych) i **złych prawdach** (zgadywanie, oszustwo). Jeżeli nie zadowolimy się finalnym efektem, a zadamy sobie trud prześledzenia myślowej drogi dziecka, to okaże się, iż poprawne rozumowanie w rozwiązywaniu np. zadania z treścią uwiecznione złą odpowiedzią wynikającą z pomyłki rachunkowej, jest czymś wartościowszym niż odpowiedź prawidłowa, której uczeń nie potrafi uzasadnić. Bezrefleksyjna akceptacja przez nauczyciela efektów pracy ucznia bez kontekstu procedury dochodzenia do niego utwierdza go w przekonaniu o skuteczności takich działań i deformuje etycznie.

Odwolując się do metafory, można powiedzieć, że błędy są swego rodzaju chorobą, na którą może zapaść każdy uczeń, często nawet nie zdając sobie z tego sprawy, ale im wcześniej będą wykryte, zdiagnozowane i „leczone“, tym dają lepsze rokowania na reedukację i brak przerzutów. Jak każda analogia i ta ma jednak swoje granice, toteż warto zauważyć, iż: o ile w gabinecie lekarskim zdarza się pacjentom zdrowym symulować chorobę, o tyle w sali szkolnej na odwrót - uczniowie udają kompetencje, których nie posiadają. Istnieje także niezliczona liczba sposobów wprowadzania w błąd nauczycieli, a nowe technologie podnoszą ten swoisty „wyścig zbrojeń“ na nowy poziom. Zachowania takie są znane każdemu jako tako doświadczonemu nauczycielowi, a ich przykłady i interpretację w odniesieniu do dzieci w młodszym wieku szkolnym można znaleźć np. w pracach E. Gruszczyk Kolczyńskiej (1994: 107,108).

3.2. Błędy uczniów, a pokonywanie „bariery oczywistości“ przez nauczyciela

Nauczyciele zwłaszcza klas początkowych narażeni są w swojej działalności na wystąpienie szczególnej pułapki dydaktycznej, którą można określić jako „bariera oczywistości“. Rozumiem przez nią: *indywidualizowaną i nieświadomie przyjmowaną*

przez uczącego, dolną granicę trudności w rozumieniu jakiegoś zagadnienia lub w wykonywaniu pewnych czynności, poza którą – w jego mniemaniu – rzecz nie wymaga, a nawet nie dopuszcza dalszego objaśniania (Nowak 1998: 142). „Bariera” może być poważnym źródłem niejasności, nieporozumień i błędów, tym poważniejszych, że dziejących się całkowicie poza świadomością nauczyciela i w obszarze budowania podstaw kompetencji dzieci. Konstatacja błędów uczniowskich, ich wykrycie i uświadomienie sobie przez nauczyciela przyczyn, w relacji zwrotnej może być dla niego źródłem bezcennych informacji o własnych niedociągnięciach, zaistnieniu nieporozumienia oraz jego istocie. Kompetentna refleksja nad nimi pomoże nie tylko przezwyciężyć już zaistniałe kłopoty, ale co nie mniej istotne uniknąć ich w przyszłości.

4. Zakończenie

Jeżeli błędzenie jest rzeczywiście ludzką koniecznością, a równocześnie na tych błędach się uczymy, jeżeli nie ma być to jedynie *osładzaniem kwaśnej cytryny* i łatwym rozgrzeszaniem się z ignorancji oraz lenistwa, to rzecz jest dla nauczyciela godna uwagi z dwóch przynajmniej powodów. Pierwszym i oczywistym jest dążenie do redukcji błędów własnych i błędów uczniów, co jeżeli nawet jest docelowo procesem beznadziejnym, to przynosi zainteresowanym praktyczną korzyść. Drugim, chyba nawet ciekawszym i ważniejszym jest dylemat jak tę przyrodzoną słabość poznawczych władz człowieka zdyskontować do poszerzania wiedzy i kompetencji dzieci. Jak z świadomego i kontrolowanego błędzenia uczynić skuteczne narzędzie poznania.

Literatura

1. DEWEY J. *Jak myślimy?* Warszawa: PWN, 1988. 275 s. ISBN: 83-01-08708-0.
2. GRUSZCZYK-KOLCZYŃSKA E. *Dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki.* Warszawa: WSiP, 1994. 292 s. ISBN: 83-02-05336-8.
3. MUSZYŃSKI H. *Zarys teorii wychowania.* Warszawa: PWN, 1977. 422 s. ISBN: 978-83-0102-208- 2.
4. NEĆKA E. *TroP. Twórcze rozwiązywanie problemów.* Kraków: Oficyna Wydawnicza „Impuls”, 1995. 226 s. ISBN: 83-5543-48-1.
5. NAWOLSKA B., ŻĄDŁO J. *Błąd w edukacji matematycznej.* In: *Tworzenie obrazu świata u dzieci w młodszym wieku szkolnym; szanse i bariery* (K. Gąsiorek, Z. Nowak red.). Kraków: Wyd. Nauk. UP, 2010. 107 s. ISBN: 978-83-7271-586-9.
6. NOWAK Z. *Przygotowanie nauczycieli klas początkowych do dostrzegania i pokonywania bariery oczywistości w nauczaniu.* In: *zbornik Idee i strategię edukacji nauczycieli klas I-III i przedszkoli* (I. Adamek red.). Kraków: Wyd. WSP, 1998. 371 s. ISBN: 83-87513-21-0.
7. PODSIAD A. *Słownik terminów i pojęć filozoficznych.* Warszawa: Instytut Wydawniczy PAX, 2001. 975 s. ISBN: 83-211-1305-2.

Kontaktні adresa

dr Zbigniew Nowak
Uniwersytet Pedagogiczny w Krakowie ul. R. Ingardena 4
Telefon: +48 12 421 69 56
E-mail: amadeusz56@o2.pl

UČITEĽSKÁ MATEMATIKA

Edita PARTOVÁ

Abstrakt

Príspevok sa zaoberá problematikou matematického vzdelania pre učiteľov matematiky. Aktuálnosť dlhodobo diskutovanej otázky optimálnej prípravy učiteľov matematiky vyvolal prudký pokles záujmu o štúdium učiteľstva matematiky a prírodovedných predmetov. Na základe niektorých zahraničných výskumov sa pokúšame stanoviť kompetencie učiteľov matematiky pre 1. stupeň základnej školy a implementovať merací nástroj na meranie týchto kompetencií.

Kľúčová slova: matematika, vyučovanie matematiky, primárne vzdelávanie

MATHEMATICS FOR TEACHING

Abstract

The contribution deals with the issues of mathematical education for teachers of mathematics. Actuality of the long-term discussed question of the optimum training of teachers of mathematics has raised the sharp decline in interest in the teacher education especially for mathematics and science. On the basis of some foreign studies attempting to establish the competence of the teachers of mathematics for primary school and to implement measuring instrument to measure these competences.

Key words: mathematics, teaching of mathematics, primary education

1. Matematické poznatky pre vyučovanie

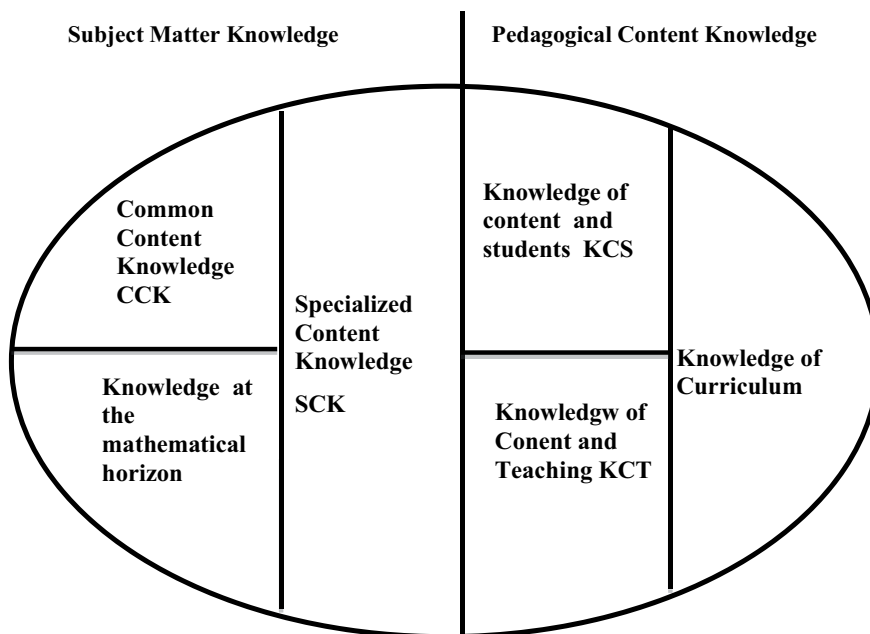
Príprava učiteľov, ktorí učia matematiku na základnej škole prešla na Slovensku niekoľkými deklarovanými úpravami. Diskusie o rozdielnej či rovnakej prípravke učiteľov a vedcov matematiky prebiehajú už dlhšie. Analýza študijných programov rôznych vysokých škôl pripravujúcich učiteľov matematiky pre sekundárne a terciárne vzdelávanie a učiteľov pre primárne vzdelávanie ukázala, že v obsahu vzdelávania sa zmenilo veľmi málo. Domnievame sa, že ochota zefektívniť prípravu učiteľov nechýba, skôr ide o nesprávny postup reforiem. Doterajšie reformy učiteľského vzdelávania, na základe odozvy absolventov a učiteľov s dlhšou praxou, boli realizované zhora. Návrhy tímov vysokoškolských učiteľov na nový obsah učiteľskej prípravy sa tak dlho prispôbovali často sa meniacim zákonom a vnútorným predpisom, že nakoniec nebola žiadna, alebo len formálna zmena.

Štatistické údaje dokazujú znižujúci trend záujmu o učiteľské štúdium. Podľa tejto štatistiky v roku 2003 bolo 4503 absolventov 5 ročného štúdia (alternatíva Mgr.) a v 2010 už len 3300 (Mgr). Situácia je ešte viac alarmujúca v učiteľských odboroch s prírodovedným zameraním. V roku 2010 na Slovensku skončilo učiteľské štúdium

v odbore fyzika 54, v odbore chémia 78 a v odbore matematiky 147 absolventov. Nezaujímajú je vo veľkej miere spôsobený obavou o nezvládnutie vysokých požiadaviek vysokoškolského štúdia so štandardnými stredoškolskými vedomosťami. Prírodovedné predmety sú neoblúbené, okrem iného preto, lebo ich žiaci považujú za ťažké alebo nezaujímavé. Obe tieto argumenty by mohli vhodne pripravení učitelia vyvrátiť vhodnou motiváciou, voľbou postupnosti učiva, metódami znázornenia, dokazovania, precvičovania a preverovania.

Budúci učiteľ matematiky, podľa analýzy študijných programov a informačných listov predmetov (Partová, E., 2008), sú pripravení prevažne z matematických poznatkov a pri hodnotení študentov sa testujú prevažne ich matematické znalosti, nie **znalosti potrebné pre vyučovanie matematiky**. Kvantitatívne navýšenie pedagogických disciplín situáciu nerieši, všeobecné pedagogické vedomosti nenahrádzajú poznatky, ktoré sa v anglickej terminológii nazývajú pedagogická znalosť obsahu (Pedagogical Content Knowledge PCK) (Shulman, L. S., 1986). Je iluzórne spoliehať sa na to, že študent sám dokáže všeobecné pedagogické poznatky a matematické poznatky skĺbiť tak, aby výsledkom boli matematické kompetencie pre vyučovanie.

Problematike matematických poznatkov pre vyučovanie sa v súčasnosti venujú renomovaní odborníci na celom svete a prebiehajú rôzne krátkodobé aj dlhodobé výskumy. Najznámejšie publikácie z oblasti matematických vedomostí pre učiteľov MKT (mathematical knowledge for teaching) sú: Ball, D.L., Hill, H.C., & Bass, H. (2005) a Ball, D.L., Schilling, G., & Hill, H. (2008). Požiadavky pre „učiteľské“ matematické vzdelávanie znázorňuje nižšie uvedený, často citovaný diagram:



Obrázok 1. Mapa poznatkov pre vyučovanie matematiky

1.1 Vysvetlenie pojmov

Common Content Knowledge (CCK)- Všeobecné matematické vedomosti sú vedomosti očakávané od každého, kto matematiku používa v bežnom živote alebo vo svojom zamestnaní, zjednodušene vie to urobiť, ale nemusí vedieť naučiť.

Specialized Content Knowledge (SCK)-Špeciálne matematické vedomosti sú vedomosti, ktoré zabezpečia učiteľom spôsobilosť zaoberať sa konkrétnymi vyučovacími situáciami, ako sú vysvetlenie matematických pravidiel a postupov, reprezentácia pojmov a princípov, porozumenie prekvapujúcich riešení a pod.

Knowledge at the mathematical horizon- Matematický obzor. Poznanie súvislostí medzi jednotlivými matematickými oblasťami a náväznosti jednotlivých častí matematiky a jednotlivých častí učiva.

Knowledge of content and students KCS- Poznanie obsahu z pohľadu žiaka, znamená vedieť, čo je pre žiaka ťažké učivo, alebo zložitý postup a čo je naopak, jednoduché a ľahké.

Knowledge of Content and Teaching KCT- Znalosť obsahu z pohľadu vyučovania, teda poznať rôzne metódy, usporiadanie a dávkovanie učiva a pod.

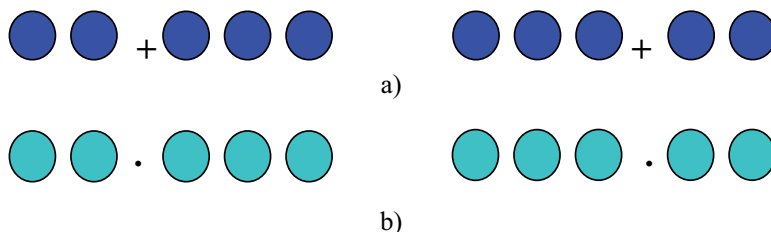
Knowledge of Curriculum- Znalosť kurikula je dôležitá z dôvodu dosiahnutia cieľov vyučovania.

2. Špeciálne matematické vedomosti

V tomto príspevku sa pokúsime sformulovať niektoré kompetencie nevyhnutné pre vyučovanie matematiky a uvedieme príklady ako ich rozvíjať a merať. Ide najmä o schopnosť: motivovať, plánovať vyučovanie, znázorniť, analyzovať chyby, pochopiť deformácie poznávacieho procesu, diagnostikovať a napraviť tieto deformácie, používať špeciálne pomôcky na vysvetlenie matematických postupov, stanoviť obtiažnosti matematických úloh a zdôvodniť túto obtiažnosť, identifikovanie rôznych stratégií riešenia úloh a hodnotiť tieto riešenia, ovládať rôzne metódy pre vyučovanie každej témy a vhodne ich prispôbiť konkrétnemu učivu a žiakovi. Tento zoznam nie je úplný, je vytvorený na základe vlastných skúseností. Napriek neúplnosti sa ukazujú rôzne pravidelne sa opakujúce efekty, ktoré sa snažíme zovšeobecniť v rámci ďalšieho výskumu. Preverovanie týchto kompetencií nie je jednoduché, preto pri výbere sme sa obmedzili, len na tie, ktoré by sa mohli overovať uvedeným písomnou formou. Rozsah tejto publikácie umožňuje venovať sa len niektorým kompetenciám.

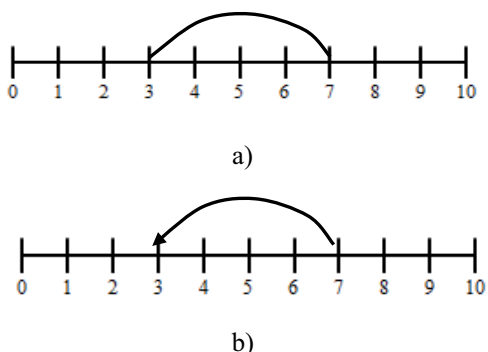
Plánovanie vyučovania súvisí s časťou diagramu matematický rozhl'ad. Učiteľ si musí uvedomiť, napríklad pri plánovaní učiva o násobení, že je dôležité, aby znázornil súčin dvoch čísel na štvorcovom papieri. Takto žiak má možnosť zistiť, že súčin môže znamenať aj obsah rovinného útvaru, a túto skúsenosť využiť pri učive o obsahu pravouholníkov.

Znázornenie je jedným zo základných didaktických zásad, najmenej od čias Komenského, no nesprávne znázornenie môže viac škodiť ako pomáhať. Nasledujúci príklad znázornenia komutatívneho zákona pre sčítanie a pre násobenie je autentický. Pochádza zo záverečného testu z didaktiky matematiky. Študent znázornil konkrétne príklady $3 + 2 = 2 + 3$ a $3 \cdot 2 = 2 \cdot 3$. Často sa kritizuje, že vloženie operačných znakov medzi objekty môže viesť k deformácii pojmov, no pri sčítaní sme naklonení tento symbol akceptovať ako znak a spojenia dvoch skupín predmetov. Problém vznikne, ak učiteľ použije analogický spôsob znázornenia aj pri ďalších základných operáciach a následne ich vlastnostiach. Vidíme, že obrázok 2b) je možné interpretovať tak, že súčin čísel 2 a 3 je 5. To môže viesť zo strany učiteľa k neadekvátnym záverom voči žiakovi v extrémnom prípade môže byť považovaný za dyskalkulika.



Obrázok. 2 Znáznorenie komutatívnosti a) sčítania, b) násobenia

Iný problém pri znázornení je povrchné znázornenie. Študenti pri znázornení sčítania alebo odčítania na číselnej osi majú tendenciu vynechať šípky. Používajú len oblúky, avšak žiak z takého obrázka nemôže vedieť či ide o sčítania alebo odčítanie.



Obrázok 3 Znáznorenie operácií na číselnej osi

Identifikovanie a hodnotenie **rôznych stratégií** riešenia úloh. Na 1. stupni základnej školy spravidla neide o príliš zložité stratégie. Často sa používa nákres, výber operácie algoritmus, analógia, preformulovanie úloh. V ukážke sa vyžaduje výber operácie, a preformulovanie textu úlohy a) a c).

Ktorá úloha sa nerieši odčítaním?

- Zuzka mala 8 eur, čo je o 5 eur viac ako mal Janko. Koľko eur mal Janko?
- Zuzka má 5 eur, chce si kúpiť knihu, ktorá stojí 8 eur. Koľko eur jej ešte chýba?
- Zuzka mala 8 eur, čo je o 5 eur menej ako mal Janko. Koľko eur mal Janko?
- Zuzka mala 8 eur, Janko mal o 5 menej. Koľko eur mal Janko?

Stanovenie obtiažnosti úloh je dôležité z dôvodu dvoch požiadaviek z diagramu na obr.1. KCS poznatky z pohľadu žiaka a KMH matematický rozhľad. Správne stanovenie obtiažnosti z pohľadu učiteľa zabezpečuje plánovať vyučovanie podľa princípu *od jednoduchého k zložitému*. Z pohľadu žiaka učiteľ je stanovenie náročnosti dôležité, aby učiteľ bol schopný znížiť náročnosť o jeden stupeň, ak žiak danú úlohu nezvládne. Postupnosť pri zvyšovaní aj znižovaní náročnosti je dôležitá. V súčasnosti sme často svedkami, že sa náročnosť úloh nezvyšuje plynulo, ale skokovito, preto

niektorí žiaci môžu byť vyradení z riešenia príliš skoro, čo ďalej vedie k strate motivácie. Ukážka cvičenia tejto schopnosti:

Zoradte nasledujúce úlohy podľa obtiažnosti: 45 - 5, 45 - 27, 45 - 25, 40 - 8, 40 - 20.

Záver

Prijímatelia absolventov učiteľského štúdia - školy, rodičia, štátne orgány - očakávajú kvalitných absolventov, ktorí sprostredkujú matematiku žiakom adekvátnymi metódami, budú ich hodnotiť primerane prísne a pristupovať k nim podľa ich individuálnych potrieb. Zatiaľ nemáme nástroj na meranie matematických poznatkov potrebných pre vyučovanie, ktorý by vypovedal o tom, na akej úrovni sú tieto kompetencie absolventa. Na University of Michigan v USA bol vypracovaný takýto merací nástroj, ktorý v rámci projektu VEGA 1/0534/11 so spoluriešiteľskými fakultami sa pokúšame implementovať aj na Slovensku. Popri implementácii testov a následnom medzinárodnom porovnaní výsledkov je cieľom projektu aj vypracovanie podrobných požiadaviek na absolventov z „učiteľskej“ matematiky.

Príspevok vznikol v rámci projektu VEGA 1/0534/11 Špecifické matematické poznatky pre vyučovanie.

Literatura

1. HILL, C.H., SCHILLING, S.H., BALL, D.L. (2004). Developing Measures of Teachers' Mathematics Knowledge for Teaching. *The Elementary School Journal*, 105(1), 11-30
2. BALL, D.L., HILL, H.C., & BASS, H. (2005). Knowing Mathematics for Teaching: Who Knows Mathematics Well Enough To Teach Third Grade, and How Can We Decide? *American Educator*, Fall 2005, 14-46
3. BALL, D.L., SCHILLING, G., & HILL, H. (2008). Unpacking Pedagogical Content Knowledge: Conceptualizing and Measuring Teachers' Topic-Specific Knowledge of Students. *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 39, No. 4, 372-400
4. GOMES H, MARTINSAND. F., RIBEIRO, M.: Discussing early year's trainee teachers' MKT in geometry: A first approach concerning quadrilaterals. , In:SEMT'11, Charles University, Praha 2011
5. PARTOVÁ, E: Stratégie prípravy učiteľov matematiky v kontexte reformy vysokoškolského vzdelávania. In: *DidZa 5*, Žilina : Žilinská univerzita, 2008, s.1-7.
6. MARCINEK, T. PARTOVÁ, E. Measures of Mathematical Knowledge for Teaching: Issues of Adaptation of a U.S.-Developed Instrument for the Use in the Slovak Republic, In:SEMT'11, Charles University, Praha 2011
7. SHULMAN, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher* 15 (2), 4-14.

Kontaktní adresa

*Doc RNDr, edita Partová, CSc.
Univerzita J. Selyeho v Komárne, Pedagogická fakulta
Bratislavská cesta 3322, 94501 Komárno
Telefon: +421 35 3260743
E-mail: partova@gmail.com*

OBRÁZOK AKO DIDAKTICKÝ PROSTRIEDOK K TVORBE MATEMATICKÝCH ÚLOH

Gabriela PAVLOVIČOVÁ

Abstrakt

V článku sa zameriame na tvorbu matematických úloh s využitím obrázka ako didaktického prostriedku. Sústreďujeme sa na obrazový materiál a s tým súvisiacu vizuálnu gramotnosť, na rôzne funkcie obrázkov v matematike a na tvorbu matematických problémov. Prezentujeme ukážku tvorby rôznych úloh vychádzajúcich z jedného obrázka ako jednu z aktivít v príprave budúcich učiteľov elementaristov. Poukazujeme aj na možnosť tvorby realistických úloh prostredníctvom využitia IKT.

Kľúčová slova: obrázok, tvorba úloh, tvorivosť

PICTURE AS A DIDACTIC MEANS FOR MATHEMATICAL PROBLEM POSING

Abstract

In this article we focus on mathematical problems posing with use the picture as a didactic means. We concentrate on the pictures material and visual literacy, on different functions of pictures in math and on the creation of mathematical problems. We present example of creation different mathematical tasks according to one picture as one of the activity in pre-serves teacher training. We also underline the posing of realistic tasks with use of ICT.

Key words: picture, problem posing, creativity

1. Úvod

Obrazový materiál je jedným z najstarších, najbežnejších a najpoužívanějších didaktických prostriedkov. Pod obrazovým materiálom rozumieme celú škálu materiálov, počnúc tými, ktoré zobrazujú skutočnosť pomerne presne (fotografie, sekvencia filmu, realistická kresba) až po zovšeobecňujúcejšie a abstraktnejšie vyjadrenie reality. Podľa J. Mareša (2007) má učenie z obrazového materiálu svoj základ v spracovaní vizuálnych informácií. Informácie obsiahnuté v obraze sú vnímané oddelene. Obraz môže byť rozkladaný na jednotlivé prvky, ktoré sa spájajú do určitých skupín, identifikujú sa jednotlivé vzťahy medzi nimi. Z pohľadu psychologických aspektov je dôležité, aby obrazové prostriedky vyvolali u učiacich sa adekvátne predstavy o znázornených objektoch, dejoch či procesoch. Mareš hovorí aj o obrazovej negramotnosti, teda o neschopnosti jedinca „vyčítať“ z obrázka“ čo hovorí, o neschopnosti porozumieť obrazovej výpovedi tak, ako existujú negramotní jedinci, ktorí nevedia čítať a písať. Dostávame sa k termínu vizuálna gramotnosť, ktorá sa chápe ako schopnosť alebo zručnosť. Z rôznych definícií vizuálnej gramotnosti, ktoré sú

oficiálne uznávané Medzinárodnou asociáciou pre vizuálnu gramotnosť IVLA (International Visual Literacy Association) uvádzame definíciu jej zakladateľa Johna Debese (1969), ktorý ako prvý použil termín „Visual Literacy“: *Vizuálna gramotnosť sa vzťahuje na skupinu zrakových schopností, ktoré si človek môže rozvíjať pozeraním a súčasne integrovaním ďalších zmyslových vnemov. Rozvoj týchto kompetencií je zásadný pre normálne ľudské učenie sa. Tieto schopnosti umožňujú vizuálne gramotnému človeku rozoznávať a interpretovať viditeľné pohyby, objekty, symboly, prírodné alebo umelo vyrobené, s ktorými sa stretáva vo svojom okolí. Vďaka použitiu týchto schopností je človek schopný porozumieť a tešiť sa z majstrovského diela vizuálnej komunikácie.* (http://www.ivla.org/org_what_vis_lit.htm)

Vizuálna gramotnosť sa buduje a rozvíja aj prácou s obrazovým materiálom, ktorý plní pri učení sa rôzne funkcie. Mareš (2007) udáva tieto funkcie obrazového materiálu:

- dekoratívna – obrázok vecne nesúvisí s ostatným textom;
- reprezentujúca - obrázok je vyjadrením textu;
- organizujúca – obrázok usporadúva už existujúce vedomosti a predstavy;
- interpretujúca – uľahčuje žiakom pochopenie učiva;
- transformujúca – ovplyvňuje spôsob učenia sa žiaka spracovávať informácie;
- afektívno- motivačná – obrázok prebúdza u žiaka záujem o učivo, oživuje jeho učenie;
- koncentrovanie pozornosti – usmerňuje pozornosť na podstatné veci a orientovanie sa v probléme;
- kognitívno- regulačná – podporuje poznávací proces.

Z obrazového materiálu využívaného vo vyučovacom procese sa zameriame na obrázok vo forme fotografie a jeho funkciu v matematike. Drábeková, Rumanová (2008) rozdeľujú funkcie obrázkov v matematike na ilustračnú, mentálno- sumarizačnú, ako pomôcku pri hľadaní formulácií a ako pomôcku pre učiteľa k lepšej interpretácii učiva. My sa zameriame na obrázok ako na didaktický prostriedok vo vyučovaní matematiky, z ktorého budeme vychádzať pri tvorbe rôznych úloh.

Tvorba úloh je náročný proces, ktorý je označovaný ako problem posing a je považovaný za dôležitú zložku v charakteristike matematického myslenia (Kilpatrick, 1987). Matematické úlohy, podľa NCTM(1991), by nemali byť vybrané nepremyslene – pretože sú zábavné alebo odporúčané v učebniciach. NCTM považuje úlohu učiteľa vo výbere a implementácii matematických úloh za základnú a podstatnú. „Analýzou a prispôbením problému, predvídaním matematických postupov, ktoré môžu byť uvedené cez riešenie problému a predvídaním žiackych otázok, môžu učitelia rozhodnúť, či im konkrétny problém pomôže dosiahnuť stanovené ciele pri vyučovaní matematiky v triede“ (NCTM,2000,s.53). Avšak výskumy ukazujú, že najviac otázok od učiteľov je uzavretých a vecných, a tak vo všeobecnosti matematické otázky učiteľov sú zamerané na memorovanie a postupy alebo na „otázky s nízkymi kognitívnymi požiadavkami“ (Henningsen a Stein, 1997). Navyše „otázky s vysokými kognitívnymi požiadavkami“ majú tendenciu byť počas rozprávania pokynov preformulované na menej náročné otázky. (Fulier, J. a kol., 2011)

Úloha učiteľa je v tomto procese nezastupiteľná. Jednou z kompetencií, ktoré by mal každý učiteľ mať, je i schopnosť pripravovať a tvoriť vlastný učebný materiál pre žiakov podľa úrovne ich vedomostí. Na túto tvorbu sú potrebné nie len učiteľove odborné vedomosti a schopnosti, ale aj jeho tvorivosť, ako schopnosť pracovať s rôznym študijným materiálom s cieľom obohatiť vyučovanie vlastným kreatívnym prístupom.

Ako uvádza Geoffrey Petty (2008), tvorivá práca je dôležitá pre učiteľa všetkých odborov z troch hlavných dôvodov:

- Rozvíja u žiakov schopnosť premýšľať tvorivým spôsobom.
- Zvyšuje motiváciu žiakov. Tvorivosť uspokojuje hlbokú ľudskú potrebu niečo vytvárať a byť za to ocenený. Tvorivá práca môže uspokojovať potrebu sebarealizácie i potrebu uznania, na ktorú kladie dôraz Maslowova hierarchia ľudských potrieb.
- Prostredníctvom sebavyjadrenia dáva príležitosť skúmať pocity a osvojovať si zručnosti.

Tvorivý postup Petty rozdeľuje do piatich štádií, ktoré sa môžu mnohokrát opakovať a nasledovať v rôznom poradí:

1. Inšpirácia: hľadanie podnetov, námetov, motívov, nápadov atď.
2. Klarifikácia: vyjasnenie si účelu a cieľa práce.
3. Destilácia: výber najlepších myšlienok vzniknutých vo fáze inšpirácie, ktoré prešli fázou klarifikácie.
4. Inkubácia: štádium nečinnosti medzi jednotlivými fázami, keď dostáva podvedomie priestor na spracovanie problémov a tým na lepšie posúdenie svojho diela.
5. Usilovná práca: rozpracovanie, upravovanie a vylepšovanie diela až do nadobudnutia konečnej podoby.

Tento tvorivý proces by mal byť súčasťou aj prípravy budúcich učiteľov elementaristov v oblasti matematiky. Ich kreativita je požadovaná v rôznych iných predmetoch, hlavne umeleckého zamerania. Často sme svedkami neschopnosti študentov, budúcich učiteľov, tvoriť v matematike. Preto sme sa zamerali na tvorbu úloh vychádzajúcich z obrázka, čím sme im ponúkli iný pohľad na prípravu učebného materiálu nie len pre žiakov primárneho stupňa vzdelávania.

2. Tvorba úloh na obrázku fotografie záhrady

2.1. Úlohy vychádzajúce z fotografie

Máme pred sebou obrázok fotografie záhrady v Bristole. Skúsme vytvoriť rôzne matematické úlohy vychádzajúce z tohto obrázka. Musíme si však uvedomiť, že budeme tento obrázok vnímať ako obraz priestorového útvaru zobrazeného z určitého uhla na fotografii, teda sústredíme sa na zobrazenú záhradu ako na reálny objekt. Tu je dôležitá úroveň priestorovej predstavivosti a vizuálnej gramotnosti riešiteľa i zostavovateľa úloh, či si dokáže podľa tejto fotografie zobrazenú záhradu skutočne predstaviť. Preto, ak budeme pri formulácii úloh používať vyjadrenie záhrada na obrázku, prípadne len záhrada alebo obrázok, budeme si tým predstavovať skutočný reálny objekt a jeho vlastnosti.



Obr. 1 *Knot Garden*, Red Lodge Museum v Bristole

1. Geometrické útvary

Môžeme formulovať úlohy v podobe otvorených otázok :“ Aké rôzne geometrické útvary sa nachádzajú na obrázku? Koľko je ktorých?; alebo polouzavretých otázok. „ Koľko trojuholníkov, štvoruholníkov je na obrázku? Koľko kruhov by sme vedeli vytvoriť z častí kruhu na obrázku? Aké typy trojuholníkov sú na obrázku?“. Pri zistení aké sú tam útvary môžeme pokračovať ťažšími úlohami vyžadujúcimi hlbšiu argumentáciu, prípadne dokazovanie: „ Je štvoruholník na obrázku skutočne štvorec? Budú vzniknuté kruhy zhodné? Prečo nie?

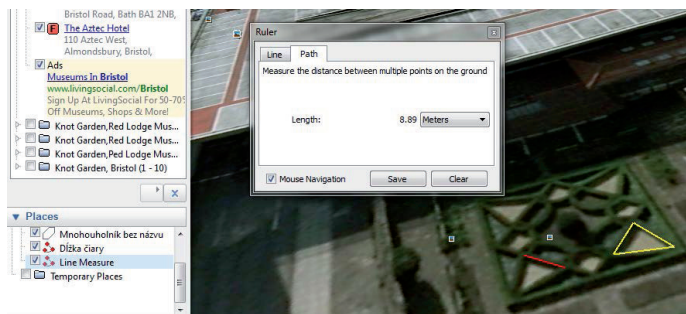
2. Symetrie

Znova môžeme formulovať rôzne typy otázok aj podľa veku cieľovej skupiny žiakov: „ Je záhrada na obrázku symetrická? Aké sú to symetrie?“ Koľkými spôsobmi môžeme záhradu rozdeliť na dve, štyri zhodné časti?

3. Miera

Obrázok nám ponúka širokú škálu možností na tvorbu úloh na výpočet obvodov a obsahov geometrických útvarov, dĺžok rôznych úsečiek (strana, výška, polomer). Môžeme tvoriť rôzne dôkazové a aplikačné úlohy, úlohy na pomer, na percentá. Napríklad: Vypočítajte obsah plochy vyloženej kamienkami, ktorá tvorí jednu pätinu plochy záhrady ohraničenej vnútorným štvorcom, ak obvod vonkajšieho štvorca je 36m.

Ak by sme chceli vytvoriť úlohy, v ktorých budú použité skutočné reálne hodnoty a údaje, môžeme použiť vyhľadávač Google – Earth.



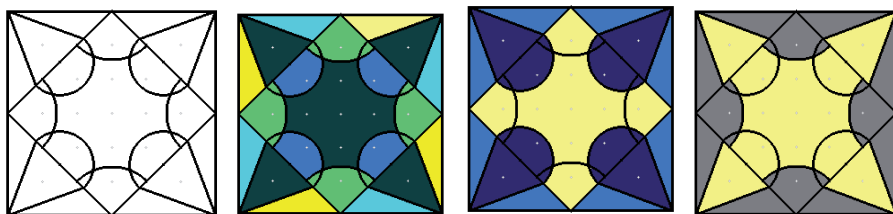
Obr.2 Obrázok s využitím Google- Earth

Pomocou neho môžeme nájsť vybranú záhradu a využitím nástrojov v tejto aplikácii zistíme požadované informácie: odmeriame skutočné dĺžky strán, môžeme priamo určiť aj obvody zadaných útvarov. Na obrázku 2 je ukážka aplikácie, v ktorej sme zistili skutočný obvod trojuholníka označeného na obrázku. Vidíme, že pomocou tohto informačného nástroja sa nám otvára nový priestor na tvorbu úloh.

2.2. Úlohy vychádzajúce z prekresleného obrázka

Veľmi vhodnou aktivitou na zvyšovanie vizuálnej gramotnosti, je prekresľovanie obrázkov do štvorcovej siete. Pri tejto aktivite musíme pozorne čítať z obrázka, hľadať súvislosti a vzťahy medzi zobrazovanými útvarmi. Podľa vekovej kategórie môžeme dať za úlohu obrázok presne prerysovať alebo len prekresliť na štvorčekový papier. Ďalej s obrázkom môžeme pracovať ako s geometrickou skladačkou, môžeme ho rozstrihať na ľubovoľné časti, skladať rôzne útvary, použiť ako dlaždice na pokrývanie

plochy, dokresľovať časť obrázka podľa osi súmernosti, ktorú si môžeme zvoliť rôzne a pod.



Obr. 3 Prekreslený a vymaľovaný obrázok

Peknou a zaujímavou aktivitou je vymaľovanie obrázka. Tu môžeme sledovať rôzny prístup, preferovanie buď jednotlivých elementárnych častí alebo vnímanie niektorých zložených útvarov ako celkov, prejaví sa vnímanie symetrie obrázka i estetické čítanie žiakov. Tento materiál môžeme použiť aj na hodinách informatickej výchovy ako prácu napr. v Skicári.

3. Záver

Cieľom tohto príspevku bolo poukázať na možnosti práce s obrazovým materiálom ako jednou z aktivít pri príprave učebného materiálu. Chceli sme čitateľa motivovať k hľadaniu ďalších námetov, fotografií, ornamentov, malieb, stavieb a pod., ktoré by mohli obohatiť vyučovanie matematiky na rôznych stupňoch vzdelávania. Tvorivosť učiteľa tu nie je ohrozená, na čo však pri tvorbe úloh nesmieme zabúdať, je veková skupina žiakov. Na záver môžeme konštatovať, že našich študentov elementaristov táto aktivita veľmi zaujala a bola inšpiratívnou pre ich budúcu pedagogickú prax.

Literatura

1. ČÁP, J – MAREŠ, J. *Psychologie pro učitele*. 2.vyd. Praha: Portál, 2007. 655 s. ISBN 978-80-7367-273-7.
2. DRÁBEKOVÁ, J. – RUMANOVÁ L. *Funkcia obrázkov v matematike*. In: Acta Mathematica 11, Nitra: FPV UKF, 2008, s.71-77. ISBN 978-80-8094-396-7.
3. FULIER, J. a kol. *Niektoré aspekty matematického vzdelávania*. Nitra: FPV UKF, 2011.241 s. ISBN 978-80-558-0013-4.
4. PETTY, G. *Moderní vyučování*. 5.vyd. Praha: Portál, 2008. 280 s. ISBN 978-80-7367-427-4.
5. VALLO, D. – Záhorská, J. *Modelovanie vybraných viet a poznatkov školskej matematiky v prostredí IKT*. In: Potenciál prostredia IKT v školskej matematike. Bratislava: UK, 2009, s.72-81. ISBN 978-80-223-2754-1.
6. VASKOVÁ, V. *Názornosť pri zadávaní úlohy*. In: Názornosť vo vyučovaní matematiky. Nitra: FPV UKF, 2006, s.147-150. ISBN 80-8094-024-X
7. http://www.ivla.org/org_what_vis_lit.htm

Kontaktní adresa

PaedDr. Gabriela Pavlovičová, PhD.
 Katedra matematiky FPV UKF
 Tr. Andreja Hlinku 1, 949 74 Nitra
 Telefón: +421 37 6408 693
 E-mail: gpavlovicova@ukf.sk

MODELOVÁNÍ JAKO PROSTŘEDEK VYTVÁŘENÍ PŘEDMATEMATICKÝCH PŘEDSTAV

Šárka PĚCHOUČKOVÁ, Miroslava PIAČKOVÁ

Abstrakt

Projekt Matematické modelování v předprimárním vzdělávání má za úkol seznámit studenty oboru Učitelství pro mateřské školy s významem a různými formami modelování předmatematických představ a naučit je tvořit vlastní aktivity tak, aby u dětí rozvíjely potřebné kompetence. V praxi ověřené činnosti budou nabídnuty široké učitelské veřejnosti formou webových stránek projektu a seminářů, které se budou konat v rámci celoživotního vzdělávání učitelů.

Klíčová slova: matematické modelování, kompetence, předmatematické představy

THE METHODS OF MODELING PRE-MATHEMATICAL IDEAS

Abstract

The aim of the project “Mathematical Modeling In Preschool Education” is to familiarize students studying Kindergarten teaching with the importance and various methods of modeling pre-mathematical ideas and to teach them how to create their own activities, so that children develop the necessary competencies. The activities demonstrated as effective in practice will be offered to the general public of teachers.

Keywords: mathematical modeling, competencies, pre-mathematical ideas

1. Úvod

Cíle předmatematické výchovy jsou obsaženy v Rámcovém programu pro předškolní vzdělávání (Smolíková, 2004). Před vstupem do 1. ročníku základní školy by dítě mělo (Kaslová, 2010):

- v proudu řeči v různých jazykových podobách zaregistrovat vyjádření neurčité i určité kvantity, vhodnými způsoby umět porovnat množství i počet objektů
- chápat přirozené číslo ve všech jeho rolích
- rozumět otázkám, umět odlišovat různé otázky a odpovídat na ně se snahou o podání co nejúplnější informace
- zvládat výchozí metody řešení (přirazování, porovnávání, třídění, ostré lineární uspořádání, usuzování, určení počtu různými způsoby)
- respektovat zadané podmínky nebo pokyny v různých aktivitách včetně pochopení role sloves se zápornou a role kvantifikátoru
- vyhodnocovat pravda – nepravda (správně – nesprávně), chápat negaci jednoduchých výroků

- na základě poslechu vytvářet představy o tvarech, poloze, počtu, tyto představy uchovávat a umět si je na určitý podnět vybavovat, upravovat a zpracovávat, vyjadřovat je pohybem, graficky, slovem nebo kombinovanou formou
- u dějů vnímat souvislost i následnost, prostor, ve kterém se odehrávají včetně prostorových vztahů mezi objekty a jejich změnami
- rozlišovat mezi důležitým a nepodstatným, mezi možným a jistým
- registrovat závislosti a pravidelnosti u pozorovaného nebo popsáního, hledat společné vlastnosti

Tyto cíle by měly naplňovat při práci s dětmi učitelky mateřských škol. Protože na Fakultě pedagogické Západočeské univerzity v Plzni v rámci oboru Učitelství pro mateřské školy připravujeme budoucí učitelky preprimárního vzdělávání, je třeba, abychom s uvedenými cíli své studenty nejen seznámili, ale naučili je používat vhodné metody práce, konkrétní aktivity a hry směřující k uskutečňování uvedených cílů.

Studenti se seznamují s rozvojem předmatematických představ dětí ve dvou na sebe navazujících předmětech Rozvoj logického a matematického myšlení 1 a Rozvoj logického a matematického myšlení 2. Každý z nich je vyučován jeden semestr. Kromě teoretických základů jednotlivých matematických pojmů, se kterými ve zjednodušené podobě pracuje dítě předškolního věku, se studenti seznamují s konkrétními aktivitami a hrami, které u dětí rozvíjejí potřebné kompetence. Největší problém však vidíme v tom, že pokud našim studentům předložíme nějakou aktivitu, nedovedou ji sami analyzovat z hlediska rozvíjených kompetencí nebo naopak nedovedou sami vytvořit či najít aktivitu tak, aby rozvíjela požadované kompetence. Zároveň pociťujeme nedostatek publikací, ve kterých by se objevovaly činnosti a hry, jež by na profesionální úrovni a správným způsobem rozvíjely předmatematické představy. K odstranění všech těchto problémů by měl přispět i projekt Matematické modelování v preprimárním vzdělávání, který v tomto roce řešíme.

2. Průběh projektu

Cílem projektu je seznámit studenty s možnostmi modelování jako prostředku k vytváření předmatematických představ s důrazem na aplikace v reálném životě. Ve výše uvedených předmětech přibližujeme studentům význam a různé formy modelování a vedeme je k tomu, aby zvládli libovolnou činnost analyzovat z hlediska požadovaných cílů. K tomuto účelu používáme videozáznamy aktivit dětí v mateřské škole.

Způsob práce se studenty můžeme demonstrovat na deskové hře Člověče, nezlob se! Po zhlédnutí videonahrávky na základě společné diskuse (studentům předem položíme několik otázek, aby věděli, na jaké jevy se mají zaměřit) dojdeme k závěrům, že při této hře dítě využívá řadu prenumerických schopností, jako je třídění, orientace v rovině, orientace v prostoru, uvažování, usuzování, a pracuje rovněž s přirozeným číslem. Jednotlivé fenomény konkretizujeme například způsobem uvedeným v následujícím textu.

Třídění je proces, při kterém dochází k rozkladu daného souboru na třídy. V případě, že dítě při hře sleduje jen jedinou figurku (padne-li „šestka“, dítě nenasadí další figurku, ale stále postupuje s jedinou figurkou), o třídění nejde. Je nutné, aby sledovalo celou hrací desku a bylo schopné podle situace vhodně pohybovat s více figurkami. Pak může pracovat s jednou, se dvěma nebo se třemi třídami – figurka na cestě v poli, figurky v rohových záložních polích, figurky v cíli. Třídít v této hře je

možné figurky také podle barvy, podle toho, či jsou, a v neposlední řadě, zda hráč je či není v cíli.

Orientace v rovině představuje orientaci v plánku hry, orientace v prostoru pak orientaci v rozmístění jednotlivých figurek a v jejich pohybu. Při hraní samotné hry vnímají děti v prostoru dvě dvojice směrů – předozadní směr a směr pravolevý. Při orientaci v těchto dvou směrech je nutné, aby dítě chápalo předložky, se kterými je tato hra ve vztahu (před, za, vedle), příslovce a také řadu sloves (přeskoč, běž, jdi, oběhni).

Prostřednictvím této hry se předškolák učí vnímat přirozené číslo. Pokud chce svou figurku posunout vpřed, musí hodit kostkou a spočítat počet teček na stěně kostky - neustále tak používá číselnou řadu do šesti. Učí se tak vnímat číselku označující číslo, ale i číslo ve významu kvantity (Pokud padne „pětka“, dítě udělá figurkou na hrací desce pět kroků). Hrací kostka má v této hře zástupnou funkci čísla. S pomocí kostky je dítě schopné mnohem snáze určit počet, který mu padl.

Dalšími rozvíjenými kompetencemi dítěte jsou uvažování a usuzování. Dítě v průběhu hry uvažuje například nad dalším případným tahem. Pokud má s touto hrou dostatečné zkušenosti, je schopné usuzovat, tedy vnímat určité logické vazby v průběhu hry a případně konfrontovat své vlastní strategie (Piačková, 2011).

Když studenti zvládnou takto analyzovat hry a další aktivity dětí, začnou vytvářet vlastní náměty činností zaměřené na přiřazování, porovnávání, uspořádání, třídění, vytváření představy přirozeného čísla, závislosti, pravidelnosti, prvky kombinatoriky a pravděpodobnosti, rovinné a prostorové útvary, orientaci v prostoru, orientaci v rovině, celek a jeho části a transformace rovina - prostor a prostor - rovina. Důraz bude kladen na využívání různých forem a metod práce (individuální práce s dítětem, práce se skupinou dětí, práce ve dvojicích, dramatizace, manipulace s předměty). Studenti podrobně uvedou pravidla, používané pomůcky, rozvíjené kompetence a na základě realizace s dětmi v mateřské škole pak činnosti upraví a popíší získané zkušenosti. V této formě budou náměty zpracovány do elektronické podoby a zveřejněny pro potřeby dalších studentů a učitelů z praxe na webových stránkách katedry matematiky, fyziky a technické výchovy FPE ZČU v Plzni, kde budou k dispozici také pracovní listy, fotografie pomůcek nebo videozáznamy z ověřování a realizace v mateřských školách. Některé náměty budou využity na semináři pro učitele v rámci celoživotního vzdělávání.

3. Závěr

Projekt je určen především studentům oboru Učitelství pro mateřské školy v prezenční formě studia. Dostupnost výsledků na webových stránkách a semináře realizované v rámci celoživotního vzdělávání učitelů však umožní, aby se s nimi seznámila i široká učitelská veřejnost a využila je při práci s dětmi. Některé činnosti budou moci být v upravené formě použity i při výuce matematiky na základní škole.

Příspěvek vznikl v rámci projektu FRVŠ 1003/2012 „Matematické modelování v předprimárním vzdělávání“.

Literatura

1. KASLOVÁ, M. *Předmatematické činnosti pro předškolní vzdělávání*. 1.vyd. Praha: Raabe, 2010. 206 s. ISBN 978-80-86307-96-1.
2. KOŤÁTKOVÁ, S. *Hry v mateřské škole v teorii a praxi: význam hry, role pedagoga, cíl hry, soubor her*. 1.vyd. Praha: Grada, 2005. 184 s. ISBN 80-247-960852-3.
3. PIAČKOVÁ, M. *Deskové hry v mateřské škole*. [bakalářská práce]. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, Fakulta pedagogická, 2011. 58 s.
4. SMOLÍKOVÁ, K. *Rámcový program pro předškolní vzdělávání*. 1.vyd. Praha: Výzkumný ústav pedagogický, 2004. 48 s. ISBN 80-87000-00-5.

Kontaktní adresa

PhDr. Šárka Pěchoučková, Ph.D.
KMT FPE ZČU v Plzni
Klatovská 51, 306 14 Plzeň
Telefon: +420 377636247
E-mail: pechouck@kmt.zcu.cz

Bc. Miroslava Piačková
64. mateřská škola
Pod Chlumem 3, 312 00 Plzeň
Telefon: +420 377462334
E-mail: minnap@centrum.cz

TVOŘIVÝ ŽÁK A TVOŘIVÝ UČITEL PRIMÁRNÍ ŠKOLY

Jaroslav PERNÝ

Abstrakt

Tvořivost je významnou kompetencí každého člověka. Aby byli naši žáci tvořiví, je třeba proto mít tvořivé učitele a příznivé tvůrčí klima třídy. V kurzech didaktiky matematiky se snažíme mj. rozvíjet tvořivost našich studentů-budoucích učitelů primární školy a využívat jejich předmětovou všestrannost, např. při tvorbě semestrálních a diplomových prací. V příspěvku předkládám ukázky jejich tvořivosti a nápaditosti.

Klíčová slova: tvořivost, projekty, didaktické hry, matematické pohádky

CREATIVE PUPIL AND CREATIVE TEACHER IN THE PRIMARY SCHOOL

Abstract

The creativity is an important capability of each person. We need creative teachers and suitable creative climate in the class to support creativity of pupils. Courses "Didactics of Mathematics" are, among others, aimed at development of our student's (future primary school teachers) creativity and utilizing their wide field of expertise, for example during work on semestral or master thesis. Selected examples of their creativity are presented in the contribution.

Key words: creativity, projects, didactic games, mathematical fairy-tales

1. Úvod

Tvořivost je velmi významnou kompetencí každého člověka a podle mého, chceme-li mít tvořivé žáky, potřebujeme vychovávat tvořivé učitele, a to nejen v matematice, ale ve všech předmětech. Domnívám se, že v případě studentů-budoucích učitelů primární školy se nám to celkem daří, především díky všestrannosti studentů, kterou využívají zejména v tvůrčích činnostech, jako didaktické hry, matematické pohádky a projekty.

2. Hlavní část

Setkávám se s názorem, že tvořivost do matematiky nepatří, protože její charakter vyžaduje konvergentní logické myšlení s algoritmickými postupy a přesným výsledkem. V matematice je ale časté řešení problémů různými způsoby, takže je to zejména v primárním vzdělávání předmět vhodný pro problémové a badatelské metody ve vyučování a zejména při objevování nových poznatků se uplatňuje i divergentní myšlení a heuristické postupy, tedy využívající tvořivý přístup.

Řada studentů-budoucích učitelů primární školy, má s matematikou nedobré zkušenosti, proto jim ukazují i jiné stránky matematiky, jako jsou hlavolamy, hádanky, didaktické hry. Za zásadní totiž považují, zbavit je někdy až zbytečného strachu z matematiky nebo dokonce odporu k matematice, aby ho nepřenašeli na své žáky.

Pro rozvoj tvořivosti např. zadávám semestrální práce umožňující studentům primární školy prokázat svoji tvořivost, nápaditost a všestrannost. Využívají přitom i své literární, výtvarné a hudební schopnosti. Někteří své práce sami ilustrují, píšou ve verších, případně je doprovází hudbou nebo je dramatizují. Zdařilé semestrální práce pak některé studentky rozšiřují na práce diplomové. V poslední době máme výraznější nárůst diplomových prací z matematiky u studentek primárního vzdělávání.

V následující části předkládám ukázky prací některých studentek, na kterých chci tuto jejich tvořivost prezentovat. Další ukázky budou uvedeny při prezentaci příspěvku.

3. Závěr

Domnívám se, že jedině tvořivý učitel může rozvíjet tvořivost a další významné kompetence žáků v počátečním vyučování matematiky. Může využít jejich spontánnosti, zvědavosti a hravosti a ukázat jim význam matematiky pro budoucí život.

4. Ukázky soutěží, didaktických her, matematických pohádek, projektů, obrázky

Matematické soutěže

Vedralová Jana: **ZOO**



Matematická soutěž pro 5.roč.

FILIP

*Milé děti,
jistě víte, že v každém pohádkovém městě je zoologická zahrada se zvířátky.
My se do jedné z nich půjdeme společně podívat:*

1. Každé zvířátko v naší ZOO má své číslo. Například klokan má 4-ciferné číslo. Když k němu přičteme jeho desetinu a jeho setinu, dostaneme číslo 5853. Jaké číslo má klokan?



2. Od vchodu ZOO je natažený barevný proužek, který vás dovede k prvnímu zvířátku. Proužek sestavili ošetřovatelé slonů z jednoho metru čtverečního rozstřížením na čtverečky se stranou dlouhou 1 cm. Čtverečky položili těsně vedle sebe. Jak dlouhý je proužek?

3. Za výběhem pro slony jsou žirafy. Je jich přesně 27 a tvoří tři skupiny. Když z první skupiny přeběhlo 7 žiraf do druhé a z druhé přeběhly 3 žirafy do třetí, byl ve všech skupinách stejný počet. Kolik žiraf bylo původně v každé skupině?



4. Pavilón cizokrajného ptactva tvoří 9 klecí. V každé kleci je jiný počet papoušků. Uspořádejte počet papoušků tak, aby jejich součet v řádcích i sloupcích byl vždy 12.

1	2	3
4	5	6
7	8	0



Didaktické hry

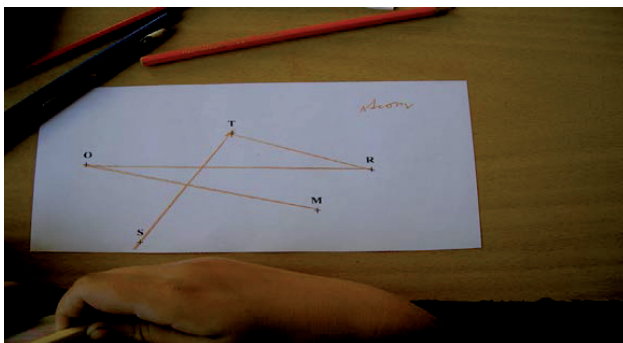
Košková Stanislava: Matematické hry

Byla připravena série didaktických her pro jednotlivce, dvojice i skupiny, které si žáci třídy během Dne her postupně zkoušeli a ohodnocovali je známkami do zvláštní Žákovské knížky, kterou si sami vytvořili. Hra s nejmenším hodnotovým součtem byla ta nejoblíbenější.

Hra pro jednotlivce

Spoj body a urči slovo

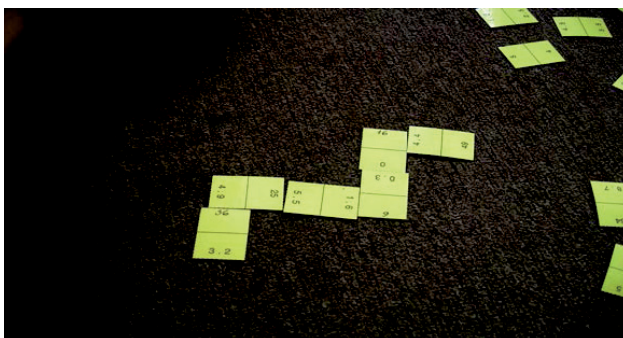
Na papíru jsou vyznačeny popsané body. Spoj je úsečkami, abys mohl určit ukryté slovo.



Hra pro dvojice

Matematické domino

Žáci mají kartičky „domina“, kde na jedné polovině je příklad a na druhé polovině výsledek jiného příkladu. Snaží se k danému příkladu připojit správný výsledek.



Hra pro skupiny

Štafetový běh

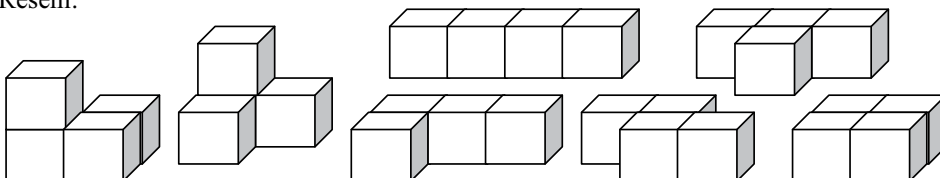
Na tabuli je nakreslen „řetěz“ obdélníků se šipkami, u kterých jsou připsány početní operace. Po zapsání čísla do prvního obdélníku přibíhají žáci a do dalších obdélníků zapisují výsledky. Mohou soutěžit i 2 skupiny současně.



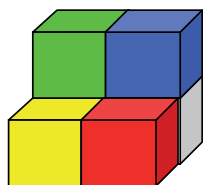
Bylo, nebylo jedno křechlové království, ve kterém všechny budovy byly vystavěny ze shodných křechlí. V něm vládla královna Křechle IV a ta měla dceru Křechličku. Když přišel čas princeznu provdat, vyhlásila, že kdo chce princeznu a půl království získat, musí splnit 3 úkoly. Řada princů se o to pokoušela, ale zatím žádný neuspěl. Až jednou se objevil princ Kvadroň, kterému se princezna již dlouho líbila na Internetových stránkách, a že to také zkusí.

1. úkol: *Jsem Křechle IV, takže vytvoř všechny křechlové budovy ze 4 shodných křechlí.*

Řešení:



2. úkol: *Máme rádi barevné budovy a při jejich návrzích sledujeme pohled zepředu a shora. Můžeš určit k dané budově a jejímu pohledu shora i pohled zepředu?*



pohled zepředu



pohled shora

Řešení:

Je stejný

3. úkol: *Královský návrhář navrhl pohled na budovu zepředu a shora a my nevíme, kolik podle toho plánu můžeme postavit „různých budov“. Urči nám to!*

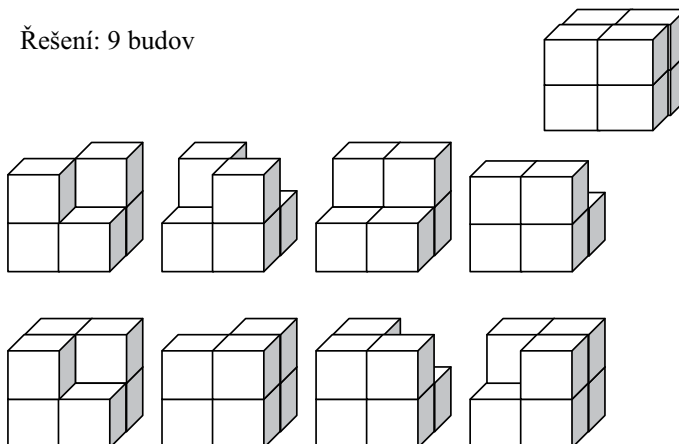


zepředu



shora

Řešení: 9 budov

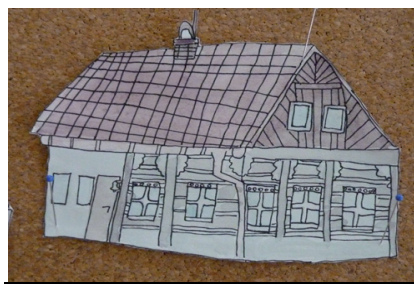


Projekty

Sojková Irena: Geometrie a architektura

Projekt je zaměřen na poznávání lidové architektury i staveb současnosti, jako poznávání souvislostí mezi minulostí a současností. Jako prostředku byly v projektu zvoleny možnosti geometrie např. odhadovat, porovnávat, zakreslovat nebo hledat podobnosti a odlišnosti útvarů, dále pak propojení výtvarné výchovy a geometrie ve ztvárnění těchto objektů papírovým modelem a dětskou kresbou.

Projekt je jednotýdenní, pro 3. a 5. ročník a je doplněn pracovními listy.



Literatura

1. GOTTFRIED, M. *Seminární práce z MX3*. TU v Liberci, 2008.
2. KOŠKOVÁ, S. *Matematické hry na 1. stupni ZŠ*. Diplomová práce, TU v Liberci, 2008.
3. PERNÝ, J. *Tvořivost k rozvoji prostorové představivosti*. TU Liberec 2004. ISBN 80-7083-802-7.
4. SOJKOVÁ, I. *Geometrické prvky v architektuře našeho města*. Diplomová práce, UJEP v Ústí nad Labem, 2011.
5. VEDRALOVÁ, J. *Seminární práce z MX3*. TU v Liberci, 2009.

Kontaktní adresa

Jaroslav Perný, doc. PaedDr., Ph.D.
KMD FP Technická univerzita v Liberci
Voroněžská 13, Liberec 460 01
Telefon: +420 485352285
E-mail: jaroslav.perny@tul.cz

VZDĚLÁVACÍ STYL RODIN V DOMÁCÍM VZDĚLÁVÁNÍ

Dana PRAŽÁKOVÁ

Abstrakt

Domácí vzdělávání jako celek je charakteristické vysokou různorodostí (Thomas, 1998). Článek je částí dizertační práce věnované domácímu vzdělávání a popisuje charakteristiky vzdělávacího stylu v rodinách, které propojuje s matematickým kontextem. Vzdělávací styl je odrazem odlišného vzdělávacího prostředí jednotlivých rodin. Data pro kvalitativní výzkum poskytlo třicet rodin prostřednictvím dotazníků a následné písemné komunikace a jedna rodina prostřednictvím záznamů o vzdělávání vlastních dětí. Představený vzdělávací styl patří v rámci domácího vzdělávání mezi méně strukturované. Pro rodiny je typické, že se většinou neřídí jednou teorií vzdělávání, čerpají z více pramenů, které originálně uchopují tak, jak to konkrétní rodině vyhovuje.

Klíčová slova: domácí vzdělávání, individuální vzdělávání, matematika, vzdělávací styl

EDUCATIONAL STYLE OF HOMESCHOOL FAMILIES

Abstract

Homeschooling encompass a number of different types of learning (Thomas, 1998). This article is a part of dissertation dedicated to homeschooling and it describes phenomena in educational style of families. These are linked up with mathematical context. Research is based on questionnaires of 30 families and author's personal experience. Educational style described in this article is semi-structured. Families do not usually use any specific educational approach, they deal with different sources and their educational methods are intensively connected to everyday activities.

Key words: home education, homeschooling, mathematics, educational style

1. Vymezení pojmu domácí vzdělávání

Domácí vzdělávání se významně odlišuje od běžného školního vzdělávání tím, že: „*děti jsou po většinu doby vyučovány v domácím prostředí a jejich hlavní vzdělavatelé nejsou pedagogičtí pracovníci, nýbrž jejich vlastní rodiče nebo jimi pověřené osoby.*“ (Kostecká, 2003, s. 8)

Od 1. ledna 2005 je v platnosti nový školský zákon 561/2004 Sb. V něm je v § 41 povoleno domácí vzdělávání na 1. stupni základní školy pod názvem individuální vzdělávání. To povoluje ředitel školy, na kterou rodiče podávají příslušnou žádost, společně s dalšími potřebnými dokumenty, například vyjádřením pedagogicko-psychologické poradny. Vzdělavatelé musí doložit minimálně úplné střední vzdělání

zakončené maturitou. Žáci jsou hodnoceni jedenkrát za pololetí, přičemž hodnocení nemá mít charakter komisionálního přezkoušení.

V článku je používána místo legislativně ukotvené terminologie (individuální vzdělávání) terminologie tradiční, neboť lépe charakterizuje podstatu tohoto způsobu plnění povinné školní docházky. Pojem domácí vzdělávání je také častěji používán jak odbornou, tak i laickou veřejností.

2. Vymezení pojmu vzdělávací prostředí a vzdělávací styl

Domácí vzdělávání se vyznačuje značnou různorodostí, protože každá jednotlivá rodina vytváří své specifické vzdělávací prostředí. Vzdělávací prostředí ovlivňuje z vnějších faktorů zejména zákonná norma, která upravuje práva a povinnosti s domácím vzděláváním spojené, a dále veřejné mínění. Z vnitřních faktorů je to pak demografická a socioekonomická situace rodiny, biologické i psychologické charakteristiky jednotlivých členů rodiny a motivy vedoucí k zahájení domácího vzdělávání. Tyto dvě úrovně jsou propojeny jednak institucionální vazbou rodiny na školu, ve které je dítě zapsáno k plnění povinné školní docházky, jednak možnostmi a ochotou rodin zapojovat se do aktivit různých podpůrných skupin.

Konkrétní vzdělávací prostředí se následně stává východiskem pro vzdělávací styl rodiny, který je v této práci základním určujícím znakem.

Styl je chápán autorkou v souladu s Jandourkem, který ho definuje jako:
„Způsob projevu v myšlení, chování, jednání nebo činnosti, který má charakteristické rysy vymezující ho vůči jiným stylům a nevýraznosti vůbec. Styl vyjadřuje hodnoty jedince nebo společenství.“
(Jandourek, 2001, heslo styl)

Vzdělávací styl je definován zejména **mírou strukturovanosti**, kterou rodiče volí. Tu je dále možno rozpracovat pomocí fenoménů spojených s dimenzí času, prostoru a také se způsobem, jakým je upravováno kurikulum.

Vzdělávací styl je **odrazem hodnot a cílů vzdělání a výchovy** konkrétní rodiny. Tyto cíle zůstávají často nevyřčeny, v tomto smyslu má vzdělávací styl blízko k pojetí výuky, jak jej nahlíží česká pedagogická teorie:

„(Učitelovo) pojetí výuky je implicitní, neboť nemá obvykle podobu výslovně řečených a detailně propracovaných zásad, subjektivní, neboť souvisí se zvláštnostmi osobnosti, vede k individuálnímu stylu činnosti, je spontánní... a relativně neuvědomované...“
(Mareš, 1996, str. 12)

Stejně jako v případě edukačního stylu (Gillernová, 2006) je podstatnou složkou stylu vzdělávacího i **komunikace**, která je složkou šířeji pojaté interakce (Mareš, Krivohlavý, 1995).

Značné rozdíly ve srovnání s běžným školním prostředím lze nalézt u třetí charakteristiky, kterou je **kontext, ve kterém vzdělávání probíhá**. Kontext autorka chápe jako situaci, při které dochází za příznivých podmínek k rozumovému i osobnostnímu rozvoji doma vzdělávaného dítěte. Tento kontext může být na jedné straně velmi podobný například výuce v málotřídní škole, na straně druhé může vypadat tak, že náhodný pozorovatel v něm žádné vzdělávání na první pohled neuvidí, a bude se domnívat, že se jedná „pouze“ o běžnou činnost v rámci každodenního života.

V této práci popisovaný styl patří v rámci domácího vzdělávání mezi méně strukturované. Pro rodiny je typické, že se většinou neřídí jednou teorií nebo filozofií vzdělávání, čerpají z více pramenů, které originálně uchopují tak, jak to konkrétní rodině vyhovuje. Stejně tak pracují s učebnicemi a dalšími pomůckami.

V České republice je domácí vzdělávání podřízeno zákonu. Rodiny musí alespoň částečně dodržovat kurikulum pro určitý ročník a v konečném důsledku naplnit Rámcový vzdělávací program základní školy, nemohou tedy strukturovanost opustit úplně. Proto je tento vzdělávací styl nazván **semistrukturovaný vzdělávací styl**. Tím je zároveň odlišen od dalších vzdělávacích stylů.

3. Teoretická východiska a metodologie výzkumu

Z hlediska teoretických východisek práce čerpá z výzkumných zpráv, které se zabývají domácím vzděláváním zejména z hlediska historie a legislativy (Kostecká, 2003; Petrie, 2001), motivace (Mířková, 2009), socializace (Arora, 2003; Martin, 2003; Štech, 2003), vzdělávacích metod (Thomas, 1998; Nitschová, 2000) a výsledků vzdělávání (Meighan, 1995). Popisovaný vzdělávací styl je zasazen do rámce teorie situovaného učení (Lave, 1988) a ovlivněn také pohledem na vzdělávání z hlediska sociokulturního kontextu (Vygotskij, 2004). Podstatnou částí teoretického základu je pohled na komunikační procesy ve vzdělávání (Mareš, Krivohlavý, 1995). V matematické části práce vychází z teorie generických modelů profesora Hejného (Hejný, 2004).

Tento článek obsahuje část závěrů analytického zpracování dat, které byly shromážděny pro účely dizertační práce. Předkládá odpověď na výzkumné otázky týkající se změn ve vzdělávacím stylu rodin a faktorů, které vzdělávací styl ovlivňují a fenoménů, které ho charakterizují vzhledem k matematice. Práce má vzhledem ke způsobu získávání dat a jejich povaze výhradně kvalitativní podstatu (Hendl, 2005). Nejzásadnějším pramenem dat je osobní zkušenost autorky. Proces získávání dat zahrnoval poměrně dlouhé období od roku 2003 do roku 2011, celý výzkum má tedy longitudinální charakter.

4. Proměny vzdělávacího stylu rodin

Společně s celkovou změnou ve vzdělávacím stylu rodin dochází s délkou a bohatostí osobních zkušeností s domácím vzděláváním podle očekávání i k proměnám vzhledem k matematickému vzdělávání dětí a také, jak naznačily odpovědi některých rodičů i autorčina osobní zkušenost, dochází ke změnám vzhledem k matematickému vzdělávání samotných rodičů.

Změny, které rodiče zaznamenali, můžeme rozdělit do několika oblastí. První se týká vztahu k matematice jako vzdělávací oblasti, a to jak na straně dětí, tak i na straně rodičů jako vzdělávatelů. Tato oblast pak zahrnuje rodiny, jejichž děti měly před zahájením domácího vzdělávání určitou negativní zkušenost se školou. Druhá oblast se týká metod, které rodiče využívají, včetně způsobu práce s učebnicemi a využívání pomůcek.

K dalším podstatným faktorům, které mají vliv na vzdělávací styl v matematice, patří kromě výše zmíněných oblastí i zkušenosti získané od jiných rodin, vzdělání a profese rodičů a také další vzdělávání rodičů.

4.1. Etapy, kterými rodiny procházejí při své zkušenosti s domácím vzděláváním

S délkou zkušenosti s domácím vzděláváním se mění vzdělávací styl rodiny směrem k větší neformálnosti. Od stylu „škola doma“, kdy rodiče napodobují zkušenosti ze své školní docházky, přechází ke stylu „domácí škola“ – v českých podmínkách často k semistrukturovanému stylu vzdělávání. Vzdělávání, včetně matematického, se stává integrální součástí každodenního života. Před vstupem do

běžného systému se rodiče částečně vracejí zpět ke stylu „škola doma“, kdy začnou opět klást větší důraz na „školní předměty“, práci s učebnicovými úlohami, vyhledávání možných „mezer ve vzdělání“ a případně i přípravu na přijímací řízení na vyšší stupeň školy, většinou na osmileté gymnázium.

4.2. Charakteristiky semistrukturovaného stylu vzhledem k matematice

Rodiče přizpůsobují vzdělávací styl jednotlivým dětem. Jsou ochotni déle čekat, než dítě dozraje, než projeví zájem, případně až nastane vhodná situace (kontext, na kterém bude možné prakticky osvětlit učivo). Rodiče většinou nespěchají na pamětné osvojení spojů a terminologie. Někteří udávají, že se jim až se vzděláváním vlastním dětí osvětlily některé části učiva.

Vzdělávací oblasti i jednotlivé okruhy učiva se vzájemně prolínají a střídají. Vzdělávání se pak pro diváka může jevit jako poněkud neuspořádaný proces, spíše než systematická soustava úloh, které se vysvětlují, řeší a hodnotí. Tento proces nemusí být omezen na dny školního roku, často probíhá i o volných dnech a o prázdninách. Rodiče udávají snižující se závislost na učebnicích. V každodenním životě dochází vzhledem ke vzdělávání ke značné flexibilitě, matematice není vyhrazeno místo v rozvrhu, prostupuje celým rodinným životem, podobně jako další vzdělávací oblasti. Snižuje se čas věnovaný formalizovaným školním povinnostem, jako je například práce s učebnicí a pracovním sešitem, děti si často ani neuvědomují, že se učí. Rodič někdy nedokáže popsat, jak si dítě určitou znalost nebo dovednost osvojilo – učení probíhá implicitně, nezáměrně. Sourozenci se mohou vzdělávat navzájem, kopírují často styl rodiče, z dotazníků vyplynulo, že dokáží napodobit nejen instruktivní, transmisivní styl, ale i styl konstruktivistický. Proces osvojování nových znalostí může být zdánlivě pomalejší než ve škole, ale jakmile je nějaký koncept zvládnut, znalosti jsou většinou dobře ukotveny, jsou trvalejšího charakteru a rychle se přenášejí na další úroveň.

5. Závěr

Výzkumná práce je psána s přesvědčením, že pokud budeme na domácí vzdělávání nahlížet z osobní perspektivy rodiny se zkušeností s tímto typem vzdělávání a zároveň se ho pokusíme systematizovat pomocí metod pedagogického výzkumu, získáme další příspěvek k poznávání daného vzdělávacího prostředí. Popsané fenomény pak mohou být vodítkem pro následný výzkum, například v jiných vzdělávacích oblastech.

Literatura

1. ARORA, Tiny C. M. J. School-Aged Children who are Educated at Home by their Parents: is there a role for educational psychologists?. *Educational Psychology in Practice: theory, research and practice in educational psychology*. 2003, roč. 19 (č. 2), 103-112. DOI: 10.1080/02667360303237. Dostupné z: <http://dx.doi.org/10.1080/02667360303237>
2. GILLENRNOVÁ, Ilona. Edukační styly učitele očima žáků. In: ŘEHULKA, Evžen. *Škola a zdraví pro 21. století*. Brno: Masarykova univerzita, 2006. Dostupné z: http://www.ped.muni.cz/z21/2006/konference_2006/sbornik_2006/pdf/038.pdf
3. HEJNÝ, M. *Mechanismus poznávacího procesu*. In: *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky*. Editor Milan Hejný, Jarmila Novotná, Naďa Stehlíková. Praha: Univerzita Karlova v Praze - Pedagogická fakulta, 2004, 212 s. ISBN 80729018931.
4. HENDL, J. *Kvalitativní výzkum: základní metody a aplikace*. Vyd. 1. Praha: Portál, 2005, 407 s. ISBN 80-736-7040-2.

5. JANDOUREK, J. *Sociologický slovník*. 1. Praha: Portál, 2001, 288 s. ISBN 80-7178-535-0.
6. KOSTELECKÁ, Y. *Domácí vzdělávání*. Praha, 2003. Disertační práce. Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta. Vedoucí práce Doc. Dr. V. Smetáček, CSc.
7. Lave, J. *Cognition in Practice: Mind, mathematics, and culture in everyday life*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1988.
8. MAREŠ, J. Pedagogické myšlení učitelů: teoretické úvahy. MAREŠ, J., J. SLAVÍK, T. SVATOŠ a V. ŠVEC. *Učitelovo pojetí výuky*. 1. Brno: Masarykova univerzita, 1996, s. 15-27. ISBN 80-210-1444-X.
9. MAREŠ, J. a J. KŘIVOHLAVÝ. *Komunikace ve škole*. Vyd. 1. Brno: Masarykova univerzita, 1995, 210 s. ISBN 80-210-1070-3.
10. MEIGHAN, Roland. Home-based Education Effectiveness Research and Some of its Implications. *Educational Review*. 1995, roč. 47, č. 3, s. 275-287. DOI: 10.1080/0013191950470304.
11. MERTIN, V. *Pedagogicko-psychologické aspekty individuálního vzdělávání*. Pedagogika roč. LIII, 2003.
12. MIFKOVÁ, Barbora. *Problematika vztahu rodiny a školy a důvody vedoucí k domácímu vzdělávání*. Brno, 2009. 87 s. Dostupné z: www.is.muni.cz. Diplomová práce. Masarykova univerzita. Vedoucí práce PaedDr. Jana Škrabánková, Ph.D.
13. NITSCHOVÁ, Daniela. *Domácí vzdělávání*. Praha, 2000. 88 s. Diplomová práce. Univerzita Karlova, Filosofická fakulta, Katedra psychologie. Vedoucí práce PhDr. Václav Mertin.
14. PETRIE, Amanda. Home Education in Europe and the Implementation of Changes to the Law. *International Review of Education*. 2001, roč. 47(č. 5), 477-500.
15. ŠTECH, S. *Škola nebo domácí vzdělávání? Teoretická komplikace jedné praktické otázky*. Pedagogika roč. LIII, 2003.
16. THOMAS, Alan. *Educating Children at Home*. 1. London: Continuum, 1998. ISBN 0-8264-5205-1.
17. VYGOTSKIJ, Lev Semenovič a Jan PRŮCHA. *Psychologie myšlení a řeči*. Vyd. 1. Praha: Portál, 2004, 135 s. Psychologie (Portál). ISBN 80-717-8943-7.

Kontaktní adresa

Ing. Dana Pražáková
 doktorandka Katedry matematiky a didaktiky matematiky
 Pedagogická fakulta Univerzity Karlovy
 M. D. Rettigové 4, Praha 1
 E-mail: dana.prazakova@seznam.cz

JEDEN POHĽAD NA PRAVDEPODOBNOSŤ V ELEMENTÁRNEJ MATEMATIKE

Alena PRÍDAVKOVÁ

Abstrakt

Pravdepodobnosť – pojem a oblasť matematiky, ktorá vo väčšine študentov vyvoláva obavy. Na druhej strane je potrebné si uvedomiť, že elementy pravdepodobnosti sa vyskytujú v každodennej realite. Proces vytvárania predstáv o zákonitostiach súvisiacich s náhodnými pokusmi začína už pri činnostiach v primárnej škole. V príspevku uvádzame úlohy, ktoré by mohli slúžiť ako prostriedok propedeutiky vybraných pojmov teórie pravdepodobnosti.

Kľúčové slová: pravdepodobnosť, primárna škola, elementárna matematika

ONE VIEW AT THE PROBABILITY OF ELEMENTARY MATHEMATICS

Abstract

Probability - the notion and field of mathematics which is not favourites among students. On the other hand, it should be noted that the elements of probability are in the situations of daily lives. The process of creating of notions about regularities associated with the random experiment begins in primary school activities. This paper describes the tasks that could serve as a propaedeutic means of selected concepts of probability theory.

Key words: probability, primary school, elementary mathematics

Úvod

Aj napriek skutočnosti, že elementy pravdepodobnosti sa objavujú v situáciách každodenného života nie je problematika týkajúca sa danej oblasti matematiky medzi žiakmi a študentmi príliš obľúbenou. Mnohí si pod pojmom *pravdepodobnosť* predstavia tému zo školskej matematiky spojenú s výpočtami s použitím vzorcov, zlomkov, kde výsledok je vyjadrený v percentách. V bežnej komunikácii často počujeme a používame vyjadrenia typu: *pravdepodobne bude pršať, asi sa mi to podarí, možno ma dnes učiteľka nevyvolá, snáď skúšku urobím, určite vyhrám, na sto percent mi to vyjde, na to je malá šanca, to je ale náhoda, že sme sa stretli* a pod. Aj tieto, na prvý pohľad neurčité formulácie vieme opísať matematickými prostriedkami.

„Proces utvárania pojmu „pravdepodobnosť udalosti“ v škole, by mal prebiehať podobne ako proces utvárania pojmu prirodzeného čísla, teda od kvalitatívnych ohodnotení.“ (Plocki, 2004, s. 251) Pravdepodobnosť udalosti prezentovaná ako číslo, t.j. v zmysle kvantitatívnom, musí byť sprístupnená v škole neskôr.

Podľa Plockého (2004) riešenie úloh z počtu pravdepodobnosti predstavuje matematickú činnosť obsahujúcu nielen výpočty, ale aj proces konštruovania matematických modelov skutočnosti a tvorbu úsudkov. Žiaci majú pritom možnosť pracovať v pozícii objaviteľov nových vzťahov a pravidiel. V realite existuje mnoho situácií, v ktorých sa vyskytujú prvky počtu pravdepodobnosti: lotérie rôzneho druhu, losovanie na kolese šťastia, tombola, výber karty, hra kameň – papier – nožnice atď.

Pravdepodobnosť v školskej matematike

Vzdelávací obsah učebného predmetu matematika je v Slovenskej republike na základnej škole rozdelený do piatich tematických okruhov a jedným z nich je okruh s názvom *Kombinatorika, pravdepodobnosť a štatistika*. Z oblasti pravdepodobnosti sú ciele vymedzené v ISCED 2 (2010) na propedeutickej úrovni: žiaci by mali rozumieť bežným pravdepodobnostným vyjadreniam. Problematika pravdepodobnosti sa odporúča zaradiť v ôsmom ročníku základnej školy, pričom úlohy sú zamerané na realizáciu pravdepodobnostných hier a pokusov, na porovnávanie šancí rôznych udalostí a na číselné porovnávanie šancí. V odporúčanom obsahovom štandarde sú uvedené pojmy týkajúce sa daného učiva: *udalosť, pravdepodobnosť, pokus, početnosť, relatívna početnosť, možné a nemožné udalosti*. (Bálint et al, 2010, s. 35) V danom tematickom celku sú formulované odporúčané výkonové štandardy: *Získať skúsenosti z porovnávania rôznych udalostí z pohľadu na ich mieru pravdepodobnosti. Uskutočňovať jednoduché a primerané experimenty. Posúdiť a rozlíšiť možné, ale aj nemožné udalosti. Rozhodnúť o pravdepodobnosti udalosti. Vypočítať relatívnu početnosť udalosti.*

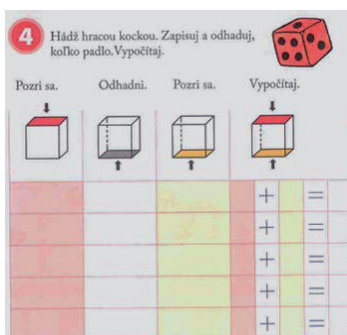
Prvotné skúsenosti a predstavy o uvedených pojmoch by sa mali vytvárať už aj vo vyučovaní matematiky na primárnom stupni vzdelávania. Tematický okruh s problematikou pravdepodobnosti je zastúpený v obsahu matematiky primárnej školy a mal by byť súčasťou matematického vzdelávania už od 1. ročníka ZŠ. V Štátnom vzdelávacom programe ISCED 1 sú ciele súvisiace s danou témou sformulované v rámci tematického celku *Riešenie aplikačných úloh a úloh rozvíjajúcich špecifické matematické myslenie*: „Rozlišovať isté, neisté, možné a nemožné udalosti primerané veku“. Úlohy sú zamerané na pozorovanie istých udalostí, možných ale neistých udalostí a nemožných udalostí. Spomínaný dokument uvádza pojmy, ktoré by si mali žiaci osvojiť: *pravda, istá udalosť, možná udalosť, možná ale neistá udalosť, nemožná udalosť, nepravda, pravdivosť, pravdepodobný, nepravdepodobný*. (Bálint et al, 2009, s. 26)

Sekelská (2011) uvádza analýzu a komparáciu obsahu vzdelávacích programov na Slovensku a v Českej republike z pohľadu výskytu elementov pravdepodobnosti. Problematika venovaná propedeutike elementárnych pojmov pravdepodobnosti je zaradená vo vzdelávacej oblasti *Matematika a jej aplikácia* v tematickom okruhu *Nestandardní aplikační problémy a úlohy*.

Úlohy na propedeutiku pravdepodobnosti v primárnej škole

Táto problematika netvorí na 1. stupni ZŠ samostatný tematický celok a je v učebných textoch zastúpená formou úloh na úrovni propedeutiky. Je na učiteľovi, do akej miery dokáže didakticky analyzovať úlohu a identifikovať v nej prvky pravdepodobnosti. V ďalšej časti budú prezentované konkrétne úlohy s elementmi propedeutiky niektorých pojmov teórie pravdepodobnosti.

Úloha 1



Obr. 1 (Lehoťanová, 2010, s. 49)

rovňaký – sedem. Všetky pokusy je možné systematicky zapísať a usporiadať ich napríklad podľa veľkosti počnúc jednotkou až po šesťku. V závislosti od schopností žiakov a podmienok v triede je možné zvoliť buď individuálnu prácu alebo prácu vo dvojiciach. Výsledky pokusov môžu žiaci navzájom porovnávať. Súčasťou riešenia úlohy môže byť diskusia o tom, či je možné výsledky hodov nejakým spôsobom ovplyvniť a nadviazať tak na pojem náhoda, náhodný pokus a pod.

Úloha 2

Hádz a zapisuj.

1		4	
2		5	
3		6	

Obr. 2 (Hejný et al, 2007, s. 21)

Úloha je určená pre 1. ročník základnej školy, autormi je označená za neštandardnú a prvýkrát sa pracuje s náhodou. Aj tu ide o zaznačovanie výsledkov náhodných pokusov – hodov kockou. Odporúča sa realizovať 8 – 10 pokusov, kedy žiaci hádžu kockou a výsledky hodov zaznamenávajú do tabuľky. Vhodné je začať pracovať spoločne a potom vo dvojiciach. (Hejný, 2007) Podobne, ako v predchádzajúcej úlohe, aj tu je možné výsledky sumarizovať a spoločne o nich so žiakmi diskutovať. Diskusia sa môže týkať frekvencie padnutých hodnôt, ich porovnania, usporiadania, určenia najčastejšia padnutého čísla a pod.

Úloha 3

Na miske je 6 jahôd a 8 čerešní. Do večera deti zjedli 7 kusov ovocia.

a) *Zostala v miske aspoň jedna čerešňa?*

b) *Zostala v miske aspoň jedna jahoda?* (Bero – Berová, 2010, s. 17)

Úloha zaradená vo 4. ročníku bola autormi označená za problémovú. Pri jej riešení by sa mal priestor venovať zdôvodneniu odpovedí. Práve v tejto etape riešenia sa vyskytujú formulácie týkajúce sa propedeutiky pojmov pravdepodobnosti: *istá udalosť*, *možná udalosť*, *neistá udalosť*. Vhodné je, aby žiaci uvažovali o všetkých možnostiach, ktoré môžu nastať (všetky možné udalosti). Tieto možno zaznamenať napríklad vo forme tabuľky (vytvoriť sa dá viacero jej variantov). Zapišeme jednotlivé možnosti tak, aby platilo, že deti zjedli spolu 7 kusov ovocia a doplníme ďalšie hodnoty.

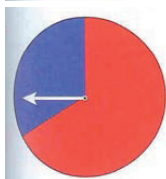
Jahody	zjedli	0	1	2	3	4	5	6
6 ks	ostalo	6	5	4	3	2	1	0
Čerešne	zjedli	7	6	5	4	3	2	1
8 ks	ostalo	1	2	3	4	5	6	7

Zo zaznamenaných údajov sa dá zistiť, či môže nastať situácia uvedená v otázke *a*. Je zrejmé, že v miske určite zostane aspoň jedna čerešňa (istá udalosť). Situácia z úlohy *b* môže nastať, ale nemusí, nakoľko existuje možnosť, kedy deti zjedia 6 kusov jahôd a jednu čerešňu a v miske nezostane ani jedna jahoda (možná udalosť).

Úloha 4



Koleso šťastia (alebo ruletka) – úloha, kde je vysvetlené, že *šance* pre vylosovanie každej z farieb *sú rovnaké*. V danej úlohe sú realizované náhodné pokusy s piatimi rovnako pravdepodobnými výsledkami. Ak na kolese nie je ružová farba, potom *nie je žiadna šanca* na jej vylosovanie.



V tomto variante kolesa, *je isté*, že vylosovaná bude buď modrá alebo červená farba. *Šanca* vylosovania červenej farby *je väčšia* ako pre vylosovanie modrej farby.

Obr. 3 (Dairyko, 2007, s. 47-48)

Pravdepodobnosť v príprave učiteľov

Ako už bolo spomenuté, prvky pravdepodobnosti sa vyskytujú v mnohých situáciách reálneho života. Túto skutočnosť je potrebné využiť pri vyučovaní danej témy, či už na základných alebo aj na vysokých školách pripravujúcich budúcich učiteľov. Úlohy prezentované v príspevku zaraďujeme na Pedagogickej fakulte v Prešove do obsahu predmetov v študijných programoch pripravujúcich budúcich učiteľov primárnej školy. Ďalšie aktivity sú pripravené v elektronickej forme (odkazy na webové stránky, animácie, interaktívne hry, testy a pod.) ako odporúčaný študijný materiál umiestnený v elektronických kurzoch v LMS systéme Moodle. Niektoré z nich aplikujeme aj pri výučbe využitím interaktívnej tabule. Študenti riešia úlohy nielen z učebných textov matematiky vytvorených na Slovensku, ale majú možnosť pracovať aj s úlohami a učebnicami matematiky z iných krajín.

Elementy pravdepodobnosti resp. jej propedeutiky sa objavujú aj v úlohách testovania medzinárodnej štúdie OECD PISA. Mnohé z nich sú tiež neodmysliteľnou súčasťou práce v predmetoch zameraných na matematickú prípravu študentov aj z pohľadu rozvíjania ich matematickej gramotnosti. V budúcnosti plánujeme inovovať obsah vzdelávacích predmetov v jednotlivých študijných programoch tak, aby bol v kontexte s obsahom vzdelávania učebného predmetu matematika na primárnom stupni škôl.

Záver

Činnosti, ktorých cieľom je okrem vyriešenia úlohy aj jej didaktická analýza, by mali byť nutnou súčasťou odbornej matematickej pregraduálnej prípravy učiteľov matematiky základnej školy. Využiť sa pritom môže to, že pri vyučovaní matematiky v primárnej škole učiteľ nadväzuje na žiacke skúsenosti, zručnosti, využíva ich

tvorivosť, hravosť a túžbu po poznaní (Pavlovičová, 2011). Učiteľ zohráva dôležitú úlohu pri výbere a didaktickej interpretácii problémov a situácií reálneho života súvisiacich s pravdepodobnosťou.

Literatúra

1. BÁLINT, E. et al. *Štátny vzdelávací program matematika (vzdelávacia oblasť: matematika a práca s informáciami). Príloha ISCED 1*. Bratislava: ŠPÚ, 2009. Dostupné na http://www.statpedu.sk/files/documents/svp/1stzs/isced1/vzdelavacie_oblasti/matematika_isced1.pdf
2. BÁLINT, E. et al. *Štátny vzdelávací program matematika (vzdelávacia oblasť: matematika a práca s informáciami). Príloha ISCED 2*. Bratislava: ŠPÚ, 2010. Dostupné na http://www.statpedu.sk/files/documents/svp/2stzs/isced2/vzdelavacie_oblasti/matematika_isced2.pdf
3. BERO, P. – BEROVÁ, Z. *Matematika pre štvrtý ročník základných škôl. Pracovný zošit. Druhá časť*. Bratislava: Orbis Pictus Istropolitana, 2010. ISBN 978-80-8120-027-4
4. DAIRYKO, M. E. et al. *Everyday Mathematics. The University of Chicago School Mathematics Project. My Reference Book*. Chicago: Mc Graw Hill, 2007. ISBN 0-07-604537-4
5. HEJNÝ, M. et al. *Matematika – pro 1. ročník základní školy. Příručka učitele*. Plzeň: Fraus, 2007. ISBN 978-80-7238-628-4
6. HEJNÝ, M. et al. *Matematika 1. díl. Učebnice pro 1. ročník základní školy*. Plzeň: Fraus, 2007. ISBN 978-80-7238-626-0
7. KUŘINA, F. et al. *Matematika a porozumění světu*. Praha: Academia, 2009. ISBN 978-80-200-1743-7.
8. LEHOŤANOVÁ, B. *Matematika pre 1. ročník základných škôl. 1. časť*. Bratislava: Aitec, 2010. ISBN 978-80-89375-31-8
9. PAVLOVIČOVÁ, G. Ornamenty – tvorivé prostredie vo vyučovaní geometrie. In: *Tvorivosť v počátečnom vyučovaní matematiky. Sborník z konferencie s mezinárodnou účasťou*. Plzeň: ZČU v Plzni, 2011. S. 175-179. ISBN 978-80-7043-992-0.
10. PLOCKI, A. *Pravdepodobnosť okolo nás. Stochastika v úlohách a problémoch*. Ružomberok: KU, 2004. 266 s. ISBN 80-89039-51-0
11. SEKELSKÁ, K. Kombinatorika, pravdepodobnosť a štatistika v primárnom vzdelávaní na Slovensku a v Českej republike. In *Tvorivosť v počátečnom vyučovaní matematiky. Sborník z konferencie s mezinárodnou účasťou*. Plzeň: ZČU v Plzni, 2011. S. 205-209. ISBN 978-80-7043-992-0.
12. <http://www.bbc.co.uk/education/mathsfle/shockwave/games/fish.html>

Kontaktní adresa

Alena Prídavková, doc. RNDr., PhD.

Prešovská univerzita v Prešove, Pedagogická fakulta, Katedra matematickej edukácie
Ul. 17. novembra 15, 080 01 Prešov, Slovensko

Telefón: +421 51 7470542

E-mail: alena.pridavkova@pf.unipo.sk

KOMBINATORICKÉ ÚLOHY NA PRVNÍM STUPNI ZÁKLADNÍ ŠKOLY

Jana PŘÍHONSKÁ, Lucie VILIMOVSÁ

Abstrakt

Příspěvek se zamýšlí nad začleněním kombinatorických úloh do učiva základní školy s ohledem na četnost jejich výskytu v učebnicích matematiky pro první stupeň základní školy. Je diskutována jejich potřebnost z hlediska přípravy k přijímacím zkouškám na osmiletá gymnázia. Zmíněna je tvořivost studentů primární matematiky při řešení kombinatorických úloh a jejich podíl při tvorbě aktivizujících činností s ohledem na motivaci pro žáky. Tato činnost je ilustrována konkrétním námětem.

Klíčová slova: motivace, rozvíjení kombinatorického myšlení, učebnice matematiky, přijímací testy, řešitelské strategie, aktivizace žáků

COMBINATORIAL TASKS AT THE FIRST LEVEL OF PRIMARY SCHOOL

Abstract

In the contribution, integration of combinatorial tasks into primary-school textbooks is discussed. We focus on their frequency in the textbooks. Their need for preparation of pupils for admission tests into eight-year gymnasiums is mentioned as well as creativity of students – future primary school teachers during their solving of combinatorial problems and creation of new problems with a motivational point of view. This activity is illustrated by a specific example.

Key words: motivation, development of combinatorial thinking, textbooks of mathematics for the 1st level of primary school, solving strategies, activation of pupils

1. Kombinatorické úlohy v učebnicích matematiky

Přestože kombinatorika není přímo učivem 1. stupně ZŠ, můžeme v některých učebnicích matematiky najít úlohy, které určitou měrou rozvíjejí kombinatorické myšlení. Uvedme pro představu srovnání některých učebnic matematiky pro 5. ročník ZŠ nakladatelství Alter, Nová škola, Prodos a SPN.

Nakladatelství Alter vydalo v roce 2009 jednoduchou učebnici *MATEMATIKA pro 5. ročník*, která odpovídá požadavkům RVP ZV a obsahuje aktualizované úlohy z předchozí trojdílné učebnice. Autorka Jaroslava Justová zařadila do učebnice pouze jedinou úlohu rozvíjející kombinatorické myšlení. Najdeme ji na straně 156 v kapitole Nestandardní úlohy. Je zaměřena na tematiku šachového turnaje a ptá se na počet odehraných zápasů. Správnou odpověď žáci volí ze čtyř nabídnutých možností. Úloha není nijak graficky doplněna.

Učebnice matematiky pro 5. ročník s titulem *Uvažuj, odhaduj, počítej*, byla vydána v roce 2010 **nakladatelstvím Nová škola**. Učebnice se skládá ze dvou částí, v té první, jejíž autorkou je Zdena Rosecká, jsou zejména příklady a úlohy z aritmetiky. Druhá část autora Jiřího Růžičky (otočíme-li učebnici) se nazývá *Jak je lehká geometrie*. Úlohy zaměřující se na rozvoj kombinatorického myšlení najdeme na straně 39 v samostatné kapitole s názvem Kombinatorika. První úloha má charakter permutací, jedná se tedy o přeskupování daného počtu prvků. V úloze mají žáci za úkol přeskupovat čtyři číslice (např. v čísle 2579) a vzniklá čísla seřadit dle velikosti. Ve druhé úloze (charakter variace) řadí žáci lístečky se čtyřmístným kódem složeným ze dvou písmen (např. ABAA, BAAA, ABBB, aj.) dle abecedy a poté nahrazují písmena číslicemi. K pochopení úloh má v obou případech žákům pomoci grafický příklad (tabulka s čísly, výčet všech možností přeskupení). Za úlohu rozvíjející kombinatorické myšlení lze považovat také úlohu ze strany 45. Zde mají žáci různými způsoby rozměňovat částku 50 Kč na drobné mince.

Nakladatelství Prodos vydalo v roce 2008 trojdílnou sadu učebnic *Matematika a její aplikace 5* v nové edici Modrá řada, která je vytvořena pro vzdělávání dle RVP. Autory všech tří dílů jsou Josef Molnár a Hana Mikulenková. V prvním díle nenajdeme žádné kombinatorické úlohy. Ve druhém díle se úlohy rozvíjející kombinatorické myšlení objevují ve dvou kapitolách; poprvé na straně 18 v kapitole Logické slovní úlohy. V úloze č. 1 mají žáci za úkol kombinovat kusy oblečení a určit počet různých kombinací. Tato úloha je doplněna obrázky s oblečením. Ve druhé úloze je třeba zjistit, kolik ponožek musí chlapec vytáhnout z batohu, aby měl pár. Třetí úloha se zabývá uspořádáním červených a modrých vagonů takovým způsobem, aby byly vagony uspořádány symetricky. Ve čtvrté (poměrně náročnější) úloze vytahujeme kuličky ze tří různých krabic s přeházenými popisky a máme zjistit, kolik kuliček je nutno vytáhnout, abychom popisky uspořádali správně. Na 45. straně v kapitole Nestandardní úlohy je úloha č. 1, kde mají žáci přeskupovat 4 symboly všemi možnými způsoby (tedy charakter permutací). K tomu jim má pomoci obrázek těchto symbolů a tabulka s uspořádáním políček 6x4. Třetí díl učebnice Matematika a její aplikace 5 obsahuje dvě kombinatorické úlohy v kapitole Nestandardní úlohy na straně 3. V první z nich žáci zjišťují, kolik bude podání rukou, pozdraví-li se čtyři chlapci a kolik podání rukou přibude, přidají-li se k chlapcům ještě dvě dívky. Pro lepší pochopení mají žáci k dispozici obrázek s šesti různě barevnými dlaněmi. Druhá úloha se shoduje s jedinou kombinatorickou úlohou z „alterovské“ učebnice. Žáci mají určit počet odehraných zápasů v šachovém turnaji.

Učebnice *Matematika pro 5. ročník ZŠ*, autorů Ivany Vackové, Ludmily Fajfrlíkové a Zdeňky Uzlové, byla vydána v roce 2010 **Státním pedagogickým nakladatelstvím**. Obsahuje dvě kombinatorické úlohy, vždy v kapitole Chytrost nejsou žádné čáry. První z nich najdeme na straně 72. Žáci mají zadané datum a jeho ciferný součet a mají uvést různá data, jejichž ciferný součet je shodný. Hrají si tedy se součtem čtyř cifer. Druhá kombinatorická úloha je na straně 109. Zde je k dispozici tabulka s uspořádáním polí 3x3. Žáci mají vytvářet různá čísla tak, že z každého sloupce a každého řádku použijí vždy jednu číslici.

2. Kombinatorické úlohy v přijímacích zkouškách na osmiletá gymnázia

Jak už jsme zmínili v předešlé kapitole, objevují se kombinatorické úlohy v učebnicích matematiky pro 5. ročník poměrně v malé míře. Pokud v učebnicích tento typ úloh není zastoupen vůbec a sám učitel je do výuky nezapojí, pak se s nimi žáci 1. stupně v podstatě nesetkají. Pouze vybraní žáci mohou s kombinatorickými úlohami přijít do kontaktu na soutěžích typu Matematická olympiáda či Klokánek. Přestože na

prvním stupni není kombinatorice dle našeho mínění věnována dostatečná pozornost, žáci se s tímto typem úloh mohou setkat např. u přijímacích zkoušek na osmiletá gymnázia. Za tímto účelem jsme provedli sondu do přijímacích testů z matematiky na osmiletá gymnázia. Gymnázia tyto úlohy do přijímacích testů z matematiky zapojují, ovšem není to pravidlem. Většinou najdeme nejvýše jednu kombinatorickou úlohu v jednom testu.

Konkrétní ukázky přijímacích testů z matematiky je možné nalézt přímo na webových stránkách gymnázií (např. www.gymnachod.cz) a na webových stránkách specializujících se na přípravu žáků k přijímacím zkouškám (např. www.zkousky-nanecisto.cz). Mnohá gymnázia netvoří pro účel přijímacích zkoušek vlastní testy, ale využívají služeb společnosti SCIO. Na webových stránkách www.scio.cz je k nahlédnutí několik ukázkových testů včetně řešení. Žákům pátých tříd základních škol je pro matematickou přípravu na přijímací zkoušky osmiletých gymnázií určeno i množství publikací (např. [1]). Snaží se žákům přiblížit formu přijímacích testů a typické úlohy, s nimiž se v testech mohou setkat. V některých publikacích (např. [2]) je shrnuto učivo matematiky prvního stupně, které doplňují úlohy často se vyskytující v přijímacích zkouškách z matematiky. Ukázky přijímacích testů konkrétních gymnázií z předchozích let najdeme např. na stránkách www.gymnachod.cz.

Zejména matematické přípravě žáků k přijímacím zkouškám na osmiletá gymnázia se věnuje autor Petr Husar. Pro tyto účely vydává řadu knižních publikací. Kombinatorické úlohy zapojuje do přípravných testů nejčastěji ze všech uváděných autorů. Jeho rady můžeme najít také na internetových stránkách www.zkousky-nanecisto.cz, které odkazují na mnohé ukázkové přijímací testy nejen z matematiky, mimo jiné právě i na SCIO testy. Podobnou publikaci jako Husar vydaly i autorky Menzelová s Kuntovou, které seznamují žáky s uceleným přehledem učiva matematiky 1. stupně ZŠ, doplňují ho příklady a úlohami k procvičení látky – bohužel bez většího zastoupení kombinatorických úloh, stejně tak P. Dolejší se explicitně na začlenění kombinatorických úloh do přijímacích testů nezaměřuje.

3. Aktivizace žáků při řešení kombinatorických problémů

Na základě výsledků provedeného šetření je zřejmé, že rozvoji kombinatorického myšlení žáků je třeba věnovat zvýšenou pozornost. Kombinatorika je obecně považována za jednu z nejobtížnějších partií učiva na střední a následně vysoké škole. Obtížné je zejména zpracování zadaného problému tak, aby některé prvky, resp. části, byly přímo využitelné v praxi – přeformulování problému, formulace dílčích úloh, hledání řešitelských strategií přijatelných pro žáky primární školy, v neposlední řadě aplikace definovaných kombinatorických vztahů pro výpočet.

V rámci v předmětu Matematika pro praxi 1, 2 pro studenty učitelství 1. stupně na FP TUL, který je zaměřen na kombinatoriku a pravděpodobnost, v následujícím semestru pak na metody řešení úloh, jsou studentům zadávány kombinatorické problémy, které musejí vyřešit a následně prezentovat. Řešení má být vypracováno jednak z hlediska řešitelnosti žáků 1. stupně základní školy, jednak z pohledu učitele. Na začátku kurzu jsou prezentovány náměty s různými metodami řešení, s přímou vazbou na využívání základních kombinatorických pravidel a uplatněním různých motivujících prvků, které se bez větších obtíží dají vyřešit pomocí obrázku či logickou úvahou. Významu motivace a uplatnění různých motivujících prvků při řešení úloh, zejména pak aplikačních, se věnuje i celá řada zahraničních autorů, např. prof. Šedivý, Pavlovičová aj. ([3], [5]) Na studentech pak je, aby sami nalézali nové metody řešení, které aplikují u dalších zadaných problémů, zejména pak s ohledem na rozvoj

řešitelských strategií, názornost, originalnost, zpracování, uplatnění různých aktivizujících činností pro upoutání pozornosti žáků. Tvořivé prvky, které se ve zpracování objevují, je možné klasifikovat následovně:

- *Z hlediska zpracování daného problému* – barevná schémata, fotografie karet, animační prvky, signalizační prvky – barevné popisy, barevné šipky, apod.
- *Z hlediska rozvoje logického myšlení u žáků* – postupné odkrývání textu, pomocná schémata, návodné otázky, „šokující“ informace (něco nevyjde tak, jak se předpokládalo), odkazy do dřívějšího textu, náměty pro řešení
- *Z hlediska motivujících prvků* – barevnost, netradiční zpracování tématu, možnost zapojení žáků do vlastní tvorby programů, využití interaktivní tabule, manipulace se skutečnými předměty na základě prezentovaných instrukcí
- *Z hlediska organizačních forem vyučování* – individuální spolupráce se žáky, skupinová práce při realizaci pokusů, prezentace vlastních námětů, diskuze nad problémem

Řešením a hlavně zpracováním zadaných problémů netradiční formou se u studentů učitelství rozvíjí zájem problém skutečně pochopit, nejen formálně cosi vypočítat na základě naučených pravidel a pouček, což se projeví v okamžiku, kdy musejí reagovat přiměřeně na dotazy svých kolegů a vysvětlit problematiku tak, aby byli schopni problému porozumět samotní žáci. Proto také považujeme řešení kombinatorických problémů za významný prostředek k rozvoji logického myšlení.

Kromě logického myšlení však dochází výraznou měrou také k rozvoji *komunikačních schopností*, a to jak z hlediska používání správné matematické terminologie a spisovné češtiny, tak i z hlediska využití jazyka žáka a běžného života, což přispívá výraznou měrou k propojení matematiky a reálného světa.

4. Ukázka aktivity

V této části příspěvku ilustrujeme jeden z mnoha námětů k rozvoji kombinatorického myšlení žáků prvního stupně. Uvedeny jsou i cíl, metody a pomůcky. Pozornost je věnována zmíněné motivaci a rozvoji řešitelských strategií. Využit lze dramatické výchovy, mezipředmětových vztahů, vlastních zkušeností žáků.

Na Vánoce zůstal pod stromečkem v rodině Novotných dárek s nápisem $M + T$.

A) Pro koho dárek mohl být? Zkus vymyslet různé možnosti.

B) Komu by mohl dárek patřit, pokud by jej našla pod stromečkem rodina: táta Karel, máma Věra, syn Marek, dcera Tereza, dcera Adéla.

C) Pojmenuj členy rodiny tak, aby bylo možností co nejvíce.

D) Pro koho by mohl být dárek ve vaší třídě?

CÍL: rozvoj kombinatorického myšlení a rozvoj tvořivosti: vymýšlení různých „dvojkombinací“ jmen v závislosti na počátečním písmenu konkrétního jména, resp. počátečního písmene slova MÁMA, TÁTA, třídění informací

MOTIVACE: s sebou skutečný dárek $M + T$)

METODY:

- brainstorming: bod A, vypsát nápady na tabuli;
- skupinová práce: ve dvojicích řešení bodu B; ve skupinkách řešení bodu C; společné řešení bodu D.

- prezentace skupin, nalezení největšího počtu možností.
- dramatizace
- využití uzlového grafu – nákres situace na tabuli

POMŮCKY: dárek, pracovní list se zadáním úlohy a obrázkem dárku

5. Závěr

Integraci kombinatoriky do vyučování matematiky na základní škole věnuje pozornost řada zahraničních autorů – např. Scholtzová ([4]) se věnuje této problematice již dlouhou dobu. Ukazuje se, že právě studenti učitelství prvního stupně jsou schopni uplatnit při zpracování kombinatorických problémů v maximální míře svoji tvořivost a přenést náměty přímo do vyučování. Při vyhodnocování semestrálních prací studentů na seminářích jsou neotřelé prvky komentovány a zdůrazněny, což vede k určitému zobecnování a následně ke vzniku dalších námětů. Studenti se učí formulovat své myšlenky na přijatelné úrovni, učí se vyjadřovat a komunikovat a prezentovat své vlastní náměty. Právě toto pro rozvoj kombinatorického myšlení žáků prvního stupně a vytváření celé řady nových námětů pro výuku považujeme za velice cenné a důležité.

Literatura

1. DOLEJŠÍ, P. *Přijímací zkoušky na osmiletá gymnázia Matematika*. Humpolec: Pavel Dolejší – Nakladatelství a vydavatelství, 2006. ISBN 80-86480-70-4
2. MENZELOVÁ, E.-KUNTOVÁ, I.: *Přijímací zkoušky z matematiky: Příklady a testy pro přípravu žáků 5. ročníků ZŠ ke studiu na osmiletých gymnáziích*. Praha: Fortuna, 1998. ISBN 80-7168-520-8
3. PAVLOVIČOVÁ, G. *Motivujeme žiakov k riešeniu slovných úloh*. In: Učme aplikovať matematiku: zborník z vedeckého seminára Učme aplikovať matematiku organizovaného Katedrou matematiky dňa 17. októbra 2007 / Ondrej Šedivý, Dušan Vallo. - Nitra : UKF, 2008, s. 67-72. ISBN 978-80-8094-290-8
4. SCHOLTZOVÁ, I.: *Integrácia kombinatoriky do vyučovania matematiky na základnej škole : riešené príklady s metodickými poznámkami*. Metodicko-pedagogické centrum, 2004, 37 s. ISBN 80-8045-340-3.
5. ŠEDIVÝ, O.- MELUŠOVÁ, J.-PAVLOVIČOVÁ, G.-RUMANOVÁ, L.-ŠVECOVÁ, V.-VALLO, D.-VIDERMANOVÁ, K.: *Zbierka zaujímavých, zábavných a aplikačných úloh z matematiky*. UKF, 2008, 140 s. ISBN 978-80-8094-421-6.
6. Učebnice matematiky pro 1. st. ZŠ – nakl. Alter, Nová škola, Prodos a SPN.

Kontaktní adresa

Doc. RNDr. Jana Přihonská, Ph.D.
 KMD, FP TU v Liberci
 Studentská 1402/2
 461 17 Liberec 1
 Telefon: +420 485 352 370
 E-mail: jana.prihonska@tul.cz

DEFINITIONS OF GEOMETRICAL OBJECTS OF PRE-SERVICE MATHEMATICS TEACHERS

Marta PYTLAK, Bożena MAJ-TATSIS, Konstantinos TATSIS

Abstract

The paper presents a study that took place during a geometry course for future Mathematics teachers. An aim of the study was to analyse the students' concept definitions and their critical thinking. For our purpose we chose some geometrical concepts which were familiar to the students from their school education. The results show that the students had rich concept images, but their critical thinking abilities were not enough for them to 'transform' these images into acceptable definitions.

Key words: concept definition, concept image, geometrical objects, teacher training

1. Introduction and theoretical background

One of the general education and personal development aims is promoting critical thinking, which, together with maturity and intellectual independence, are the basic characteristics of human self-realization (Heymann, 2003). Two of the basic characteristics of critical thinking are (Heyman, 2003, p.154):

- it is based on 'understanding' certain matters under consideration. It can only be developed by learning with understanding;
- it requires the capacity for discriminating and for logical thought. Thus, it is not conceivable without a developed understanding.

Critical thinking constitutes a very important mental mathematical activity and also appears as a component of many different kinds of mathematical activities. It is related to evaluating your own reasoning at the moment of its conducting and to evaluating an existing reasoning conducted by you or others (Klakla, 2003). It relies on overcoming the conflict between formal thinking and intuitions, established habits or suggestions for the meaning of terms which in everyday language are similar (but not the same) to those included in a mathematical definition (Klakla, 2003). Such conflicts can be observed in geometry and all fields where the visualisation of mathematical content (concretised on a drawing or a diagram) plays a significant role. Overcoming this conflict can be related to the differentiation between the concept image and the concept definition (Vinner, 1991). The former refers to the "total cognitive structure that is associated with the concept, which includes all the mental pictures and associated properties and processes" (Tall and Vinner, 1981, p. 152) and is built up by the individual through different kinds of experiences with the concept. The latter refers to a formal definition which determines the meaning of the concept. Concept definition and concept image are supposed to be activated simultaneously in the process of concept formation and the processes of problem solving or task performance. However, knowing the concept definition does not guarantee the understanding of the concept. Nevertheless, concept definitions are very important during the preparation of future mathematics teachers,

which “should be trained to use the definition as an ultimate criterion in various mathematical tasks” (Vinner, 1991, p. 80).

2. Context of the study

The research was conducted among 36 future Mathematics teachers in the second year of their studies and consisted of three phases during their ‘School Geometry’ course from October 2011 until January 2012. The aims of the research were to:

- analyse the students’ concept definitions of some basic geometrical concepts;
- diagnose the students’ level of geometrical knowledge, their intuitions, their misconceptions and their ability in defining and using mathematical language;
- examine the effect of the course in the students’ geometrical knowledge, including their concept definitions;
- examine the students’ ability in critical thinking.

In Phase 1 the students were given a test which contained, among others, questions asking for the definition of geometrical concepts known from school: trapezium, chord inscribed angle and point reflection. In Phase 2 the students were asked to assess some given sentences if they are correct definitions of three geometrical concepts: trapezium, inscribed angle and point reflection. All sentences were taken from the students’ answers from Phase 1 and only one was correct in each case. The answers had to be justified and the false sentences had to be corrected, if possible. In Phase 3 a discussion took place; it was planned to include a negotiation of the necessary conditions and terms of the definitions to be valid. Due to space limitations we will analyse the results from Phase 1 and the results of Phase 2 related to point reflection.

3. Results

Phase 1

Table 1 summarises the results of the test given in Phase 1. We ended up with five categories for the students’ answers, one for the correct ones, one for those with no answer and three for the wrong ones, including those which did not have enough information, those who contained wrong information and those which were based on a particular case of the given concept.

Categories of answers	Concepts			
	Trapezium	Chord	Inscribed angle	Point reflection
correct	13	13	6	3
wrong – missing info	19	2	11	3
wrong – wrong info	2	12	11	4
wrong – particular case given	1	1	0	5
lack of answer	1	8	8	18

Table 1. Test results from Phase 1

Point reflection was the most difficult concept for the students to define; some identified it with axial symmetry or with a figure which has one or more lines of symmetry, or with the symmetry axis of a segment. Examples of “wrong-wrong info” answers are:¹ “A line perpendicular to the side which goes through its middle”, “It is this one which by going through the centre of a figure, divides it into two identical parts which are its mirror reflections”. For some students point reflection was connected to the coordinate system and they defined it as point reflection at the point (0, 0). Some

¹ All students’ answers were translated from Polish to English; we have tried to preserve grammatical or syntactical mistakes.

“wrong-missing info” answers were: “It is symmetry according to the centre” (two students), “symmetry according to the point S”. It seems that even if the students had a concept image, they could not express it verbally; eventually, they merely tried to reformulate the concept’s name.

Concerning the inscribed angle, in the “wrong-missing info” answers the students wrote only one condition: “it is an angle whose vertex belongs to the circle”; “an angle between two chords”. Their concept image seemed to include all the associated properties and processes, but it was not sufficient for reaching the definition. We also noticed some misconceptions, expressing a problematic concept image: “an angle resting on a circle whose vertex lies in the centre of the circle”, “an angle inscribed in a circle if it rests on a semicircle”, “an angle which constitutes a part of a circle (360°)”.

In the case of trapezium, around one third of the students gave a correct definition. Very often we noticed incomplete definitions (“wrong-missing info”), e.g. “quadrangle which has two bases and two legs”, “a flat quadrangle figure”, “a geometrical figure which has two bases and two legs ($P=1/2(a+b)h$)”, “a figure which has four sides. We can differentiate an isosceles trapezium and a right trapezium”. The students focused on giving the properties of the trapezium or any other information which they associated with that object, e.g. the formula for the area or types of trapeziums. In those cases their concept images clearly had an influence on their answers. In fact, the students are familiar with that concept from their secondary education, so they had much information related to it, which, in turn, shaped their concept image. This probably explains why almost all students answered that question, which was not the case in the other concepts.

Concerning the chord, only about a third of the students gave a correct definition. Eight students did not write anything. The most frequent answer classified to the category “wrong-wrong info” was that it is a line cutting the circle in two points. Another answer from this category was: “a chord is an arc on the circle, defined by a segment of the circle which does not go through the center of a circle”. This answer manifests the student’s unsuccessful attempt to use as many mathematical terms as he could. Difficulties with precise language can be also observed in some “wrong-missing info” answers: “a segment inside a circle”, and “wrong-particular case” answers: “a chord resting on two radiuses is a diameter”. The concept image proved to be not enough for leading the students to a correct definition of the concept.

Phase 2

Many students (trapezium: 13 students; inscribed angle: 12 students; point reflection: 20 students) assessed the correctness of the given definitions without any justification. Some students tried to correct the definitions by adding or removing words; others used examples and counterexamples, written or drawn.

Categories of answers	Concept definitions		
	Trapezium (7 sentences, 252 answers)	Inscribed angle (8 sentences, 288 answers)	Point reflection (6 sentences, 216 answers)
Wrong – wrong	105	140	102
Wrong – correct	104	96	62
Correct – wrong	11	5	1
Correct – correct	25	27	30
Lack of answer	7	20	21

Table 2. Task results from Phase 2

Table 2 shows the results from Phase 2. “Wrong-wrong” means that a wrong sentence was assessed as wrong, “wrong-correct” means that a wrong sentence was assessed as correct, etc. Due to space limitations we will analyse only the part related to point reflection. Table 3 below summarizes the students’ answers.

Categories of answers	Point reflection					
	1	2	3 (correct)	4	5	6
Wrong	15	21	1	20	23	23
Correct	18	13	30	13	9	9
Lack of answer	3	2	5	3	4	4

Table 3. Task results from Phase 2, concept: point reflection

The given definitions for point reflection were the following:

1. Point reflection is the kind of reflection which is in the coordinate system, which reflects an image at the point (0, 0).
2. Symmetry at the point which is inside a figure.
3. Isometric transformation, where figure P’ is a reflection of figure P at given point S, which is called center of symmetry.
4. Symmetry at the center of a segment.
5. A line perpendicular to the side which goes through its middle.
6. It is this one which by going through the centre of a figure, divides it into two identical parts which are its mirror reflections.

Although this concept created many difficulties in Phase 1, in that Phase 30 of 36 students identified the correct definition. Around a third of the students identified the wrong definitions as correct ones. Answer 1 was the most difficult, since half students marked it as correct. The situation from the test in Phase 1 was repeated, although the students had worked on that concept during the semester. It seems that their concept image was so strong that they still associated this concept with coordinate system. This can be because in high school the students meet that concept usually in analytical geometry. Other stable associations were axial symmetry, bisector of a segment (calling it the “symmetry of a segment”) and figures with axial symmetry. Thus, the geometry course did not seem to have any effect on the concept image.

Some students tried to justify their answers. Giving one example was sufficient for them to justify either that a sentence is or that it is not a correct definition. For example: “it is so, e.g. in a square or a rectangle, a triangle” was a justification for answer 5. This student at the same time drew some regular figures and their symmetry axes.

There were also cases where giving few examples was enough to identify a definition as correct. At the same time the same student by finding one counterexample negated another definition; in the case of answer 6: “it is not so in the case of a parallelogram”.

In some cases the students tried to add some missing (according to them) information. They were not always correct: e.g. for answer 3 a student added: “point S is the center of the coordinate system”. The first definition was suggesting that the point reflection is only in the coordinate system, so when this was not mentioned in the sentence the student felt a need to add it.

4. Conclusions

Students have had big difficulties in defining the concepts although all of them were known from school. Their concept images included drawings, properties, formulas or particular cases (e.g. isosceles trapezium), but this knowledge was not sufficient to reach the proper concept definitions with all their crucial conditions.

To assess if a given sentence is a correct definition the students were expected to use critical thinking, i.e. analyse the sentence and compare it with a known concept definition. In the case of a conflict between the concept image and its definition they should assess what is not correct and what is missing in order for the definition to be acceptable. But we have found that most students were based on their concept images rather than on their definitions: if the given sentence consisted of facts related to the concept (e.g. the theorem about the inscribed and central angles) then they were willing to accept it as a correct definition.

Our research has also revealed various misconceptions related to the particular geometrical concepts; what is striking is that some of them (e.g. point reflection as axial symmetry) remained unchanged after the course. It was only at Phase 3 when the students managed to overcome their misconceptions after thorough discussions on the various concept definitions. These discussions have led the students to acknowledge the importance of proper and precise mathematical language, which should give the definition a commonly accepted character. Thus, putting emphasis on language may result in changes of the concept image, either in broadening or in concretizing. In that aspect, the students agreed that the concept definition should contain the crucial features of the concept but not its properties.

Concluding, our study has shown that students' concept images are strongly established and their critical thinking is not adequate to assist them in 'transforming' them into proper definitions. However, by engaging students in focused discussions, many features of concept definition may come to the fore, together with various misconceptions.

References

1. HEYMANN, H. W. *Why Teach Mathematics? A Focus on General Education*. 2003, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, p. 264.
2. KLAKLA, M. Dyscyplina i krytycyzm myślenia jako specyficzny rodzaj aktywności matematycznej. *Studia Matematyczne Akademii Świętokrzyskiej*. 2003, Vol.10, pp.89-106.
3. TALL, D., & VINNER, S. Concept images and concept definitions in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*. 1981, Vol.12, pp.151-169.
4. VINNER, S. The role of definitions in the teaching and learning of Mathematics. In D. Tall (Ed.). *Advanced Mathematical Thinking* (pp.65-81).1991, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Contact address

dr Marta Pytlak
 dr Bożena Maj-Tatsis
 University of Rzeszow
 Institute of Mathematics
 Rejtana 16A
 35959 Rzeszow, Poland
 Phone: +48178721169
 E-mail: mpytlak@univ.rzeszow.pl
 E-mail: bmaj@univ.rzeszow.pl

dr Konstantinos Tatsis
 University of Ioannina
 Department of Primary Education
 45110 Ioannina
 Greece
 Phone: +302651005870
 E-mail: ktatsis@uoi.gr

VÝVOJ POSTOJŮ ŽÁKŮ 4. ROČNÍKU ZÁKLADNÍ ŠKOLY K ŘEŠENÍ SLOVNÍCH ÚLOH

Alena RAKOUŠOVÁ

Abstrakt

Příspěvek se zaměřuje na realizaci šetření, které se týkalo zařazování tzv. integrovaných slovních úloh do výuky. Popisuje vliv těchto úloh na postoje žáků k řešení slovních úloh. Data zahrnují několik údajů o žácích ve věku 9-10 let. Příspěvek se vztahuje k části šetření, které se uskutečnilo v letech 2010 – 2011 na 1. stupni základní školy. Byly použity následující metodologie: sémantický diferenciál, dotazník, metoda nedokončených vět.

Klíčová slova: slovní úlohy, integrované slovní úlohy, postoje žáků k řešení slovních úloh

DEVELOPMENT OF ATTITUDES TOWARDS PROBLEM SOLVING OF FORTH GRADERS IN PRIMARY SCHOOL

Abstract

The paper focuses on the inclusion of integrated word problems into mathematics lessons at the primary level. Their influence on pupils' attitudes towards problem solving is analyzed. The data include several entries about schoolers aged 9-10. The contribution refers to part of survey which was realized from 2010 to 2011 in primary school. Semantic differential, questionnaire and method of unfinished sentences were used.

Key words: word problems, integrated word problems, pupils' attitudes towards problem solving

1. Úvod

Význam slovních úloh pro porozumění žáků základní školy matematice je nesporný (Novotná, 2010). Přesto žáci považují slovní úlohy za obtížné a jak dosavadní výzkumy prokazují, postoje žáků k řešení slovních úloh jsou v mnoha ohledech záporné (Novotná, 2000). V našem článku představíme tzv. integrované slovní úlohy jako jednu z možností, kterou lze postoje žáků upravovat.

1.1. Vymezení pojmů

Dosavadní šetření týkající se integrovaných slovních úloh (ISU) prověřila dva způsoby zařazování ISU do vyučování:

1. zařazování ISU v rámci tematických celků v matematice (výzkumné šetření ve 3. ročníku (2009-2010));

2. zařazování ISU v rámci tematických celků v matematice a v ostatních vyučovacích předmětech, např. nejčastěji v českém jazyce, v přírodovědném vyučovacím předmětu „člověk a jeho svět“ i jinde (výzkumné šetření ve 4. ročníku (2010-2011)).

Existuje také třetí způsob zařazování ISU do několika vyučovacích předmětů, je jím tzv. **týmové vyučování**. Na rozdíl od dvou předchozích způsobů zařazování ISU do vyučování se liší tím, že je téma vyučováno podle odbornosti různými vyučujícími. Toto „poloodborné“ vyučování je typické pro organizaci výuky na 2. stupni základní školy, avšak v našem šetření se zařazuje tímto způsobem ISU do vyučování už v 5. ročníku (2011-2012). První dva způsoby zařazování ISU se týkají neodborné výuky, kdy téma v rámci předmětů vyučuje jediný vyučující. Způsob, kdy téma expanduje do mimomatematických předmětů můžeme pracovním nazvat **tematickým vyučováním** (viz tabulka 1 Průběh šetření).

Integrovanou slovní úlohu vymezujeme jako úlohu, která propojuje cíle a výsledky různých vyučovacích předmětů v jeden – integrovaný cíl (Rakoušová, 2011). V předmětovém kurikulu dochází k smysluplné integraci vzájemným pronikáním cílů vyučovacích předmětů do nějakého tématu.

1.2. Metodologie

V rámci šetření byly použity tři metody sběru dat: sémantický diferenciál, metoda nedokončených vět a dotazník postojů (tabulka 1).

Tabulka 1.

Výzkumu integrovaných slovních úloh		Fáze šetření							
		Školní rok							
		2009-2010		2010-2011			2011-2012		
Intervence									
Výuka bez vln u ISU	Ročník, třída	3.C		4.A	4.B	5.A	5.B	3.A	3.B
	Rozsah vzorku	23 _E		22 _K	22 _K	25 _K	22 _K	23 _K	24 _K
	Metody získávání dat (vstup/výstup)	SD, N V		SD	SD	SD	SD, NV, DP	SD	SD
	Počet vyučujících	1		1	1	6	6	1	1
Výuka ISU separované od předmětů	Ročník, třída		3.C						
	Rozsah vzorku		23 _E						
	Metody získávání dat (vstup/výstup)		SD, N V						
	Počet vyučujících		1						
Výuka ISU koordinované s předměty	Ročník, třída			4. C					
	Rozsah vzorku			23 _E					
	Metody získávání dat (vstup/výstup)			SD, NV, DP					
	Počet vyučujících			1					

Výsledek ISU týmově	Ročník, třída						5.C	5.A		
	Rozsah vzorku						23E	22E		
	Metody získávání dat (vstup/výstup)						SD, NV, DP	SD, NV, DP		
	Počet vyučujících						6	6		

SD (sémantický diferenciál)

NV (nedokončené věty)

DP (dotazník postojů)

K (kontrolní skupina)

E (experimentální skupina)

Podrobnější analýzu jednotlivých šetření naleznou čtenáři v Rakoušová, 2011. Nyní se zaměříme na zpracování údajů získaných metodou nedokončených vět. Metoda nedokončených vět je projektivní technika vyžadující volné odpovědi respondentů. Žákům byly předloženy nedokončené věty opakovaně ve třetím, čtvrtém a v pátém ročníku. Úkolem žáků bylo dokončit pět vět první smysluplnou myšlenkou, která se vztahuje ke slovním úlohám viz obrázek 1.

Výpovědi žáků byly rozděleny do tří kategorií. Pozitivním výrokům byl přiřazen znak +1, negativním výpovědím -1, neutrálně zabarveným výpovědím 0. Kvalitativní analýza je k dispozici v Rakoušová, s. 195-199, 2011.

Datum: 30.1. Jméno, příjmení: [redacted] třída: 5.B.

Doplň nedokončené věty první smysluplnou myšlenkou.

1. Slovní úlohy...

Mám kapesní počítač, mám se spoustu učebnic, dobré známky, ale město má krásu, je krásné, je krásné, je krásné, je krásné, je krásné.

2. Bez slovních úloh

Byl jsem v Praze, byl jsem v Praze, byl jsem v Praze, byl jsem v Praze, byl jsem v Praze.

3. Slovní úlohy

Byl jsem v Praze, byl jsem v Praze, byl jsem v Praze, byl jsem v Praze, byl jsem v Praze.

4. O slovních úlohách

Byl jsem v Praze, byl jsem v Praze, byl jsem v Praze, byl jsem v Praze, byl jsem v Praze.

5. (Se) slovními úlohami...

Byl jsem v Praze, byl jsem v Praze, byl jsem v Praze, byl jsem v Praze, byl jsem v Praze.

1.3. Výzkumné hypotézy

Jak při sběru vstupních, tak při sběru výstupních dat jsme ověřovali, zda měřením získané četnosti kladných a záporných výpovědí se odlišují od teoretických četností, které odpovídají nulové hypotéze. Četnosti záporných a kladných výpovědí jsou uvedeny v tabulkách 2 – 7. Pomocí testu dobré shody – chí-kvadrát jsme zjišťovali, zda pozorované rozdíly mezi četnostmi výběrů jsou statisticky významné.

Hypotézy:

H₀ Četnosti kladných a záporných výpovědí experimentální skupiny žáků jsou stejné.

H_A Četnosti kladných a záporných výpovědí experimentální skupiny žáků jsou rozdílné.

1. na vstupu ve 3. ročník – 2009 (tabulka 2);
2. na výstupu ve 3. ročníku – 2010 (tabulka 3)
3. na výstupu ve 4. ročníku – 2011 (tabulka 4);
4. na výstupu v 1. pololetí 5. ročníku – 2012 (tabulka 6);

H₀ Četnosti kladných a záporných výpovědí kontrolní skupiny žáků jsou stejné.

H_A Četnosti kladných a záporných výpovědí kontrolní skupiny žáků jsou rozdílné.

5. na vstupu ve 4. ročníku - 2011 (tabulka 5);
6. na výstupu v 1. pololetí 5. ročníku – 2012 (tabulka 7);

O přijetí, nebo odmítnutí hypotéz rozhodneme na základě výpočtu testového kritéria hodnoty vypočítané podle vzorce: $\chi^2 = \sum \frac{(P-O)^2}{O}$, kde χ^2 je testové kritérium chí-kvadrát, P pozorovaná četnost, O očekávaná četnost, která odpovídá nulové hypotéze. Vypočítanou hodnotu testového kritéria srovnáme s kritickou hodnotou uvedenou ve statistických tabulkách pro hladinu významnosti 0,05 a jeden stupeň volnosti. $\chi^2_{0,05}(1) = 3,841$.

Vstupní data 2009 (experimentální skupina)					
Citový náboj	P	O	P - O	(P - O) ²	$\frac{(P-O)^2}{O}$
kladný	47	45,5	1,5	2,25	0,049
záporný	44	45,5	-1,5	2,25	0,049
	91	91	0		0,098

Tabulka 2

Výstupní data 2010 (experimentální skupina)					
Citový náboj	P	O	P - O	(P - O) ²	$\frac{(P-O)^2}{O}$
Kladný	59	40,5	18,5	342,25	8,45
záporný	22	40,5	-18,5	342,25	8,45
	81	81	0		16,9

Tabulka 3

Výstupní data 2011 (experimentální skupina)					
Citový náboj	P	O	P - O	(P - O) ²	$\frac{(P-O)^2}{O}$
kladný	52	37,5	14,5	210,25	5,61
záporný	23	37,5	-14,5	210,25	5,61
	75	75	0		11,22

Tabulka 4

Výstupní data 2011 (kontrolní skupina)					
Citový náboj	P	O	P - O	(P - O) ²	$\frac{(P-O)^2}{O}$
Kladný	23	23,5	-0,5	0,25	0,011
záporný	24	23,5	0,5	0,25	0,011
	47	47	0		0,022

Tabulka 5

Výstupní data 2012 (experimentální skupina)					
Citový náboj	P	O	P - O	(P - O) ²	$\frac{(P-O)^2}{O}$
kladný	57	37	20	400	10,81
záporný	17	37	-20	400	10,81
	74	74			21,62

Tabulka 6

Výstupní data 2012 (kontrolní skupina)					
Citový náboj	P	O	P - O	(P - O) ²	$\frac{(P-O)^2}{O}$
kladný	37	38,5	-1,5	2,25	0,058
záporný	40	38,5	1,5	2,25	0,058
	77	77	0		0,116

Tabulka 7

1.4. Vyhodnocení

V případě testování nulových hypotéz u experimentálních skupin nulové hypotézy nepřijímáme. $\chi^2 > 3,841$. Mezi počtem kladných a záporných výpovědí je statisticky významný rozdíl.

V případě testování nulových hypotéz u kontrolních skupin nulové hypotézy přijímáme na hladině významnosti $\alpha = 0,05$. $\chi^2 < 3,841$. Mezi počtem kladných a záporných výpovědí není statisticky významný rozdíl.

1.5. Závěr

Uvedené šetření bude součástí většího výzkumu, naváže na ně rozsáhlejší experiment. Zařazování ISU do vyučování žáků mladšího školního věku by mohlo žákovské postoje ke slovním úlohám výrazně kladně ovlivnit. Metoda nedokončených vět se jeví jako vhodná pro zjišťování postojů žáků 1. stupně základní školy.

Literatura

1. CHRÁSKA, M. *Metody pedagogického výzkumu. Základy kvantitativního výzkumu*. Praha: Grada, 2007.
2. NOVOTNÁ, J. *Analýza řešení slovních úloh*. Praha: PdF UK v Praze, 2000.
3. NOVOTNÁ, J. *Study of solving word problems in teaching of mathematics*. From atomic analysis to the analysis of situations. Saarbücken, Germany: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2010.
4. PELIKÁN, J. *Základy empirického výzkumu pedagogických jevů*. Praha: Karolinum, 1998.
5. RAKOUŠOVÁ, A. Postoje žáků k řešení slovních úloh. In T. Janík, P. Knecht, & S. Šebestová (Eds.), *Směšený design v pedagogickém výzkumu: Sborník příspěvků z 19. výroční konference České asociace pedagogického výzkumu*. Brno: Masarykova univerzita. 2011. Dostupné z: <http://www.ped.muni.cz/capv2011/sbornikprispevku/rakousova.pdf> doi: 10.5817/
6. RAKOUŠOVÁ, Alena. Role uspořádání vzdělávacího obsahu při rozvíjení postojů žáků k řešení slovních úloh. In: STEHLÍKOVÁ Nad'a a TEJKALOVÁ Lenka. *Dva dny s didaktikou matematiky 2011: Sborník příspěvků*. 1. Plzeň: Vydavatelský servis, 2011. S. 85-88. ISBN: 978-80-86843-32-2.
7. RAKOUŠOVÁ, A. Vliv zařazování integrovaných slovních úloh do vyučování na postoje žáků 1. stupně základní školy k řešení integrovaných slovních úloh. In PĚCHOUCOVÁ Šárka *Tvořivost v počátečním vyučování matematiky - vědecká konference s mezinárodní účastí věnovaná matematickému vzdělávání v primární škole 2011: Sborník příspěvků*. 1. Plzeň: Západočeská univerzita, Pedagogická fakulta, 2011. S. 195-199. ISBN: 978-80-7043-992-0.

Kontaktní adresa

Mgr. Alena Rakoušová
Univerzita Karlova v Praze
Pedagogická fakulta, Katedra matematiky a didaktiky matematiky
M. D. Rettigové 4, 116 39 Praha 1
e-mail: alena.rakousova@seznam.cz

SKLADAČKY TYPU IQ A ICH DIDAKTICKÉ MOŽNOSTI APLIKÁCIE V MATEMATIKE

Lucia REPISKÁ

Abstrakt

Príspevok je venovaný opisu didaktických skúseností so skladačkami typu IQ Puzzler a IQ Box, ktoré boli zaradené do vyučovania matematiky na základnej škole a taktiež do programu vyučovania študentov učiteľstva pre primárny stupeň vzdelávania. V prvej časti sú opísané samotné skladačky a v ďalšej časti je opísaný priebeh sondy. V závere uvádzame zistenia z pozorovania a porovnanie výsledkov jednotlivých skúmaných skupín.

Kľúčové slová: skladačky, IQ Box, priestorová predstavivosť, základná škola, príprava učiteľov

IQ PUZZLES AND THEIR LEARNING POTENTIAL OF APPLICATION IN MATHEMATICS

Abstract

The article is devoted to a description of teaching experience with the puzzles IQ Puzzler and IQ Box, which were included in the teaching of mathematics at primary school and also in the content of student program preparing teachers of primary level education. The puzzles are described in the first part and the process of didactic probe in the next section. In the conclusion we give the findings from the observation and comparison of the results in the studied groups.

Keywords: puzzles, IQ Box, spatial perception, elementary school, preparation of teachers

1. Úvod

Z pedagogických výskumov, ako aj z rôznych meraní matematických poznatkov žiakov rôzneho veku a stupňa školy vyplýva, že je potrebné posilniť rozvoj geometrických, ako aj kombinatorických poznatkov. Ako podporné pomôcky k splneniu načrtnutého cieľa môžeme použiť aj rôzne skladačky a stavebnice – deťmi i dospelými značne obľúbené. V súčasnosti je trh zaplavený rozličnými druhmi takzvaných logických hračiek, spoločenských hier a hlavolamov, ktoré (ako tvrdia výrobcovia) prinášajú okrem zábavy i rozvoj logického a analytického myslenia, strategického plánovania či vizuálneho

a priestorového vnímania. Takéto hračky už nie sú výhradne len pre deti, ale sú určené pre širokú verejnosť.

Dá sa predpokladať, že na významných podujatiach súvisiacich s prezentáciou didaktických pomôcok, si nájdú svoje miesto tie kvalitnejšie a prepracovanejšie produkty aj zo sortimentu skladačiek, stavebníc a hlavolamov. Jedným z takýchto podujatí je výstava známa pod názvom Worlddidac. Je to „medzinárodná výstava učebných pomôcok a didaktickej techniky, ktorá sa koná spravidla každé dva roky, striedavo v mestách Zürich a Bazilej.“ (3,4,5) Návštevník tu môže vidieť moderné trendy v didaktikách jednotlivých vyučovacích predmetov na všetkých úrovniach. Jednou zložkou výstavy sú i spomenuté skladačky a hry s didaktickým zameraním vrátane tých, ktorých použitie v ďalšej časti príspevku uvidíme. Cieľom tohto príspevku je poukázať na skladačky, ktoré prispievajú k rozvoju *priestorovej predstavivosti*, keďže jednou z možností rozvoja tejto schopnosti môžeme realizovať prostredníctvom rôznych skladačiek (2).

2. Skladačky ako pomôcky na rozvoj kombinatorického myslenia

Medzi takéto skladačky (niektoré nazývané i hlavolamy) patria už tradične napríklad Tangram, Pentomino a rôzne iné v rozmanitých vyhotoveniach. V súčasnosti je na trhu viac druhov iných skladačiek, ktoré už na prvý pohľad javia známky vyššej náročnosti na výrobu vďaka detailom a farbám s cieľom väčšej atraktivity. Ako príklad môžeme uviesť skladačku Tučniaci, Auto blok alebo skladačky typu „Nájdí a skry“ a im podobné vo verzii Anakonda, Safari, Piráti, Na ľadovej kryhe (Severný pól) a mnohé iné. Cieľom v takýchto skladačkách je uložiť diely podľa zadania rôznej náročnosti tak, aby riešiteľ vytvoril napr. požadovaný obraz.

Iný typ skladačiek je napr. *IQ Twist*, *IQ Puzzler* a *IQ Box*. Výrobcovia zvolili atraktívny názov vo všetkých troch skladačkách, ktorého časť tvorí slovo „IQ“ a v popise hlavolamu sa píše, že „veľmi zábavným spôsobom otestuje vašu priestorovú predstavivosť.“ Môžeme sa domnievať, že tvorcovia vychádzali pri prepojení inteligencie (t.j. IQ) a priestorovej predstavivosti, z tvrdenia M.Gardnera, 1999 citovaný podľa (1), že inteligenciu tvorí i jej priestorová zložka.

3. Opis vybraných skladačiek typu IQ

Skladačka **IQ Box** sa skladá z niekoľkých častí. *Obal* je z tvrdého plastu s dvoma hernými plánmi. Plán, ktorý nájdeme po otvorení škatulky, je určený na rovinné rébusy a vonkajší plán v tvare štvorca na priestorové rébusy.

Ďalšou časťou je *dvanaásť farebných dielikov*, tie sa skladajú z guľôčok malého priemeru. Diely sú fixné a pozostávajú z rôzneho počtu guľôčok, ich počet sa pohybuje od 3 do 5, pričom každý diel má iný tvar i farbu pre ľahšiu vizuálnu a verbálnu identifikáciu. Niektoré diely sa podobajú na diely Pentomina (napr. diel pripomínajúci písmeno L alebo X a pod.).

Významnou súčasťou súpravy je textový a obrazový návod na používanie s pravidlami hry a *s rovinnými i priestorovými zadaniami úloh*. **IQ Box** je novšie spracovanie zostavy **IQ Puzzler** a má v návode dvakrát viac zadaní (144 rovinných a 58 priestorových zadaní). Súpravy sa líšia i v tvare obalu. V prípade **IQ Puzzler** je to tvar obdĺžnika (obr. 2) a pre **IQ Box** je to tvar pripomínajúci domček (obr.1 vľavo). V danom návode môžeme nájsť zadania, podľa ktorých príslušné diely rozmiestnime do škatulky a zvyšnými zaplníme voľné políčka. Veľkou prednosťou tejto skladačky je skutočnosť, že v návode sa nachádza

päť levelov pre 2D a 3D rébusy. Úroveň náročnosti zadania je daná predovšetkým počtom dielikov, ktoré je potrebné do predlohy doplniť.



Obr. 1 IQ Box a ukážky možností využitia

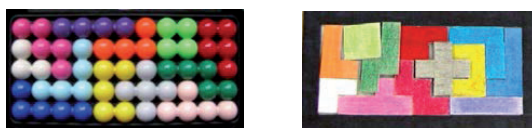
Pri priestorových rébusoch sa dieliky ukladajú na vonkajší plán na obale súpravy. Súčasťou stavebnice umožňujú skladať až „päťposchodové pyramídy“ (model pravidelného štvorbokého ihlana). V praktickej činnosti rýchlo postrehneme, že niektoré dieliky skladačky môžu byť uložené vertikálne a iné horizontálne.

4. Didaktické možnosti aplikácie skladačiek v školskej matematike

Vzhľadom ku skutočnosti, že v počiatočnej fáze zámeru overovať vhodnosť skladačky v praxi sme vlastnili iba jednu súpravu IQ Puzzler, rozhodli sme sa pre jej improvizovanú modifikáciu, ktorá sa dá ľahko vyhotoviť.

5. Improvizovaná skladačka vyrobená z papiera

Do prvej fázy overovania skladačky sme zaradili praktické činnosti so skladačkou v predmetoch „manipulačná geometria“ a „geometrické modelovanie“ v študijných odboroch 1. ročníka bakalárskeho i magisterského štúdia predškolskej a elementárnej pedagogiky. Študenti si vyrobili papierový model skladačky s menšou úpravou: diely sa neskladali z guľôčok, ale zo zhodných štvorcov z kartónu, pričom počet guľôčok zodpovedal počtu štvorcov.



Obr. 2 Originál a papierová verzia skladačky IQ Puzzler

Technická úroveň jednotlivých študentských výrobkov zodpovedala precíznosti, ktorú tejto práci venovali, pravdou však je, že všetky takto vyrobené skladačky boli funkčné, avšak iba v rámci rovinnej aplikácie.

Pri frontálnej práci s celou študijnou skupinou bolo potrebné zabezpečiť podmienky s maximálnou objektivitou, vymyslieť bolo treba zadanie úloh i evidenciu výsledkov. Navyše do tejto fázy použitia skladačky sme zaradili aj sledovanie potrebného času na riešenie jednotlivých zadaní, čo bolo spoľahlivo vyriešené premietaním časomieru na priečelnú stenu učebne. Okrem skladačky dostal každý študent hárok na zapisovanie riešení aj s inštrukciou jednotlivých zadaní.

Na záver študenti svoje riešenie zapísali do hárku aj s časom, za ktorý sa im dané zadanie podarilo vyriešiť. So zvyšujúcou sa náročnosťou úloh sa predlžoval i čas potrebný na ich riešenie, ktorý bol vopred určený experimentátorom.

6. IQ Box a jeho použitie so študentmi učiteľstva

V druhej fáze overovania skladačky sme náhodne vybrali 20 študentov z tých istých skupín, kde prebehla aj počiatočná fáza overovania. Počet bol limitovaný počtom originálnych skladačiek typu IQ Box, ktoré sme mali k dispozícii. Spolu participovalo na tomto overovaní 80 respondentov. Proces overovania bol veľmi podobný predchádzajúcemu. Do hárku sa teraz zapisovalo len číslo zadania a čas, za ktorý sa danému študentovi podarilo úlohu vyriešiť.

Keďže je dnes už bežnou výbavou takmer každého študenta mobilný telefón, ktorý má zabudovanú funkciu fotoaparátu, na záver každej úlohy študent zaznamenal svoje riešenie fotograficky – mobilom. Tieto záznamy boli elektronicky distribuované experimentátorovi. Napriek počiatočnej obave bolo použitie tejto techniky nielen úspešné, ale pre študentov bolo aj obohacujúce a zaujímavé.

Na rozdiel od predchádzajúcej aktivity bol tento krát dôraz kladený na priestorové rébusy, keďže rovinné skladali v prvej fáze. Ako sa dalo očakávať študenti hodnotili veľmi pozitívne celú aktivitu. Konštatovali, že s originálnou pomôckou sa pracuje oveľa jednoduchšie. Papierové modely neboli presné a takisto sa stávalo, že po niekoľkonásobnom použití sa značne opotrebovali. Napriek tomu, že stavbu pyramíd hodnotili ako náročnejšiu aktivitu oproti rovinným útvarom, prejavovali o ňu väčší záujem.

7. IQ Box aplikovaný na základných školách

Po pomerne úspešnej didaktickej sonde s vysokoškólakmi bolo ďalším zámerom otestovať túto skladačku so žiakmi v nižšej vekovej kategórii. Výrobcovia uvádzajú, že je vhodná pre vekovú kategóriu od 6 rokov. Predpokladáme, že len menšia časť tejto vekovej kategórie by bola schopná ťažšie úlohy vyriešiť a zotrvať pri nej dlhší čas, preto sme zvolili žiakov 3. a 4. ročníka na štyroch základných školách Západného a Stredného Slovenska v počte 138 tretiačov a 136 štvrtákov.

Najmä na základnej škole sa ukázalo zavedenie merania času riešenia ako veľmi motivujúce. Deti v tomto veku medzi sebou radi súťažia a porovnávajú sa, čo sa prejavilo aj v našej didaktickej sonde. V každej triede sa do testovania zapojilo približne 20 žiakov. Postup bol podobný ako v predchádzajúcich sondách, avšak výsledky žiaci zapisovali do osobitnej tabuľky. Pozorovaním sme zistili, že záujem žiakov o túto činnosť sa výrazne zvýšil pri stavaní pyramíd.

8. Závěry didaktickej sondy

Na záver sme zozbierané údaje podrobili štatistickému vyhodnoteniu, ktorého výsledky sú nasledovné:

Medzi výkonmi študentov bakalárskeho a magisterského štúdia nie sú v úspešnosti riešení úloh skladačky IQ Boxu významné rozdiely. Medzi danými skupinami sa očakával rozdiel vzhľadom na lepšiu matematickú prípravu študentov vyšších ročníkov. Dané zistenie môže byť motiváciou na väčší dôraz na riešenie úloh podobného typu i v príprave učiteľov, ktorí budú získané poznatky ďalej v praxi distribuovať.

Na druhej strane sa potvrdil významný rozdiel medzi výkonmi žiakov tretieho a štvrtého ročníka základnej školy v rovnakej disciplíne. Keďže súčasný Štátny vzdelávací program umožňuje variabilitu obsahu vyučovania, záleží od daného učiteľa čomu dá prednosť. V jednej triede štvrtého ročníka dosahovali žiaci výrazne lepšie výsledky ako v iných triedach. Nakoniec vysvitlo, že žiaci mali skúsenosť s podobnou skladačkou.

Medzi výkonmi žiakov v IQ Boxe a ich známkou z matematiky sa potvrdila istá korelácia, ale nevýznamná. Napriek tomu, že vzorka bola pomerne malá (274 žiakov), nepredpokladáme, že korelácia by na väčšej vzorke bola markantne výraznejšia.

9. Záver

Opísané činnosti sú zaujímavé, užitočné a medzi žiakmi i študentmi – vysokoškólákmi obľúbené. Poskytujú didaktické príležitosti pre rozvoj kombinatorického myslenia, a môžeme sa domnievať, že súčasne participujú aj na rozvoji priestorovej predstavivosti jednak už u detí predškolského veku i detí mladšieho školského veku, čo by bolo treba v ďalších sondách objektivizovať. Na základe zistení môžeme tvrdiť, že je vhodné aktivitu podobného zamerania zaradiť do učiteľskej prípravy, kde sa tiež javila ako zaujímavá. Opísané činnosti natoľko podnietili študentov i žiakov zapojených do opisovanej didaktickej sondy, že si danú skladačku z vlastných prostriedkov aj zakúpili.

Príspevok bol spracovaný ako súčasť grantového projektu s názvom „Manipulačné a virtuálne geometrické modelovanie v príprave učiteľov pre primárne matematické vzdelávanie“ (MŠ KEGA 028UK-4/2011).

Literatúra

1. BRANICKÝ, R. *Priestorové schopnosti žiaka v stereometrii* (Dizertačná práca). Bratislava: Pedagogická fakulta UK., s. 6. 2003.
2. PERNÝ, J. Geometrické skládanky. In: *Od činnosti k poznatku*. Západočeská univerzita v Plzni, Srní, 2003, ISBN 80-7082-955-9.
3. ŽIDEK, O. Čo priniesla výstava World Didactic 2004. In: *Induktívne a deduktívne prístupy v matematike*, Pedagogická fakulta TU, Trnava, 2005, ISBN 80-8082-025-2.
4. ŽIDEK, O. Nové trendy v oblasti tvorby didaktických prostriedkov, pomôcok a učebnicovej literatúry. In: *Sborník příspěvků z konference s mezinárodní účastí „Induktívne a deduktívne prístupy v matematike“*, Smolenice. Trnava: Trnavská univerzita v Trnavě, 2005, s. 277-291. ISBN 80-8082-030-9. Dostupné na World Wide Web <<http://pdfweb.truni.sk/zbornik/smolenice/zidek.pdf>>
5. ŽIDEK, O. Didaktické inšpirácie z oblasti tvorby vyučovacích prostriedkov a pomôcok. In: *Zborník z konferencie z mezinárodnou účasťou. Tále*. 1. vyd. Banská Bystrica: Univerzita Mateja Bela, 2009. s. 233-236. ISBN 978-80-8083-742-6. Dostupné na World Wide Web <http://www.pdf.umb.sk/~mat/konf/Tale_zbornik.pdf>

Kontaktná adresa

Mgr. Lucia Repiská
Katedra matematiky a informatiky, Pedagogická fakulta, Trnavská univerzita
Priemyselná 4, P. O. Box 9, 918 43 Trnava, SR
Telefon: +421 915 844 820
e-mail: lucia.repiska@gmail.com

REPREZENTACE SHODNÝCH ZOBRAZENÍ

Filip ROUBÍČEK

Abstrakt

Příspěvek se zabývá základními shodnými zobrazeními v rovině z pohledu vyučování geometrii na prvním stupni základní školy. Zaměřuje se osovou a středovou souměrnost, otočení a posunutí. Poukazuje na nezbytnost reprezentovat principy shodných zobrazení jako proces prostřednictvím rozmanitých modelů. Popisuje několik metod reprezentace shodných zobrazení zrcadlením, překládáním a vystřihováním, otiskováním, skládáním a užitím dynamické geometrie. Metody jsou ilustrovány vytvářením geometrických ornamentů a vzorů.

Klíčová slova: elementární geometrie, shodná zobrazení v rovině, modelování

REPRESENTATION OF ISOMETRIES

Abstract

The paper deals with basic isometries in plane from the point view of the teaching of geometry at primary school. It concentrates on line reflection, point reflection, rotation and translation. It refers to necessity to represent principles of isometries as a process by means of various models. It describes some methods of representation of isometries by mirror reflection, folding and cutting, printing, composing and using dynamic geometry. The methods are illustrated by creation of geometrical ornaments and patterns.

Key words: elementary geometry, isometry in plane, modelling

1. Úvod

Působení učitele na prvním stupni základní školy má zásadní vliv na další vzdělávání žáků. Dobrá znalost vzdělávacího obsahu (alespoň na úrovni navazujícího stupně školy) a jeho didaktického zpracování je pro práci učitele nezbytností. Matematika primární školy je propedeutikou řady pojmů. Učitel potřebuje znát různé formy a metody reprezentace matematických pojmů, aby je dovedl vhodně modelovat vzhledem k dané situaci a úrovni znalostí žáků. Navíc je nutné používat několik různých modelů tak, aby žák mohl zobecňovat na základě invariantů těchto modelů.

2. Reprezentace a pojmotvorný proces v geometrii

Pojem reprezentace se používá v trojím významu jako znázornění objektu nebo jevu (tj. prostředek reprezentace), znázorňování (tj. proces reprezentace) a způsob znázornění (tj. forma nebo mod reprezentace). Ve vyučování geometrii se v této souvislosti často hovoří o modelování jako procesu, při kterém jsou modely vytvářeny, přeměňovány a interpretovány (Hošpesová a kol., 2011).

Shodná zobrazení, zvláště osová a středová souměrnost, jsou často reprezentována v podobě statických obrazů, které znázorňují jednak dvojice souměrně sdružených útvarů podle osy nebo středu, jednak osově a středově souměrné útvary. V těchto případech není shodné zobrazení reprezentováno jako proces, ale jako polohové nebo tvarové charakteristiky útvarů. K vytvoření správné představy většinou nepřispívá ani provádění známé konstrukce obrazu v dané souměrnosti pomocí kružítka a pravítka. Postup konstrukce sice odráží podstatu daného zobrazení, ale konstrukční kroky bývají žáky vnímány jako jednotlivé úkony. Absence jiných činnostních nebo dynamických reprezentací vede k tomu, že žáci si nevytvoří správné představy těchto zobrazení.

3. Modelování shodných zobrazení v rovině

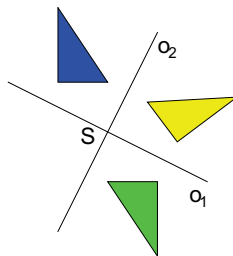
3.1. Zrcadlení

Princip osové souměrnosti lze demonstrovat zrcadlením (jako odraz v zrcadle), přestože zrcadlo modeluje rovinovou souměrnost. Modelujeme-li osovou souměrnost jako zobrazení v rovině, uvažujeme pouze rovinné útvary a omezujeme se na případy, kdy je vzor umístěn před zrcadlem. Pomocí dvou zrcadel pak lze modelovat skládání dvou osových souměrností, tj. středovou souměrnost, otočení a posunutí (Roubíček, 2010).

Přiložíme-li dvě zrcadla kolmo k sobě (viz obr. 1), uvidíme v nich tři obrazy předmětu, který je umístěn mezi nimi. Tento jev však lze pozorovat pouze v zrcadlech. Při zobrazování útvarů v osové souměrnosti podle dvou os sestrojujeme jen dva obrazy (viz obr. 2). V případě skládání dvou osových souměrností, jejichž osy jsou k sobě kolmé, získáme otočení o 180° kolem průsečíku S os souměrnosti o_1 a o_2 , které nazýváme středovou souměrností.



Obr. 1 Středová souměrnost

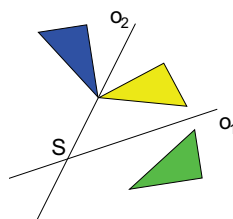


Obr. 2 Středová souměrnost

Změnou úhlu, který svírají zrcadla, lze modelovat různé případy skládání dvou osových souměrností s navzájem různoběžnými osami (viz obr. 3), tj. otočení kolem průsečíku S os souměrnosti o_1 a o_2 o dvojnásobek úhlu, který svírají osy souměrnosti (viz obr. 4).



Obr. 3 Otočení

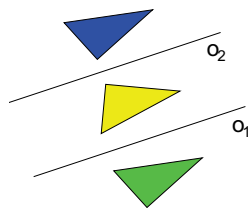


Obr. 4 Otočení

Pomocí dvou vzájemně rovnoběžných zrcadel lze vytvořit nekonečnou řadu obrazů (viz obr. 5). Tímto způsobem je modelováno skládání dvou osových souměrností s navzájem rovnoběžnými osami, tj. posunutí (viz obr. 6).



Obr. 5 Posunutí

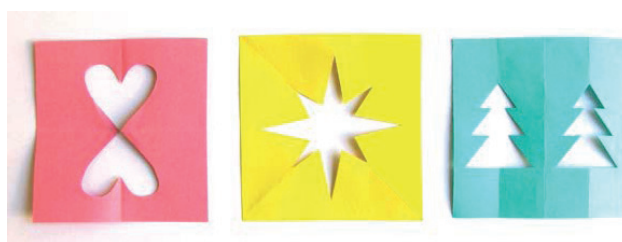


Obr. 6 Posunutí

Princip zrcadlení (zobrazení nepřímo shodného obrazu) lze modelovat také bez použití zrcadla – pomocí průsvitky (průsvitného nebo pauzovacího papíru). Obrys předlohy se nejprve pečlivě překreslí měkkou tužkou na průsvitku, pak se průsvitka obrátí a čáry přesně obtáhnou, čímž se obrys předlohy proznačí a zobrazí jako zrcadlově převrácený.

3.2. Překládání a vystřihování

Podstatu osové souměrnosti jakožto shodného zobrazení lze názorně modelovat vystřihováním přeloženého listu papíru (viz obr. 7). Přeložíme-li čtvercový list papíru dvakrát tak, aby přehyby byly navzájem kolmé, a z přeloženého listu vystříháme libovolný obrazec, získáme po rozložení listu obrazec, který je osově i středově souměrný. Obdobným způsobem lze získat obrazce s různým počtem os souměrnosti. Snadno vytvoříme obrazec s jednou, dvěma nebo čtyřmi osami souměrnosti. Obtížnější je konstrukce obrazce se třemi nebo pěti osami souměrnosti. Konstrukce obrazce se třemi osami souměrnosti vychází z konstrukce rovnostranného trojúhelníku. Uvedené případy reprezentují různé případy otočení. Přeložíme-li list papíru tak, aby přehyby byly navzájem rovnoběžné, získáme model posunutí. Je třeba zdůraznit, že vystřižené obrazce nerepresentují shodná zobrazení, nýbrž souměrné obrazce jako výsledek skládání osových souměrností.

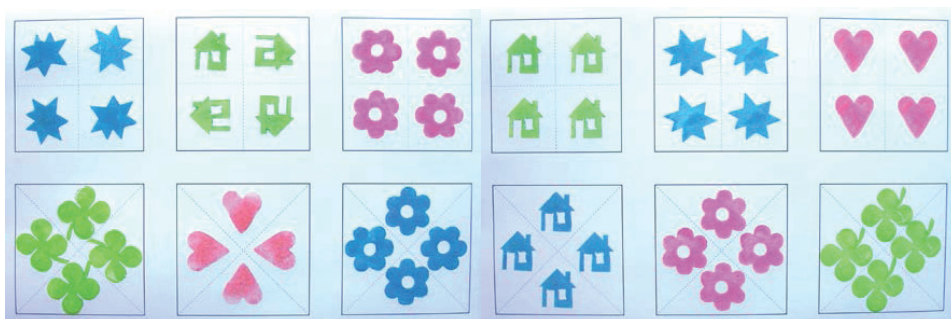


Obr. 7 Čtvercové ornamenty vytvořené vystřihováním přeloženého listu papíru

3.3. Otiskování

Otiskování (stejně jako výše uvedené vystřihování) není v pravém slova smyslu reprezentací shodných zobrazení, ale umožňuje vytvářet kompozice shodných obrazců, na kterých lze shodná zobrazení demonstrovat. S metodou otiskování se můžeme setkat ve dvojí podobě. Buď se otiskuje razítko, čímž vznikají přímo shodné obrazce, nebo se otiskuje nanesená barva přeložením papíru, čímž vznikne dvojice nepřímo shodných

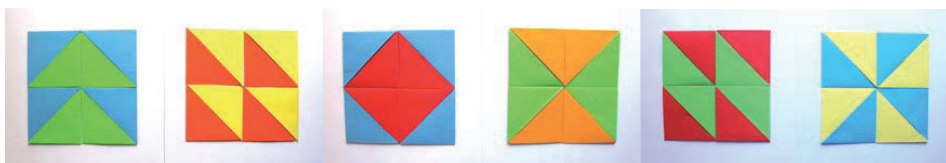
obrazců. Prvním způsobem mohou být modelována přímo shodná zobrazení, jako jsou středová souměrnost, otočení a posunutí (například čtvercové ornamenty na obr. 8). Otiskujeme-li razítko s osově souměrným obrazcem, lze vytvořit také dvojici souměrně sdružených obrazců podle osy, tzn. reprezentovat osovou souměrnost, která je nepřímo shodným zobrazením. Druhý způsob otiskování je vždy modelem osově souměrnosti.



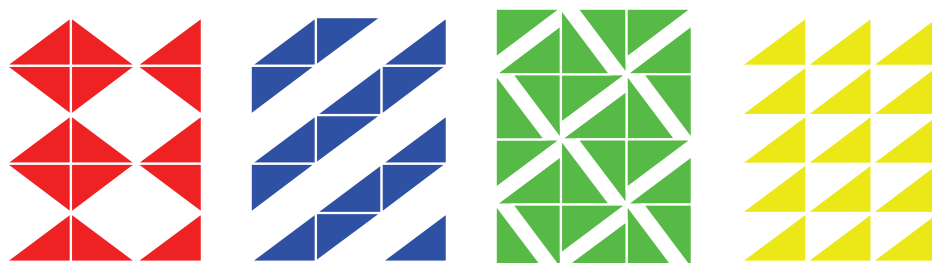
Obr. 8 Čtvercové ornamenty vytvořené otiskováním

3.4. Skládání

Další jednoduchou metodou reprezentace geometrických ornamentů a vzorů, které jsou vytvořeny užitím shodných zobrazení, je skládání. Čtvercové ornamenty na obr. 9 byly poskládány z osmi shodných rovnoramenných pravoúhlých trojúhelníků dvou barev. Ornamenty jsou osově nebo středově souměrné a jejich libovolnou část lze získat překlopením, otočením nebo posunutím jiné části (tj. užitím principů základních shodných zobrazení). Stejně tak geometrické vzory na obr. 10 byly vytvořeny překlápěním, otáčením a posouváním pravoúhlého trojúhelníku. Vzhledem k tomu, že použitý trojúhelník, z něhož je vzor sestaven, je nesouměrný, vzniká jeho překlopením (tj. zobrazením v osově souměrnosti) nepřímo shodný trojúhelník.



Obr. 9 Čtvercové ornamenty poskládané z trojúhelníků



Obr. 10 Geometrické vzory poskládané z trojúhelníků

3.5. Dynamická geometrie

Kromě tradičních forem reprezentace lze využít také prostředky dynamické geometrie a principy shodných zobrazení modelovat na počítači. Například program GeoGebra, který lze volně stáhnout na <http://www.geogebra.org/cms/cz>, má nástroje, které umožňují zobrazit útvar v osové a středové souměrnosti, otočení nebo posunutí a zároveň měnit velikost, tvar a polohu objektů. Tím dynamická geometrie nabízí prostor pro experimentování a objevování vlastností shodných zobrazení (Vaniček, 2009).



Obr. 11 Ukázka reprezentace osové souměrnosti v programu GeoGebra

4. Závěr

Společnou charakteristikou všech uvedených reprezentací shodných zobrazení je pohyb. V posledním z uvedených způsobů reprezentace je pohyb zprostředkován počítačem, v ostatních případech manipulujeme se zrcadlem, obracíme průsvitku, překládáme papír, otiskujeme razítko, přemísťujeme dílky skládačky apod. Obrazová reprezentace je tedy doprovázena činností reprezentací, která podporuje představu shodného zobrazení jako procesu. Je třeba rozlišovat případy, kdy je reprezentován proces zobrazování v osové nebo středové souměrnosti, otočení a posunutí, a případy, kdy jsou reprezentovány obrazce vytvořené pomocí těchto zobrazení. Rozložením přeloženého listu papíru s vystřiženým obrazcem reprezentujeme proces zobrazování v osové souměrnosti, zatímco na rozloženém listu papíru demonstrujeme výsledek toho procesu v podobě osové souměrného obrazce, případně dvojice souměrně sdružených útvarů podle osy.

Príspevek byl vypracován s podporou RVO: 67985840.

Literatura

1. HOŠPESOVÁ, A. a kol. *Matematická gramotnost a vyučování matematice*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, 2011, 180 s. ISBN 978-80-7394-259-5.
2. ROUBÍČEK, F. *Tajemství geometrických ornamentů a vzorů aneb shodná zobrazení v rovině*. [e-learningový kurz] Praha: MFF UK, 2010.
3. VANÍČEK, J. *Počítačové kognitivní technologie ve výuce geometrie*. Praha: PedF UK, 2009, 212 s. ISBN 978-80-7290-394-8.

Kontaktní adresa

PhDr. Filip Roubíček, Ph.D.
Matematický ústav AV ČR, v.v.i.
Žitná 25, 115 67 Praha 1
Telefon: +420 222 090 750
E-mail: roubicek@math.cas.cz

MOŽNOSTI VYUŽITIA ŠTVORCOVEJ SIETE VO VYUČOVANÍ GEOMETRIE

Lucia RUMANOVÁ, Júlia ZÁHORSKÁ

Abstrakt

Využívanie štvorcovej siete vo vyučovaní geometrie, voľba vhodných úloh, ako aj ich vhodné začlenenie do vyučovacieho procesu, je jednou z možností, ako prispieť k zefektívneniu vyučovania geometrie. V príspevku poukážeme na možnosti využitia štvorcovej siete v konkrétnych úlohách na 1. stupni ZŠ. Takéto úlohy môžu žiakom dopomôcť k všeobecnejším poznatkom, a tiež zvýšiť ich skúsenosti z geometrie.

Kľúčové slová: predstavivosť, geometria, úlohy, štvorcová sieť

POSSIBILITIES OF USING SQUARE GRID IN GEOMETRY TEACHING

Abstract

The using of square grid in geometry teaching, choosing of suitable problems and their appropriate integration into the teaching process is one of the possibilities to more effective teaching geometry. Therefore in this paper we shall present the possibilities of using square grid in specific problems in the first grade of elementary school. Such problems can pupils help to more general knowledge and also increase their experience in geometry.

Key words: imagination, geometry, problems, square grid

1. Rozvoj priestorovej predstavivosti

„Rozvíjať a budovať geometrické predstavy detí v rámci predškolskej prípravy patrí medzi základné ciele vzdelávania v materských školách. Každé dieťa disponuje určitým množstvom geometrických poznatkov, ktoré vníma skôr intuitívne a vie s nimi manipulovať. Cieľavedome nadviazať na prirodzené schopnosti detí už od útleho veku je úlohou každého učiteľa na rôznych stupňoch vzdelávania. Nie je to však úloha ľahká a je potrebné sústrediť pozornosť hlavne na prípravu budúcich učiteľov elementaristov. Priblížiť im matematiku aj z pohľadu malého dieťaťa, ktoré ani netuší, čo je to strach z matematiky, tak často prezentovaný pri štúdiu na vyššom stupni vzdelávania. Jednou z jeho príčin je aj formalizmus vo vyučovaní matematiky a málo priestoru poskytnutého na riešenie praktických problémov, na manipulatívnu činnosť, ktorá je dôležitá hlavne v geometrii“ (Pavlovičová, Švecová, 2009, s. 5).

Rozvoj priestorovej predstavivosti sa buduje u detí aj v materskej škole, pričom väčšinou ide o prácu a manipuláciu s rôznymi modelmi, telesami v priestore. Naopak, na 1. stupni ZŠ sa od manipulácií ale upúšťa. Preto by bolo vhodné neupustiť

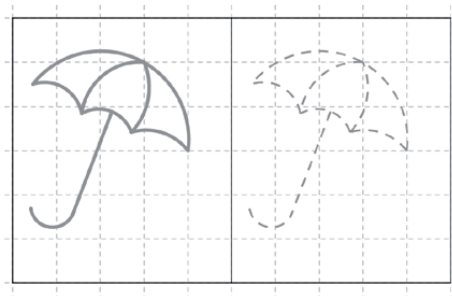
od experimentovania na vyučovacích hodinách, nakoľko experimentovanie je základný spôsob získavania geometrických skúseností. [1]

2. Štvorcová sieť na 1. stupni ZŠ

Už aj predškoláci majú možnosť pracovať so štvorcovou sieťou v rámci jednoduchých úloh s použitím pracovných zošitov pre MŠ, ale aj v detských časopisoch vieme nájsť takéto úlohy. Uvedieme konkrétne ukážky [2]:

Úloha 1:

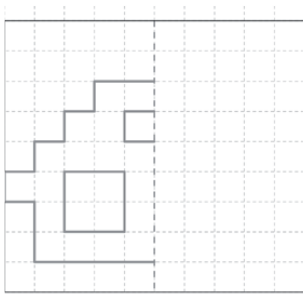
Skontroluj, či nasledujúce dva obrázky sú správne skopírované a pozorne obkresli čiarkované obrysy.



Obr. 1

Úloha 2:

Na štvorčekovom papieri vpravo dokresli obrázok.



Obr. 2

Štvorcová sieť z hľadiska vyučovacej zásady názornosti má význam vo všetkých častiach matematiky. Používa sa vo všetkých etapách vyučovacieho procesu: pri motivácii žiakov, vysvetľovaní, opakovaní, upevňovaní a prehľbovaní učiva, pri preverovaní a hodnotení poznatkov žiakov.

Záväzným dokumentom na prvom stupni základnej školy (1. až 4. ročník) je Štátny vzdelávací program pre 1. stupeň základnej školy v Slovenskej republike, ISCED 1 - primárne vzdelávanie. V ňom je uvedených 14 vyučovacích hodín matematiky ako základný týždenný počet, ktorý je možné rozšíriť o ďalšie hodiny podľa rozhodnutia školy v školskom vzdelávacom programe. Rozdelenie počtu hodín, ako aj tematických celkov a tém do ročníkov je tiež v právomoci školy. Problematiku štvorcovej siete obsahuje ŠVP v tematickom okruhu Geometria a meranie v nasledovných tematických celkoch:

- Rysovanie rovinných útvarov v štvorcovej sieti.
- Zväčšovanie, zmenšovanie rovinných útvarov v štvorcovej sieti.
- Rysovanie štvorca a obdĺžnika v štvorcovej sieti, pomenovanie vrcholov a strán, dvojíc susedných strán.

V odporúčanom obsahovom štandarde ŠVP sú k problematike štvorcovej siete uvedené:

- *odporúčané témy:* Rysovanie rovinných útvarov v štvorcovej sieti. Zväčšovanie, zmenšovanie rovinných útvarov v štvorcovej sieti. Rysovanie štvorca a obdĺžnika v štvorcovej sieti, pomenovanie vrcholov a strán, dvojíc susedných strán.
- *odporúčané pojmy:* Štvorcová sieť, rady, stĺpce, rovinný útvar, zmenšiť, zväčšiť, ...štvorec, obdĺžnik, zmenšiť, zväčšiť, štvorcová sieť, vodorovný, zvislý, stĺpec, riadok, ...

V odporúčanom výkonovom štandarde ŠVP k problematike štvorcovej siete nachádzame: Žiak vie narysovať rovinné útvary v štvorcovej sieti. Zväčšovať a zmenšovať rovinné útvary v štvorcovej sieti (štvorec, obdĺžnik). Vie narysovať štvorec (obdĺžnik) vo štvorcovej sieti s danou dĺžkou strany (strán).

V tematickom okruhu Geometria a meranie sa k uvedenej problematike ďalej uvádza, aké kompetencie má žiak získať:

- pozná, vie popísať, pomenovať a narysovať základné rovinné útvary,
- rozozná a modeluje jednoduché súmerné útvary v rovine. [3,4]

Ak sledujeme tematické výchovno-vzdelávacie plány matematiky niektorých učiteľov matematiky, dostupné aj na internete v školských vzdelávacích programoch, tak sa stretávame často iba s rozsahom (týždenným počtom vyučovacích hodín), ktorý je odporúčaný. Tematickému okruhu Geometria a meranie sa napríklad venujú 12 vyučovacích hodín v 1. ročníku, 20 hodín v 2. a 3. ročníku a 22 hodín v 4. ročníku. Z uvedeného vyplýva, že učitelia matematiky majú k dispozícii pomerne málo vyučovacích hodín určených tematickému okruhu Geometria a meranie, ak škola nevyužije dotáciu predmetu z počtu voliteľných hodín. Využívanie štvorcovej siete vo vyučovaní geometrie, voľba vhodných úloh, ako aj ich vhodné začlenenie do vyučovania, je jednou z možností, ako prispieť k zefektívneniu vyučovania geometrie.

3. Ukážky úloh s využitím štvorcovej siete

„Otázka vhodného prístupu k vyučovaniu geometrie a s ním aj k rozvoju priestorovej predstavivosti nestráca časom na svoj aktuálnosti. Práve naopak, venuje sa jej stále viac pozornosti. Zvoliť správne a vhodné vyučovacie metódy a formy, ako aj stanoviť obsah vzdelávania v súlade s kognitívnym vývojom jedinca, je neustálou výzvou nielen pre pedagogických ale aj výskumných pracovníkov“ (Pavlovičová, 2010, s. 28).

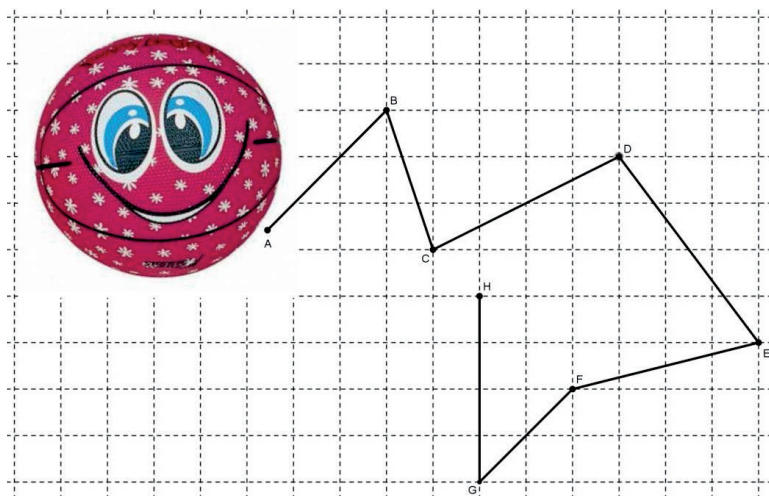
Riešenie úloh s využitím štvorcovej siete je pre žiakov motivujúcou a zároveň zaujímavou aktivitou na vyučovacích hodinách. Štvorcová sieť má široké uplatnenie vo vyučovaní geometrie, pričom úlohy by sme mohli rozdeliť do viacerých celkov. Spomenieme aspoň niektoré:

- dokresľovanie a prekresľovanie obrázkov,
- obvody a obsahy útvarov,
- zväčšovanie alebo zmenšovanie útvarov.

Uvedieme konkrétne ukážky úloh:

Úloha 1:

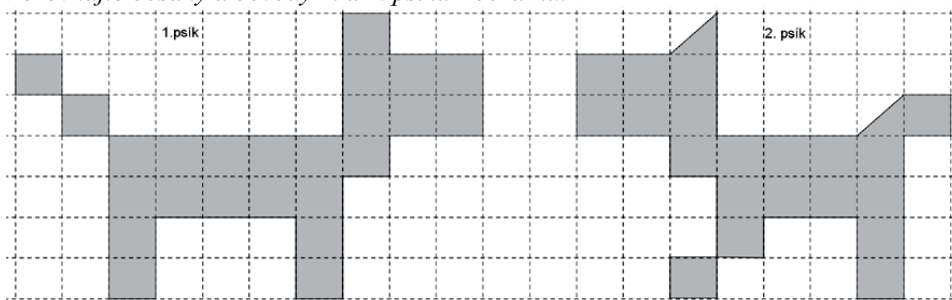
Deti, stojace na miestach označených písmenami A až H, si medzi sebou hádzali loptu. Hádzať začala Anička (A) a posledný chytil loptu Hugo (H). Lopta prešla dráhu, ktorá je nakreslená na obrázku. Prekreslite v štvorcovej sieti čo najpresnejšie túto dráhu.



Obr. 3

Úloha 2:

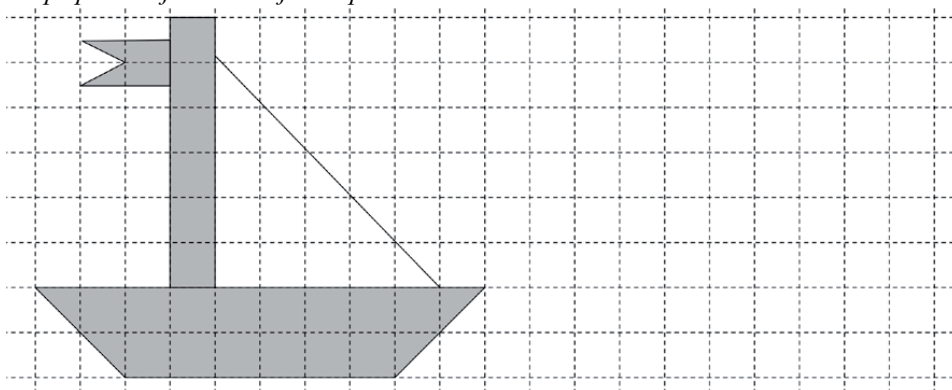
Porovnajete obsahy a obvody 1. a 2. psíka z obrázku.



Obr. 4

Úloha 3:

Do pripravenej štvorcovej siete prekreslite 2-krát zmenšenú lodičku z obrázka.



Obr. 5

4. Záver

Riešenie úloh s použitím štvorcovej siete, ako sme naznačili v príspevku, má význam v propedeutike obsahov a obvodov rovinných útvarov, v propedeutike zhodných zobrazení, v rozvíjaní priestorovej predstavivosti a podobne. Použitie takýchto úloh spestrí prácu na vyučovacích hodinách geometrie a vedie aj k zvýšeniu záujmu žiakov o prácu na vyučovacích hodinách.

Literatúra

1. PAVLOVIČOVÁ, G. – ŠVECOVÁ, V. *Pracovné dielne z geometrie*. 1. Vyd. Nitra: FPV UKF, 2009. 102s. ISBN 978-80-8094-566-4.
2. JAVORSKÁ, R. *Encyklopédia predškolača*. 1.vyd. Bratislava: Svojtko & Co., s. r. o., 2010. 288 s. ISBN 978-80-8107-341-0.
3. ŠTÁTNY VZDELÁVACÍ PROGRAM MATEMATIKA, PRÍLOHA ISCED 1, 2. upravená verzia pre 1. až 4. ročník ZŠ, ŠPÚ Bratislava, 2009, posledná aktualizácia 29.9.2009. Dostupné na: https://www.iedu.sk/vyucovanie_a_studium/vyucovacie_predmety/xKatalog_Dokumenty/Matematika%20ISCED%201.pdf.
4. ŠTÁTNY VZDELÁVACÍ PROGRAM MATEMATIKA, PRÍLOHA ISCED 1, ŠPÚ Bratislava, 2009, posledná aktualizácia 6.6.2011. Dostupné na: http://www.statpedu.sk/files/documents/svp/1stzs/isced1/vzdelavacie_oblasti/matematika_isced1.pdf.
5. PAVLOVIČOVÁ, G. *Stavby z kociek a priestorové zručnosti vo vyučovaní geometrie*. In: Konštruktivizmus vo vyučovaní matematiky a budovanie geometrických predstáv, 1. vyd. Nitra: UKF, 2008. s. 23-30. ISBN 978-80-8094-723-1.
6. VALLO, D. *Jedna elementárna úloha z geometrie*. In: Didaktické hry a aplikačné úlohy vo výučbe matematiky pre 2. stupeň ZŠ, 1. vyd. Nitra: UKF, 2008. s. 15-20. ISBN 978-80-8094-346-2.
7. UHERČÍKOVÁ, V., VANKÚŠ, P. *Netradičné metódy vo vyučovaní matematiky*. In: Dva dny s didaktikou matematiky, 1. vyd. Praha: Univerzita Karlova, 2010. s. 83-85. ISBN 978-80-7290-483-9.

Kontaktní adresa

PaedDr. Lucia Rumanová, PhD.
Katedra matematiky FPV UKF v Nitre
Tr. A. Hlinku 1, 949 74 Nitra
Telefón: +421 37 6408 693
E-mail: lrumanova@ukf.sk

PaedDr. Júlia Záhorská, PhD.
Katedra matematiky FPV UKF v Nitre
Tr. A. Hlinku 1, 949 74 Nitra
Telefón: +421 37 6408 692
E-mail: julia.zahorska@ukf.sk

KOMPETENCJE MATEMATYCZNE STUDENTÓW EDUKACJI WCZESNOSZKOLNEJ

Grażyna RYGAŁ

Streszczenie

W artykule zaprezentowano badania kompetencji matematycznych studentów specjalności Zintegrowana Edukacja Wczesnoszkolna i Edukacja Przedszkolna. Wyniki badań wskazują na potrzebę znacznego zwiększenia ilości godzin poświęconą na edukację matematyczną. W pracy przedstawiono propozycje autorki poprawy wiedzy w zakresie matematyki i sposobów jej nauczania wśród studentów – przyszłych nauczycieli edukacji wczesnoszkolnej.

Słowa kluczowe: kompetencje, wiedza matematyczna, nauczyciel, edukacja wczesnoszkolna, dziecko

MATHEMATICAL COMPETENCES STUDENTS EARLY SCHOOL EDUCATION

Abstract

In this paper we present the research of students' mathematical competence carried out for a field of study Integrated Early School Education and Preschool Education. The results of research show that it is necessary to increase considerably the number of hours for mathematical education. Author's suggestions concerning improvement of students' knowledge in the field of mathematics will be presented as well as the methods of teaching students – future teachers at a primary school.

Key words: competences, mathematical knowledge, teacher, early school education, child

1. Wprowadzenie

W roku 2010 w Polsce przywrócono obowiązkowy egzamin z matematyki w ramach egzaminu maturalnego. Tym samym matematyka na nowo stała się ważnym przedmiotem w edukacji szkolnej. Wśród niezbędnych umiejętności wymienia się „umiejętność myślenia matematycznego, rozumianą jako zdolność do rozpoznania i zrozumienia roli, jaką matematyka odgrywa we współczesnym świecie, do formowania sądów opartych na matematycznym rozumowaniu oraz wykorzystania umiejętności matematycznych tam, gdzie wymagają tego potrzeby codziennego życia” [1].

Aby młody człowiek osiągnął właściwy poziom wiedzy matematycznej konieczna jest jego prawidłowa edukacja matematyczna od najwcześniejszych lat. Ogromną rolę odgrywa w tym procesie nauczyciel edukacji wczesnoszkolnej. Musi on mieć

kompetencje konieczne do przekazywania wiedzy w zakresie podstaw matematyki, ale również znać specyfikę myślenia matematycznego dzieci i jej rozwój [2] oraz metody edukacji elementarnej w zakresie matematyki.

2. Kompetencje matematyczne

Aby określić zakres i znaczenie kompetencji matematycznych trzeba zdefiniować wcześniej słowo kompetencje. Według opracowania Dyktoriatu Generalnego do spraw Edukacji i Kultury Unii Europejskiej [1] kompetencje to ogólne zależności (możliwości) oparte na wiedzy, doświadczeniu, wartościach oraz skłonnościach nabytych w wyniku oddziaływań edukacyjnych. Wyróżnia się też kompetencje kluczowe, a wśród nich czytanie ze zrozumieniem i umiejętność myślenia matematycznego.

Kompetencje matematyczne zgodnie z określeniem Mogensa Nissa [3], to zdolność rozumienia, osądzania, wykonywania i wykorzystywania matematycznych czynności w kontekście matematycznym i poza matematycznym. Wyróżnia się następujące składniki kompetencji matematycznych:

1. Myślenie matematyczne – matematyczne sposoby myślenia, zadawanie pytań charakterystycznych dla matematyki (dlaczego?, co by było gdyby?, czy zawsze?, itp.), uogólnianie wyników, operowanie pojęciem matematycznym z pełnym jego zrozumieniem.
2. Stawianie i rozwiązywanie matematycznych problemów, identyfikowanie problemów otwartych, jak i zamkniętych, sformułowanych przez innych lub przez siebie.
3. Modelowanie matematyczne – rozumienie jak w sytuacji matematycznej stworzyć model matematyczny, zanalizować istniejące modele, kontrolować cały proces modelowania.
4. Rozumowanie matematyczne – odkrywanie idei w danym rozumowaniu, formalne i nieformalne argumentowanie, rozumienie dowodu matematycznego.
5. Reprezentowanie bytów matematycznych – rozumienie i wykorzystywanie reprezentacji matematycznych obiektów i zjawisk, rozumienie relacji między różnymi reprezentacjami.
6. Posługiwanie się matematyczną symboliką i formalizmami – rozumienie formalnego języka matematycznego i umiejętność przełożenia go na język naturalny.
7. Komunikowanie się w matematyce – rozumienie tekstów matematycznych, wypowiadanie się w formie ustnej i pisemnej w precyzyjnym języku matematyki.
8. Stosowanie środków typu technologia informatyczna do pracy matematycznej – umiejętne wykorzystanie środków pomocniczych i narzędzi do obliczeń matematycznych i prezentacji wyników.

Jeżeli dziecko od początku swej edukacji otrzyma dobre podstawy z matematycznego rozumowania i zostanie „zaniecone” do matematyki, to jest nadzieja na jego sukces w rozumieniu matematyki i osiągnięcie pożądanego stanu jego kompetencji w tym zakresie.

3. Próba określenia stanu wiedzy matematycznej studentów – przyszłych nauczycieli edukacji wczesnoszkolnej

Istnieje domniemanie, że studenci wybierający specjalność: Zintegrowana Edukacja Wczesnoszkolna i Edukacja Przedszkolna mają bardzo niewielką wiedzę z zakresu matematyki. W roku 2010 przeprowadzono wstępne badania studentów III roku tej specjalności przed rozpoczęciem zajęć z metodyki edukacji matematycznej. Badaniu

poddano 180 osób – studentów Akademii im. Jana Długosza w Częstochowie. Badania przeprowadzono za pomocą kwestionariusza zawierającego zarówno pytania z arytmetyki, jak i z geometrii. Głównym celem badań było poznanie stanu wiedzy matematycznej studentów. Problem badawczy sformułowano następująco: Jaki jest poziom podstawowej wiedzy z elementarnej matematyki studentów III roku AJD specjalności: zintegrowana edukacja wczesnoszkolna i edukacja przedszkolna? Hipoteza badawcza głosiła: przypuszcza się, że wiedza studentów z matematyki elementarnej jest niewielka. Treść kwestionariusza badawczego przedstawiono na Rysunku 1.

TEST Poniższy test ma za zadanie sprawdzenie znajomości wybranych zagadnień z zakresu podstaw matematyki wśród studentów specjalności Zintegrowana Edukacja Wczesnoszkolna i Edukacja Przedszkolna. Właściwą odpowiedź należy zaznaczyć poprzez zakreślenie odpowiedniej kratki, chyba, że w poleceniu podane jest inaczej. Na rozwiązanie zadań przewidywany jest czas około 10 minut. Test ma charakter anonimowy. <i>Dziękuję za udział w badaniu</i> 1. Spośród podanych liczb wybierz i otocz kółkiem liczby naturalne: -3; 5; 10; 1; $1\frac{1}{2}$; $\frac{20}{1}$; $-18\frac{1}{3}$; -5; 123; 1000; -1000; 0,3. 2. Czy liczba $2\frac{1}{2}$ jest liczbą wymierną? ☐ tak ☐ nie 3. Czy mnożenie można sprawdzić za pomocą dzielenia? ☐ tak ☐ nie 4. Czy iloczyn to wynik dzielenia? ☐ tak ☐ nie 5. Czy kwadrat jest prostokątem? ☐ tak ☐ nie 6. Czy prostokąt można wziąć do ręki? ☐ tak ☐ nie 7. Jak w skali od 1 do 5 oceniasz swoją wiedzę matematyczną? ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5
--

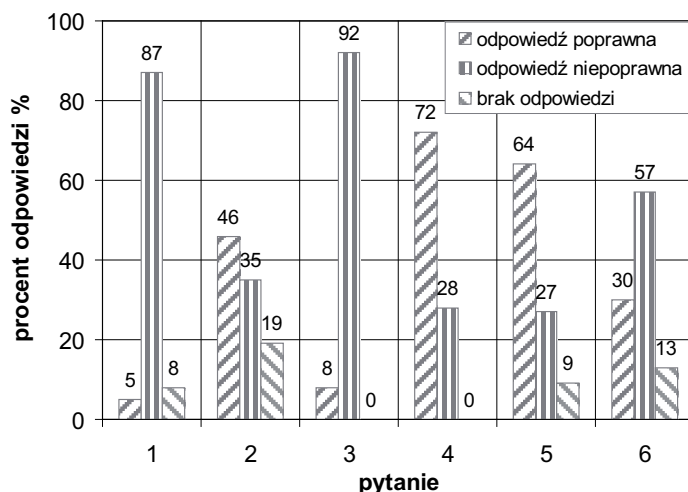
Rys. 1. Kwestionariusz badawczy

Wyniki testu zaprezentowano na Rysunku 2.

4. Wnioski z badań

Wyniki testu nie napawają optymizmem. Stan wiedzy matematycznej studentów jest niezadowolający. Jeżeli z taką wiedzą rozpoczną pracę w edukacji wczesnoszkolnej, to nie będzie możliwe dobre uczenie dzieci podstaw matematyki. Bez odpowiedniego przygotowania merytorycznego nauczyciel nie potrafi właściwie ocenić jakości proponowanego podręcznika, czy zeszytów ćwiczeń w zakresie poprawności

matematycznych zagadnień. Taki nauczyciel nie potrafi zachęcić uczniów do matematyki, nie rozbudza ciekawości, nie uczy rozumowań matematycznych.



Rys. 2. Wyniki testu podstawowej wiedzy z matematyki elementarnej

W roku 2012 postanowiono wykonać ponowne badania zarówno wśród studentów Akademii im. Jana Długosza studiów stacjonarnych i niestacjonarnych oraz Kolegium Nauczycielskiego w Bielsku – Białej i Wieluniu. Po tych badaniach zostanie zweryfikowane narzędzie badawcze i planowane są badania na większej populacji.

Istnieje potrzeba modyfikacji programów kształcenia nauczycieli nauczania wczesnoszkolnego i przedszkolnego rozszerzając je o wykłady i ćwiczenia z podstaw matematyki. Sama metodyka to zbyt mało.

References

1. *Kompetencje Kluczowe. Realizacja koncepcji na poziomie szkolnictwa obowiązkowego*, EURIDYCE Fundacja Rozwoju Systemu Edukacji, Warszawa, 2005, ISBN 83-87716-48-0, dostęp 7.02.2012, www.eurydice.org/pl/sites/eurydice.org.pl/files/kkomp_PL.pdf
2. NOWIK J. *Edukacja matematyczna w kształceniu zintegrowanym*, Racibórz 2008, Wydawnictwo Państwowej Wyższej Szkoły Zawodowej w Raciborzu, ISBN 978-83-60730-14-0
3. NISS M. *Quantitative Literacy and Mathematical Competencies*, dostęp 18.12.2011, www.maa.org/ql/pgs215_220.pdf

Contact address

dr hab. Grażyna Rygał prof. AJD
Akademia im. Jana Długosza w Częstochowie
ul. Waszyngtona 4/8, 42-200 Częstochowa, Polska
E-mail: g.rygal@op.pl

K ASPEKTŮM FUNKČNÍHO MYŠLENÍ

Leona SALVETOVÁ

Abstrakt

Príspevok sa zaoberá problematikou funkčného myslenia a vymedzuje jeho jednotlivé aspekty. Predstavuje výsledky predvýzkumu zaměřeného na zjištění schopnosti vybraných aspektů tohoto typu myslení. Respondenty předvýzkumu se stali studenti 2. ročníku oboru Matematika se zaměřením na vzdělávání na Pedagogické fakultě Univerzity Palackého v Olomouci. Príspevok pripomína ontogenezu daného myslenia a bezprostredne vychází z plánované disertační práce.

Klíčová slova: ontogeneze, funkční myšlení, vizuální gramotnost, obrazový materiál.

THE FUNCTIONAL ASPECTS OF THINKING

Abstract

The article deals with the issues of functional thinking and defines its various aspects. It presents the results of a partial study aiming to explore the respondents' capability of selected aspects of this type of thinking. Respondents of the partial study were second-year students of mathematics for educational purposes at the Pedagogical Faculty of Palacky University in Olomouc. The article reminds crucial facts considering the ontogenesis of functional thinking and it is immediately based on the planned dissertation thesis.

Key words: ontogenesis, functional thinking, visual literacy, images.

1. Úvod

Už ve starověku lidé věděli, že čím větší je oheň, tím více tepla dá, čím větší úlovek, tím déle bude tlupa bez hladu. Významný model funkční závislosti poskytovala nebeská klenba. Dlouhodobé pozorování a záznamy hvězd dovolily předpovídat pohyby planet, ale i zatmění Slunce. Člověk se učil postupnými diskrétními údaji zachytit spojitý děj. Funkční myšlení nabývalo prvního vrcholu na úrovni intuitivních představ. Proměnná veličina se v čisté podobě objevila až na začátku 17. století spolu s infinitezimálním počtem (Hejný, M., s. 238).

V současné době, kdy dochází k rozvoji vědy a techniky, je potřeba stále více lidí s matematickými znalostmi a hlavně uměním aplikovat matematické poznatky v reálných situacích. Vyučování matematiky má největší podíl na tvorbě těchto kvalit každého člověka. Funkční myšlení se stává každodenní potřebou člověka. Myšlení obecně se považuje za vrcholný proces lidského poznávání, umožňuje řešit problémy a to především praktické – v technice, v osobních vztazích, v nejrůznějších oblastech každodenního života (Čáp, J., Mareš, J., s. 89).

Co rozumíme pod pojmem funkční myšlení? Představuje schopnost posuzovat jevy v jejich změnách, pohybu a vývoji. Jedinec si tak uvědomuje a rozlišuje příčiny a důsledky těchto změn, jejich průběh a meze (Novák, B., Eberová J., s. 37). U funkčního myšlení dochází ke spojení školské matematiky a praktických příkladů ze života.

2. Ontogeneze funkčního myšlení

Ontogenezi funkčního myšlení lze rozčlenit do tří etap, jak uvádí Hejný (1989, s. 240). V první etapě si dítě na základě životní zkušenosti tvoří kvantitativní vazbu kauzálních jevů. Toto sepětí jevů označujeme jako vztah příčiny a následku (příčinný za příčinu označujeme jev předcházející, za následek jev následující), jako vztah kauzální. Jako příklad uvedeme, kohoutkem na vodovodu se reguluje proud vody. V druhé etapě začíná žák využívat své nabyté zkušenosti k řešení některých problémů. Předpoklady pro pochopení trojčlenky získávají děti z každodenních zkušeností s jevy úměrnosti. Například při výrobě malinové šťávy dáme do sklenice tolik sirupu, aby po smíchání s vodou byla koncentrace porovnatelná podle sytosti barvy. V poslední etapě si žák na střední škole osvojuje systematickou práci s funkcemi.

J. Piaget (2010, s. 54), který se zabýval zvláštnostmi dětského myšlení, dospěl k závěru, že kognitivní vývoj dítěte prochází relativně samostatnými stádii. Funkční myšlení se řadí do stádia formálních operací, charakteristického pro věk 11-12 a více let. Toto stádium se vyznačuje abstraktními, formálně logickými operacemi. Dítě je schopno hypoteticko-deduktivního usuzování typu „jestliže, pak“. Obměňuje proměnné při experimentování. Operace se spojují do složitější struktury a dokáže s nimi pracovat oběma směry (přímo i vratně).

3. Aspekty funkčního myšlení

Podle Blažkové (2010, s. 54) se funkční myšlení skládá z jednotlivých aspektů:

- u početních operací sledovat změny výsledků operace v závislosti na změnách veličin do operace vstupujících
- při řešení konstrukčních úloh umět stanovit závislost výsledku konstrukce na změnách velikosti nebo polohy zadaných prvků
- při sledování závislosti umět rozhodnout, zda mezi sledovanými jevy existuje vztah, který by bylo možné popsat kvantitativně
- umět popsat funkční vztah tabulkou, rovnicí, grafem
- správně chápat definiční obory a obory hodnot daných funkcí
- umět vyjádřit vlastnosti daných funkcí
- umět číst grafy
- umět zobecňovat kvantitativní vztahy

Ve své disertační práci se zabývám dvěma aspekty funkčního myšlení, a to umět číst grafy a naopak umět popsat funkční vztah grafem. Zahraniční výzkumy ukazují, že podobně jako existují lidé, kteří neumějí číst a psát – tedy jsou negramotní, tak existují lidé, kteří nedokážou porozumět obrazovému sdělení, nedokážou „vyčíst z obrázku,“ co říká – tedy jsou obrazově negramotní. Obecně se pracuje s termínem vizuální gramotnost, která je vymezena jako schopnost porozumět („číst“) a používat („vytvářet“) obrazy, myslet a učit se v termínech obrazů. Obrazový materiál je souhrnné označení zobrazených skutečností, až po abstraktnější vyjádření reality, které se opírá o určité konvence – schéma, diagram, graf (Čáp, J., Mareš, J., s. 494). Obrazový materiál plní v matematice hlavně funkci reprezentující, to znamená, vytváří adekvátní obrazové představy, obrázků nejen přímo souvisí s textem, ale je jeho obrazovým

„převyprávěním“. Pojmy a vztahy, o nichž text pojednává, jsou zde konkretizovány. Může jít o realistické zobrazení věcí a jevů, různou míru schematizace, o grafy a diagramy.

4. Stav řešení problematiky

Pojem funkce se řadí mezi nejzákladnější pojmy matematiky. O nutnosti rozvíjet funkční myšlení u žáků všech typů školy není dnes pochyb, o čemž svědčí práce řady významných odborníků v teorii vyučování matematice. V posledních letech fakulty připravující učitele zaznamenaly klesající zájem o studium matematiky. Studenti, kteří nastoupí ke studiu, přicházejí s nedostatečnou znalostí matematických aparátů, a v důsledku toho mají problémy s přizpůsobením se a navázáním na učivo střední školy, protože jim chybí základní poznatky. Na tomto podkladě dochází ke snižování požadavků ze strany vysokoškolských pedagogů a výsledkem je snižující se úroveň učitelů matematiky.

Podle Eisenmanna (2006, s. 323-328), který provedl výzkum u studentů základních (7., 8. a 9. třída), středních (střední školy s maturitou) a vysokých škol (Pedagogické fakulty) s cílem zachytit jeden aspekt funkčního myšlení, a to schopnost vytvářet a popisovat grafy, dosáhli v testu studenti středních škol s maturitou přibližně stejný počet bodů jako studenti Pedagogických fakult. Přestože každý předpokládá, že budoucí učitelé matematiky, by měli dosáhnout značně větší počet bodů v testu než studenti středních škol.

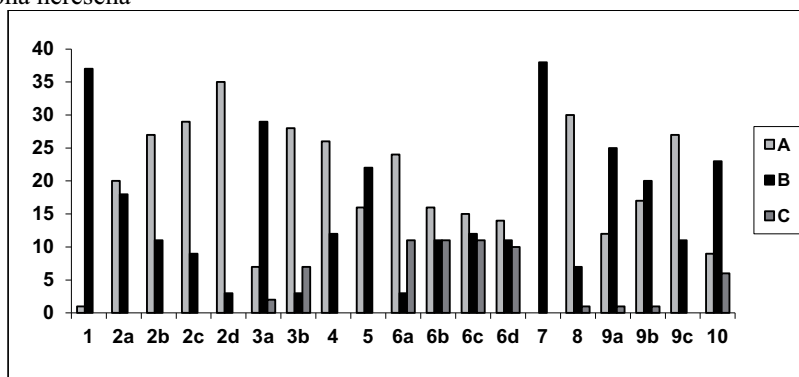
4.1. Realizovaný předvýzkum

V letošním roce jsem realizovala předvýzkum zaměřený na zjištění schopnosti vybraných aspektů funkčního myšlení studentů druhého ročníku oboru matematika se zaměřením na vzdělávání na Pedagogické fakultě v Olomouci. Šetření se zúčastnilo celkem 38 respondentů. Nástrojem měření se stal nestandardizovaný didaktický test, který byl inspirovaný mezinárodním projektem PISA, který se zabývá matematickou gramotností a srovnáváním vzdělávacích výsledků žáků ve výuce matematiky. Časově byl stanoven na 45 minut. Graf na obrázku 1 vyjadřuje vyhodnocení výsledků testů dle následující stupnice:

A - zcela správné řešení

B - nesprávné řešení

C - úloha neřešena



Graf na obrázku 1 – Výsledky jednotlivých testových položek v testu

4.2. Deskripce zaměření úloh

Nestandardizovaný didaktický test obsahoval deset testových položek dvojího typu, 7 otevřených položek a 3 uzavřené položky.

- Úloha č. 1 – zkouší schopnost vyjádřit funkční vztah grafem
 Úloha č. 2 – úloha uzavřená - při sledování závislosti umět rozhodnout, zda mezi sledovanými jevy existuje vztah, který by bylo možné popsat kvantitativně
 Úloha č. 3 – umět číst z grafu
 Úloha č. 4 – úloha uzavřená - zkouší schopnost vyjádřit funkční vztah grafem
 Úloha č. 5 – při sledování závislosti umět rozhodnout, zda mezi sledovanými jevy existuje vztah, který by bylo možné popsat kvantitativně
 Úloha č. 6 - umět číst z grafu funkce
 Úloha č. 7 - umět vyjádřit vlastnosti daných funkcí
 Úloha č. 8 - úloha uzavřená - zkouší schopnost vyjádřit funkční vztah grafem
 Úloha č. 9 - umět číst z grafu
 Úloha č. 10 - umět popsat funkční vztah rovnicí a grafem

Z grafu můžeme vidět, že velká část studentů správně vyřešila úlohu číslo dvě, zaměřenou na zjištění vztahu mezi sledovanými jevy. Nejobtížnější se pro studenty stala úloha číslo sedm, kterou žádný student nevyřešil. Tato úloha se týkala goniometrických funkcí, zkoušela schopnost vyjádřit vlastnosti daných funkcí. Dále úloha číslo jedna, kterou úspěšně vyřešil pouze jeden student, vyžadovala schopnost vyjádřit funkční vztah grafem. Jako problematičtější se jeví ty úlohy, ve kterých má student vyjádřit funkční závislost dvou veličin grafem než úlohy, které se zaměřují na čtení grafu funkce vyjadřující závislost dvou veličin.

5. Závěr

Příspěvek se zabývá funkčním myšlením žáků i studentů. Seznamuje s ontogenezí tohoto typu myšlení a představuje výsledky realizovaného předvýzkumu zaměřeného na zjištění schopnosti vybraných aspektů funkčního myšlení studentů oboru Matematika se zaměřením na vzdělávání na Pedagogické fakultě Univerzity Palackého v Olomouci.

Literatura

1. ČÁP, J., MAREŠ, J. *Psychologie pro učitele*. 2. vyd. Praha: Portál, 2007. 655 s. ISBN 978-80-7367-273-7.
2. EISENMANN, P. *Test funkčního myšlení žáků a studentů*. In Matematika-Fyzika-Informatika: časopis pro výuku na základních a středních školách, únor 2006, roč. 15, č. 6, s. 323-328. Internet <<http://www.mfi.upol.cz/html/roc15.htm>>.
3. HEJNÝ, M. *Teória vyučovania matematiky 2*: 1. vyd. Bratislava: Slovenské pedagogické nakladateľství, 1989. 554 s. ISBN 80-08-00014-7.
4. NOVÁK, B., EBEROVÁ, J. *Kapitoly z didaktiky matematiky 1.*: 1. vyd. Olomouc: Univerzita Palackého, 1988.
5. PIAGET, J. *Psychologie dítěte*. Praha: Portál, 2010. ISBN 978-80-7367-798-5.

Kontaktní adresa

Mgr. Leona Salvetová
 Pedagogická fakulta UP v Olomouci
 Žižkovo náměstí 5, Olomouc 771 40
 Telefon: +420 732 282 383
 E-mail: lsalvetova@seznam.cz

INFORMAČNÁ A MATEMATICKÁ GRAMOTNOSŤ V PRÍPRAVE BUDÚCICH UČITEĽOV NA ZŠ

Katarína SEBÍNOVÁ

Abstrakt

Implementácia moderných informačných a komunikačných technológií (IKT) do vyučovania je závislá predovšetkým od obsahu, dosiahnutej úrovne študentov a schopností pedagóga moderné technológie do vzdelávacieho procesu začleniť a vhodne ich využívať s ohľadom na dosiahnutie vzdelávacích cieľov. V článku sú v krátkosti charakterizované učiteľské kompetencie z hľadiska informačnej a matematickej gramotnosti. V rámci e-learningového kurzu, so zameraním na využitie kancelárskych aplikácií vo vyučovaní matematiky, sú popísané postoje a názory študentov na predmet matematika a využitie IKT vo vyučovaní matematiky.

Kľúčové slová: informačná gramotnosť, matematická gramotnosť, informačné a komunikačné technológie

INFORMATION AND MATHEMATICAL LITERACY IN PREPARATION OF NEXT TEACHERS AT PRIMARY SCHOOL

Abstract

An implementation of modern information and communication technologies (ICT) into teaching process is depended primarily on a content, achieved level of students and on teachers abilities to integrate the modern technologies into the educational process and use them appropriately with a view to achieve an educational goals. The article is dealing with brief characteristics of teaching competences connected with information and mathematical literacy. Students' attitudes and their opinions with mathematics as the subject and using ICT in teaching mathematics are described through the e-learning course. E-learning course was focused on using office software suite's components in teaching mathematics.

Key words: information literacy, mathematical literacy, information and communication technology

1. Úvod

Slovenská republika, ako člen Európskej únie, sa stala súčasťou mnohojazyčnej a multikultúrnej spoločnosti. Aby sa človek mohol stať jej plnohodnotným členom a aktívne sa zúčastňovať jej života, musí si v priebehu svojho vzdelávania osvojiť základné **kľúčové kompetencie**. Rozvíjanie kľúčových kompetencií je zaradené medzi hlavné ciele výchovy a vzdelávania vo vzdelávacích programoch ISCED 1 – 3A.

Kompetencie sa v nich vymedzujú ako **spôsobilosti človeka preukázať vedomosti, zručnosti a schopnosti v praktickej činnosti** (Milénium, 2003).

V dokumente „Kľúčové kompetencie pre celoživotné vzdelávanie“ (2007) sa stanovuje osem kľúčových kompetencií, medzi ktoré je zaradená aj matematická a digitálna kompetencia. **Digitálna kompetencia** zahŕňa sebaistú a kritické používanie technológie informačnej spoločnosti na pracovné účely, vo voľnom čase a na komunikáciu. **Matematická kompetencia** je schopnosť rozvíjať a používať matematické myslenie na riešenie rôznych problémov v každodenných situáciách.

2. Učiteľské kompetencie z hľadiska informačnej a matematickej gramotnosti

Rýchly vývoj informačných technológií sa odrazil aj v zmenách nášho vzdelávacieho systému. V štátnom vzdelávacom programe, ktorý bol schválený 19. júna 2008, je definovaná spoločná vzdelávacia oblasť pre matematiku a informatiku. Pre základnú a strednú školu je to okruh Matematika a práca s informáciami, do ktorého sa zaraďujú predmety Matematika a Informatická výchova (ISCED 1), resp. Matematika a Informatika (ISCED 2, ISCED 3A). Zručnosti práce s počítačom sa stávajú nevyhnutnosťou pre život, či už profesijný alebo osobný. Svoje miesto má vzdelávanie v tejto oblasti aj na vysokých školách, v študijných programoch, ktoré sa netýkajú konkrétne IKT.

Aby budúci učiteľ mohol využívať prostriedky digitálnych technológií pre svoje potreby v práci alebo v každodennom živote, mal by dosiahnuť všeobecnú **informačnú gramotnosť**. Na tomto základe potom možno budovať zručnosti a schopnosti využívať moderné prostriedky informačných technológií priamo vo vyučovacom procese.

Pojem **informačná gramotnosť** zahŕňa znalosti, zručnosti a porozumenie potrebné pre primerané, bezpečné a produktívne využívanie informácií a moderných technológií v procese učenia sa a poznávania, v zamestnaní a v každodennom živote. Prejavuje sa schopnosťami efektívne používať informačné zdroje a informačné nástroje na analýzu, spracovanie a komunikáciu informácií, v riešení problémov, rozhodovaní, vo výskume, na modelovanie, meranie a riadenie externých procesov (dejov) a kritickým myslením (Hruševská, 2006).

Najčastejšie citovanou definíciou pojmu **matematická gramotnosť** je definícia stanovená v rámci výskumu OECD-PISA: „*Matematická gramotnosť je schopnosť použiť nástroje matematiky v reálnom svete a použiť ich pre vlastnú potrebu*“ (PISA SK 2003, 2004).

Ako uvádza Brincková (2010) v roku 2000 kongres ICME-9 v Japonsku podporil nástup informačných technológií do vyučovania matematiky. Znalosti v matematike umožňujú porozumieť technike. V máji 2001 sa členovia Rady pre vzdelávanie v EÚ zhodli v názore, že matematické vedomosti sú základom pre celé prírodovedné a technologické vzdelávanie. Bez ich znalostí klesá schopnosť obsluhovať nové technológie.

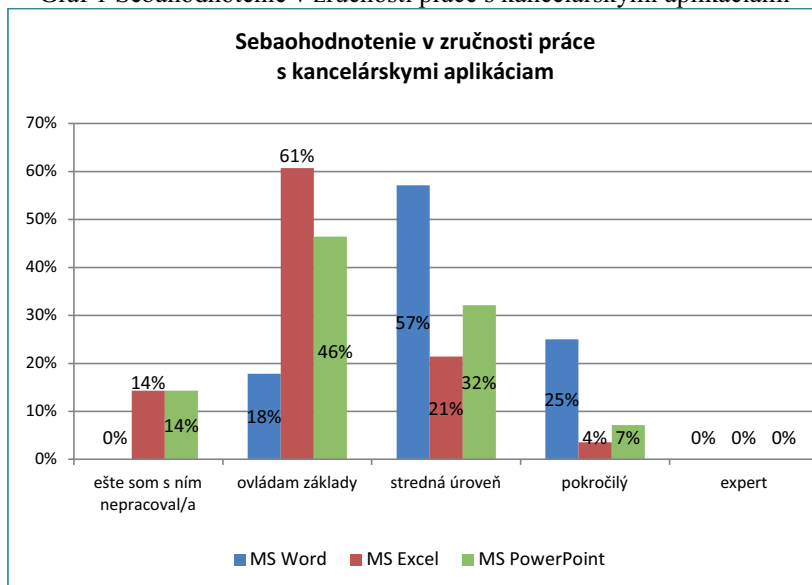
3. Popis výskumu

Pre študentov učiteľstva akademických predmetov, najmä matematiky a študentov predškolskej a elementárnej pedagogiky v bakalárskom stupni štúdia na UMB bol vytvorený e-learningový kurz „Informačná a matematická gramotnosť“. Kurz je zameraný na efektívnu prácu s počítačom, hlavne v oblasti používania programov kancelárskeho balíka v samotnom štúdiu ako aj vo vyučovaní matematiky. Programy kancelárskeho balíka sú, čo do dostupnosti a využívania, najrozšírenejšie medzi používateľmi aj na slovenských školách. Sú to programy, ktoré sú označované ako vhodné prostriedky na podporu vyučovania matematiky.

V rámci konania kurzu sme chceli zistiť rôznu polaritu postojov účastníkov kurzu k predmetu matematika a k využitiu kancelárskych programov vo vyučovaní matematiky. Vo výskume sme použili vstupný dotazník (11 otázok na začiatku semestra) a výstupný dotazník (8 otázok na konci semestra). Aby sme stanovili zmenu skúmaných faktorov, zaradili sme vo vstupnom aj výstupnom dotazníku dve otázky, ktoré skúmajú postoj k predmetu matematika a schopnosť využiť kancelársky program vo vyučovaní matematiky (viď graf 2 a 3). Ďalšie otázky v oboch dotazníkoch boli rôzne. Výskum bol realizovaný v školskom roku 2009/2010. Vzorku respondentov tvorilo 28 študentov, ktorí odovzdali obe časti dotazníka.

Na začiatku semestra nás zaujímalo, aké zručnosti majú študenti pri práci s kancelárskymi aplikáciami Word, Excel a PowerPoint. Zistili sme, že veľmi malá skupina študentov mala dobré skúsenosti, a to najmä s Wordom. Kancelárske programy, ktoré považujeme za dôležité pre prácu v matematike, Excel a Powerpoint, dobre ovládalo len necelých 10 % študentov. Na druhej strane približne 15 % študentov ešte nepracovalo s Excelom a PowerPointom. Graf 1 prezentuje túto situáciu.

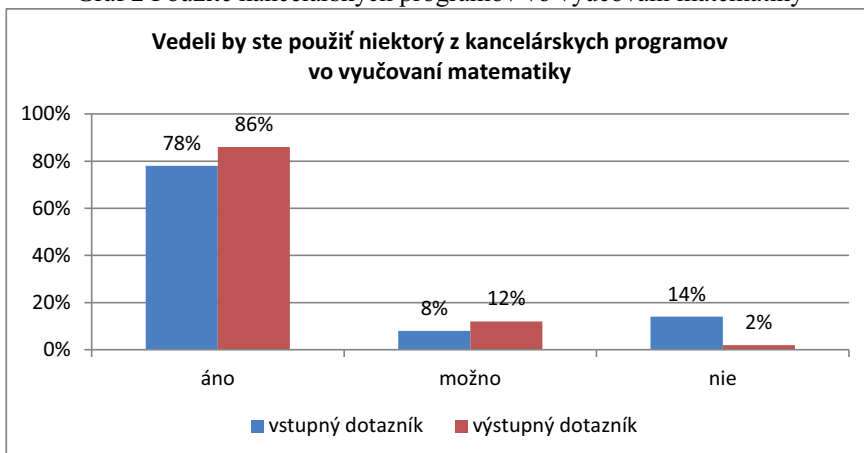
Graf 1 Sebahodnotenie v zručnosti práce s kancelárskymi aplikáciami



Ďalej sme chceli vedieť, aké skúsenosti majú študenti s využitím kancelárskeho balíka v predmete matematika. Graf 2 ukazuje, že pred absolvovaním nášho kurzu až 14 % študentov nevedelo použiť tieto aplikácie v matematike. Ale po absolvovaní kurzu počet týchto študentov klesol na 2 %.

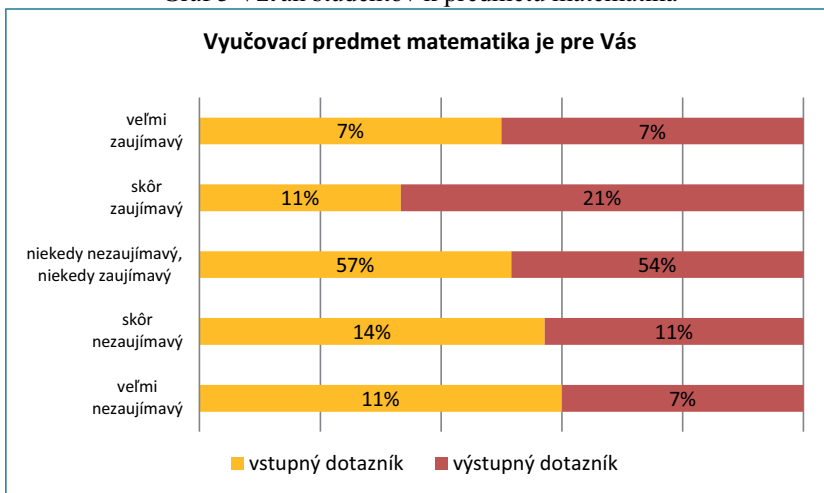
Ďalšou otázkou sme skúmali, aký vzťah majú študenti k predmetu matematika, pretože tento vzťah má značný vplyv na ochotu použiť IKT v príprave na vyučovanie matematiky. Z odpovedí vyplynulo, že sa takmer zdvojnásobil počet študentov, pre ktorých sa matematika stala zaujímavou. Na druhej strane takmer na polovicu klesol počet študentov, pre ktorých matematika ostala nezaujímavou. Situácia je znázornená v grafe 3.

Graf 2 Použité kancelárskych programov vo vyučovaní matematiky



Prostredníctvom ostatných otázok vo vstupnom dotazníku sme zistili, že väčšina účastníkov kurzu absolvovala gymnázium. Na strednej škole využívali študenti počítač najviac na hodinách informatiky, potom nasledovala matematika a ďalej iné predmety (fyzika, chémia, biológia). Väčšina študentov uviedla, že poznajú aplikáciu, ktorú možno využiť na hodinách matematiky (z toho najviac poznali Excel, ďalej Cabri geometriu, príp. C.a R.). Potvrdil sa nám predpoklad, že väčšina študentov sa na strednej škole stretla s kancelárskymi programami, pričom najviac bol v odpovediach zastúpený MS Word.

Graf 3 Vzťah študentov k predmetu matematika



Výstupný dotazník bol doplnený otázkami o využívaní absolvovaného e-learningového kurzu, o náročnosti zadání v tematických blokoch (MS Word, MS Excel, MS PowerPoint). Nakoniec nás zaujímal názor študentov na celkový priebeh kurzu. S naším kurzom vyjadrilo spokojnosť 82 % študentov (z toho bolo veľmi spokojných 29 % študentov), ostatní študenti sa vyjadrili neutrálne. Zo slovných

vyjadrení študentov je pre nás motivujúcim faktorom do budúcnosti, že študenti sa k priebehu a náplni kurzu vyjadrovali väčšinou kladne.

4. Záver

Vo vymedzeniach odborného profilu absolventa bakalárskeho štúdia odboru učiteľstva akademických predmetov sa konštatuje, že absolvent „má osvojenú informačnú gramotnosť“ a medzi jeho praktické schopnosti patrí aj „využívanie informačných a komunikačných technológií pre osobné profesijné potreby ako aj pre pedagogické účely“ (Identifikácia študijného odboru, 2009).

Z uvedených faktov vyplýva, že predmety, ktoré rozvíjajú informačnú gramotnosť majú vo vysokoškolskej príprave budúcich učiteľov svoju opodstatnenosť a je súčasne dôležité učiť študentov používať IKT využitím nových technológií.

Príspevok vznikol s podporou projektu KEGA 010UMB-4/2011.

Literatúra

1. BRINCKOVÁ, J., 2010: *Vyučovanie matematiky z pohľadu súčasnej školskej reformy*. Banská Bystrica : FPV UMB 2010. ISBN 978-80-8083-936-9.
2. HRUŠECKÁ, A. *Informačné a komunikačné technológie v študijných programoch učiteľských štúdií*, In DIDINFO 2006 Banská Bystrica: Fakulta prírodných vied UMB, 2006. Dostupné aj [online]. [citované 20.5.2008]. Dostupné na Internet: <<http://virtual.fpv.umb.sk/didinfo/subory/AllConferenceDid06.pdf>>.
3. *Identifikácia študijného odboru. Študijný odbor 1.1.1 Učiteľstvo akademických predmetov* [online]. [cit. 20. 2. 2009]. Dostupné na Internet: <<http://www.akredkom.sk/isac/public/odbory/1/1.1/1.1.1.doc>>.
4. *Kľúčové kompetencie pre celoživotné vzdelávanie – európsky referenčný rámec*. (2007). [online]. [citované 20.3.2008]. Dostupné na Internet: http://ec.europa.eu/dgs/education_culture/publ/pdf/ll-learning/keycomp_sk.pdf
5. *Koncepcia rozvoja výchovy a vzdelávania v Slovenskej republike na najbližších 15 – 20 rokov (projekt „Milénium“)*, 2003. [online]. [citované 17.2.2005]. Dostupné na Internet: <http://www.mladez.sk/generate_page.php?page_id=312>
6. *PISA SK 2003 : Matematická gramotnosť* : SPRÁVA. 2004. ŠPÚ Bratislava, 2004. ISBN 80-85756-88-9. Dostupné aj [online]. [citované 16.4.2009] Dostupné na Internet: <http://www.vyskummladeze.sk/images/stories/iuventa/DAVM_009/Pisa_mat_gra_m_sprava.pdf>.
7. *Štátny vzdelávací program*. [online]. [citované 2.9. 2008]. Dostupné na Internet: <http://www.statpedu.sk/buxus/generate_page.php?page_id=1221>

Kontaktná adresa

RNDr. Katarína Sebinová
Katedra matematiky Fakulta prírodných vied UMB
Tajovského 40, 974 01 Banská Bystrica
Telefon: +421 436 7122
E-mail: katarina.sebinova@umb.sk

VÝCHODISKOVÁ BÁZA VEDOMOSTÍ ŠTUDENTOV PEDAGOGICKEJ FAKULTY PU Z OBLASTI KOMBINATORIKA, PRAVDEPODOBNOŠŤ A ŠTATISTIKA

Katarína SEKELSKÁ, Veronika PALKOVÁ

Abstrakt

Príspevok obsahuje výsledky vstupného merania vedomostí študentov v oblastiach kombinatorika, pravdepodobnosť a štatistika, ktorí neprešli predchádzajúcou prípravou z týchto oblastí. Do merania boli zapojení študenti 3. ročníka bakalárskeho stupňa a študenti 1. ročníka magisterského stupňa vzdelávania na Pedagogickej fakulte Prešovskej univerzity, ktoré sa uskutočnilo v priebehu mesiaca september 2011.

Kľúčová slova: kombinatorika, pravdepodobnosť, štatistika, primárne vzdelávanie

INHERITED KNOWLEDGE OF STUDENTS FACULTY OF EDUCATION UNIVERSITY OF PRESOV IN COMBINATORICS, PROBABILITY AND STATISTICS FIELD

Abstract

Paper contains the results of measurements of input students' knowledge in the areas of combinatorics, probability and statistics, who have not undergone previous training in these areas. The measurements were students involved third year bachelor degree students and first year master's degree at the Faculty of Education Prešov University, which took place during the month of September 2011.

Key words: combinatorics, probability, statistics, primary education

1. Úvod

Scholtzová (2003) uvádza, že elementárne poznatky z kombinatoriky by sa mali objaviť aj v matematickej príprave budúcich učiteľov pre primárne vzdelávanie. Bolo by potrebné doplniť, že objaviť by sa mali aj elementárne poznatky z pravdepodobnosti a štatistiky, pretože tie idú „ruka v ruke“ s kombinatorikou a navzájom sa dopĺňajú.

Na základe tejto hlavnej idey bol stanovený aj cieľ vstupného merania, ktorého hlavnou podstatou bolo zistenie aktuálneho stavu, t. j. miery pripravenosti študentov na riešenie elementárnych úloh z kombinatoriky, pravdepodobnosti a štatistiky.

Merania sa zúčastnilo spolu 191 študentov bakalárskeho a magisterského stupňa štúdia. Do merania bolo zaradených 13 úloh, z toho 9 praktických úloh (2 úlohy z pracovných zošitov pre 2. ročník ZŠ, 1 úloha z učebnice pre 8. ročník ZŠ, 2 úlohy zo stredoškolských učebníc pre gymnáziá a SOŠ, 2 úlohy zo zbierky riešených úloh pre 2. stupeň ZŠ, 2 úlohy zo zbierky úloh z PISA 2003) a 4 teoretické úlohy.

Študenti 3. ročníka bakalárskeho stupňa mali absolvované dve skúšky z matematických disciplín (1. ročník – Tvorba počiatočných matematických predstáv, 2. ročník – Matematika a voľnočasové aktivity). Študenti 1. ročníka magisterského stupňa absolvovali okrem spomínaných predmetov aj predmet Elementárna aritmetika a algebra s didaktikou v 3. ročníku bakalárskeho stupňa štúdia.

Celé meranie bolo rozdelené na 30 úloh, ktoré boli následne zaradené do troch oblastí. Do kombinatoriky bolo zaradených 11 úloh, do pravdepodobnosti 10 úloh a do štatistiky 9 úloh. Úlohy vypracovali študenti na seminároch z matematiky a čas na vypracovanie bol 45 minút.

2. Výsledky vstupného merania

Jedným z čiastkových cieľov vstupného merania bolo zistiť úspešnosť riešenia úloh z jednotlivých oblastí kombinatorika, pravdepodobnosť a štatistika a na základe toho zistiť, ktorá z oblastí je pre študentov najproblematickejšia a tej následne venovať väčšiu pozornosť.

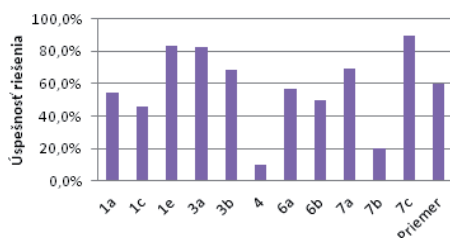
Kombinatorika – úspešnosť riešenia jednotlivých úloh

Časť Kombinatorika obsahovala 11 úloh, z toho 4 boli teoretické. Ďalšie úlohy praktického charakteru boli zamerané na variácie a kombinácie bez opakovania. Úlohou študentov bolo v jednotlivých úlohách čísla vypísať, použiť grafické znázornenia a opísať postup riešenia.

Z grafu 1 je viditeľný podstatný pokles v úspešnosti riešenia úlohy 4. a úlohy 7.b) oproti ostatným úlohám. Keďže úlohy 3.a), 3.b) priamo nadväzujú na úlohu 4., bolo by potrebné objasniť značný rozdiel v úspešnosti riešenia medzi týmito položkami. V úlohách 3.a), 3.b) išlo o variácie dvoj a trojčiferných čísel bez opakovania, ktoré bolo potrebné vypísať. Úloha 4. bola teoretická, preto si vyžadovala konkrétne vedomosti z oblasti kombinatorika, a to rozdiel medzi variáciami, permutáciami a kombináciami. Keďže študenti prichádzajú na fakultu z rôznych typov škôl - gymnáziá, pedagogické a sociálne akadémie, obchodné akadémie, stredné odborné a stredné priemyselné školy, prichádzajú tiež s rozličnou úrovňou vedomostí z oblasti kombinatorika. Mnohí študenti sa s kombinatorikou nestretli od ukončenia strednej školy a na základe tohto možno pripísať tejto položke iba 9,9% úspešnosť riešenia.

Ďalší významný rozdiel v úspešnosti riešenia je viditeľný v úlohách 7.b) a 7.c), ktoré priamo vyplývajú z úlohy 7.a). Daná úloha bola vybraná z pracovného zošita z matematiky pre 2. ročník ZŠ a je zameraná na variácie a vytváranie skupín podľa daného pravidla. Túto úlohu mali študenti vyriešiť ako žiaci základnej školy a v úlohe 7.b) určiť ročník, do ktorého by úlohu zaradili a svoje rozhodnutie zdôvodniť. Až 89,5% študentov identifikovalo túto úlohu ako úlohu z kombinatoriky, napriek tomu úspešnosť určenia ročníka v úlohe 7.b) bola iba 20,2%. Študenti zaradzovali túto úlohu do tretieho, prevažne až do štvrtého ročníka, pretože náročnosť úlohy bola podľa zdôvodnenia študentov vysoká a náročná aj pre nich samotných.

Graf 1: Úspešnosť riešenia úloh z oblasti „Kombinatorika“



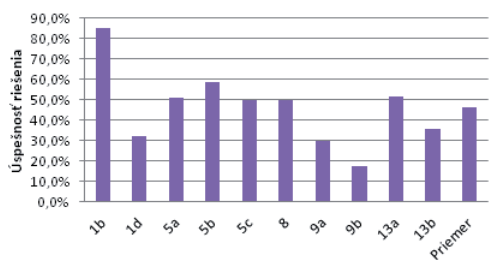
Pravdepodobnosť – úspešnosť riešenia jednotlivých úloh

Časť Pravdepodobnosť obsahovala 10 úloh, z toho 2 úlohy boli teoretické. Praktické úlohy nevyžadovali od študentov, aby boli oboznámení s teóriou pravdepodobnosti a aby používali vzorce na výpočet pravdepodobnosti. Išlo o úlohy logického charakteru, preto by sa mohlo predpokladať, že úspešnosť riešenia tejto časti bude vysoká. Napriek tomu graf 2 poukazuje na 46,2% úspešnosť riešenia úloh z časti Pravdepodobnosť, čo je v porovnaní z časťami Kombinatorika a Štatistika významný rozdiel (viď graf 4).

Významný je rozdiel v úspešnosti riešenia úloh 1.b) (85,3%) a 1.d) (32,5%), pretože pri oboch úlohách mali študenti dané pojmy priradiť k téme pravdepodobnosť.

Výrazne nízku úspešnosť riešenia zaznamenali tiež úlohy 9.a) a 9.b). Podstatou týchto úloh bolo použiť kombinatoriku, ktorá ide ruka v ruku s pravdepodobnosťou, na vyriešenie úlohy z pravdepodobnosti a celý postup riešenia popísať a vysvetliť. Študenti často riešenie úlohy tipovali, čo potvrdzujú aj chýbajúce postupy.

Graf 2: Úspešnosť riešenia úloh z oblasti „Pravdepodobnosť“



Štatistika – úspešnosť riešenia jednotlivých úloh

Časť Štatistika obsahovala 9 úloh, z ktorých 2 úlohy boli teoretické a zvyšných 7 úloh bolo praktických, ktoré si taktiež nevyžadovali žiadne predchádzajúce hlbšie znalosti zo štatistiky.

Významný rozdiel v úspešnosti riešenia úloh z oblasti Štatistika je možné vidieť v úlohách 11.a) a 11.b) oproti položke 11.c), z ktorých táto úloha vyplývala. Úloha 11.a) zaznamenala len 36,6% úspešnosť, úlohou študentov bolo zo znázornenej tabuľky zostrojiť stĺpcový diagram. Najväčším problémom v tejto úlohe bolo pre študentov vybrať správne údaje a znázorniť ich na osi x a osi y a zároveň vybrať správny typ diagramu. Študenti často volili namiesto stĺpcového diagramu kruhový či spojnicový diagram. Úloha 11.b) zaznamenala taktiež nízku úspešnosť riešenia - 34,6%. Podstatou bolo určiť správny ročník, v ktorej by sa úloha 11.a) predstavila žiakom základnej školy. Študenti zaradzovali túto úlohu na druhý stupeň základnej školy, čo prirovnávali k obtiažnosti úlohy pre nich samých. V úlohe 11.c) až 95,3% študentov správne zaradilo úlohu 11.a) do témy štatistika, čo je výrazný rozdiel v porovnaní z predchádzajúcimi úlohami.

Rovnako vysokú úspešnosť riešenia zaznamenali aj úlohy 12.a) a 12.b), a to 93,7% a 94,8%. Tieto úlohy boli prevzaté z pracovného zošita z matematiky pre druhý ročník ZŠ a zamerané na čítanie údajov z tabuľky a zapísanie výsledkov do pripravenej tabuľky s údajmi. Výrazný pokles zaznamenala úloha 12.c), v ktorej bolo potrebné určiť ročník, pre ktorý sú predchádzajúce úlohy určené. Podobne, ako to bolo v tejto časti pri úlohe 11.b) a v časti Kombinatorika pri úlohe 7.b), aj tu študenti uvádzali vyšší ročník, čo usudzovali zo svojich schopností pri riešení týchto úloh.

Pokles v úspešnosti riešenia však nastal v úlohe 12.d) (63,9%) oproti úlohám 11.c) (95,3%) a úlohe 7.c) (89,5%) z časti Kombinatorika. Vo všetkých troch úlohách bolo

potrebné uviesť, ku ktorej téme (kombinatorika – pravdepodobnosť – štatistika) patrí predchádzajúca úloha. Keďže v úlohe 7.c) bola správna odpoveď „kombinatorika“, v úlohe 11.c) „štatistika“, študenti automaticky predpokladali, že tu platí istá postupnosť a v úlohe 12.d) bude správna odpoveď „pravdepodobnosť“. Tento zlý úsudok sa následne preukázal aj v slabej úspešnosti riešenia spomínanej úlohy.

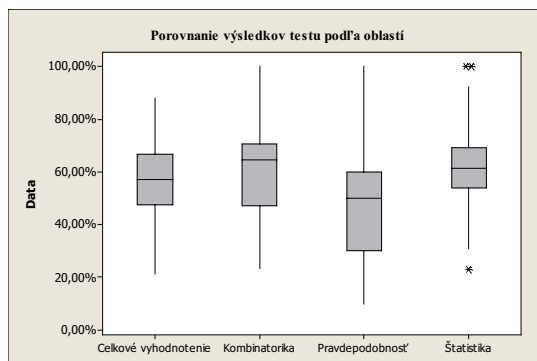
Graf 3: Úspešnosť riešenia úloh z oblasti „Štatistika“



Porovnanie výsledkov testu podľa sledovaných oblastí

Vzhľadom k povahe získaných výsledkov bol na porovnanie zvolený neparametrický Mann-Whitney U-test.

Graf 4: Porovnanie výsledkov testu podľa oblastí



Výsledky sú uvedené v nasledujúcom vyhodnotení:

Kombinatorika vs Pravdepodobnosť – p -hodnota 0,0000 – medzi analyzovanými skupinami údajov je štatisticky významný rozdiel – na základe krabicového grafu (graf 4) môžeme konštatovať, že v prospech kombinatoriky – teda študenti boli úspešnejší v riešení úloh z oblasti kombinatoriky ako oblasti pravdepodobnosti.

Kombinatorika vs Štatistika – p -hodnota 0,6542 – medzi analyzovanými skupinami údajov nie je štatisticky významný rozdiel – vidno aj na krabicovom grafe.

Pravdepodobnosť vs Štatistika – p -hodnota 0,0000 – medzi analyzovanými skupinami údajov je štatisticky významný rozdiel – v prospech štatistiky (dokumentuje aj krabicový graf) – teda študenti boli úspešnejší v riešení úloh z oblasti štatistiky ako z oblasti pravdepodobnosti.

Z grafu 4 je značný rozdiel medzi oblasťami Kombinatorika a Štatistika a oblasťou Pravdepodobnosť. Keďže vo vstupnom meraní sa objavili úlohy najmä pre žiakov prvého a druhého stupňa ZŠ, očakávalo by sa, že študenti Pedagogickej fakulty uspejú lepšie pri riešení daných úloh. Na základe uvedených výsledkov budúcich učiteľov by bolo vhodné spomínaným oblastiam venovať jeden predmet z matematických disciplín,

v ktorom by sa študenti oboznámili s elementárnymi poznatkami v súlade s tematických okruhom Kombinatorika, pravdepodobnosť, štatistika zo Štátneho vzdelávacieho programu ISCED 1 Matematika.

V rámci zimného semestra akademického roka 2011/2012 bola s vybranými študentmi realizovaná výučba, zameraná na oboznámenie sa a osvojenie si elementárnych poznatkov z kombinatoriky, pravdepodobnosti a štatistiky. Na záver bolo urobené výstupné meranie zisťujúce stav vedomostí študentov.

3. Záver

Cieľom tohto príspevku nebola iba interpretácia získaných dát, ale hlavnou myšlienkou bolo poukázať na rezervy vo vedomostiach študentov ako budúcich učiteľov v rámci spomínaných tém. Keďže na isté rezervy vo vedomostiach žiakov základných škôl poukazujú aj medzinárodné testovania PISA a TIMSS, bolo by žiaduce integrovať elementárne poznatky z tém kombinatorika, pravdepodobnosť a štatistika už do matematickej prípravy budúcich učiteľov primárnej školy

Hlavným problémom však ostáva, že učitelia nemajú dostatok materiálov, z ktorých by mohli čerpať úlohy na rozvoj matematickej gramotnosti. Prikláňame sa k názoru V. Zeľovej (2011), že množstvo námetov a pracovných listov zameraných na rozvoj matematickej gramotnosti žiakov by mohla pre učiteľov priniesť už pripravená www stránka, ktorá bola sprístupnená pedagogickej verejnosti v tomto školskom roku v rámci projektu KEGA *Matematika pre život – cesty rozvíjania matematickej gramotnosti žiakov primárnej školy v kontexte medzinárodných výskumov OECD PISA a IEA TIMSS*. Úlohy uvedené na spomínanej www stránke korešpondujú s názorom I. Scholtzovej (2010, s. 237), že „vo vyučovaní matematiky už na prvom stupni vzdelávania by sa malo vychádzať z reálnych situácií, ktoré korešpondujú so svetom dieťaťa mladšieho školského veku“.

Literatura

1. SCHOLTZOVÁ, I. 2003. *Integrácia diskkrétnej matematiky do školskej matematiky (dizertačná práca)*. Košice: Prírodovedecká fakulta, Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach, 2003.
2. SCHOLTZOVÁ, I. 2010. Prvé kroky k matematickej gramotnosti. In *Acta mathematica 13*, zväzok 2: VIII Nitrianska matematická konferencia. Zborník príspevkov z konferencie s medzinárodnou účasťou konanej v dňoch 16.–17.9.2010 v Nitre. Nitra: FPF UKF v Nitre, 2010. s. 233–240. ISBN 978-80-8094-773-6.
3. ZEĽOVÁ, V. 2011. Budovanie matematickej gramotnosti žiaka primárnej školy v oblasti Práca s grafom. In *Tvorivosť v počátečnom vyučovaní matematiky*. Zborník príspevkov z vedeckej konferencie s medzinárodnou účasťou konanej v dňoch 31.3.–2.4.2011 v Plzni. Plzeň: ZČU v Plzni 2011. s. 233–237. ISBN 978-80-7043-992-0.

Kontaktní adresa

Mgr. Katarína Sekelská, PaedDr. Veronika Palková, PhD.
Katedra matematickej edukácie, Pedagogická fakulta PU v Prešove
Ul. 17. novembra 1, 08001 Prešov, Slovenská republika
Telefon: +421 517470 540 (544)
E-mail: katarina.sekelska@pf.unipo.sk, veronika.palkova@pf.unipo.sk

GEOMETRIA V PRIMÁRNOM VZDELÁVANÍ NA SLOVENSKU A V ČESKEJ REPUBLIKE

Iveta SCHOLTZOVÁ

Abstrakt

Geometria je súčasťou matematického vzdelávania od primárneho stupňa školy. Jej miesto vo vyučovaní matematiky je nezastupiteľné. Kurikulárna transformácia, realizovaná na Slovensku aj v Českej republike, priniesla zmeny obsahového zastúpenia geometrie v primárnej edukácii. Vzhľadom na spoločné korene v oblasti školstva je zaujímavé komparovať, aké sú súčasné východiská geometrického vzdelávania v oboch štátoch.

Kľúčová slova: primárne vzdelávanie, matematika, geometria, Slovensko, Česká republika

GEOMETRY IN PRIMARY EDUCATION IN SLOVAKIA AND THE CZECH REPUBLIC

Abstract

Geometry is a part of mathematical education at the primary stage of school. Its position in teaching mathematics is irreplaceable. Curricular transformation implemented in Slovakia and the Czech Republic has brought changes to the proportion of geometry in the primary education contents. Due to the common roots of school education in both countries, it is interesting to compare the current points of departure for teaching geometry in the respective countries.

Key words: Primary Education, Mathematics, Geometry, Slovakia, Czech Republic

1. Výsledky v medzinárodnej štúdii TIMSS 2007

TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study – Trendy v medzinárodnej štúdii matematiky a prírodovedných predmetov) je medzinárodná komparatívna štúdia zameraná na zisťovanie vedomostí a zručností žiakov v matematike a v prírodovedných predmetoch. Posledné meranie sa uskutočnilo v roku 2011. V súčasnosti sú k dispozícii výsledky z merania realizovaného v roku 2007.

V cykle TIMSS 2007 boli do medzinárodného merania prvýkrát zapojení aj slovenskí žiaci 4. ročníka základných škôl. Česká republika sa tiež zapojila do merania v roku 2007. Celkové výsledky žiakov 4. ročníka základných škôl v matematike na Slovensku a v Českej republike boli nasledovné:

- Priemer škály TIMSS 2007 bol 500, Slovensko – 496 – výsledok krajiny nie je štatisticky významne rozdielny od priemeru škály TIMSS, Česká republika – 486 – výsledok krajiny je štatisticky významne horší než priemer škály TIMSS. Výsledok

Slovenska nie je štatisticky významne rozdielny od výsledku ČR, t. j. žiaci v oboch krajinách dosiahli podobné výkony.

- Priemer krajín OECD a/alebo EÚ bol 523. Slovensko aj Česká republika mali signifikantne nižší výkon ako krajiny OECD a/alebo EÚ.
- Česká republika bola do merania žiakov 4. ročníka základných škôl zapojená aj v roku 1995, kedy bol výsledok českých žiakov nadpriemerný. Výsledok v roku 2007 bol štatisticky významne horší ako v roku 1995. Toto zhoršenie bolo najväčšie zo všetkých európskych štátov a členských štátov OECD, ktoré sa do výskumu v oboch rokoch zapojili.

Výsledky v obsahových oblastiach matematiky boli nasledovné:

- Oblasť Čísla – výsledok slovenských žiakov sa štatisticky významne nelíšil od priemeru škály TIMSS, výsledok českých žiakov bol štatisticky významne horší než priemer škály TIMSS. Česká republika mala signifikantne nižší výkon ako Slovensko.
- Oblasť Geometrické útvary a merania (v ČR Geometrie) – výsledok slovenských žiakov sa štatisticky významne nelíšil od priemeru škály TIMSS, výsledok českých žiakov bol štatisticky významne horší než priemer škály TIMSS. Česká republika a Slovensko vo vzájomnom porovnaní dosiahli podobný výkon.
- Oblasť Zobrazovanie údajov (v ČR Data) – výsledok slovenských žiakov sa štatisticky významne nelíšil od priemeru škály TIMSS, výsledok českých žiakov bol štatisticky významne horší než priemer škály TIMSS. Česká republika a Slovensko vo vzájomnom porovnaní dosiahli podobný výkon.

Výskum TIMSS 2007 je možné považovať za východiskový stav v čase pred začiatkom kurikulárnej reformy v oboch štátoch. Ďalšie merania (napr. TIMSS 2011) umožnia sledovať vplyv reformy na výsledky žiakov v matematike aj v prírodovedných predmetoch. (Spracované podľa: Jelemenská, 2008 a Tomášek, 2008.)

2. Geometria v 1. – 4. ročníku základnej školy

Matematická edukácia v primárnej škole na Slovensku a v Českej republike vykazuje niektoré zhodné i rozdielne aspekty. (Příhonská, 2010)

Geometria má v obsahu matematického vzdelávania na Slovensku nasledovné zastúpenie:

1. ročník – kreslenie čiar, rysovanie priamych čiar, geometrické tvary a útvary - kreslenie, manipulácia s niektorými priestorovými a rovinnými útvarmi.

2. ročník – bod, priamka, polpriamka úsečka; rysovanie priamok a úsečiek; vyznačovanie úsečiek na priamke, polpriamke a na danom geometrickom útware; jednotky dĺžky - cm, dm, m; meranie dĺžky úsečky; porovnávanie úsečiek podľa ich dĺžky; budovanie telies z kociek podľa vzoru alebo podľa obrázka; stavba jednoduchých telies.

3. ročník – meranie dĺžky úsečky v milimetroch a v centimetroch; meranie väčších vzdialeností: približne (napr. krokmi), s presnosťou na metre; odhad dĺžky: kratšej v centimetroch (milimetroch), dlhšej v metroch; rysovanie - základné zásady rysovania; rysovanie priamok a úsečiek; vyznačovanie úsečiek na priamke a danom geometrickom útware; rysovanie rovinných útvarov v štvorcovej sieti; zväčšovanie, zmenšovanie rovinných útvarov vo štvorcovej sieti; stavba telies z kociek na základe plánu (obrázka); kreslenie plánu stavby z kociek.

4. ročník – rysovanie - základné zásady rysovania; rysovanie štvorca a obdĺžnika v štvorcovej sieti, pomenovanie vrcholov a strán, dvojíc susedných strán; obvod štvorca (obdĺžnika) - (len ako súčet veľkostí strán, propedeutika); súčet a rozdiel dĺžok úsečiek;

násobok dĺžky úsečky; rysovanie trojuholníka (ľubovoľného a ak sú dané dĺžky strán), pomenovanie jeho vrcholov a strán; meranie dĺžok strán trojuholníka s presnosťou na centimetre, na milimetre; obvod trojuholníka (len ako súčet veľkostí strán, propedeutika); rysovanie ľubovoľnej kružnice a kruhu s daným stredom, kružnice a kruhu s daným stredom a polomerom; vlastnosti kruhu a kružnice; premieňanie jednotiek dĺžky; premieňanie zmiešaných jednotiek dĺžky; stavba telies z kociek podľa vzoru a podľa plánu (obrázka); kreslenie plánov stavieb z kociek. (Spracované podľa: *Štátny vzdelávací program. Matematika. Vzdelávacia oblasť: Matematika a práca s informáciami. Príloha ISCED 1, 2009.*)

V Českej republike je obsah geometrie v 1. – 4. ročníku základnej školy nasledovný:

1. ročník – rovinné útvary: štvorec, obdĺžnik, trojuholník, kruh; telesá: kocka, kváder, guľa, valec; orientácia v priestore: pred, za, vpravo, vľavo, hore, dole; modelovanie rovinných i priestorových útvarov pomocou stavebníc; porovnávanie útvarov: väčší, menší, rovnaký, nižší, vyšší; dĺžka úsečky; porovnávanie dĺžok úsečiek.

2. ročník – rovinné útvary: lomená čiara, krivá čiara, bod, úsečka, priamka, polpriamka; telesá: kužel, ihlan; modelovanie rovinných i priestorových útvarov podľa zadania; práca s pravítkom; jednotky dĺžky: mm, cm, m, km;

3. ročník – klasifikácia trojuholníkov (všeobecný, rovnostranný, rovnoramenný); rovinné útvary: mnohoúhelník (štvoruholník, päťuholník, šesťuholník); vrchol, strana, uhlopriečka mnohoúhelníka; osová súmerné rovinné útvary;

4. ročník – zásady rysovania; rysovanie jednoduchých rovinných útvarov: priamka, polpriamka, rôznobežky, kružnica s daným stredom a polomerom, štvorec (obdĺžnik, trojuholník) v štvorcovej sieti; jednotky dĺžky a ich prevody: mm, cm, m, km; grafické sčítanie a odčítanie úsečiek; obvod mnohoúhelníka ako súčet dĺžok jeho strán; vzájomná poloha priamok v rovine: rovnobežky, rôznobežky, kolmice; určenie obsahu štvorca, obdĺžnika a trojuholníka pomocou štvorcovej siete; jednotky obsahu: mm², cm², m²; osová súmernosť rovinného útvaru. (Spracované podľa: *Doporučené učební osnovy předmětů ČJL, AJ a M pro základní školu, 2011.*)

Komparácia obsahu geometrického vzdelávania v 1. – 4. ročníku základnej školy na Slovensku a v Českej republike ukazuje zhodné ale aj niektoré rozdielne aspekty:

- V 1. a 2. ročníku ZŠ je obsah porovnateľný; v ČR sú presne špecifikované rovinné aj priestorové útvary, s ktorými sa žiak oboznamuje.
- Výraznejšie rozdiely je možné pozorovať pri porovnaní obsahu geometrického učiva 3. a 4. ročníka ZŠ, v ČR je obsah podstatne širší.
- Problematika, s ktorou sa slovenský žiak na 1. stupni ZŠ nestretne: klasifikácia trojuholníkov, osová súmernosť, rovnobežky, rôznobežky, kolmice, určenie obsahu štvorca, obdĺžnika a trojuholníka pomocou štvorcovej siete, jednotky obsahu: mm², cm², m².

Niektoré z uvedených oblastí geometrického učiva (napr. kolmosť priamok, určenie obsahu rovinného útvaru v štvorcovej sieti) boli na Slovensku v predchádzajúcom období zaradené v učebných osnovách matematiky pre 1. stupeň základnej školy, platných pred začiatkom školskej reformy.

Obsahová naplnenosť určite súvisí aj s týždňovou hodinovou dotáciou pre vyučovanie matematiky v 1. - 4. ročníku ZŠ na Slovensku a v Českej republike, kde je evidentný rozdiel v 3. a 4. ročníku.

	1. ročník	2. ročník	3. ročník	4. ročník
Slovensko	4	4	3	3
Česká republika	4	4	5	4

Komparatívna štúdia TIMSS 2011 (a ďalšie) pravdepodobne ukáže, ako sa školská reforma, realizovaná na Slovensku a v Českej republike, prejaví na výsledkoch slovenských a českých žiakov v medzinárodnom porovnaní, aj v oblasti geometrie.

3. Pregraduálna príprava učiteľov na vyučovanie geometrie

Matematické vzdelávanie (aj pre vyučovanie geometrie) budúcich učiteľov primárnych škôl musí nevyhnutne inkorporovať do svojho obsahu maximum determinujúcich činiteľov z legislatívnej i pedagogickej reality, z pedagogického výskumu a tiež z medzinárodného kontextu.

Výsledky testovania študentov pedagogických fakúlt na Slovensku (Banská Bystrica, Prešov, Trnava) ukazujú, že študenti prichádzajúci na štúdium majú rôznu úroveň matematickej gramotnosti v oblasti geometria a tvar, vyplývajúcu z typu absolvovanej strednej školy. (Mokriš, 2010)

Tak, ako je geometria neoddeliteľnou súčasťou vyučovania matematiky v primárnej škole, má svoje miesto aj v odbornej a didaktickej príprave budúcich učiteľov. (Príдавková, 2007) Pre zatriaktivnenie geometrie je žiaduce vytvárať vhodné tvorivé prostredie vo vyučovaní geometrie. (Pavlovičová, 2011)

Literatura

1. JELEMENSKÁ, P. *Výkony žiakov 4. ročníka základnej školy v matematike a v prírodovedných predmetoch. Národná správa zo štúdie TIMSS 2007*. Bratislava: ŠPÚ/NÚCEM, 2008. 47 s. ISBN 978-80-89225-44-6.
2. MOKRIŠ, M. Priestor a tvar – pohľad na matematickú gramotnosť študentov odboru Predškolská a elementárna pedagogika. In *ACTA UNIVERSITATIS PALACKIANAE OLOMUCENSIS FACULTAS PAEDAGOGICA. MATHEMATICA VII. MATEMATIKA 4*. Olomouc: UP v Olomouci, 2010. s. 182 – 186. ISBN 978-80-244-2511-5.
3. PAVLOVIČOVÁ, G. Ornamenty – tvorivé prostredie vo vyučovaní geometrie. In *Tvorivosť v počátečnom vyučovaní matematiky. Vedecká konferencie s medzinárodnou účasťou venovaná matematickému vzdelávaniu v primárnej škole. Sborník z konferencie*. Plzeň: ZU v Plzni, 2011. s. 175 – 179. ISBN 978-80-7043-992-0.
4. PRÍDAVKOVÁ, A. *Didaktika matematiky primárnej školy*. Prešov. Peter Cirjak – ESSOX, 2007. 202 s. ISBN 978-80-968369-9-4.
5. PŘÍHONSKÁ, J. Shodné a rozdiľné aspekty matematickej edukácie v primárnej škole na Slovensku a v Českej republike. In *ACTA UNIVERSITATIS PALACKIANAE OLOMUCENSIS FACULTAS PAEDAGOGICA. MATHEMATICA VII. MATEMATIKA 4*. Olomouc: UP v Olomouci, 2010. s. 245 – 249. ISBN 978-80-244-2511-5.
6. TOMÁŠEK, V. a kol. *Výzkum TIMSS 2007. Obstojí čeští žáci v mezinárodní konkurenci?* Praha: Ústav pro informace ve vzdělávání, 2008. ISBN 978-80-211-0565-2.
7. *Doporučené učební osnovy předmětů ČJL, AJ a M pro základní školu*. [online] Praha: VÚP v Praze, 2011. [cit. 2012-02-03]. Dostupné na WWW:

<http://www.vuppraha.cz/wp-content/uploads/2011/03/Doporucene-ucebni-osnovy-predmetu-CJL-AJ-a-M-pro-zakladni-skolu.doc>

7. *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání (se změnami provedenými k 1. 9. 2007)*. [online] Praha: VÚP v Praze, 2007. 126 s. [cit. 2012-02-03]. Praha: VÚP, 2007. Dostupné na WWW: http://www.vuppraha.cz/wp-content/uploads/2009/12/RVPZV_2007-07.pdf
8. *Štátny vzdelávací program. Matematika. (Vzdelávacia oblasť: Matematika a práca s informáciami) Príloha ISCED 1*. Bratislava: ŠPÚ, 2009.

Kontaktní adresa

doc. RNDr. Iveta Scholtzová, PhD.

Prešovská univerzita v Prešove, Pedagogická fakulta, Katedra matematickej edukácie

Ul. 17. novembra 15, 080 01 Prešov, Slovensko

Telefon: +421517470541

E-mail: iveta.scholtzova@pf.unipo.sk

ROLA CZYNNOŚCIOWEGO NAUCZANIA MATEMATYKI W PROJEKTOWANIU ZABAW DYDAKTYCZNYCH

Helena SIWEK

Abstrakt

Aby zabawy dydaktyczne przyczyniały się do rozwoju intelektualno-poznawczego dziecka, powinny być organizowane zgodnie z podstawowymi zasadami metody czynnościowego nauczania matematyki. Sama zabawa, bez sensownie zaplanowanych czynności, celowej obserwacji i tworzenia uogólnień przez dzieci, nie zapewni dobrych efektów kształcenia. Studenci znają teorię czynnościowego nauczania matematyki, ale mają duże trudności w jej stosowaniu w pracy z dziećmi. Wynika stąd konieczność wprowadzania ich na studiach w tworzenie projektów dydaktycznych.

Kluczowe słowa: Czynnościowe nauczanie matematyki, zabawa dydaktyczna.

THE ROLE OF FUNCTIONAL TEACHING MATHEMATICS IN CREATING EDUCATIONAL GAMES

Abstract

If educational games are to contribute to the intellectual and cognitive development of children, they should be organized in accordance with the fundamental principles of functional methods of teaching mathematics. The actual game, without sensibly planned activities, intentional observation and making generalizations by children, will not provide a good learning outcomes. Students know the functional theory of mathematics education, but they have great difficulties in its application while working with children. Hence the need to enter the creation of educational projects in higher education.

Key words: Functional teaching of mathematics, educational games.

1. Wprowadzenie

We współczesnej edukacji dzieci przywiązuje się ogromną wagę do stosowania metod aktywnych, badawczych, twórczych. Ponieważ główną działalnością dziecka przedszkolnego, a także dziecka w pierwszych klasach szkoły podstawowej jest zabawa, więc naturalne jest wykorzystanie jej do wprowadzenia go do nowej działalności, jaką jest nauka w szkole. Wśród różnych klasyfikacji zabaw i gier, przydatne dla rozważań o edukacji i rozwoju ucznia wydają się te, które uwzględniają zabawy ruchowe, tematyczne, konstrukcyjne, dydaktyczne, twórcze i badawcze (W. Okoń, Cz. Kupisiewicz, K. Kruszewski, F. Bereźnicki). Szczególną rolę we wspieraniu rozwoju ucznia mogą odegrać zabawy i gry dydaktyczne.

Wymagają one jednak stosowania metod aktywnych, a mianowicie metody: problemowej, realistycznej i czynnościowej, wspierania dzieci w rozwiązywaniu problemów, a nie zasypywaniu ich drobiazgowymi pytaniami i poleceniami, ciągłego „prowadzenia za rączkę”.

W tym zakresie jest jednak dalej duża rozbieżność między teorią i praktyką szkolną. Jesteśmy przekonani, że szkoła powinna uczyć pracy w zespole, negocjacji, dyskusji, wspólnego podejmowania i rozwiązywania problemów, przeżywania i ekspresji. Zgadza się z opinią S. Palki, który podkreśla, że kształtowanie twórczych postaw życiowych jest pierwszoplanowe, natomiast adaptacja do nowych sytuacji oparta na wiedzy ma znaczenie drugorzędne. Ale w praktyce stosowanie aktywnych metod w kształceniu zintegrowanym w przedszkolu i klasach początkowych, a w szczególności w edukacji matematycznej dzieci napotyka na duże trudności. W dalszym ciągu stosuje się metody podające, ćwiczy w przyswajaniu określonych reguł i rozwiązywaniu schematycznych zadań. Tak więc w dalszym ciągu aktualny jest postulat czynnej aktywizacji twórczej uczniów i nauczycieli.

2. Czynnościowe nauczanie matematyki

Koncepcję czynnościowego nauczania matematyki stworzyła Profesor Zofia Krygowska – najwybitniejszy polski dydaktyk matematyki, natomiast jej rozwój w kierunku stworzenia licznych projektów dydaktycznych dla różnych poziomów edukacji, zawiera moja książka

Czynnościowe nauczanie matematyki.

W metodzie tej obowiązują dwie zasady; matematyczna i psychologiczno-dydaktyczna. Pierwsza z nich wymaga, aby przed przystąpieniem do projektowania dydaktycznego dokonać analizy operacji matematycznych tkwiących w danym pojęciu, twierdzeniu, rozumowaniu itp. Natomiast druga postuluje zorganizowanie sytuacji problemowych prowokujących uczniów do wykonywania operacji konkretnych (I poziom), wyobrażonych (II poziom) i abstrakcyjnych (III poziom), zmierzających do poprawnego zrozumienia pojęcia, twierdzenia, rozumowania itp. Na każdym poziomie operacji, na kolejnych piętrach abstrakcji następuje rozwój myślenia ucznia. Stopień jego komplikacji zależy - z punktu widzenia metody czynnościowej – od poziomu abstrakcji. Inny jest na przykład na etapie nauczania początkowego, a inny – co oczywiste - na etapie szkoły średniej.

W systemie integralnego kształcenia zaleca się stosowanie zabaw i gier w edukacji dzieci, aby zajęcia uczynić interesujące, motywujące do działania, wspierające ich rozwój. Ale nie wystarczy zastosować metodę zabawy, aby zagwarantować automatycznie rozwój i powstanie pojęć u dzieci. Zabawa dydaktyczna jest tylko punktem wyjścia do mądrego i zaplanowanego działania, ukierunkowanego na porównywanie, porządkowanie, klasyfikowanie, opisywanie w języku matematycznym związków między obiektami bliższego i dalszego naturalnego środowiska dziecka. Daje to okazję do zapoznania się dziecka z pojęciem liczby naturalnej, systemu zapisywania liczb, podstawowych działań arytmetycznych, jednostek długości, masy, pojemności, pola, objętości, czasu oraz przyswojenia umiejętności posługiwania się nimi w codziennym życiu, ale przede wszystkim kształtuje myślenie matematyczne. A to nie odbywa się łatwo i bezproblemowo.

Uczeń myślący to uczeń, który dostrzega i wykorzystuje analogie, poprawnie opisuje i stosuje pojęcia, tworzy schematy i formuły matematyczne dla sytuacji z życia, wyciąga poprawne wnioski z przesłanek, dostrzega błędy w opisach definicyjnych i rozumowaniach oraz potrafi je poprawić. To wszystko wymaga wysiłku myślowego, skupienia uwagi, ćwiczenia w różnych sytuacjach. Zabawy matematyczne w edukacji zintegrowanej powinny więc być sensowne, umożliwić dzieciom dokonywanie odkryć dotyczących świata, a takich niestety, z całą obudową metodyczną, jest mało w literaturze. Tworząc projekty dydaktyczne w koncepcji czynnościowego nauczania,

wykorzystujące metodę zabaw i gier, musimy mieć na względzie zaplanowanie sytuacji problemowych na trzech poziomach operacji, które nie są w żywym nauczaniu izolowane; a nawet jest wskazane, aby wzajemnie się przenikały, łączyły ze sobą, interoryzowały w spójne systemy znaczeń. W odniesieniu do nauczania początkowego, ich krótkie charakterystyki, ujmujące syntetycznie istotne cechy, sformułowane są poniżej. Na I poziomie związanym z myśleniem praktycznym, zachodzi wynikanie od czynności do rezultatu. Dziecko potrafi wskazać desygnaty pojęcia w formie konkretnych reprezentantów lub skonstruować model; zorganizować doświadczenie w celu rozwiązania zadania, planuje doświadczenia na drodze eksperymentu myślowego a nie wykonaniu chaotycznych prób; porządkuje, szereguje, porównuje, grupuje elementy według własności, wspólnych cech, uwzględnia zależności między przedmiotami i zbiorami przedmiotów.

II poziom to myślenie obrazowe, oglądowe, intuicyjne. Tutaj występuje: przewidywanie wyników doświadczeń na podstawie dotychczasowych czynności, kształtowanie intuicyjnego i obrazowego rozumienia pojęć, wskazywanie na różne własności obiektów, formułowanie opisu pojęcia, przeprowadzanie klasyfikacji według wspólnych cech. W myśleniu obrazowym zachodzi związek między schematem i wyobrażeniem.

Ostatni, III poziom, to myślenie słowno-symboliczne, abstrakcyjne, w którym zachodzi relacja : przyczyna – skutek, przesłanka – wniosek. Na tym poziomie dziecko tworzy język naukowy w sensie szkolnym, język werbalno-symboliczny, podlegający prostym regułom i prawom logiki. Buduje zdania i ich negacje, rozpoznaje zdania prawdziwe i fałszywe, stosuje prosty język symboliczny, matematyzuje proste sytuacje z życia, poznaje i posługuje się prostymi algorytmami, formułuje plany postępowania prowadzące do rozwiązania zadania.

3. Tradycja czy nowoczesność w podejściu do zabaw dydaktycznych?

Absolwenci studiów licencyjnych kierunku: Wczesnoszkolna Edukacja Zintegrowana posiadają uprawnienia nauczycielskie i na rozlicznych przedmiotach przekonywano ich do aktywnych metod kształcenia dzieci. Jakiego są tego efekty? Czy rzeczywiście potrafią oni planować zajęcia zgodnie z zasadami metody realistycznej, czynnościowej i problemowej? Przedstawię tutaj wybrane obserwacje z prowadzonych na ten temat badań. Przeprowadzono je w czterech grupach (łącznie 105 osób) na I roku studiów II stopnia (magisterskich), na pierwszych ćwiczeniach z przedmiotu: Teoretyczne podstawy kształcenia zintegrowanego. Tematem zajęć: Znaczenie zabaw dydaktycznych dla wszechstronnego rozwoju dziecka.

Po dyskusji związanej z pojęciem gry i zabawy, rodzajami zabaw i ich znaczeniem w edukacji dzieci, studenci wykonali własnoręcznie kolorowe kaczuszki z papieru (papierowe origami), a następnie mieli zaproponować polecenia, zadania, zabawy dla dzieci z wykorzystaniem wytworzonych modeli. Przeważająca większość grupy, 91 na 105 podała, jako pierwsze - polecenia typu: przelicz kaczuszki; policz, z ilu kół zbudowałeś kaczkę; policz, ile kaczuszek jest na stoliku; porównaj wielkości kół; policz kółka najmniejsze i większe, policz wszystkie kółka itp. A więc na pierwszy plan wysuwa się w tym badaniu edukacja matematyczna, ale ograniczona tylko do porządkowania elementów i ich numerowania. Są to przykłady poleceń nastawionych tylko na uzyskanie jakichś pojedynczych informacji. Podobnie jest z przykładami związanymi z edukacją środowiskową, polonistyczną i plastyczną, które uplasowały się na miejscu drugim i wystąpiły odpowiednio: 23, 22, 20 razy, a więc 65 przypadków na 105. Powtarzające się polecenia i pytania były następujące: opis,

jak wygląda kaczką, poznajemy budowę kaczkę, naśladować odgłosy kaczek, gdzie żyją kaczkę?, co jedzą kaczkę?; nauka wiersza Kaczka Dziwaczka, teatrzyk kukiełkowy ze zrobionych kaczuszek, słuchanie baśni Brzydkie kaczątko i układanie historyjki; ozdobienie kaczuszek, pokoloruj kaczuszkę, ozdób kaczuszkę jak najpiękniej potrafisz. Pozostałe propozycje były związane z edukacją matematyczną, ruchową i muzyczną (18+12+10) i nie wykraczały poza dotychczasowy schemat pojedynczych poleceń, np. taniec kaczuszek, poruszaj kaczką w rytm muzyki, nauka piosenki Kaczka Dziwaczka.

Dalsza część zajęć ze studentami i równocześnie badań typu action research przebiegała zgodnie z przygotowanym przeze mnie konspektem, na którym słuchacze analizowali z punktu widzenia teorii dydaktycznej scenariusz zajęć zintegrowanych pt. Zwierzęta w zagrodzie (z włączoną zabawą w papierowe origami). Na wstępie wyświetlono ilustrację zagrody; studenci mieli podać propozycje jej wykorzystania. Ilustracja przedstawiała wiejski dom, dzieci bawiące się obok domu, budynki gospodarcze, kury, gęsi, kaczkę, kota, psa. Oto przykładowe pomysły - znowu drobiazgowych - pytań i poleceń: jakie zwierzęta widzisz na obrazku?, których zwierząt jest najwięcej?, ile jest gęsi?, które zwierzęta mieszkają w oborze, stajni, chlewie?, gdzie mieszka pies?, ile jest dzieci na podwórku?, które zwierzęta są ptakami, ssakami?, ile jest kogutów, a ile kur?, czy widzisz jakieś figury geometryczne?, czego jest więcej - trójkątów czy prostokątów?, ile okien ma dom?, jaka jest pora roku?.

Aby skonstruować propozycje studenckie, pełne drobiazgowych pytań, zaprezentowano i poddano dyskusji oraz analizie scenariusz ukierunkowany na rozwiązywanie sytuacji problemowych przez dzieci. Oto jego kolejne punkty.

1) Nauczyciel czyta opowiadanie, wiersz lub baśń o kaczuszkach. Rozmowa na temat różnic i podobieństw między treścią tekstu, ilustracją i ich doświadczeniami z życia. Praca w zespołach - układanie przez dzieci zagadek na temat ptaków domowych, ich wyglądu, głosów i odgadywanie przez pozostałe grupy. Ćwiczenie w tworzeniu nazw "dzieci" kur, gęsi, kaczek, indyków. Przykładowe pytanie: Jak nazywają się - mama, tata, dzieci w rodzinie kaczek, kur? (Razem ustaliśmy, że kaczor, kaczkę, kaczuszek (kaczętkę); w drugim przykładzie - kocur, kotka, kocięta). Następnie dzielimy dzieci na grupy, które mają podać członków rodzin np.: gęsi, kur, psów, krów, koni, świń, indyków. Grupa może otrzymać 1 żeton za poprawną odpowiedź. Zwycięża grupa, która zbierze więcej żetonów.

2) Dzieci dostają w woreczku lub kopercie 9 kół. Nauczyciel pokazuje rysunek kaczora-taty i mówi, że będziemy kleić kaczuszek wg tego wzoru. Dzieci same analizują, z ilu i jakich części będzie się składać kaczuszek i układają odpowiednio tułów, głowę, skrzydła, nóżki. Jest to etap zrozumienia zadania, zapoznania się z warunkami zadania i danymi.

3) N. zapowiada, że musimy najpierw sprawdzić, czy modele dzieci zgadzają się ze wzorem, a potem dopiero sklejać kaczuszek. Pokazuje jeszcze raz rysunek taty-kaczora i pyta: co trzeba kolejno zrobić, żeby dobrze ułożyć kaczuszkę? Dzieci mają samodzielnie konstruować (opowiedzieć) plan wykonania swojej kaczuszek, a punkty planu ilustrują pokazem. Nauczyciel jest uczestnikiem zabawy i wykonuje polecenia dzieci układając kaczę-mamę. Dzieci sprawdzają się nawzajem i dopiero po sprawdzeniu kleją swoje kaczuszek. Jest to etap planowania rozwiązania i wykonania planu, po którym następuje sprawdzenie. (N. może zadać pytania: Ile mamy wszystkich

kaczek? Ile brakuje do 10? A ile do 20? Czy potrafilibyście policzyć, ile kół potrzeba na dwie kacuszki? itp.).

4) Podpisywanie sklejonnych kacuszek imionami dzieci. Chętne dziecko wypowiada swoje imię, następnie głoski w tym imieniu i szuka wśród kartoników odpowiednich liter, które przykleja na pasku – najlepiej z zaznaczonymi okienkami. Na początku dwoje dzieci robi to na forum grupy, potem pozostałe dzieci równocześnie szukają dla siebie odpowiednich liter i tworzą wizytówki. Sprawdzamy poprawność zapisów na forum grupy i zachęcamy wszystkie dzieci do kontroli i poprawiania błędów. Dzieci układają podpisy pod kacuszkami. Następnie porównują długości imion i odpowiednio je porządkują. Tworzą zbiory z imionami odpowiednio na 3, 4, 5, 6, ...liter. W konkretnych sytuacjach dodają i odejmują liczby liter.

5) Zabawa ruchowa z toczeniem piłek – kacuszek: Kaczki idą na podwórko sąsiada. Zabawę organizujemy na sali gimnastycznej, korytarzu lub na boisku. Dzieci dzielimy na dwie równoliczne grupy; każda z grup wymierza podwórko w kształcie prostokąta np. o wymiarach 4m x 5m przy użyciu metra stolarskiego lub sznurka z węzłami co 1m. Dzieci każdej z grup zajmują połowę własnego boiska. Mają za zadanie toczyć piłki-kacuszki na wolną połowę podwórka sąsiada. N. daje sygnał rozpoczęcia toczenia i po chwili – zakończenia toczenia. Zwycięża ta grupa, która więcej piłek- kacuszek umieściła na podwórku sąsiada, a nie przed nim lub poza nim. Zabawę można powtórzyć parzystą ilość razy i ocenić, która grupa zwyciężyła lub, że obie zremisowały.

6) Ćwiczenia z numerowaniem kaczek, porównywaniem liczb, odgadywaniem warunków na numery (liczby). Dzieci numerują – używając papierowych kwadracików z liczbami – wszystkie wytworzone przez grupę kacuszki, łącznie z kaczoem i mamą-kaczką. (Zakres liczb dostosowany do wieku dzieci). N. zapowiada, że będziemy się bawić w odgadywanie numerów i pyta: Jakie numery są przed 4? Jakie są za 7? Jakie numery są między 3 i 7? A jakie między 4 i 9? Jaki numer jest między 7 i 8? A co to za numer większy o 1 od 5? A numer mniejszy o 2 od 4? A co to za numer o 3 większy od 3? itp. Wskazane dziecko podaje rozwiązanie zagadki, pozostałe sprawdzają i jeśli odpowiedź jest dobra, to np. klaszczą. Następnie dzieci odpowiadają chórem na polecenia: Wymieńcie wszystkie liczby większe od 5; mniejsze od 4; znajdujące się między 4 i 9. Wymieniajcie co drugi numer zaczynając od 1 (od 2). Wymieniajcie co drugi numer zaczynając od 9 - idąc „od tyłu”. Potem proponujemy tę samą zabawę w zgadywanie, ale z zamkniętymi oczami.

7) Śpiewanie lubianej piosenki połączone z ruchem lub taniec w rytm melodii Kaczuchy.

8) Rozwiązywanie zadań tekstowych. N. zapowiada zmianę sytuacji – kacuszki biegną na staw uczyć się pływać. Podaje różne sytuacje zadaniowe do rozwiązania, np.:

- a) *Po stawie pływa kaczor, kaczką i 4 dzieci. Ile razem kaczek pływa po stawie?*
- b) *Nad staw przyszła rodzina kacza od pani Zosi złożona z 7 kaczek. Ile dzieci mieli rodzice w tej rodzinie?*
- c) *Po drugim stawie pana Wojtka pływało 9 kaczek z innej rodziny. Cztery kacuszki ukryły się za szuwarami. Ile kaczek widać teraz na stawie?*

- d) *W rodzinie kaczej pana Jarka jest mama, tata i dwoje dzieci. W rodzinie kaczej pani Adeli jest mama, tata i troje dzieci. Te rodziny spotkały się razem na stawie. Ile było razem kaczek pływających po stawie z tych dwóch rodzin?*

4. Wniosek

Następnie dzieci układają zadania – zagadki nawzajem dla siebie i rozwiązują. Może to się odbywać w grupach. Nauczyciel czuwa nad przebiegiem pracy dzieci, w razie trudności zachęca je do stawiania pytań, wskazuje na niejasne sformułowania podając kontrprzykłady. Analiza kolejnych punktów scenariusza uświadomiła studentom, że w kształceniu zintegrowanym matematyka nie ogranicza się tylko do przeliczania, a czynności konkretne przeplatają się z czynnościami wyobrażonymi i pomyślanymi. Podkreślaliśmy, że dzieci mają samodzielnie te czynności wykonywać, popełniać błędy, poprawiać je samodzielnie pod kierunkiem nauczyciela, bo pokonywanie trudności jest podstawą rozwoju, a nie ułatwione, schematyczne nauczanie, metodą „małych kroczków”.

Jak pokazała ta próba badawcza, nauczyciele po studiach licencjackich powielają tradycyjną metodykę, według której prawdopodobnie sami byli uczeni. Ciągłe występują w ich scenariuszach drobne pytania. Mimo, że posiadają wiedzę teoretyczną o innowacyjnych i twórczych metodach kształcenia, nie jest ona przez nich stosowana. Szersze sprawozdanie i analiza wyników zarysowanego w tej pracy badania, będzie tematem następnego, dłuższego artykułu.

Literatura

1. BEREŻNICKI, F. *Podstawy dydaktyki*. Impuls, Kraków 2007. ISBN 978-83-7308-961-7.
2. KUPISIEWICZ, CZ. *Podstawy dydaktyki ogólnej*. PWN, Warszawa 1977.
3. OKOŃ, W. *Zabawa a rzeczywistość*, Wydawnictwo Żak, Warszawa 1995.
4. PALKA, S. *Pedagogika w stanie tworzenia*, Wydawnictwo UJ, Kraków 1999.
5. SIWEK, H. *Czynnościowe nauczanie matematyki*, WSiP, Warszawa 1998. ISBN 83-02-06722-9

Kontaktnei adresa

Prof. dr hab. Siwek Helena
Wyższa Szkoła Pedagogiczna
ul. Katowicka 27
40 – 173 Katowice, Polsko,
POLSKA
Telefon: 691 295 742
E-mail: h.siwek91@upcpoczta.pl

ANALÝZA METÓD RIEŠENIA MATEMATICKÝCH ÚLOH V PRÍPRAVE UČITEĽOV ELEMENTARISTOV

Valéria ŠVECOVÁ

Abstrakt

Jednou z aktuálnych otázok vyučovania matematiky na všetkých stupňoch vzdelávania je zvyšovanie matematickej gramotnosti žiakov v súlade s rozvojom matematických vedomostí, schopností a zručností podľa požiadaviek daného stupňa vzdelávania. Porozumenie matematike sa najviac prejaví pri riešení nematematických problémov a úloh, teda pri potrebe aplikácie nadobudnutých matematických vedomostí v neštandardných situáciách. V článku sa zaoberáme analýzou metód riešenia matematických úloh v príprave učiteľov primárneho stupňa vzdelávania, pričom poukazujeme aj na úspešnosť študentov pri riešení úloh.

Kľúčová slova: metódy riešenia matematických úloh, úspešnosť riešenia, príprava učiteľov.

ANALYSIS METHODS OF SOLVING MATHEMATICAL PROBLEMS IN TEACHER TRAINING OF PRIMARY LEVEL OF EDUCATION

Abstract

One of the current issues of teaching mathematics at all levels of education is to increase mathematical literacy of students in accordance with the development of mathematical knowledge, skills and abilities as required by the level of education. Understanding of the mathematics is most apparent in dealing with non-mathematical problems and tasks, thus the need for the application of mathematical knowledge acquired in non-standard situations. The article analyzes the methods of solving mathematical problems in the preparation of teachers of primary level of education, pointing to students' success in solving problems.

Key words: methods of solving mathematical problems, success of solution, teacher training

1. Úvod

Jednou z aktuálnych otázok vyučovania matematiky na všetkých stupňoch vzdelávania je zvyšovanie matematickej gramotnosti žiakov v súlade s rozvojom matematických vedomostí, schopností a zručností podľa požiadaviek daného stupňa vzdelávania. Za jeden z kľúčových momentov v tomto procese považujeme nadobúdanie neformálnych vedomostí žiakov, teda učenie sa s porozumením daným vzťahom, situáciám, úlohám, otázkam a problémom a nie memorovanie daných postupov a algoritmov. Porozumenie matematike sa najviac prejaví pri riešení

nematematických problémov a úloh, teda pri potrebe aplikácie nadobudnutých matematických vedomostí v neštandardných situáciách. Snahou učiteľov by malo byť nábádanie žiakov k riešeniu problémov rôznymi spôsobmi, so zreteľom na ich vedomosti a schopnosti a osvojený matematický aparát.

Podľa Scholtzovej (2011) začiatky vytvárania matematickej gramotnosti možno pozorovať už pri utváraní matematických predstáv u dieťaťa predškolského veku. Prvé naozajstné kroky k matematickej gramotnosti poskytuje dieťaťu matematické vzdelávanie na primárnom stupni školy.

Ako uvádza Pavlovičová (2008) s nástupom na základnú školu je pestrosť detských predstáv potláčaná pri získavaní nových vedomostí a zručností, ktoré musia žiaci zvládnuť. Záleží však aj na voľbe vhodných vyučovacích metód, ako žiakom sprostredkujeme nové učivo a budeme upevňovať už nadobudnuté vedomosti. Malo by byť stálou snahou učiteľov, aby bolo vyučovanie matematiky úzko prepojené so svetom detí a okolitým životom. Matematika, ako vyučovací predmet, oboznamuje žiakov s abstraktným systémom poznatkov. Žiakom je vhodné približovať tento systém poznatkov prostredníctvom konkrétnych vecí a činností, s ktorými už majú isté skúsenosti. Schopnosť využívať matematiku získavajú žiaci na základe svojej priamej účasti prostredníctvom činností na kolobehu sveta, ktorých ich obklopuje. Zaradenie poznatkov získaných vo vyučovacom procese do reálneho sveta, poskytuje žiakom, väčšiu motiváciu pre ďalšie vzdelávanie sa a získavanie informácií v tomto smere.

Sedivý, Fulier (2004) uvádzajú, že zásadou je, aby mal učiteľ „dostatok úloh“. Spravidla sa tým myslí veľké množstvo úloh obdobného typu, ktoré by mal žiak riešiť samostatne. Veľký počet riešení úloh nevedie automaticky k osvojeniu si všeobecného algoritmu. Stačí malá zmena úlohy a žiak nie je schopný ju riešiť. Ak nútime žiaka k riešeniu veľkého množstva úloh rovnakého typu, dosahujeme miesto dokonalého zvládnutia iba negatívnu motiváciu, ktorá vyplýva zo stereotypu práce. Pozitívnu motiváciu naopak posilňuje dodržiavanie určitých zásad pri riešení úloh. Je potrebné:

- učiť žiakov rozoberať úlohy, nehľadať riešenie neznámej úlohy bez jej predbežnej analýzy
- skúmať štruktúrne zvláštnosti úloh, hľadať ich riešenie všeobecnou organizáciou činnosti
- učiť žiakov chápať riešenie jednotlivých úloh ako prostriedok k osvojeniu všeobecných metód a schém činností
- učiť žiakov po nájdení riešenia úlohy robiť spätnú analýzu riešenia, aby sme odhalili všeobecné zákonitosti postupu použitého pri riešení, prípadne našli ďalší spôsob riešenia.

Podľa Rumanovej a Drábekovej (2006) formulácia úlohy by mala byť taká, aby neobsahovala návod na riešenie a aby „neponúkala“ alebo nenaznačovala metódu, ktorou sa má úloha riešiť.

2. Charakteristika predmetu Metódy riešenia matematických úloh

Ako uvádza Prídavková (2011) odborná pedagogická matematická príprava učiteľov by mala integrovať poznatky z teoretických disciplín s ich didaktickým spracovaním. Predmet Metódy riešenia matematických úloh je zaradený ako povinný predmet pre študentov odboru Učiteľstvo pre primárny stupeň. V rámci daného predmetu študenti riešia predovšetkým slovné úlohy zamerané na aritmetiku, funkcie, rovnice a ich sústavy, kombinatoriku, logiku, riešenia ktorých v prevažnej miere nepresahujú úroveň základnej školy. Úlohou študentov je nájsť riešenie vhodné pre žiakov primárneho stupňa. Sú vední k tomu, aby využívali grafické znázornenie, metódu úsudku, pokus - omyl, prípadne rozdelenie celku na dve časti. Spočiatku mali

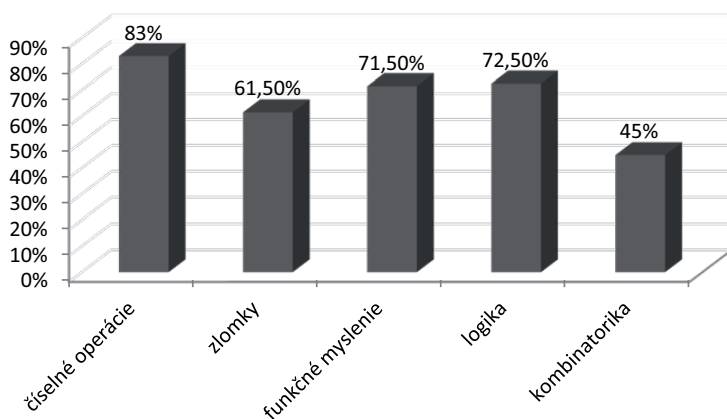
študenti tendenciu využívať pri riešení úloh predovšetkým rovnice, ostatné metódy im pripadali „náročné“. Obávali sa, že metódy vhodné pre žiakov primárneho stupňa im pri riešení „nenapadnú“. Tento „problém“ sa v priebehu semestra podarilo odstrániť a neskôr väčšina študentov riešenie pomocou rovníc používali už ako poslednú možnosť. Súviselo to zrejme s tým, že študenti potrebovali získať väčšiu istotu pri používaní „jednoduchších“ metód.

3. Úspešnosť študentov pri riešení úloh

Hlavným zdrojom materiálu, ktorý v príspevku spracovávame, sú výsledky študentov z písomiek povinného predmetu Metódy riešenia matematických úloh. Počas semestra študenti absolvujú dve čiastkové písomky, v ktorých študenti riešili dve úlohy z každého celku. Každú z písomiek písalo 72 študentov.

Za úspešne vyriešenú úlohu sa považovala tá, ktorú študenti riešili metódou vhodnou na primárny stupeň základnej školy. Pre lepšiu prehľadnosť úspešnosti študentov pri riešení jednotlivých úloh uvádzame výsledky v grafe.

Úspešnosť riešenia jednotlivých úloh



Ako vidieť z grafu najúspešnejšie riešenou úlohou bola slovná úloha zameraná na číselné operácie, potom logická úloha, úloha na využitie funkčného myslenia, predposledná bola slovná úloha so zlomkami a najmenej úspešnou bola kombinatorická úloha, ktorej znenie bolo nasledovné:

Z číslíc 4, 5, 6 a 7 tvoríme rôznociferné (ne)párne prirodzené čísla menšie ako 1 000. Koľko ich môžeme utvoriť? Čísla sa môžu opakovať.

Pri riešení kombinatorických úloh sa študenti nestretávali so vzorcami. Boli vedení k tomu, aby podobné úlohy riešili vypisovaním všetkých možností a pomocou stromového grafu. Jedno zo správnych riešení uvádzame na obrázku 1.

[illegible]

Obr. 1

Nulovú úspešnosť pri riešení tejto úlohy malo 12 študentov, čo predstavuje 16 %. Teda to sú tí, ktorí sa danú úlohu ani nepokúšali riešiť. Väčšina študentov sa pokúsila vyriešiť úlohu vypisovaním možnosti, ale nakoľko hľadali riešenia nesystematicky, niektoré možnosti vynechali (Obr.2).

4, 5, 6, 7 28 ~~28~~ mož maske

~~16, 66, 36~~ 446, 464

4, 44, 46, 456, 444, ~~448~~ 44, 46, 416, 744

54, 56, 546, 564, 574, 554, ~~564~~ ~~544, 444~~

6:66, 64, 654, 664, 646, 644, 644, 744

Obr.2

Ďalšia skupina študentov nebrala do úvahy podmienku „rôznociferné“ a v riešení uvádzala iba trojciferné čísla (Obr.3), prípadne uvádzali aj štvorciferné čísla (Obr.4), teda nebrali do úvahy podmienku, že hľadané čísla majú byť menšie ako 1000.

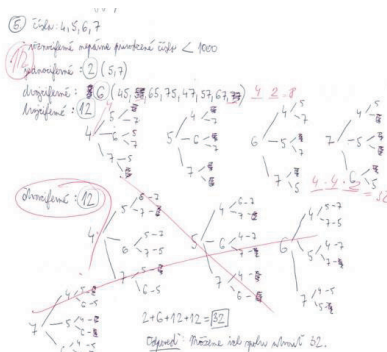
$$\begin{array}{r}
 74567 \\
 4687 \\
 4765 \\
 4675 \\
 \hline
 1977 \\
 1977 \\
 1977 \\
 1977 \\
 \hline
 78555 \\
 78555 \\
 78555 \\
 78555 \\
 \hline
 31542 \\
 31542 \\
 31542 \\
 31542 \\
 \hline
 126876
 \end{array}$$

$8 \times 4 = 32$

Hasil sem 32 mozaika!

est 2-cikleno

Obr.3



Obr.4

3. Záver

V článku sme priblížili náplň predmetu Metódy riešenia matematických úloh, ktoré sú určené pre študentov prvého ročníka magisterského štúdia odboru Učiteľstvo pre primárne vdelávanie na UKF v Nitre. Zaoberali sme sa úspešnosťou riešenia jednotlivých úloh študentov. Krátko sme sa venovali aj analýze najmenej zvládnutej úlohe. Z nami zadaných úloh najhoršie dopadla úloha z kombinatoriky. Pri analýze riešení sme zistili, že nešlo ani tak o nevládnutie učiva, ako skôr o nepozorné čítanie a absenciu systému pri hľadaní všetkých možností.

Literatura

1. PAVLOVIČOVÁ, P. Od číselných predstáv k tvorbe slovných úloh. In *Nové trendy vo vyučovaní matematiky a informatiky na základných, stredných a vysokých školách*. Žilina: FPV Žilinská univerzita, 2008. ISBN 978-80-8070-862-7.
2. PAVLOVIČOVÁ, G., ŠVECOVÁ, V., ZÁHORSKÁ, J. *Metódy riešenia matematických úloh*. Nitra: Edícia Prírodovedec č. 425 FPV UKF Nitra, 2010. 100 s. ISBN 978-80-8094-776-7.
3. PRÍDAVKOVÁ, A. Elementárne pojmy teórie množín v príprave učiteľov primárnej školy. In *Tvorivosť v počátečnom vyučovaní matematiky*. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2011. ISBN 978-80-7043-992-0. s. 185-189
4. RUMANOVÁ, L., DRÁBEKOVÁ, J. Aplikácie vektorového počtu vo vyučovaní stereometrie na strednej škole. In *Matematika v škole dnes a zajtra*. Ružomberok : Pedagogická fakulta Katolíckej univerzity v Ružomberku, 2007. ISBN 978-80-8084-187-4. s.276-282
5. SCHOLTZOVÁ, I. Prvé kroky k matematickej gramotnosti- pohľad druhý. In *Tvorivosť v počátečnom vyučovaní matematiky*. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2011. ISBN 978-80-7043-992-0. s. 210-214
6. SCHOLTZOVÁ, I., MOKRIŠ, M. Matematika v prijímacom konaní na magisterský stupeň štúdia na pedagogickej fakulte PU v Prešove – pohľad prvý. In *Acta mathematica 14*. Nitra: UKF v Nitre, 2011. ISBN 978-80-8094-958-7. s.187-192
7. ŠEDIVÝ, O., FULIER, J. *Úlohy a humanizácia vyučovania matematiky*. Nitra : Edícia Prírodovedec č. 135 FPV UKF Nitra, 2004. 246 s. ISBN 80-8050-700-7.

Kontaktní adresa

PaedDr. PhDr. Valéria Švecová, PhD.
KMFPV UKF
Trieda Andreja Hlinku 1
949 74 Nitra, Slovak Republic
Telefon: +421 376 408 693
E-mail: vsvecova@ukf.sk

GEOMETRIA DLA NAJMŁODSZYCH – ALE JAKA (I PO CO)?

Ewa SWOBODA

Streszczenie

Teorie dotyczące kształtowania się geometrycznych pojęć wyraźnie podkreślają fakt, że pierwsze geometryczne poznanie polega na całościowym odbiorze kształtów i relacji. Myślenie geometryczne na tym poziomie jest globalne, figury geometryczne tworzą całość. Dopiero na następnym poziomie możliwe jest wyróżnienie własności figur, które zaczynają funkcjonować jako niezależne fenomeny. Szkolna dziecięca geometria powinna skupiać się na przejściu od całościowego postrzegania figury przez dziecko do umiejętności wyróżnienia i opisania jej własności. W tym artykule przedstawię omówienie dydaktyczne niektórych znanych propozycji zajęć, ze wskazaniem ich roli w konstruowaniu takiego przejścia.

Słowa kluczowe: dziecięca geometria, kształty, szlaczki, regularności geometryczne

GEOMETRY FOR THE YOUNGEST – BUT WHAT KIND (AND FOR WHAT)?

Abstract

Theories about teaching geometry underlines the idea, that at the first level of geometrical knowledge a child perceives geometrical object as a whole. The first geometrical thoughts are global, amorphous whole. On the next levels, attendants and relations start to exist as independent phenomena: the amorphous whole becomes more differentiated, more and more separated elements constitute whole. During school activities the emphasis should be put on the passage from the understanding shapes as the whole to the ability of describing shapes by their attendants. Some didactical proposals are elaborated in this paper.

Key words: early geometry, shapes, patterns, geometrical regularities.

1. Wstęp

Geometria jest jedną z najlepszych dziedzin wprowadzania dziecka w świat matematyki. Funkcjonując w swoim środowisku dziecko dokładnie je obserwuje i skupia uwagę na tym, co regularne. Wyróżnione w ten sposób obiekty prowokują do różnorodnych działań ułatwiających ich poznanie, do tworzenia intuicji, na których buduje później pojęcia geometryczne.

Rozwijanie i kształtowanie matematycznego myślenia w obszarze geometrii wydaje się być łatwiejsze niż w obszarze arytmetyki. W każdym razie z pewnością może być dziecku bliskie, naturalne. W okresie wczesnego dzieciństwa największe znaczenie ma informacja odbierana wizualnie (Wygotski 1989, Jagodzińska 1991) – to co dziecko spostrzega, jest pierwszym bodźcem do działania. Atrakcyjny kolor, kształt – to cechy,

które powodują, że dziecko wyciąga rączkę z zamiarem uchwycenia przedmiotu by go bliżej poznać poprzez działanie. Gromadzone w ten sposób doświadczenia stanowią olbrzymie bogactwo, z którego należy korzystać w prowadzeniu dziecka przez świat abstrakcyjnych pojęć i relacji. Chęć dotknięcia, przesunięcia, przyłożenia jednej rzeczy do drugiej powoduje, że dziecko zaczyna nabywać intuicji kształtów i ich własności. (Rożek, 2009). Ta naturalna ciekawość może być kontynuowana w dalszym rozwoju, w ramach świadomego kształcenia szkolnego. Może być bowiem wykorzystywana przy przechodzeniu na coraz wyższe poziomy matematycznego poznania. Niejako „przy okazji” dochodzą do głosu takie cechy matematycznego myślenia jak uogólnianie, dostrzeganie związków i relacji, klasyfikowanie, abstrahowanie. W ten sposób linia kształcenia matematycznego może zaczynać się bardzo wcześnie. Dodatkowo na ogół dziecko jest tutaj autonomiczne, samo świadomie tworzy swoją matematykę, samodzielnie myśli i analizuje sytuację zadaniową, widzi i koryguje błędy.

Jednak nauczyciele nauczania wczesnoszkolnego niechętnie prowadzą zajęcia geometryczne. Jest wiele powodów tej sytuacji. Na ogół podstawowym argumentem nauczycielskim jest stwierdzenie, że w klasach początkowych przede wszystkim należy dziecko nauczyć liczyć. Tutaj już budzi się sprzeciw – w nauczaniu matematyki najważniejsze jest uczenie rozumowań, argumentacji, tworzenia pojęć. Z drugiej strony nie może być zgody na wybiórcze traktowanie zagadnień z podstawy programowej. Niewątpliwie pojęcia arytmetyczne są bardzo trudne, warto poświęcać im wiele czasu – ale to nie może powodować, że geometria szkolna będzie realizowana w minimalnym zakresie. Przyczyn takich postaw upatruję dodatkowo w czym innym. Może być tak, że geometria wydaje im się mało istotną częścią matematyki, albo może nie mają pomysłu co z tą geometrią w szkole robić.

Istnieje wiele bardzo znanych, często wykorzystywanych geometrycznych zabaw dydaktycznych, o dużych walorach kształcących. Okazuje się jednak, że nauczyciele nie do końca zdają sobie sprawę z tego, dlaczego takie zabawy warto przeprowadzać. A przecież to nauczyciel powinien dokładnie widzieć cel dydaktyczny takich zajęć – widzieć, jak poprzez samodzielne procedury myślowe uczeń (dziecko) samo w aktywny sposób kształtuje pojęcie, i to tak, że samodzielnie pokonuje kolejne etapy jego rozumienia.

Spróbuję podać krótki komentarz dydaktyczny do niektórych popularnych zajęć geometrycznych, łatwych do zorganizowania w klasie. Być może w ten sposób zachęcę nauczycieli do ich stosowania.

2. Na czym się skupić w kształceniu geometrycznym dzieci?

W obszarze dziecięcych intuicji geometrycznych można wyróżnić co najmniej dwa obszary, które stanowią podstawę i są jednocześnie wprowadzeniem do kształtowania innych pojęć geometrycznych w szkolnej edukacji. Są to:

- rozpoznawanie i tworzenie kształtów (koło, kwadrat, trójkąt itd.);
- tworzenie aranżacji opartych na różnego rodzaju regularnościach, symetriach i powtórzeniach.

Oba te obszary są ze sobą mocno związane, gdyż kształty zajmują określone miejsce (położenie) w przestrzeni i są dodatkowo stymulowane odczuciami estetycznymi. Na wczesnych etapach rozumienia pojęć geometrycznych dzieci często mówią, że trójkąt jest *bardzo ładny*, co ma oznaczać, że jest regularny. Tworzenie ornamentów, szlaczków, konstrukcji z klocków to zajęcia stanowiące kanon dziecięcych zabaw. Sprawia to, że dzieci przedszkolne i wczesnoszkolne wiedzą bardzo dużo o figurach geometrycznych, symetriach. Potwierdzają to badania prowadzone w różnych krajach w Europie i na świecie

2.1. Słów kilka o figurach geometrycznych

Realne obiekty – bryły – mają swój kształt i na nich skupia się uwaga dzieci. Patrząc na nie, poznając je innymi zmysłami (np. dotykiem) koncentrują się głównie na ich głównej własności – na kształcie. Rozpoznanie to jest całościowe, stanowi jeden akt postrzegania, bez logicznego uzasadniania i analizowania własności kształtu.

W świadomie kierowanej działalności geometrycznej dzieci konieczne jest połączenie percepcji z działaniem. Same zajęcia typu „zamaluj wszystkie kwadraty” są łatwe dla dziecka i niewiele wnoszą do jego geometrycznego poznania. Od wizualnego rozpoznawania kształtów, o wiele bardziej kształcące są zajęcia, podczas których dzieci obrysowują kształty wybranych przedmiotów i porównują tak powstałe rysunki. Mogą wówczas dostrzec - na przykład - że obrys szklanki i kubka wygląda podobnie, podobnie jest z obrysem prostokątnej płytki i tabliczki czekolady. Nieocenione są też zabawy klockami – tworzenie wież, zamków, zagród. Jest to źródło wielu doświadczeń manipulacyjnych, w trakcie których dzieci dotykiem (pod kontrolą wzroku) rozpoznają kształty i dbają o ich wzajemne powiązania. Na przykład, żeby budowana z sześciennych klocków wieża się nie przewróciła dziecko musi zadbać o to, aby ściana (kwadrat) układanego klocka dokładnie przylegała do ściany (też kwadratu) poprzednio ułożonego klocka.

Problemy edukacyjne pojawiają się wówczas, gdy oczekuje się od dziecka posługiwania się własnościami figur, do tej pory rozpoznawanych całościowo. Na ten etap rozumienia figury trzeba pomóc dziecku przejść - dziecięca uwaga i rozumowanie ma przesunąć się z całościowego ujęcia figury na jej poszczególne własności. Dzięki temu dziecko zacznie analizować obiekty geometryczne poprzez ich własności i powoli, stopniowo budować w swoim umyśle pojęcia geometryczne możliwe do opisywania poprzez te własności – czyli przygotowuje się do definiowania geometrycznych obiektów.

2.2. Słów kilka o geometrycznych relacjach

Teraz uwaga dzieci skupia się nie na pojedynczym kształcie, ale na wzajemnym położeniu jednej figury do drugiej, na uwzględnieniu rytmów czy regularności związanych z powtarzalnością układów figur.

Aranżacje płaszczyzn i przestrzeni są bardzo bliskie spontanicznym aktywnościom dziecięcym. Analiza wczesnych dziecięcych prac plastycznych wykazuje bowiem istnienie w nich pierwiastka rytmicznego: poddając się rytmom przenoszą je na organizację przestrzeni i na kompozycje na papierze. Prostim wytłumaczeniem tego faktu jest stwierdzenie, że trzymanie się najprostszej reguły jest łatwiejsze od twórczości bez wszelkiej reguły (Szuman, 1990, s. 96 – 98). Dodatkowo badania kompozycji wykonanych przez dzieci wykazują, że dzieci, postawione w sytuacji, w której sugeruje się im uporządkowane zapełniania płaszczyzny (tworzenie mozaik, szlaczków, rozet), bardzo często samoistnie narzucają sobie regularne działanie. Dążą do takiej organizacji kompozycji, aby była wyraźnie podporządkowana regułom rytmu i regularności.

Tego typu preferencje są korzystne dla rozwoju intuicji geometrycznych i dla kształtowania matematycznego myślenia w ogóle. Dzieci spontanicznie tworzą aranżacje, które są zapowiedzią tworzenia matematycznych relacji i przekształceń na płaszczyźnie takich jak obrót, przesunięcie równoległe, symetria środkowa i osiowa (Swoboda 2006, Gruszczyk-Kolczyńska, Zielińska 2005). Dodatkowo, tego typu działalność przygotowuje dziecięcy umysł do odkrywania różnych matematycznych związków i regularności, do poszukiwania prawidłowości i reguł a także do działania zgodnego z określoną regułą.

3. Przykłady zajęć dydaktycznych wraz z komentarzem

3.1. Konstruowanie kwadratu

Zadanie można organizować seriami. W ten sposób dzieci nie muszą dokonywać wysiłku by stale na nowo poznawać zasady obowiązujące w zadaniu. Całą swoją energię mogą ukierunkować na myślenie pomocne w przejściu na wyższy poziom rozumienia figur geometrycznych.

Seria zadań Rozcinanie i składanie kwadratu. Zadania z tej serii można realizować w parach. Dla każdej pary trzeba przygotować nożyczki i 6 kartoników w kształcie kwadratów o wymiarach np. 6 cm x 6 cm. Dzieci siadają naprzeciw siebie i wykonują takie zadania:

- Złóż kawałki kwadratu rozciętego na 3 części. Jedno rozcina kwadrat na trzy części, przesuwa je w stronę drugiego dziecka, aby je złożyło w kwadrat. Drugie dziecko rozcina kwadrat także na 3 części, a pierwsze dziecko składa je w kwadrat.
- Złóż kawałki kwadratu rozciętego na 4 kawałki. Podobnie, jak poprzednio, jedno dziecko rozcina kwadrat, drugie składa rozcięte kawałki. Potem zmiana ról.
- Złóż kawałki kwadratu rozciętego na 5 kawałków. Tak, jak poprzednio dzieci przemiennie rozcinają i składają rozcięte kwadraty.

Komentarz: W tej zabawie mamy naprzemiennie sytuację, w której kwadrat funkcjonuje całościowo, ujmowany jednym aktem postrzegania, oraz sytuację mozolnego konstruowania kwadratu. Poprzez dokładanie do siebie części wycinanki dziecko porównuje długości boków i wielkości kątów, czyli bada własności kwadratu. Otrzymując jakiś fragment układanki, ocenia go wzrokowo i decyduje, czy spełnia on jego oczekiwania. Musi sobie przy tym wyobrazić cały kwadrat i określić związek między całością a częścią. Musi doprowadzić do sytuacji kiedy boki tworzonej figury są jednakowej długości. Dlatego trzymając w ręku jeden fragment układanki koncentruje uwagę nie na całym jego kształcie, ale na poszczególnych jego bokach. Musi też skonstruować kąt prosty. Tutaj może zaistnieć sytuacja, że ten kąt zostanie po prostu zachowany z kwadratu wyjściowego (ale wtedy trzeba go też zauważyć). Często jednak taki kąt trzeba będzie poskładać z innych kątów. Wtedy dziecko ma szansę odkryć, że dwa kąty dwóch trójkątów (z pociętego kwadratu) dają taki sam kąt jak jeden kąt kwadratu.

W pracy dziecko jest samodzielne. Autonomicznie podejmuje decyzje. Poprzez manipulację może wprowadzać różne zmiany - w ten sposób samodzielnie weryfikuje otrzymane rozwiązanie.

Podobną serię zadań można zrealizować z trójkątem równobocznym. Również podobnie można bawić się z wykorzystaniem geoplanu. W tej ostatniej propozycji zadanie polegało będzie na konstruowaniu różnych kwadratów (o różnej długości boków, w różnych – często nietypowych – położeniach w stosunku do brzegu geoplanu).

Wycinamy - ma być kwadrat. Dzieci mają do dyspozycji nożyczki i sporo kartek papieru. Kartkę składamy na pół (można raz, można dwa razy). Zadanie polega na wycięciu kwadratu.

Komentarz: Złożenie kartki powoduje, że wycięte kształty będą symetryczne. Ma to znaczenie zarówno dla zachowania długości boków (symetria zachowuje odległości) jak i wielkości kątów (symetria zachowuje wielkości kątów). Ale w kwadracie wszystkie cztery kąty są równe i wszystkie cztery boki mają tę samą długość. Problemem będzie

więc zarówno sposób złożenia kartki (raz, czy dwa razy) jak i sposób cięcia. Zadanie z pewnością rozpocznie się od prób „na chybił – trafił”. Przy pierwszych próbach, oglądając wyciętą figurę dziecko samo będzie się zastanawiało – czy to kwadrat? Dlaczego nie jest to kwadrat? Powoduje to ponawianie prób aż do momentu gdy dziecku uda się uzyskać kwadrat.

Tego typu zadania zmuszają do wyobrażenia sobie określonej figury. Nie jest to jednak jedynie przywołanie całościowego obrazu np. kwadratu, ale budowanie tego obrazu poprzez zachowanie własności (rozumienie związków między długościami boków i wielkością kątów wewnętrznych). Jest to również zadanie ukierunkowane na poszukiwanie symetrii własnych kwadratu.

3.2. Aranżacje płaszczyzny

Szlaczki. W wielu zeszytach dla dzieci istnieją „szlaczki” – zadania polegające na dokończeniu zaproponowanej prawidłowości. Dziecko albo rysuje „po śladzie”, albo samo kontynuuje rozpoczęty wzór.

Komentarz: Nie wszystkie tego typu zadania są tak wartościowe matematycznie, jak by można było oczekiwać – w większości z nich chodzi o wyćwiczenie sprawności manualnej, dokładne odtwarzanie kształtu, czy rysowanie „od linijki do linijki”. W zadaniach para-matematycznych interesuje nas co innego. Są to takie szlaczki, w których ukrytych jest wiele prawidłowości geometrycznych, tak jak w prezentowanym przykładzie poniżej:



W tym szlaczku podstawowym kształtem jest trójkąt równoramienny, w naturalny sposób narzucający nazwy dla poszczególnych boków: dwa ramiona, podstawa. Serię tworzą trójkąt duży i mały (podobne w skali 2:1), ułożone bokami równolegle. Duży jest szpicem do góry, mały – szpicem do dół. Dlatego duży trójkąt „stoi” na podstawie (jest w pozycji uprzywilejowanej), a mały – jest do góry nogami (położenie nietypowe, trudne). Podstawy trójkątów leżą wzdłuż jednej linii (ale ta linia nie jest dodatkowo zaznaczona). Duże trójkąty są nieco od siebie oddalone, w równych odległościach. Trójkąt mały leży symetrycznie między dużymi, w równej odległości od sąsiednich figur. Odległości nie są regulowane kratką.

Jak widać, zadanie jest niezwykle bogate w relacje; wielokrotnie dziecko nie jest w stanie zrealizować ich wszystkich – za to ma możliwość wyboru tego, co jest dla niego najważniejsze. W takich zadaniach nie chodzi o precyzyjne odtwarzanie kształtów ani o rysowanie od linijki. Dziecko powinno zwracać uwagę na wzajemne relacje dwóch figur w stosunku do siebie, a nie skupiać się na pojedynczym obiekcie. Badania pokazują, że rysując szlaczek dziecko realizuje wiele z istniejących tam relacji, czasami – wszystkie. Z drugiej strony okazuje się, że relacje są ważniejsze niż kształt sam w sobie; dziecko jest w stanie zaakceptować deformacje pojedynczej figury, o ile służy to zachowaniu zauważonej i realizowanej relacji.

Ornamenty z kartoflanych stempelków. W przedszkolu dzieci mają wiele okazji do wykonania stempelków z ziemniaka, marchewki. Tematem zajęć może być zrobienie albo szlaczka, albo wzoru na sukienkę. W ten sposób można „zadrukowywać” albo ornamenty pasowe, albo całe powierzchnie. Po wykonaniu pracy trzeba zorganizować wystawkę dziecięcych kompozycji i pozwolić dzieciom wypowiedzieć się o tym, co było dla nich ważne i jak to zrealizowały.

Komentarz: Sama praca nad wykonaniem takiego stempelka jest źródłem wielu doświadczeń geometrycznych, związanych z konstruowaniem kształtów. W trakcie wykonywania stempelków dzieci mogą próbnie odbijać je na kartonie i korygować (przycinać), aby odbity ślad był wyrazisty. Zadrukowując płaszczyznę dziecko w sposób świadomy (przynajmniej częściowo świadomy) dziecko zaczyna dążyć do takiej organizacji kompozycji, która wyraźnie jest podporządkowana regułom rytmu i regularności. Tworzenie kompozycji to już funkcjonowanie w obszarze relacji geometrycznych. W ten sposób przesuwamy uwagę na wzajemne położenie figur w stosunku do siebie: mając wykonany jeden motyw dziecko przed odcisnięciem go na kartce musi na ogół przewidzieć jego położenie, przez co samoistnie przechodzi na poziom wyobrażony. Może to być przesunięcie geometryczne: aby wzór ładnie wyglądał trzeba zachować odpowiednie (równe) odległości pomiędzy stempelkami i utrzymać równoległe położenie kolejnych odbić. Może to być ciekawe obrócenie jednego stempelka w stosunku do drugiego, co z kolei tworzy intuicję obrotu geometrycznego. Niektóre kształty stempelków pozwalają uzyskać efekt odbicia lustrzanego, choć na ogół dla takiego efektu potrzebne są dwa rodzaje stempelków: prawy i lewy. Intuicyjnie dzieci zaczynają rozpoznawać takie relacje jak przesunięcie równoległe, symetria osiowa i środkowa, obrót. Wielokrotnie powtórzenie jednego pasa odbić (by wypełnić większą część płaszczyzny) powoduje powstanie nowych, nieprzewidywanych przez dziecko konfiguracji. Dlatego rozmowa o wykonanej pracy jest niezwykle istotnym elementem towarzyszącym realizacji zadania.

Zakończenie

Jest wiele możliwości wprowadzania dzieci w świat geometrycznych obiektów i regularności geometrycznych. Sensowne prowadzenie tej pracy daje szansę na realizowanie wielu celów edukacji matematycznej dziecka. Moje doświadczenia w pracy z nauczycielami pokazują, że wciąż trzeba im przybliżać sens tego typu zajęć. Robię to na zajęciach ze studentami nauczania wczesnoszkolnego od lat.

References

1. GRUSZCZYK-KOLCZYŃSKA, E., ZIELIŃSKA, E. *Dziecięca matematyka. Książka dla rodziców i nauczycieli*, WSiP, Warszawa 1997.
2. HEJNÝ M. Rozwój wiedzy matematycznej. *Dydaktyka Matematyki*, 1997, Vol. 19, pp. 15 – 28. ISSN 0208-8916.
3. HOSPESOVA, A., ROUBICEK, F. *Náměty pro přirozenou diferenciaci v matematice na 1. stupni základního vzdělávání. Podnětná prostředí v geometrii*. ISBN: 978-83-7338-581-8, Wydawnictwo Uniwersytetu Rzeszowskiego Rzeszów 2010.
4. JAGODZIŃSKA M. *Obraz w procesach poznania i uczenia się. Specyfika informacyjna, operacyjna i anemiczna*. WSiP, Warszawa 1991.
5. JIROTKOVÁ, D. *Cesty ke kvalitnější výuce geometrie*, Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická Fakulta, Praga 2010
6. KUŘINA, F. The First Geometrical Experience of a Child, *Proceedings of International Symposium of Elementary Math Teaching*, Prague, Charles University 1995.
7. ROŽEK, B. *Kształty w zabawach z najmłodszymi – epizody dydaktyczne*, w: *Dziecko i matematyka*, red. Ewa Swoboda i J. Guncaga, Wydawnictwo Uczelniane Uniwersytetu Rzeszowskiego, 2009, pp. 93-101.

8. SWOBODA, E. *Przestrzeń, regularności geometryczne i kształty w uczeniu się i nauczaniu dzieci*. Wydawnictwo Uczelniane Uniwersytetu Rzeszowskiego, 2006.
9. SZUMAN S. *Sztuka dziecka. Psychologia twórczości rysunkowej dziecka*, (wydanie pierwsze wg edycji z roku 1927, WSiP, Warszawa 1990, pp. 95-107.
10. WYGOTSKI, L.S. *Myślenie i Mowa*, Biblioteka Klasyków Psychologii, PWN, Warszawa, 1989 (na podstawie wyd. z roku 1966).

Contact address

Dr hab. Ewa Swoboda, prof. UR
Instytut Matematyki
Uniwersytet Rzeszowski
35 – 959 Rzeszów,
Rejtana 16 A
Polska
E-mail: eswoboda@univ.rzeszow.pl

MATEMATICKÁ ÚLOHA - PROSTRIEDOK ROZVÍJANIA POZNÁVACÍCH FUNKCIÍ NADANÝCH ŽIAKOV

Dominika ŠTEFKOVÁ

Abstrakt

Úlohy z matematiky sú jedným z prostriedkov na identifikáciu matematického nadania ako aj jeho ďalšieho rozvíjania. Analýza riešiteľských stratégií matematických úloh prináša mnoho informácií o úrovni rozvoja kognície konkrétneho žiaka. Príspevok je venovaný prezentácii súboru neštandardných matematických úloh zameraných na rozvoj vyšších kognitívnych funkcií matematicky nadaných žiakov, vhodných na zaradenie do matematickej edukácie na 1. stupni základnej školy.

Kľúčové slová: matematická úloha, nadaný žiak, primárna škola

A MATHEMATICAL TASK – A WAY OF DEVELOPING COGNITIVE FUNCTIONS OF THE GIFTED PUPILS

Abstract

Mathematical tasks are one of tools of identification talent and of its development. Analysis of strategies of solutions mathematical tasks can give a lot of information about level of cognition pupil. A contribution is dedicated to a file presentation of non-standard mathematical tasks aimed at developing higher cognitive functions of the mathematically gifted pupils that are suitable for categorization into mathematical education at first grade of a primary school.

Key words: mathematical task, gifted pupil, primary school

1. Úvod

Edukácia nadaných žiakov je aktuálnou a častokrát v rôznych súvislostiach skloňovanou problematikou. Množstvo informácií o úrovni rozvoja kognície a matematickej gramotnosti žiaka mladšieho školského veku prináša rozbor matematických úloh divergentného charakteru predovšetkým z pohľadu využitých stratégií v procese ich riešenia. Kvalifikovaný pohľad učiteľa na riešenie matematických úloh žiakom primárnej školy je jedným z dôležitých faktorov, ktorý môže prispieť k zvýšeniu kvality a efektivity matematickej edukácie aj v oblasti poznávacích funkcií.

2. Matematicky nadaný žiak

Nadaný žiak ako výnimočný jednotlivec má množstvo špecifických potrieb, ktoré je potrebné poznať a rešpektovať ich. Žiakov nadaných na matematiku, ktorí sú v centre

našej pozornosti, je možné zaradiť k intelektovo nadaným. Novotná a Zhouf (2005, s. 96) uvádzajú niekoľko základných prejavov spomínanej skupiny:

- „*vnímatelost' a zvedavost' v matematice,*
- *rychle pochopenie matematických myšlienok,*
- *tvorivé a pružné riešenie matematických úloh,*
- *schopnost' využívat' získané vedomosti v jiných matematických situáciách,*
- *vnútorná motivácia, záujem o matematiku,*
- *vyšší stupeň samostatnosti pri riešení úloh,*
- *vyššia schopnost' sústrediť sa na problém a chuť vyriešiť ho,*
- *rychlost' pochopenia, uchopenia a vyriešenia úlohy,*
- *navrhovanie rôznych stratégií riešenia úloh“.*

Charakteristických znakov je viac a nemusia sa prejavovať u každého žiaka všetky a v rovnakej miere. Potenciál žiaka môže byť veľký, ale ak nemá podmienky, aby sa prejavil, nie je dostatočne stimulovaný a podporovaný, môže to mať za následok degradáciu jeho schopností.

3. Súbor neštandardných matematických úloh

Vo vyučovaní matematiky sa za jeden z dôležitých nástrojov stimulácie vyšších poznávacích funkcií považuje matematická úloha. Vhodné je využívanie neštandardných najmä tvorivých matematických úloh. Podľa Kováčika (2006) medzi neštandardne matematické úlohy na 1. stupni ZŠ patria najmä: kombinatorické, diofantovské, problémové, divergentné a neúplne zadane úlohy.

V tejto časti príspevku je prezentovaný súbor úloh, ktoré pomáhajú rozvíjať vyššie úrovne kognitívnych funkcií – teda aj tvorivé a divergentné myslenie matematicky nadaných žiakov na primárnom stupni vzdelávania. Pozornosť sme koncentrovali na úlohy z oblasti kombinatoriky, keďže i úlohy tohto typu sú prostriedkom rozvíjania kognície a divergentného myslenia žiakov z dôvodu existencie viacerých rôznych riešiteľských postupov a viacerých navzájom rôznych riešení. Spomínaný súbor obsahuje aj charakteristiku každej úlohy z hľadiska elementov učiva matematiky a riešiteľských stratégií, ktoré je možné využiť v procese ich riešenia.

Zaradenie daných úloh do činností priamo na vyučovaní v rámci tematického okruhu *Kombinatorika, pravdepodobnosť, štatistika* alebo v čase mimo vyučovania (matematické záujmové krúžky, matematické súťaže, matematické tábory) vytvára priestor na individuálny prístup k nadaným a tiež umožní učiteľovi zistiť, na akej úrovni je rozvinuté ich tvorivé, hodnotiace myslenie a schopnosť abstrakcie. Zároveň tieto úlohy umožňujú uvedené schopnosti rozvíjať.

Pri tvorbe daného súboru sme sa inšpirovali korešpondenčným matematickým seminárom Malynár s pôsobnosťou najmä na východnom Slovensku z dôvodu, že pomáha vyhľadávať matematické talenty od najútlejšieho veku, rozvíjať ich schopnosti správnym smerom, učí ich matematicky, logicky myslieť, umožňuje im hlbšie preniknúť do sveta čísel, správne formulovať a odôvodňovať svoje riešenia.

Malynár je určený pre žiakov 4. - 6. ročníka, ale zapojiť sa môžu aj mladší. Hravou formou, t.j. čítaním zaujímavého príbehu sa dostanú k zadaniam náročnejších úloh. Výsledok úlohy je síce podstatný, ale pre organizátorov seminára je dôležitejšie, ako žiaci úlohu riešili, t. j. akým spôsobom sa dopracovali k výsledku, ako vysvetlili daný postup a zdôvodnili jeho správnosť.

✓ Úloha 1:

V zoologickej záhrade potrebovali rozmiestniť zvieratká do klieťok. Je však známe, že:

1. V žiadnej z klieťok nesmie počet mäsožravcov prevyšovať počet byľinožravcov. Večne hladné mäsožravce sa potom spoja proti bezbranným byľinožravcom a urobia si hostinu.

2. Ani v jednej klieťke nesmú byť dve rôzne veľké skupiny odlišných druhov mäsožravcov. Ak sú v klieťke dve rôzne skupiny mäsožravcov a jedna z nich je početnejšia, tak väčšia skupina napadne menšiu.

3. Počet samcov a samíc toho istého druhu v každej klieťke musí byť buď rovnaký, alebo tam môže byť iba jedno pohlavie (aby mal každý partnera a aby nikto nikomu nezávidel, že partnera má).

4. Aspoň jedna klieťka musí byť obývaná len byľinožravcami a aspoň jedna klieťka len mäsožravcami.

K dispozícii máme päť klieťok. ZOO vlastní nasledujúce zvieratá: 15 levov, 13 levíc, 11 vlkov, 20 vlčíc, 42 jeľeňov a 23 laní. A nechce stratiť žiadne z nich.

a) Dajú sa zvieratá do piatich klieťok umiestniť tak, aby boli splnené dané štyri podmienky? Aký najmenší počet klieťok potrebujeme?

b) Hygienická kontrola obmedzila kapacitu každej jednej klieťky na 30 zvierat a v ten istý deň do ZOO doniesli 4 vlčice a 10 medvedíkov koala: 6 samčekov a 4 samičky. Dajú sa teraz zvieratá v ZOO rozmiestniť tak, aby boli splnené dané štyri podmienky a obmedzenie hygienickej kontroly?

URL: <<http://malynar.strom.sk/archiv.php>> [cit. 2012-1-15].

Úlohu svojim charakterom možno zaradiť k úlohám kombinatorického typu. Na druhej strane v sebe zahŕňa elementy výrokovej logiky. Jednotlivé podmienky, ktoré je nutné pri hľadaní výsledku rešpektovať, sú formulované v tvare jednoduchých alebo zložených výrokov. Stratégie riešenia danej úlohy sú rôzne: logická úvaha, grafické riešenie alebo využitie zápisov vo forme tabuľky.

✓ Úloha 2:

Jedného dňa dostali policajti zaujímavý prípad. V noci sa ktosi pokúsil vylúpiť banku, no omylom spustil alarm. Ujsť nestihol, tak sa zamkol v trezore banky. Policajti teda musia zistiť, aký je kód od trezora. Keďže v tejto dedinke všetci o všetkom vedia, rozhodli sa na kód opýtať okoloidúcich. Dostali tieto rady:

- kód je štvorciferné číslo deliteľné 4

- je deliteľný 5 a najväčšia cifra je deliteľná tromi

- obsahuje aj cifry 2 a 3, ktoré sa nachádzajú vedľa seba

- cifry kódu sú usporiadané zostupne (to znamená od najväčšej po najmenšiu)

Koľko čísel spĺňa všetky tieto podmienky? Ktoré sú to?

URL: <<http://malynar.strom.sk/archiv.php>> [cit. 2012-1-15].

Riešením numerickej úlohy je dané n - ciferné číslo (resp. čísla) s danými vlastnosťami na základe sformulovaných podmienok, ktoré sú uvedené v zadaní. Svojim charakterom tiež spadá do oblasti kombinatoriky. Žiak musí nájsť pravidlo a systematicky vymenovať jednotlivé možnosti vyhovujúce podmienkam úlohy s tým, že rozumie rozdielu medzi pojmi číselnica a číslo. Ide o divergentnú úlohu nielen z hľadiska viacerých riešiteľských postupov, ale aj z hľadiska viacerých rôznych riešení.

✓ Úloha 3:

Policajtove putá boli vlastne kruhové náramky, skladajúce sa zo štyroch bielych a troch červených korálikov. Zistil však, že dnes si so sebou nezobral žiadne dve rovnaké putá. Koľko najviac zlodějov mohol zatknúť a pripútať?

URL: <<http://malynar.strom.sk/archiv.php>> [cit. 2012-1-15].

Je to úloha kombinatorického typu, v ktorej je podstatné určiť všetky navzájom rôzne možnosti v súlade s podmienkami zadanými v jej texte. Od žiaka sa preto vyžaduje systematický postup pri ich vypisovaní a spätná kontrola toho, či sa nevyskytujú jednotlivé možnosti viackrát. Daná úloha má viacero riešení, ku ktorým je možné dospieť rozličnými prístupmi k procesu jej riešenia napríklad logickou úvahou, grafickým znázornením, systematickým experimentovaním.

✓ Úloha 4:

Bratia Matúš a Maroš vyrastali oddelene, každý u jedného z rodičov, a preto majú trochu rozdielne povahy. Jeden z rodičov vychovával svoje deti tak, aby vždy hovorili pravdu, druhý zas tak, aby vždy klamali. Matúš povedal: „Maroš vždy klame.“ Maroš tvrdil: „Matúš vyrastal u otca.“ Vtom k nim pribehla ich sestra Marta, ktorá vyrastala u otca, a rozhorčene povedala: „Matúš klame.“ Ktoré z dvojčiat žilo u otca a ktoré u mamy? A kto z rodičov vychovával svoje deti k pravdovravnosti? Mama či otec?

URL: <<http://malynar.strom.sk/archiv.php>> [cit. 2012-1-15].

Matematická úloha v sebe spája prvky kombinatoriky s jazykom výrokovej logiky vo forme jednoduchých výrokov. U žiaka rozvíjame propedeutiku pojmu pravdivostná hodnota, ale aj logické myslenie tým, že vyžadujeme odôvodnenie celého postupu jeho riešenia. Existuje viacero riešiteľských stratégií, pomocou ktorých sa dostaneme k správnej odpovedi: logická úvaha, grafické znázornenie alebo využitie zápisov v tabuľke.

✓ Úloha 5:

Janko na chodníku našiel hracie kamene z domina, ktoré tam stratilo nejaké dievča. Kým sa s nimi hral, tak stratil nejaké aj on, takže teraz mal len také, na ktorých boli hodnoty 0-1, 0-2, 0-3, 1-2, 1-3, 2-2, 2-3, 3-3. Teraz sedel na zemi a jednotlivé hracie kamene ukladal do štvorca s rozmermi 4x4. Dajú sa tieto kamene uložiť do štvorca tak, aby boli počty bodiek v jednotlivých riadkoch a stĺpcoch rovnaké? Kamene možno aj otáčať (môžu byť položené zvislo alebo vodorovne).

URL: <<http://malynar.strom.sk/archiv.php>> [cit. 2012-1-15].

Táto úloha z oblasti kombinatoriky má mnoho správnych riešení a tým aj mnoho postupov, ktoré k nim vedú. Je možné využiť logickú úvahu, grafické znázornenie alebo systematický experiment. Je dôležité, aby žiak našiel organizačný princíp a vytvoril systém v riešení prostredníctvom, ktorého nájde a usporiada danú množinu prvkov, rešpektujúc podmienky stanovené v zadaní. Text úlohy, v prípade potreby, je možné rozšíriť o podmienku, aby sa kamene uložili tak, že rovnaký súčet bodiek bude aj na uhlopriečkach.

4. Učiteľ a nadaný žiak

V každodennej praxi s nadanými žiakmi pracujú učitelia, ktorých úlohou je rozvíjať ich špecifické schopnosti, teda aj matematické. Pre kvalitnú výchovu a vzdelávanie

týchto žiakov so špecifickými vzdelávacími potrebami je základným predpokladom kvalitný pedagóg.

Na pleciach učiteľov leží najväčšia časť zodpovednosti za rozvíjanie a výchovu nadaných. Aby túto úlohu zvládli, musia mať príslušné vedomosti a zručnosti, vrátane psychologických. Učiteľ by nemal čakať, až žiak dostane nejaký tvorivý nápad, ale mal by premyslene a systematicky utvárať atmosféru, motiváciu, ktoré by viedli žiakov k tvorivému, divergentnému mysleniu.

Považujeme preto za nutné prípravu budúcich učiteľov v oblasti tvorby a výberu optimálnych postupov, úloh a činností reflektujúcich na vzdelávacie potreby žiakov. Pregraduálne a postgraduálne vzdelávanie učiteľov by malo byť cestou k dosiahnutiu daného cieľa. Snaží sa o to aj Katedra matematickej edukácie Pedagogickej fakulty, Prešovskej univerzity v Prešove v rámci povinnej voliteľného predmetu s názvom *Stratégie riešenia matematických úloh*. Cieľom predmetu je prezentovať rôzne stratégie riešenia matematických úloh, didakticky spracovať a opísať metodický postup procesu riešenia úlohy a taktiež rozvíjať myslenie budúcich učiteľov (Prídavková, 2010).

V zmysle uvedeného navrhujeme zaradiť do obsahovej štruktúry spomínaného učebného predmetu nami prezentovaný súbor neštandardných matematických úloh aj v rámci inovácie obsahu predmetov na Pedagogickej fakulte v kontexte obsahovej transformácie vzdelávania na 1. stupni základnej školy.

5. Záver

Je dôležité, aby kompetenčný profil pedagóga umožňoval realizovať edukáciu nadaných žiakov mladšieho školského veku takým spôsobom, aby aj prostredníctvom matematickej úlohy zvyšovali efektívnosť vyučovania z pohľadu rozvíjania matematických schopností a tvorivého myslenia žiakov nadaných na matematiku.

Literatúra

1. KOPKA, J. *Hrozny problémů ve školské matematice*. Ústí nad Labem: UJEP Ústí nad Labem, 1999. 194 s. ISBN 80-7044-247-6.
2. KOVÁČIK, Š. Slovné úlohy zo života vo vyučovaní matematiky. In *Matematika 2. Matematika jako prostředí pro rozvoj osobnosti žáka*. Olomouc: UP, 2006. s. 126-130. ISBN 80-224-1311-6.
3. NOVOTNÁ, J. – ZHOUF, J. Identifikace, motivace a podpora matematických talentů v evropských školách. In *Ani jeden matematický talent nazmar*. Praha: UK PF, 2005. s. 94 - 101. ISBN 80-7290-224-5.
4. PRÍDAVKOVÁ, A. Stratégie riešenia matematických úloh ako prostriedok rozvoja myslenia budúcich učiteľov primárnej školy. In *Nové trendy v matematickom vzdelávaní. Zborník vedeckých prác*. Nitra: SPU v Nitre, 2010. s. 111 – 116. ISBN 978-80-552-0413-0.
5. URL: <<http://malynar.strom.sk/archiv.php>> [cit. 2012-1-15].

Kontaktná adresa

Mgr. Dominika Štefková

Prešovská univerzita v Prešove, Pedagogická fakulta, Katedra matematickej edukácie
Ul. 17. novembra 15, 080 01 Prešov

Telefón: +421 905 339 740

E-mail: dominika.stefkova@pf.unipo.sk

FORMALIZMUS RIEŠENIA SLOVNÝCH ÚLOH NA NEPRÁZDNY PRIENIK

Blanka TOMKOVÁ

Abstrakt

Nedostatky v matematickom myslení žiakov sa najvýraznejšie prejavujú pri riešení slovných úloh. Budúci učitelia by mali byť pripravení pracovať s takýmito úlohami. Správne ich identifikovať, analyzovať a na ich riešenia využívať rôzne metódy. Analyzovali sme matematické schopnosti našich študentov pri riešení slovných úloh na neprázdny prienik pomocou úloh určených pre žiakov primárnej školy. Výsledky nášho pozorovania sú obsahom článku.

Kľúčové slová: slovné úlohy na neprázdny prienik, formalizmus riešenia, primárny stupeň edukácie

FORMALISM OF SOLVING WORD PROBLEMS FOR NON-EMPTY INTERSECTION

Abstract

Deficiencies in pupils' mathematical thinking is reflected in solving word problems. Future teachers should be prepared to work with such tasks. They would correctly identify them such tasks, analyze them and to their solutions use various methods. We have analysed mathematical knowledge and skills of students of solving word problems for non-empty intersection through math problems for elementary school. The results of our study are contained in article.

Key words: word problems for non-empty intersection, formalism of solving, primary education

1. Úvod

Slovná úloha je počtová úloha v ktorej je súvislosť medzi danými a hľadanými údajmi určená slovne. Pri jej riešení by sme mali (pomocou vhodnej úvahy) dospieť k určeniu počtovej operácie potrebnej na dosiahnutie výsledku. Každá slovná úloha obsahuje podmienku a otázku. Podmienkami rozumieme popis situácie spolu s potrebnými číselnými údajmi. Otázka určuje, čo máme vypočítať. Slovné úlohy patria k najnáročnejším úlohám v rámci matematickej edukácie. Z hľadiska charakteru úlohy tvoria samostatnú oblasť. Z hľadiska obsahu môžu byť súčasťou takmer každého tematického celku.

Slovné úlohy môžeme deliť podľa niekoľkých kritérií. Podľa náročnosti riešenia (zohľadňujúc potrebný počet matematických operácií na dosiahnutie výsledku) delíme slovné úlohy na jednoduché, zložené, zložité.

Podľa počtu riešení rozlišujeme slovné úlohy konvergentné a divergentné.

Iné delenie slovných úloh, podľa zamerania, je na úlohy matematické a nematematické.

Matematické úlohy ďalej delíme na aritmetické, algebraické, geometrické.

Nematematické úlohy delíme podľa kontextu na slovné úlohy na výrokovú logiku, na neprázdny prienik, o spoločnej práci, o pohybe, o zmesiach a pod.

Slovné úlohy predstavujú jedinečný fenomén v učive matematiky. Tvoria prepojenie medzi jazykom a matematikou. Problém čitateľskej gramotnosti, spojený s pochopením textu, sa tu javí ako kľúčový. Nepochopením textu je riešiteľ postavený do pozície tipujúceho a v jeho postupe riešenia sa prejavujú prvky formalizmu. (Kovářová (2008), Hejný (2004), atď.)

2. Charakteristika pozorovania

Položili sme si otázku v akej miere sa „bacil“ formalizmu prejaví u študentov, ktorí sa pripravujú na učiteľské povolanie a v budúcnosti budú ovplyvňovať myslenie žiakov. Zisťovali sme úroveň ich schopnosti aplikovať vedomosti získané v rámci predmetu *Aritmetika a algebra s didaktikou* pri riešení matematických úloh určených žiakom prvého stupňa základnej školy. Podobnou diagnostikou sa na našej katedre zaoberali napríklad Mokriš (2005), Prídavková (2011).

Študentom prvého ročníka magisterského stupňa štúdia študijného programu učiteľstvo pre primárne vzdelávanie sme v druhom semestri predmetu *Aritmetika a algebra s didaktikou* zadávali úlohy súvisiace s problematikou preberanou v prvom semestri, prípadne v druhom semestri ale vždy s odstupom najmenej troch týždňov. Úlohou študentov bolo zadanie vzorovo vyriešiť a doplniť o komentár spojený s identifikáciou úlohy. V rámci jedného seminára mali študenti riešiť dve – tri „gradované“ úlohy. Pracovali sme s dvoma skupinami (31 študentov). Mali sme vytvorené dve rovnocenné verzie úloh.

2.1 Cieľ pozorovania

Cieľom pozorovania bolo odhaliť prejavy nevhodného formálneho uvažovania pri riešení divergentných slovných úloh.

Skúmali sme tiež schopnosti študentov:

- spracovať dané informácie formou zápisu,
- aplikovať poznatky získané v rámci predmetov *Elementárne aritmetika a algebra s didaktikou* a *Aritmetika a algebra s didaktikou* a s ich pomocou sa dopracovať k aspoň jednému riešeniu,
- odhaliť možnú divergentnosť riešenia úlohy vyplývajúcu zo spôsobu zadania.

2.2 Zadanie slovných úloh na neprázdny prienik

Riešte vzorovo metódami vhodnými pre daný ročník. V komentári určte odporúčany ročník, tému, tematický celok, popíšte postup, prípadne charakterizujte o propedeutiku akej oblasti matematiky ide.

1. *V 3.C nosí sponku vo vlasoch 9 dievčat. Gumičku vo vlasoch nosí 8 dievčat. Všetkých dievčat je však iba 14. Je to možné?*
2. *V triede je 20 dievčat. 15 dievčat navštevuje ZUŠ a 7 dievčat navštevuje oddelenie pohybových hier. Koľko dievčat navštevuje ZUŠ a oddelenie pohybových hier?*
3. *Paľo spočítal hrnčeky na stole. Zistil, že 12 hrnčekov bolo veľkých. Ivan oznámil, že 9 hrnčekov bolo červených. Koľko hrnčekov na stole bolo červených alebo veľkých?*

Vzhľadom na naše skúsenosti sme v zadaní určenom pre študentov pozmenili poradie úloh a to v poradí *úloha č.2 - úloha č.1 - úloha č.3*. Na naše rozhodnutie vyplýval fakt, že študenti v prvom semestri riešili úlohy analogické s úlohou č. 2. Predpokladali sme preto, že táto úloha bude zo strany študentov vnímaná ako najľahšia a pri jej riešení využijú nacvičený postup.

2.3 Analýza dosiahnutých výsledkov

Pri riešení úloh mnohí študenti „pozabudli“ na charakteristiku úloh a preto tento údaj vo vyhodnocovaní výsledkov neuvádzame.

Pri hodnotení postupov riešení úloh sme rozlišovali tri úrovne:

- 1) správne vyriešená úloha – správne zostavený zápis, náčrt, určená divergentnosť/konvergentnosť riešenia úlohy, odpoveď v súlade s položenou otázkou,
- 2) čiastočne správne vyriešená úloha – v predložennom riešení chýba niečo z požadovaného správne zostaveného zápisu, náčrtu, neurčenie divergentnosti/konvergentnosti riešenia úlohy, odpoveď nie je v súlade s položenou otázkou,
- 3) nesprávne vyriešená úloha – v predložennom riešení je nekorektne zostavený (prípadne absentuje) zápis, stanovenie konvergentnosti/divergentnosti je nesprávne a nesprávne je aj predložené riešenie, prípadne úloha nie je riešená.

Úloha č. 2 – analýza riešenia

Ide o slovnú úlohu na neprázdny prienik. Odporúčaný 3. ročník ZŠ. Pri riešení úlohy bolo potrebné upozorniť na fakt, že ide o divergentnú úlohu, pretože sa v zadaní neuvádza podmienka, že každé dievča musí navštevovať aspoň jednu z uvedených pohybových aktivít. Úloha pripúšťa šesť riešení – *najmenej dve a najviac sedem dievčat môže splňať podmienky zadania*.

Z 31 študentov úlohu správne vyriešili 8 študenti, 15 študentov našlo práve jedno riešenie (u 13-tich išlo o spodnú hranicu – *dve dievčatá*, 2 študentom sa podarilo nájsť riešenie zodpovedajúce hornej hranici intervalu – *sedem dievčat*), 8 študentov úlohu nevyriešilo, pričom traja z nich urobili len zápis, ostatní sa dopracovali k nesprávnym hodnotám, ale pracovali s pojmom prienik množín.

Úloha č. 1 – analýza riešenia

Ide o slovnú úlohu na neprázdny prienik. Odporúčaný 2. ročník ZŠ. Vhodným postupom riešenia je grafické znázornenie podmienok zadania, v ktorom vyznačíme počet všetkých dievčat, počet dievčat, ktoré nosia sponku a pýtame sa na dievčatá, ktoré nosia gumičku. Za správne riešenie sme považovali odpoveď, ktorá podčiarkovala fakt, že daná situácia **môže nastať**, ak niektoré dievčatá mali sponku aj gumičku.

Z 31 študentov úlohu správne vyriešilo 5 študentov. 22 študentov vo svojom riešení naznačilo prienik množín, ale ich odpoveď nebola v súlade s položenou otázkou (žiaden z nich neodpovedal, „*áno, je to možné*“), 4 študenti úlohu neriešili vôbec – urobili len zápis. Ak by sme netrvali na dôslednom znení odpovede, úroveň úspešnosti by bola vyššia, keďže viacerí študenti sa dopracovali k faktu, že „*tri dievčatá majú sponku aj gumičku*“ (čo opäť nebolo jedinou možnosťou riešenia zadanej úlohy).

Úloha č. 3 – analýza riešenia

Slovná úloha je zameraná na propedeutiku zjednotenia množín. Odporúčaný 4. ročník ZŠ. Ide o divergentnú úlohu, v podmienkach ZŠ menej často využívanú. V rozbere úlohy je dôležité uvedomiť si, že ide o zjednotenie množín, ktoré môžu, ale nemusia byť disjunktné. Úloha pripúšťa desať možných riešení – *najmenej 12 a najviac 21 hrnčekov môže byť veľkých alebo červených*.

Za najväčší problém pri riešení študenti označili fakt, že nevedeli koľko hrnčekov bolo položených na stole, čo svedčí o nepochopení zadania úlohy. Z celkového počtu 31

študentov iba 2 študenti vyriešili úlohu správne, 1 študent naznačil správny postup, ale svoje riešenie nedokončil a 28 študentov úlohu nevyriešilo. Z tohto počtu 7 študentov v riešení naznačilo grafické znázornenie zjednotenia disjunktných množín, ale nevedeli ho využiť, 11 študentov pracovalo s grafickým znázornením totožným z predošlých úloh – pričom *číslo dvanásť* predstavovalo celkový počet hrnčekov, 2 študenti nakreslili viacero obrázkov, z ktorých zjavne nevyplývalo žiadne riešenie, 5 študenti úlohu vôbec neriešili a 3 študenti sa dopracovali k odpovedi *dvadsaťjeden hrnčekov*, ale ich riešenie sme nepovažovali za správne, pretože úlohu označili ako slovnú úlohu na sčítanie a doplnili výpočtom $12+9=21$.

Vyhodnotenie výsledkov

Potvrdil sa náš predpoklad, že riešenie úlohy č. 2 bolo pre viacerých študentov zautomatizované, aj keď je prekvapením, že až ôsmi študenti (takmer štvrtina) neuspeli a polovica študentov (napriek našim snahám) stále inklinuje k jednoznačnému výsledku (čo môže svedčiť o formálnom prístupe k riešeniu úlohy, bez skúmania skutočných možností).

O formálnom prístupe študentov k riešeniu úlohy svedčia výsledky, ktoré dosiahli pri riešení úlohy č. 1. Dvadsaťdva študentov nereagovalo na položenú otázku, aj keď (vzhľadom na uroveň obtiažnosti úlohy) možno ich postup riešenia označiť ako správny.

Úloha č. 3 bola pre študentov problémovou úlohou – chýbali údaje, ktoré v podobných úlohách zvykli považovať za základné. Nezamýšľali sa nad možnosťami riešenia vyplývajúcimi zo zadania úlohy ale snažili sa úlohu pretransformovať tak, aby zodpovedala ich predstavám a skúsenostiam s riešením úloh podobného typu. Až u 18-tich študentov (viac ako polovica) sa prejavoval formálny prístup k riešeniu.

Na základe výsledkov riešení, môžeme konštatovať, že:

- každý študent bol schopný spracovať dané informácie formou zápisu, aj keď nie každý bol schopný daný zápis previesť do grafickej podoby,
- v prvých dvoch úlohách bolo aspoň 75% študentov schopných aplikovať poznatky získané v rámci predmetov *Elementárne aritmetika a algebra s didaktikou* a *Aritmetika a algebra s didaktikou* a s ich pomocou sa dopracovať k aspoň jednému riešeniu, (v úlohe č. 1. to bolo až 87%), v poslednej úlohe (nešpecifický transfer) dokázalo preberané poznatky správne aplikovať len 10% študentov,
- len minimálny počet študentov bol schopný správne vyriešiť predložené úlohy t.z. odhaliť divergentnosť riešenia úlohy vyplývajúcu zo spôsobu zadania (v úlohe č. 2 – 25% študentov, úlohe č. 1 – 17% študentov a v úlohe č. 3 len 6% študentov),
- prvky formalizmu sa prejavili pri postupe riešenia u prevažnej väčšiny respondentov a to vo všetkých troch úlohách.

3. Záver

Pri riešení slovných úloh sa najvýraznejšie prejavujú nedostatky v matematickom myslení žiakov aj študentov. Budúci učitelia by mali byť pripravení pracovať s takýmito úlohami, správne ich identifikovať a na ich rozbor a hľadanie riešenia využívať rôzne metódy. Šimčíková (2010), Scholtzová (2007). Pri postupe riešenia slovných úloh navrhujú Pavlovičová, Švecová a Záhorská (2010) učiteľom nezaťažovať žiaka kvantitou úloh a preferovať nacvičený dril, ale:

- „učiť žiakov rozoberať úlohy, nehľadať riešenie neznámej úlohy bez jej predbežnej analýzy,

- skúmať štruktúrne zvláštnosti úloh, hľadať ich riešenie všeobecnou organizáciou činnosti,
- učiť žiakov chápať riešenie jednotlivých úloh ako prostriedok k osvojeniu všeobecných metód a schém činností,
- učiť žiakov po nájdení riešenia úlohy robiť spätnú analýzu riešenia, aby sme odhalili všeobecné zákonitosti postupu použitého pri riešení, prípadne našli ďalší spôsob riešenia.“

Otázkou zostáva, či tento postup zvládnu učitelia, ktorí sú sami postihnutí bacilom formalizmu.

Literatúra

1. HEJNÝ, M. Chyba jako prvek edukační strategie učitele. In *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky*, edit.: Hejný, M.; Novotná, J.; Stehlíková, N., 1. vyd., Praha: UK PedF, 2004, s. 63 - 80. ISBN 80-7290-189-3.
2. KOVÁROVÁ, I. *Difúzne slovné úlohy*. Dizertačná práca. PF UPJŠ v Košiciach. 2008. Autoreferát práce dostupný na World Wide Web: <http://umv.science.upjs.sk/didaktika/autoreferaty/kovarova.pdf>
3. MOKRIŠ, M. Matematické vedomosti a zručnosti študentov elementaristov. In: *Induktívne a deduktívne prístupy v matematike: zborník príspevkov z konferencie*. Trnava: TU, 2005. s. 169-176. ISBN 80-08082-030-9.
4. PAVLOVIČOVÁ, G. – ŠVECOVÁ, V. – ZÁHORSKÁ, J. *Metódy riešenia matematických úloh*. Nitra: FPV UKF, 2010. s. 100. ISBN 978-80-8094-776-7.
5. PRÍDAVKOVÁ, A. Skúmanie postupov riešenia matematických úloh u budúcich učiteľov primárnej školy. In: *Teoretická a edukačná transformácia matematického vzdelávania 2011: zborník vedeckých prác*. Nitra: SPÚ v Nitre, 2011. s. 126-131. ISBN. 978-80-552-0604-2.
6. SCHOLTZOVÁ, I. *Cesty diskkrétnej matematiky (kombinatoriky) na základnú školu* [elektronický zdroj]. PF PU, 2007. 139 s. ISBN 978-80-8068-579-9. Dostupné na World Wide Web: <http://www.pulib.sk/elpub/PF/Scholtzova1/index.htm>
6. ŠIMČÍKOVÁ, E. Vysokoškolská príprava učiteľov primárnej školy na matematickú edukáciu v kontexte štátneho kurikula. In: *Učitelia a primárna edukácia včera, dnes a zajtra: zborník z medzinárodnej vedeckej konferencie*. Banská Bystrica: PF UMB Banská Bystrica, 2010. s.401-405. 978-80-557-0116-5.

Kontaktní adresa

Mgr. Blanka Tomková, PhD.
 KME PF PU v Prešove
 Ul 17.novembra 15
 080 01 Prešov, Slovensko
 Telefon: +421 517 470 543
 E-mail: blanka.tomkova@pf.unipo.sk

POJMOVÁ MAPA JAKO MOST K POROZUMĚNÍ MATEMATICE

Martina UHLÍŘOVÁ, Jitka LAITCHOVÁ

Abstrakt

Pojmové mapování je jednou z učebních strategií, která vede ke strukturování učiva. Podstatou pojmového mapování je vizualizace myšlenkového procesu vedoucí ke grafické reprezentaci vztahů mezi základními pojmy. Metodu pojmového mapování jsme uplatnili v rámci matematických disciplín *Matematika 1, 2* oboru Učitelství pro 1. stupeň ZŠ. Pojmové mapování pomohlo studentům v identifikaci klíčových slov a nalezení vztahů mezi nimi, k vytvoření smysluplné interaktivní vědomostní struktury.

Klíčová slova: pojmové mapování, pojmová mapa, pregraduální příprava, základy algebry

CONCEPTUAL MAPPING AS A BRIDGE TO THE ACTIVE MATHEMATICS LEARNING

Abstract

Conceptual mapping is regarded as a teaching strategy that leads to curriculum structuring. Techniques in conceptual mapping provide visualization of those thought processes which lead to a graphical representation of relationships between basic concepts. The conceptual mapping method has been applied to the mathematical training of prospective primary teachers, in *Mathematica 1* and *Mathematica 2* courses. Our experiences confirmed that conceptual mapping helps students to identify key concepts and their relationships, by creating a meaningful knowledge structure.

Keywords: conceptual mapping, conceptual map, undergraduate education, basic algebra

*Pouze spojujte. Nacházení souvislostí je způsob,
jak vytváříme chápání světa. (E.M.Forster)*

1. Úvod

V kurzech matematiky realizovaných v rámci pregraduální přípravy studentů oboru Učitelství pro 1. stupeň ZŠ se často setkáváme se studenty, kteří matematiku chápou jako elementární soubor poznatků, které je třeba vstřebat a následně reprodukovat - ovšem bez hlubšího porozumění. Matematika pro ně představuje soubor vzájemně nesouvisejících pojmů, definic a matematických vět, které si mají „uložit do paměti“. S tímto přístupem nemůžeme souhlasit. Domníváme se, že právě porozumění problému, hledání hlubších souvislostí a vzájemných vztahů mezi jednotlivými pojmy je v matematické přípravě studentů – budoucích učitelů – to podstatné.

Úspěšnost studentů je významně podmíněna jejich *motivací, přesvědčením o vlastních schopnostech a zvolením vhodné učební strategie*. Naším cílem bylo nabídnout studentům cestu, která jim pomůže k úspěšnému pochopení obsahů klíčových pojmů, k nalezení a uchopení vzájemných vztahů, ke strukturnímu chápání učiva logiky a algebry. Z celé řady možných přístupů jsme se zaměřili na **strategii pojmového mapování**, tedy učební aktivitu spojenou s vizualizací myšlenkových procesů žáka.

Cílem našeho sdělení je poukázat na pojmové mapování jako na jednu z metod, která pomáhá studentům dokonaleji pochopit matematické pojmy a vztahy mezi nimi, hlouběji porozumět dané problematice.

2.1 Tradiční přístup k učení

Sdělování obsahu učiva mívá zpravidla lineární podobu. V textu učebnice, ve výkladu učitele, v zápise žáka následují věty jedna za druhou. Většina studentů se také domnívá, že normální struktura věty je tím nejlepším způsobem, jak si zapamatovat verbální obrazy a myšlenky. Pro psaní poznámek většinou používají tradiční literární způsob, kterým zaplňují stránky sešitů bloky souvislého textu. Při použití tohoto typu poznámek však většina slov nemá žádný význam pro vybavování. Klíčová vybavovací slova jsou oddělena v čase i v prostoru ostatními slovy, což má negativní vliv na paměťové vytváření správných asociací, studenti mají problémy se zapamatováním kvanta zdánlivě nesouvisejících pojmů. Jak uvádí Fisher (Fisher, 1995, s. 71), paměť je především procesem vytváření vazeb, spojí a asociací mezi novou informací a již existujícími strukturami znalostí. Vybavování naučeného „materiálu“ závisí značnou měrou na klíčových slovech a klíčových pojmech, které – jsou-li správně zapamatovány – se převádějí z krátkodobé paměti do paměti dlouhodobé. Při vyučování a učení nejde jen o údaje, pojmy a hlavní myšlenky. Jak zdůrazňuje Mareš (Čáp, Mareš, 2001), úkolem žáka je také vystihnout a naučit se vztahy mezi nimi, osvojit si celou „pojmově – vztahovou síť“. Problém bývá v tom, že ta je v učitelově výkladu i textu učebnice většinou obsažena implicitně a nemusí být zcela zřejmá. Student tedy musí nejprve identifikovat podstatné pojmy (klíčová slova) v původním textu a hledat vztahy mezi nimi. Učitelé i autoři předpokládají, že žák i student tyto činnosti umí, což v soulase s Marešem zpochybujeme.

2.2 Pojmové mapování

Pojmové mapování je procesem konstruování pojmové mapy. Pash (1998, s. 60) vymezuje pojmové mapování jako „myšlenkový proces, který vrcholí vizuálním zobrazením souvislostí mezi poznatky dané oblasti učiva.“ Janík (2005, s. 57) podobně uvádí, že pojmové mapování je výzkumná technika „sloužící k zachycování významu specifických konceptů prostřednictvím grafické reprezentace souvisejících pojmů a jejich vzájemného vztahu“.

Vytváření pojmových map pomáhá studentům rozšířit, prohloubit a zpřesnit pochopení studovaného tématu. Jejich chápání se rozšiřuje tím, že musí zvažovat smysluplné vztahy mezi pojmy, a prohlubuje se tím, že musí zjistit vlastnosti pojmu a jeho reprezentanty. K jasnějšímu pochopení podstaty dochází na základě toho, že pojmová mapa poskytuje studentovi vizuální zobrazení celkové sestavy vztahů a prvků. Pomocí pojmového mapování dokáže informacemi zahlcený student najít v učivu to, co je podstatné a co je podřadné, dokáže najít v problematice řád a logiku, dokáže vnímat strukturální charakter učiva a vnímat pojem v širším kontextu.

Pojmové mapování je obecně použitelnou metodou, pojmové mapy mohou být využity téměř při každé činnosti, která se nějakým způsobem týká kreativity, myšlení,

vybavování nebo plánování. Zvládne-li člověk základy pojmového mapování a naučí-li se používat určité zásady, získá velmi účinný nástroj, použitelný v širokém spektru lidských činností.

Výhody pojmového mapování

Podle Fishera (Fisher, 1995, s. 79) má pojmové mapování řadu výhod, mezi než patří:

- ústřední, hlavní či klíčová myšlenka je jasně definována,
- názorné uspořádání umožňuje snadnou orientaci a zopakování,
- prostřednictvím spojení a sousedství určuje vztahy mezi klíčovými slovy,
- vytvořená struktura je prozatímní a organická, umožňuje další přizpůsobování,
- neuzavřená povaha tohoto postupu podněcuje k dalšímu propojování myšlenek,
- každá struktura je individuální a jedinečná, což usnadňuje zapamatování, vybavování a opakování.

Mareš uvádí (Čáp, Mareš, 2001, s. 466), že vizualizace, tedy názorné grafické vyjádření vztahů mezi pojmy, usnadňuje studentům:

- pochopení učiva,
- „překódování“ do podoby, která se lépe pamatuje,
- zapamatování učiva,
- vybavování učiva (externí paměť),
- rekonstruování učiva, pokud přibývají nové poznatky,

2.3 Pojmové mapování v matematice

Strategii pojmového mapování jsme ověřovali v rámci matematických disciplín *Matematika 1* a *Matematika 2*, které jsou zařazeny do 2. a 3. semestru oboru Učitelství pro 1. stupeň ZŠ. Experimentu se účastnilo 64 studentů 2. ročníku. Na začátku třetího semestru studenti dostali zadání semestrálního úkolu – zpracovat pojmovou mapu učiva logiky a algebry probíraného v rámci *Matematiky 1 a 2*. Zpracovaná mapa měla být odevzdána na konci semestru. Jako východisko pro koncipování pojmové mapy byla studentům zadána šestice následujících klíčových pojmů: *Výrok, Predikát, Množina, Binární relace, Binární operace, Algebraická struktura*. První čtveřice pojmů spadala do učiva *Matematiky 1*. Zbývající pojmy byly vyvozeny až v průběhu třetího semestru v rámci *Matematiky 2*. Pro zadání úkolu jsme zvolili kombinaci strukturovaného a nestrukturovaného pojmového mapování tak, jak je vymezuje Janík (2005, s. 58). Strukturované pojmové mapování spočívá v „hierarchizaci“ (strukturovaném uspořádání) pevného seznamu pojmů, nestrukturované pojmové mapování vychází z asociací a vytváření pojmové struktury na základě zadání klíčového pojmu.

Studentům jsme poskytli úvodní informace o mentální mapě a metodě mentálního mapování, ukázali jsme jim příklad již zpracované pojmové mapy. Zdůraznili jsme individuálnost možných přístupů. Na základě iniciativy studentů jsme se v průběhu semestru opakovaně vraceli k možné podobě pojmové mapy a konzultovali problémy spojené s její konstrukcí.

Jedním z důvodů zadání souboru pojmů, které v sobě propojují učivo dvou předmětů, byla snaha o zbourání „pomyslné“ bariéry – ohraničenosti rozsahu. Algebraická disciplína *Matematika 1* je na konci 2. semestru zakončena zkouškou. Ve třetím semestru „navazuje“ předmět s názvem *Matematika 2*. Řada studentů vnímá učivo nového předmětu jako nový „uzavřený“ celek, nevnímá návaznost jednotlivých tematických celků, jejich vzájemné propojení. Smyslem zadání klíčových pojmů

propojujících učivo druhého a třetího semestru byla snaha o navození situace, ve které je třeba utřídit nové pojmy v rámci již existující poznatkové struktury.

2.4 Konstrukce pojmové mapy

Ke grafickému zpracování pojmové mapy existuje řada přístupů. Je mnoho možných podob vazebných spojení, které pomohou studentům znázornit a uspořádat to co vědí a co mohou zjistit. Podrobně se o nich zmiňují např. Mareš (Čáp, Mareš, 2001) nebo Yin a Vanides (Yin, Vanides, 2005). Je třeba si uvědomit, že pojmové mapování není ukončený proces a pojmová mapa není statickou strukturou. Je to systém proměnlivým v čase. Na základě nového poznávání probíhá rekonstrukce stávající struktury, rozšíření struktury o nové pojmy a vazby, propojení dosud vzájemně izolovaných struktur. Pojmová mapa je navíc autentickou reflexí subjektivního vnímání a porozumění dané oblasti.

Ve většině případů studenti vytvářeli mapu v souladu s chronologickým sledem vyvozovaných pojmů. Vycházeli z klíčového slova *Výrok*, které je ústředním pojmem prvního algebraického tematického celku Výroková logika. Postupně zařazovali další pojmy tak (ve smyslu sledu), jak se „objevovaly“ ve studijní literatuře. Těmto studentům se většinou nepodařilo překlenout izolovanost obsahově příbuzných pojmů zařazených do různých tematických celků. Pouze někteří studenti využili základní šestici pojmů ve smyslu základní „páteřní“ konstrukce významově rovnocenných klíčových slov. Vymezený soubor pojmů pak dokázali uchopit z „nadhledu“.

2.5 Analýza vytvořených pojmových map

Zadání práce nechávalo studentům relativní volnost, co se týká rozsahu i způsobu zpracování. Počet pojmů v pojmových mapách se výrazně lišil. Minimální hranicí bylo 21 pojmů, maximální hranicí bylo 104 pojmů. V závislosti na počtu pojmů se lišila velikost pojmových map (od formátu A4 k formátu A0). Rozdílné byly přístupy ke zpracování. Někteří studenti se omezili na pojmy a vzájemné vazby, jiní studenti si k vybraným pojmům doplňovali také zkrácené definice, či základní charakteristiky. Rozdílné bylo grafické zpracování map (dále PM). Někteří studenti volili vertikálně orientovanou hierarchickou strukturu, jiní vytvořili soubor několika hierarchií centrálních. (Na obr. č. 1 je zachycen výřez PM studentky I.P.)

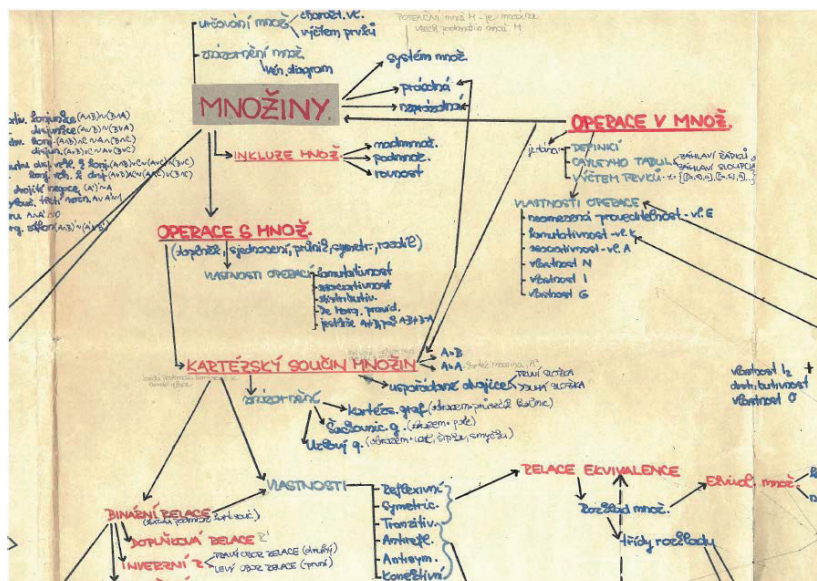
Při hodnocení vypracovaných PM jsme se v souladu s Bendlem (2010, s.28) zaměřili na analýzu:

- míry abstrakce (vymezení hierarchie mezi zvolenými pojmy),
- úplnosti (přítomnosti všech relevantních pojmů dané oblasti),
- identifikace existujících vazeb a jejich správného vymezení,
- míry grafické čitelnosti (přehlednosti vizuálního zpracování).

Ve zpracovaných pojmových mapách jsem identifikovali některé obecně se opakující nedostatky.

- Na vytvořené PM figuruje několik samostatných celků - nedošlo k propojení dílčích myšlenkových strukturních představ, které zůstaly izolovány. Studenti často nepřekonali „uzavřenost předmětových celků“ *Matematiky 1* (zakončené zkouškou) a *Matematiky 2*. Pojmy učiva 2. a 3. semestru zůstaly nepropojené.
- Pojmy (podřazené pojmy) nejsou přiřazeny ke správnému klíčovému pojmu (např. *Komutativnost* je přiřazena k vlastnostem *Binárních relací*, nikoliv *Binárních operací*). Studenti si pravděpodobně zaměnili obsahy pojmů *Komutativnost* a *Symetričnost*).

- Pojmy – synonyma – vystupují samostatně, někdy dokonce v rozdílném kontextu. (např. pojmy *Složený výrok* a *Výroková formule* - synonyma - uvedeny jako kontextově rozdílné pojmy).
- V pojmové mapě chybí významné pojmy (např. *Binární relace* je definována jako podmnožina kartézského součinu (dále KS), pojem KS však v PM chybí. – v PM by měl být uveden pojem *Kartézský součin* ve vztahu s pojmy *Množina* a *Binární operace*.)



Obr. č. 1 pojmová mapa (výřez)

- V pojmové mapě chybí významné „vazby“ (např. pojem *Algebraická struktura (AS)* je definována jako dvojice „binární operace na množině“. V PM by měly být znázorněny vazby *AS – Množina*, *AS – Binární operace*).
- Pojmy vystupují izolovaně, ne jako součást „vyšších“ celků (např. operace *Průnik* a *Sjednocení* se probírají v úvodu učiva o množinách, tedy izolovaně od celku *Binární operace* v 3. semestru. Studenti je uvádí často izolovaně, bez vzájemné obsahové souvislosti a propojení s celkem *Binární operace*).

Přesvědčili jsme se, že pro studenty není problém najít podstatné matematické pojmy, ale je obtížné je uvést do systému, vymyslet grafické schéma, vyhmátnout pojmy, které mají stejnou úroveň významnosti. Studenti se topí v množství informací, nemají ještě patřičný nadhled, aby posoudili důležitost pojmů v určitém kontextu. Odrazem toho je, že některé z vytvořených pojmových map byly neúplné, či chybné.

Jednodušším se studentům jevílo hledání souvislosti mezi pojmy, které se týkaly menšího rozsahu látky, např. jedné přednášky. Souvislosti mezi pojmy probranými v delším časovém odstupu už identifikovali obtížně. Studenti postupně přicházeli na to, že vytváření promyšlené struktury vzniká teprve „zráním“ pochopení pojmů, že mentální mapování je činností dlouhodobou.

2.6 Reflexe studentů

Žádný ze studentů se do zadání seminární práce dosud s pojmovým mapováním nesetkal. Postoje studentů k nové metodě byly spíše negativní, nedůvěřivé a skeptické. U většiny se v průběhu práce na pojmové mapě negativní postoj změnil ve výrazně pozitivní. Někteří studenti však žádný přínos v technice pojmového mapování nespatořovali ani na konci semestru. Pro ilustraci uvádíme úryvky několika studentských reflexí.

...pojmové mapování považuji za užitečné. Určitě to zkusím s dětmi ve škole...,pojmové mapování jsem považovala za hloupost. Teď jsem však jiného názoru. Je to užitečné..., ...pojmová mapa mi dala hodně práce a nevidím v tom žádný přínos...

3. Závěr

Jsme si vědomi, že jednorázové pojmové mapování nemůže zásadně ovlivnit studijní výsledky studentů. Domníváme se však, že jsme přispěli k novému pohledu studentů na podstatu matematických problémů a na hledání adekvátní cesty k jejich řešení. V pojmovém mapování jsme studentům představili univerzální nástroj pro řešení problémů, plánování, zpracování či zapamatování množství zásadních informací. Pojmové mapování podněcuje studenty k tomu, aby se aktivně podíleli na přemýšlení, rozpracování a dalším rozvíjení nápadů. Jak uvádí Fisher (Fisher, 1995, s. 89), „...pojmy jsou myšlenky, které nám uspořádávají svět tak, abychom mu rozuměli...“.

Příspěvek byl zpracován s podporou projektů ESF CZ.1.07/2.2.00/15.0319 „Inovace matematické komponenty pregraduální přípravy učitelů primárních škol na PdF UP v Olomouci“ a CZ.1.07/2.2.00/18.0015 “Inovace kombinované formy studia oboru Matematika se zaměřením na vzdělávání“.

Literatura

1. BENDL, S., VOŇKOVÁ, H. Využití pojmových map ve výuce pedagogiky. Pedagogická orientace, 2010, roč.20, č.1. s. 16-38.
2. ČÁP, J., MAREŠ, J. *Psychologie pro učitele*. Praha, Portál 2001.
3. FISHER, R. *Učíme děti myslet a učit se*. Praha, Portál 1997.
4. JANÍK, T. *Znalost jako klíčová kategorie učitelského vzdělávání*. Brno: Paido, 2005.
5. PASCH, M., GARDNER, T. G. *Od vzdělávacího programu k vyučovací hodině*. Praha, Portál 1998.
6. YIN, Y., VANIDES, J. Comparison of Two Concept-Mapping Techniques: Implications for Scoring, Interpretation, and Use. *Journal of Research in Science Teaching* 2, V. 42, 2005, 166-184.

Kontaktní adresy:

RNDr. Martina Uhlířová, Ph.D.
Katedra matematiky PdF UP Olomouc
Žižkovo nám. 5, 771 40 Olomouc
Tel: +420 585 635 712
E-mail: martina.uhlirova@upol.cz

Doc. RNDr. Jitka Laitochová, CSc.
Katedra matematiky PdF UP Olomouc
Žižkovo nám. 5, 771 40 Olomouc
Telefon: +420 585 635 701
E-mail: jitka.laitochova@upol.cz

RIEŠENIE PROBLÉMOVÝCH ÚLOH Z MATEMATIKY ŽIAKOV 1. ROČNÍKA PRIMÁRNEJ ŠKOLY

Anna VAŠUTOVÁ

Abstrakt

V matematike je tvorba počiatkových predstáv a rozvoj matematického myslenia jednou z kľúčových úloh, ktoré sa zámerne a cieľavedome formujú u žiakov od počiatku školskej edukácie, teda už v predprimárnej škole. Jednou z možností, ako túto úlohu efektívne splniť, je zaradzovať do výučby problémové úlohy. V príspevku sú analyzované postupy riešenia uvedených matematických úloh žiakov 1. ročníka základnej školy.

Kľúčové slová: matematická schopnosť, problémová úloha, žiak mladšieho školského veku

PROBLEM-SOLVING TASKS IN MATHEMATICS OF PUPILS FIRST GRADE OF PRIMARY SCHOOL

Abstract

In mathematics, the development of early ideas and the development of mathematical thinking is one of the key tasks that are formed by pupils from the beginning of school education, already in preprimary school. One of the way to fulfill this role is it belongs to the problem of teaching tasks. In this paper methods are discussed solutions to mathematical problems of pupils first grade of primary school.

Key words: mathematical ability, difficult assignments, pupil younger school age

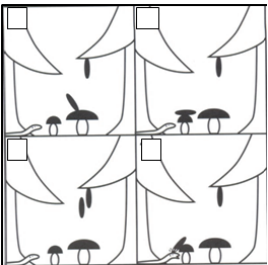
1. Úvod

Rozvíjanie matematického myslenia a matematických schopností je jednou z prvoradých úlohou školskej edukácie. V príspevku sú prezentované riešenia problémových úloh žiakmi prvého ročníka primárnej školy, ktoré boli aplikované v rámci pedagogického výskumu zameraného na rozvíjanie matematických schopností žiakov prejavujúcich nadanie v oblasti matematiky. Úlohy boli riešené v rámci pravidelných stretnutí so skupinkou ôsmich žiakov jedenkrát v týždni v období od februára do júna 2011. Žiaci mali na každom z nich vypracovať pracovný list s približne 10 úlohami s rôznym tematickým zameraním. V príspevku sú uvedené úlohy, ktoré patria iba k téme usporiadanie. Dôvodom pre monotematické zameranie je aj možnosť prezentovať prípadné zmeny alebo zlepšenia v riešení úloh tohto typu v istom časovom období.

Pri každej úlohe je uvedené jej znenie (inštrukcia pre žiaka), náročnosť úlohy a jej časové trvanie, ktoré vyplynuli z nadobudnutých skúseností pri práci so žiakmi

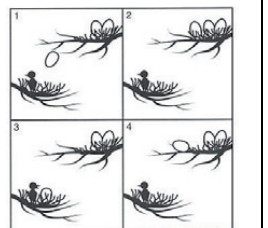
1. ročníkov v rámci výskumu. Ďalej je uvedený dôvod výberu úlohy so zameraním na schopnosti a oblasti myslenia, ktoré daná úloha rozvíja. Pri ich vymedzení sme vychádzali zo štúdií autorov Burta (1928, In Košč, 1972) a Košča (1972).

2. Prehľad použitých úloh

 Obr. 1 Šiška (Postránecký, 2003, s. 12)	<i>Úloha:</i> Pomocou čísel 1, 2, 3, 4 označ obrázky, tak ako za sebou nasledujú. (Čo sa stalo v lese ako prvé, označ číslom 1). <i>Náročnosť:</i> 2 (mierne náročná úloha). <i>Časové trvanie:</i> 3 – 5 minút. <i>Dôvod výberu:</i> Pri riešení úlohy je potrebná zámerná pozornosť, odhalenie vzťahov, ktoré nie sú jasne vyjadrené, chápanie časovej následnosti, čím sa rozvíja pozornosť, odhaľovanie implicitných vzťahov a schopností, ktoré podliehajú priestorovému faktoru a faktoru usudzovania.
--	--

Jedno z možných riešení: Úlohou žiakov je zaznamenať sled deja tak, ako prebehol v čase na základe predchádzajúcich skúseností a vedomostí. Žiaci mohli riešiť úlohu nasledujúcim spôsobom. Prezrieť si všetky obrázky a zistiť, v čom sú rozdielne a čo majú spoločné. Spoločné znaky sú tieto: Na každom obrázku sú dva stromy. Jeden na ľavej a druhý na pravej strane. Na každom strome vpravo visí jedna šiška. Dole medzi stromami sú v poradí dážďovka, malý a veľký hríbok. Rozdielom je jedna šiška, ktorá je na každom obrázku v inej polohe. V tomto prípade je rozhodujúcim momentom, do akej miery dokáže žiak prepojiť dosiaľ získané skúsenosti a využiť ich pri riešení úlohy. To znamená, využiť poznatok, že šiška rastie na strome a skúsenosť, že padá zhora nadol. Číslom jeden označí obrázok, na ktorom je šiška najvyššie a najbližšie pri konári stromu, na ktorom visela. Číslom dva označí obrázok, na ktorom šiška dopadla na veľký hríbok, ktorý je priamo pod stromom. Číslom tri označí obrázok, na ktorom šiška spadla z veľkého hríba na malý hríbok, ktorý je hneď vedľa veľkého hríba a nakoniec číslom štyri označí obrázok, na ktorom šiška spadla z malého hríba na hlavu dážďovky.

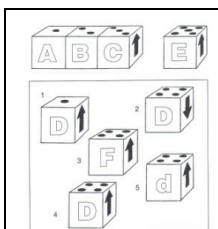
Analýza žiackych riešení úlohy: Spôsob riešenia úlohy nebol spočiatku väčšine žiakov dostatočne jasný. Nedokázali posúdiť, o aký dej ide, a teda ani očíslovať obrázky v poradí, v akom prebehol. Po usmernení žiakov a vysvetlení, v „komiksovej“ podobe zobrazenej situácie, žiaci dokázali zoradiť obrázky v správnom časovom slede. Túto počiatočnú neschopnosť „zmocniť sa“ úlohy, prikkladáme jednak neskúsenosti s riešením podobných typov úloh, jednak nedostatočne rozvinutej úrovni odhaľovať implicitné vzťahy, čo môže spolu súvisieť.

 Obr. 2 Vtáčie hniezdo (Postránecký, 2003, s.20)	<i>Úloha:</i> Každý štvorec označ číslom v poradí, v akom prebehol dej. Začni číslom 1. <i>Náročnosť:</i> 2 (mierne náročná úloha). <i>Časové trvanie:</i> 3 – 5 minút. <i>Dôvod výberu:</i> Pri riešení úlohy je potrebná zámerná pozornosť, odhalenie vzťahov, ktoré nie sú jasne vyjadrené, chápanie časovej následnosti, čím sa rozvíja pozornosť, odhaľovanie implicitných vzťahov a schopností, podliehajúcim priestorovému faktoru a faktoru usudzovania.
--	--

Jedno z možných riešení: Žiaci mohli riešiť úlohu podobným spôsobom aký bol popísaný v predchádzajúcej úlohe. To znamená, že si mohli prezrieť všetky obrázky a zistiť, v čom sú rozdielne a čo majú spoločné. Spoločnými znakmi sú horný a dolný konár s hniezdami, na dolnom konári vtáčik a na hornom konári aspoň dve vajíčka. Rozdielom je jedno vajíčko, ktoré je na každom obrázku na inom mieste. V tomto prípade je rozhodujúcim momentom, do akej miery dokáže žiak prepojiť doposiaľ získané skúsenosti a využiť ich pri riešení úlohy. To znamená, využiť poznatok, že všetko padá zhora nadol. Z uvedeného usúdi, že najprv museli byť v hornom hniezde tri vajíčka, teda číslom 1 označí obrázok číslo 2. Potom sa jedno vajíčko skotúlalo na okraj konára, teda číslom 2 označí obrázok 4. Ďalej vajíčko padá z konára, teda číslom 3 označí obrázok číslo 1 a nakoniec vajíčko dopadne do hniezda na dolnom konári, hneď vedľa vtáčika, teda číslom 4 označí obrázok číslo 3.

Analýza žiackych riešení úlohy: Vzhľadom k tomu, že žiaci už riešili úlohu podobného charakteru, boli schopní nadobudnuté skúsenosti uplatniť aj v tomto prípade. Iba jeden zo žiakov nedokázal zaznamenať sled deja, tak ako prebehol v čase a do obrázkov doplnil čísla v nesprávnom poradí. Siedmi žiaci vyriešili úlohu samostatne a bez zásadnejších problémov.

Na tomto mieste bolo možné zaznamenať zvyšujúcu sa úspešnosť pri riešení, v poradí druhej úlohy s podobným charakterom s istým časovým odstupom. Minimálne sa pri riešení už nevyskytli problémy s pochopením úlohy, ako tomu bolo v prvom prípade a žiaci vedeli, čo sa od nich očakáva, ako pristupovať k riešeniu. Ďalej bolo možné sledovať, ako dokázali využiť predchádzajúce skúsenosti a aplikovať ich v podobnej úlohe, teda zapamätali si princíp riešenia úlohy.



Obr. 3 Kocky II
(Rougier, 1997, s. 36)

Úloha: Zakrúžkuj kocku, ktorá patrí na vynechané miesto v rade kociek.

Náročnosť: 2 (mierne náročná úloha).

Časové trvanie: 3 - 5 minút.

Dôvod výberu: riešenie úlohy si vyžaduje uplatnenie zámernej pozornosti, apercepce symbolického materiálu, analyticko-syntetické myslenie a logické usudzovanie, čím sa rozvíjajú schopnosti na úrovni numerického, priestorového faktora a faktora usudzovania.

Jedno z možných riešení: Úlohou žiaka je pomocou analýzy a syntézy doplniť do vytvoreného radu kociek jedno z možností označených číslami od 1 do 5. Žiak si všimne, že kocky sú uložené vedľa seba tak, že na hornej stene každej z nich sú bodky, ktorých počet sa postupne zvyšuje o jednu, pričom na prvej kocke v rade je jedna bodka. To isté platí o predných stenách kociek. Na každej z nich je jedno veľké tlačené písmeno abecedy, pričom na prvej je písmeno A, na druhej B, na tretej C a na piatej D. Zároveň si všimne, že na bočných stenách je znázornená rovnaká šípka, smerujúca hore. Tieto poznatky uplatní pri výbere kocky, ktorá patrí na prázdne miesto v rade. Tá musí spĺňať tieto požiadavky: na prednej stene má veľké tlačené písmeno D, na pravej bočnej stene má šípku smerujúcu hore a na hornej stene má štyri bodky. Tieto požiadavky spĺňa možnosť číslo 4, ktorú zakrúžkuje.

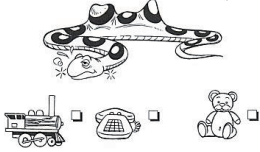
Analýza žiackych riešení úlohy: Riešenia žiakov sa odlišovali v závislosti od počtu prvkov, ktoré si na jednotlivých kockách v rade všimli. Štyria žiaci postrehli všetky tri prvky a zakrúžkovali možnosť 4. Traja opomenuli smer šípky a zakrúžkovali možnosť 2 a jeden žiak zakrúžkoval niekoľko možností.

Problémom bola pravdepodobne neschopnosť vnímať všetky dôležité prvky a tendencie žiakov zamerať sa len na jeden, najviac dva znaky, čo zároveň korešponduje s tvrdeniami Kočša (1972) o úrovni vnímania žiakov tohto veku.

 Obr. 4 Sviečky (Rougier, 1997, s.31)	<i>Úloha:</i> Všetky sviečky boli rovnaké. V prvom riadku zakrúžkuj sviečku, ktorá horí najdlhšie. V druhom riadku zakrúžkuj sviečku, ktorá zhasla ako prvá. <i>Náročnosť:</i> 2 (mierne náročná úloha). <i>Časové trvanie:</i> 5 – 7 minút. <i>Dôvod výberu:</i> pri riešení úlohy je potrebné uplatniť zámernú pozornosť, apercepciu obrazového materiálu a logické usudzovanie, čím sa rozvíjajú schopnosti spadajúce pod faktor priestorový a faktor usudzovania.
---	---

Jedno z možných riešení: Úlohou žiaka je v oboch prípadoch uplatniť poznatok súvisiaci s procesom horenia sviečky. To znamená, že sviečka sa horením zmenšuje a čím horí kratšie, tým z nej menej ubudne. V prvej časti si žiak uvedomí, že tá sviečka, ktorá horí najdlhšie, bude najmenšia, lebo z nej najviac ubudlo. Zakrúžkuje možnosť 3. V druhej časti úlohy si zas uvedomí, že sviečka, ktorá bola zhasnutá ako prvá, horela najkratšie, teda z nej ubudlo najmenej a bude najdlhšia a zakrúžkuje možnosť 4.

Analýza žiackych riešení úlohy: V prípade riešenia tejto úlohy mali žiaci problém uvedomiť si zákonitosti platiace v procese horenia sviečky. S tým súviseli aj odpovede, ktoré uvádzali. Polovica žiakov uviedla v oboch úlohách presne opačné možnosti, to znamená, že v prvej časti zakrúžkovali možnosť 2 (najdlhšiu sviečku) a v druhej časti úlohy zakrúžkovali možnosť 5 (najkratšiu sviečku). Druhá polovica žiakov uviedla požadované odpovede.

 Obr. 5 Nenásytný had (Rougier, 1997, s. 25)	<i>Úloha:</i> Hračky na obrázku označ číslom v takom poradí, ako ich nenásytný had prehltol. <i>Náročnosť:</i> 2 (mierne náročná úloha). <i>Časové trvanie:</i> 5 minút. <i>Dôvod výberu:</i> riešenie úlohy vyžaduje uplatnenie zámernej pozornosti, apercepcie obrazového materiálu, analyticko-syntetického myslenia a logického usudzovania, čím sa rozvíjajú schopnosti na úrovni priestorového faktora a faktora usudzovania.
---	---

Jedno z možných riešení: Úlohou žiaka je očíslovať jednotlivé hračky v poradí v akom ich had prehltol. Všíma si telo hada a snaží sa na základe vytrčajúcich častí identifikovať hračku, ktorá je na konci, to znamená, že ju zjedol ako prvú. Na základe dominantného prvku (vysokého úzkeho komína) usúdi, že ako prvý predmet, prehltol rušeň, ktorý označí číslom 1. Pred rušňom je niečo, čo je z hračiek najnižšie, z čoho usúdi na telefón a označí ho číslom 2. Pred telefónom je hračka, ktorá tvarom najviac pripomína uši maca, teda ako posledného prehltol had maca, ktorého označí číslom 3.

Analýza žiackych riešení úlohy: Najväčší problém nemali žiaci s identifikáciou hračiek, podľa istých prvkov, ale s tým, že si neuvedomili, že to, čo je v hadovom tele na konci, to zjedol ako prvé, a teda žiaci uvádzali svoje odpovede v mnohých prípadoch v opačnom poradí.

V prípade posledných dvoch úloh je možné sledovať nespôsobilosť žiakov prepojiť vedomosti a skúsenosti zo života a aplikovať ich pri ich riešení. Úlohy vznikli za účelom rozvíjania matematického nadania žiakov 1. ročníkov v rámci školskej edukácie

v primárnej škole. Hlavným zámerom bolo, aby žiaci nadobudli skúsenosti a osvojili si možné spôsoby riešenia úloh, ktoré rozvíjajú schopnosti patriace pod čiastkové matematické kompetencie tvoriace špecifické (matematické) schopnosti.

3. Záver

V rámci inovačných trendov, ktorých účelom je zefektívnenie a skvalitnenie matematickej edukácie v rámci pregraduálnej prípravy budúcich učiteľov bude potrebné zamerať zvýšenú pozornosť aj na oblasť riešenia problémových úloh z matematiky aplikovateľných na primárnom stupni vzdelávania. Jej dôležitosť a naliehavosť potvrdzujú aj odborníci, ktorí sa touto problematikou podrobnejšie zaoberajú Scholtzová (2010), Prídavková (2010), Mokriš (2010), Palková (Zeľová, 2010), Šimčíková (2010), ale aj Pavlovičová (2010). Uvedení autori sa vo všeobecnosti zhodujú na tom, že najmä kvalitná pregraduálna príprava študenta vyprodukuje kompetentného pedagóga, ktorý je schopný rozvíjať požadované spôsobilosti svojich žiakov.

Literatúra

1. KOŠČ, L. *Psychológia matematických schopností*. Bratislava: SPN, 1972. 276 s.
2. MOKRIŠ, M. C. a R. metóda generovaných problémov. In *Acta mathematica 13, zväzok 2: VIII Nitrianska matematická konferencia*. Nitra: FVP UKF v Nitre, 2010. s. 151-156. ISBN 978-80-8094-773-6
3. PAVLOVIČOVÁ, G. a kol. *Metódy riešenia matematických úloh pre štúdium učiteľstva pre primárne vzdelávanie*. Nitra: UFK, 2010. 100 s. ISBN 978-80-8094-776-7
4. PRÍDAVKOVÁ, A. Stratégie riešenia matematických úloh ako prostriedok rozvoja myslenia budúcich učiteľov primárnej školy. In *Nové trendy v matematickom vzdelávaní*. Nitra: FEM SPU v Nitre, 2010. s. 111-116. ISBN 978-80-522-0413-0
5. SCHOLTZOVÁ, I. Determinanty inovácií v pregraduálnej príprave učiteľov-elementaristov. In *Integrácia teórie a praxe didaktiky ako determinant kvality modernej školy. Zborník príspevkov z medzinárodnej vedeckej konferencie konanej v dňoch 4.-5.11.2010 v Košiciach*. Košice: FF UPJŠ v Košiciach, 2010. s. 133-136. ISBN 978-80-7097-843-6
6. ŠIMČÍKOVÁ, E. Vysokoškolská príprava učiteľov primárnej školy na matematickú edukáciu v kontexte štátneho kurikula. In *Učítelia a primárna edukácia včera, dnes a zajtra. Zborník príspevkov z konferencie s medzinárodnou účasťou konanej v dňoch 14.-15.10.2010 v Banskej Bystrici*. Banská Bystrica: UMB v Banskej Bystrici, 2010. s. 401-405. ISBN 978-80-557-0116-5
7. ZEĽOVÁ, V., GOMBÁR, M. Zmena, vzťahy, závislosť – pohľad na matematickú gramotnosť študentov odboru predškolská a elementárna pedagogika. In *Matematika 4 – Matematické vzdelávanie v kontextu proměn primární školy. Zborník príspevkov z konferencie s medzinárodnou účasťou*. Olomouc, 2010, s. 321-325. ISSN 0862-9765, ISBN 978-80-244-2511-5

Kontaktná adresa

Mgr. Anna Vašutová, PhD.

Prešovská univerzita v Prešove, Pedagogická fakulta, Katedra matematickej edukácia
Ul. 17.novembra 1, 080 01 Prešov,

Telefón: +421 51 7470 540, E-mail anna.vasutova@pf.unipo.sk

O POTRZEBIE INDYWIDUALIZACJI AKTYWNOŚCI UCZNIÓW KLAS POCZĄTKOWYCH NA ZAJĘCIACH MATEMATYCZNYCH

Joanna ŻĄDŁO

Abstract

Obserwacja szkolnej codzienności, pokazuje, iż indywidualność dziecka wyrażająca się np. w stosowaniu odmiennych strategii intelektualnych, nie stanowi często sama w sobie określonej wartości. Na lekcjach matematyki spora grupa uczniów musi dostosować się do większości i podążać wyznaczoną przez nauczyciela ścieżką dla wszystkich oczywiście jednakową.

Artykuł porusza problematykę indywidualizacji w edukacji wczesnoszkolnej. Prezentuje różne sytuacje dydaktyczne wskazujące na konieczność indywidualnego podejścia do ucznia w obszarze edukacji matematycznej.

Key words: indywidualizacja, nauczanie początkowe matematyki, edukacja wczesnoszkolna

ABOUT NEED OF INDIVIDUALIZATION OF ACTIVITY OF ELEMENTARY SCHOOL'S STUDENTS DURING MATHEMATICS CLASSES

Abstract

Observation of schools' everyday life shows that individuality of child expressed for example in using different intellectual strategies doesn't compose itself any definite value. On the mathematics lessons great group of students has to adopt to the majority and follow fixed by teacher path, which is the same for everyone.

The article talks about individualization of education in elementary school. It presents teaching situations showing the need of individual approach to student in the area of mathematics education.

Key words: individualization, elementary mathematics, elementary school

1. Wstęp

Myślenie o edukacji nie jest zależne od naszego indywidualnego nań spojrzenia, ale przede wszystkim od przyjętych definicji, wyznawanej filozofii czy akceptowanej koncepcji psychologicznej bądź kulturowej. Nie ma więc jednej koncepcji nauczania, jednej szkoły, wszystko zależy od przyjętej definicji, od tego która uznana zostanie za właściwą i obowiązującą w danym czasie i miejscu. Z tego też powodu możliwości indywidualizacji kształcenia są różne w odmiennych pedagogicznych dyskursach. Istnieją bowiem zasadnicze różnice w spojrzeniu na edukację, dziecko i jego indywidualną ścieżkę rozwoju czy też szkołę jako instytucję nauczania i wychowania

(por. D. Klus-Stańska 2009). I tak w pedagogice adaptacyjnej, w której cele kształcenia wyznaczane są zewnętrznie przez państwo, możliwości indywidualizacji sprowadzają się do działań czysto instrumentalnych. Wszelkie pomiary dotyczące indywidualnych różnic pomiędzy dziećmi zasadniczo służyć mają zakwalifikowaniu ich do określonej kategorii, a nie przygotowywaniu odpowiedniego planu działania czy też programu w ramach jednego zespołu klasowego. Za podstawowe zdanie nauczyciela uznaje się przekazywanie gotowej wiedzy, wdrukowanie w uczniowski umysł zewnętrznie określonych wzorców, dążenie do wyznaczonych standardów, służących najczęściej ocenie rozwoju. W tak rozumianej szkole hołduje się zasadniczo jednemu wzorcowi z góry narzuconemu przez nauczyciela, a w dalszej kolejności przez programy, podręczniki, przewodniki metodyczne. Dąży się do ujednolicenia efektów nauczania i wychowania oraz określenia ram rozwoju ucznia zgodnie z przyjętymi normami.

Podejście takie nie odpowiada współczesnemu rozumieniu procesu uczenia się, badaniom nad funkcjonowaniem ludzkiego umysłu, który to „funkcjonuje tym sprawniej, pełniej i bardziej elastycznie w nowych okolicznościach, im więcej strategii konstruowania wyniku posiada” (Klus-Stańska 2009, s. 484). A zatem samodzielne zdobywanie wiedzy umożliwia jednostce jej wytwarzanie. Uczenie się natomiast na podstawie cudzych objaśnień, pozwala jedynie na odtwarzanie wiedzy, która należy do przekazującego ją.

Możliwości wspierania indywidualnej ścieżki rozwojowej każdego dziecka podkreślają zaś wyraźnie orientacje konstruktywistyczne, tak w ujęciu J. Piageta jak i L.S. Wygotskiego. Wychowanie, nauczanie to stwarzanie warunków do rozwoju. Nie polega to jednak jedynie na różnicowaniu sposobów uczenia się, czy na indywidualnym doborze treści nauczania, metod czy form kształcenia. Istotnym elementem staje się ciągłe diagnozowanie obecnego poziomu rozwoju, odpowiednie – stymulujące rozwój - oddziaływanie. Stawianie ucznia w sytuacji konfliktu poznawczego czy społecznego ma prowokować jego rozwój (por. Sajdak 2003).

2. Indywidualizacja w obszarze edukacji matematycznej

Jak wynika z zapisów zawartych w nowej podstawie programowej zadaniem szkoły jest *realizowanie programu nauczania skoncentrowanego na dziecku, na jego indywidualnym tempie rozwoju i możliwościach uczenia* (Podstawa programowa kształcenia ogólnego s. 4). Obserwacja szkolnej codzienności, pokazuje jednak, iż indywidualność dziecka wyrażająca się chociażby w stosowaniu odmiennych strategii intelektualnych, nie stanowi nadal sama w sobie określonej wartości. Na lekcjach spora grupa uczniów musi dostosować się do większości i podążać wyznaczoną przez nauczyciela ścieżką dla wszystkich oczywiście jednakową. I tak np. niektórzy uczniowie klas pierwszych na nowo zmuszeni są przechodzić przez kolejne etapy poznawania liczb i działań, które to poznawanie rozłożone jest na cały rok nauki. W efekcie tego widzimy na lekcjach znudzone dzieci wypełniające kolejne karty pracy czy też wykonujące banalne czynności manipulacyjne. Prezentowany na początku nauki zapał, zainteresowanie szybko mija i zastępuje je bierność w wypełnianiu kolejnych poleceń nauczyciela. Sytuację tę najlepiej oddaje odpowiedź jaką uzyskałam stawiając jednemu z uczniów klasy pierwszej pytanie: *Do ilu już umiesz liczyć?* Po chwili zastanowienia chłopiec odpowiada: *bardzo dobrze do 100, ale w szkole do 5* (był grudzień). Po roku znów mam okazję obserwować tego chłopca, ucznia klasy II (tym razem w domu) jak z mozołem odrabia zadanie domowe polegające na dodawaniu liczb w zakresie 20 z przekroczeniem progu dziesiętkowego metodą dopełniania jednego ze składników do 10 (jest początek drugiego semestru klasy II). Narzucony w podręczniku schemat wyraźnie wskazuje na konieczność zastosowania poznanej w szkole metody.

Kontrolująca pracę dziecka mama próbuje zmusić go do stosowania podanego schematu, a zbuntowane dziecko z uporem zapisuje kolejne poprawne wyniki działań. Po pewnym momencie poddaje się i próbuje zapisywać zgodnie z „podręcznikową metodą” kolejne jej kroki popełniając jednak przy tym liczne błędy. Obserwując tę sytuację w końcu pytam chłopca: *Widzę, że nie lubisz tego sposobu, powiedz mi jak ty liczysz? Masz łatwiejszy sposób? No pewnie!* i w tym momencie opowiada jak liczy. *Ja liczę tak: $9 + 8$ to $20 - 3$ czyli 18, $8 + 5$ to $20 - 7$ to 13, $8 + 8$ to $20 - 4$ czyli 16* prezentując mi ten sposób wspiera się patrząc na swoje dziesięć palców u rąk. Oczywiście dyskutować można na temat skuteczności zaprezentowanej przez dziecko metody. Fakt jest jeden, ma swoją metodę, póki co jest ona skuteczna jednakże narzucony w szkolnym podręczniku schemat ogranicza możliwości twórcze dziecka, nie może ono stosować własnej strategii postępowania. Jak widać zmuszone jest funkcjonować w dwóch rzeczywistościach tej szkolnej i tej pozaszkolnej.

Sytuacji takich przytoczyć można zapewne wiele, opisują je liczni autorzy (D. Klus-Stańska, A. Kalinowska, M. Dąbrowski). Te i inne przykłady zaczerpnięte ze szkolnego podwórka pokazują, iż indywidualizacja pracy staje się koniecznością, jeżeli nie chcemy stracić tkwiącego w uczniach potencjału, podtrzymać ich zainteresowania nauką. Wnikliwa obserwacja swoich uczniów, ocena ich intelektualnych możliwości, wykorzystywanie tym samym całego ich potencjału to zadania stojące przed każdym nauczycielem. Ważne jednak, by ideę indywidualizacji umiał on realizować w ramach zespołu klasowego, a naturalne zróżnicowanie pomiędzy dziećmi postrzegał jako wartość samą w sobie, a nie kolejną przeszkodę w realizacji programu. O tym, że jest to możliwe niech świadczą kolejne przykłady zaczerpnięte z zajęć w klasach początkowych.

Jednym z istotnych celów edukacji matematycznej na szczeblu elementarnym stanowi kształtowanie umiejętności rozwiązywania zadań tekstowych. Rozwiązując zadania uczniowie rozwijają winni myślenie logiczne. I tu rodzi się pytanie. Czy zadania tekstowe proponowane dzieciom, ułożone w pewien przewidywalny porządek takie myślenie rozwijają? Oczywiście pewnej grupie dzieci rozwiązywanie takich jednodziałaniowych, prostych zadań o uporządkowanym zazwyczaj układzie danych przynosi korzyści. Potrzebują oni wykonywania określonych czynności krok po kroku, czasem wsparcia w symulacyjnym modelu. Dla części jednak dzieci rozwiązywanie takich zdań nie stanowi faktu znaczącego rozwojowo. Nie czynią żadnego wysiłku intelektualnego w toku ich rozwiązywania. W takiej sytuacji konieczna wydaje się indywidualizacja. Można więc pewnej grupie uczniów proponować nie tak oczywiste jak zazwyczaj w podręcznikach zadania, tylko te wymagające większego wysiłku intelektualnego, ale można też uczynić inaczej. Wszystkim uczniom proponować zadania trudniejsze i pozwolić im zmierzyć się z nimi. Popełniane w toku rozwiązywania błędy, dyskusja nad proponowanymi przez uczniów rozwiązaniami może okazać się o wiele bardziej korzystna niż rozwiązywanie bez żadnego wysiłku wielu schematycznych zadań, często bez czytania ich treści. A zatem proponowanie uczniom większej liczby zadań np. problemowych, czy też niestandardowych zadań tekstowych może być dla nauczyciela z jednej strony okazją do diagnozy indywidualnych możliwości dzieci, z drugiej zaś do ich rozwijania. Taki sposób działania wybrała jedna z nauczycielek, której zajęcia mam okazję obserwować w toku cotygodniowych praktyk studenckich.

Sytuacja 1.

Nauczycielka zaproponowała wszystkim uczniom klasy drugiej następujące zadanie: *Maciek ulepił 10 kul śnieżnych i okazało się, że ma ich więcej niż Michał. Ile*

kul ulepił Michał? Mając świadomość zróżnicowanych możliwości swoich uczniów zaproponowała im prace w parach. Bez żadnego wcześniejszego komentarza poleciła zastanowić się nad rozwiązaniem owego zadania i przedstawić je na załączonej kartce. Mając świadomość tego, iż uczeń potrzebuje pewnego czasu na zastanowienie się, nie wtrącała się a jedynie reagowała na ewentualne pytania czy komentarze dzieci. Większość klasy skupiona nad zadaniami nie zadawała żadnych pytań. Jedynie dwóch uczniów nieco jakby zaniepokojonych treścią zadania zaczęło zgłaszać swoje wątpliwości: U1: *To zadanie jest bez sensu.* U2: *Tego zadania nie da się rozwiązać.* N: *Dlaczego nie?* U2: *Tu nie można ułożyć żadnego działania.* N: *A gdzie jest napisane, że masz ułożyć działanie? Masz odpowiedzieć na pytanie. Przeczytaj je jeszcze raz uważnie.* U1: *Acha!* Kiedy dobiegł czas przeznaczony na pracę nad tym zadaniem, nauczycielka zaproponowała prezentacje swoich rozwiązań przez poszczególne pary. Wszystkie propozycje zapisywała kolejno na tablicy. Nie było pary, która nie podjęłaby się próby rozwiązania. Zasadniczo jako rozwiązanie pojawiała się jedna liczba wraz z uzasadnieniem w postaci działania np. 9 kul bo $10 - 1 = 9$, 6 kul bo $10 - 4 = 6$ itp. Inni uczniowie wskazywali konkretne liczby mniejsze od 10. Zawsze jednak była to jedna liczba. Jedynie dwaj uczniowie, którzy na wstępie podjęli z nauczycielem przytoczony wcześniej dialog, gdy przyszło im podać swoje rozwiązanie zaczęli od stwierdzenia: *Proszę pani właściwie to nie wiemy ile tych kul zrobił. Mógł 9, mógł 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1 i tu uczeń zawiesił głos ...no i 0, nie zero nie, bo przecież jakieś kule zrobił. Miał je, tylko mniej niż 10, no to nie zero, skoro je zrobił.* Tu nauczycielka rozpoczęła dyskusję nad rozwiązaniami, do której to włączali się już wszyscy uczniowie z klasy, łącznie z tymi, którzy początkowo nie zrozumieli dobrze treści zadania.

Sytuacja 2.

Na tej samej lekcji nauczycielka zaproponowała również do pracy w parach kolejne zadanie: *Dorotka zjechała z góry 6 razy, Kasia 8 razy, a Monika 9 razy. Ile razy zjechała z góry Krysia?* Zaraz po zapoznaniu się z treścią zadania ci sami co wcześniej uczniowie zaczęli głośno je komentować: U1: *To znowu bez sensu, skąd mam to wiedzieć?* N: *Przeczytaj uważnie, zastanów się zaraz podyskutujemy.* Siedząc bezpośrednio za tą parą uczniów popatrzyłam przez ramię na ich kartkę i zobaczyłam zapisany symbol nieskończoności. Po chwili nauczycielka zaproponowała prezentację rozwiązań. I tu zgodnie z moimi przypuszczeniami pojawiły się różne działania różniące się jedynie konfiguracją liczb oraz ilością składników podanych sum np. $6 + 8 + 9 =$, $9 + 8 + 6 =$, inne odpowiedzi to np. 7 razy (*U: skoro Dorotka 6, Kasia 8 razy, a Monika 9 razy to Krysia musiała pewnie zjechać 7 razy*), 8 razy (prawdopodobnie ci, którzy uważnie nie przeczytali treści Kasia i Krysia to imiona na literę k), pojawiła się też dość „dziwna” propozycja $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 =$, w końcu doszło do „niepokornych” chłopców, którzy podeszli do tablicy i zapisali symbol nieskończoności. Nauczycielka zapytała co ten symbol oznacza. U1: *To nieskończoność, no bo skąd niby mamy wiedzieć ile razy zjechała? Mogła tyle co jej koleżanki, mogła np. tylko jeden raz, a mogła i 10 razy czyli mogła nieskończenie wiele razy.* I w tym momencie odezwała się jedna z uczennic (rok młodsza od swoich kolegów) i spontanicznie stwierdziła U3: *No co ty! Jakie nieskończenie wiele razy. To ile by zjeżdżała? Przecież musiała kiedyś skończyć i pójść do domu.* Następnie nauczycielka przeszła do analizy proponowanych przez uczniów rozwiązań starając się uzyskać uzasadnienie ich propozycji. Na końcu ustalono, iż nie da się precyzyjnie odpowiedzieć na to pytanie, że brakuje pewnych informacji.

Przedstawione przykłady wskazują na wyraźne zróżnicowanie kompetencji matematycznych uczniów. Sytuacja taka stanowić winna wskazówkę dla nauczyciela

o konieczności zróżnicowania swoich działań w odniesieniu do niektórych uczniów. Obserwując szczególne zaangażowanie dwóch chłopców w pracę nad zadaniami, swoisty „błysk” w oku związany z koniecznością pokonania pewnej trudności, ich zainteresowanie zadaniami, a potem chęć prezentacji swoich przemyśleń dochodzą do wniosku, iż zadania takie winny częściej towarzyszyć uczniom w rozwijaniu ich kompetencji matematycznych (mimo iż obowiązująca podstawa programowa ich nie uwzględnia). Choć pozostali uczniowie początkowo dość schematycznie podeszli do proponowanych zadań to także im, kontakt z tego typu sytuacjami przyniósł jak sądzę wiele korzyści. Dzieci te w kolejnych zadaniach, także tych standardowych, bardziej uważnie podchodziły do ich rozwiązywania.

Zaobserwowane na lekcji matematyki sytuacje wskazują na konieczność indywidualizacji pracy w tym obszarze. Nie chodzi tu jednak o zajęcia dodatkowe poza lekcjami czy kolejne karty pracy dodawane zdolniejszym uczniom. Chodzi o zmianę mentalności nauczycieli, przełamanie pewnych schematów w myśleniu o dziecku, otwarcie się na jego wiedzę pozaszkolną, uznanie jej jako ważnej, poszanowanie dziecięcych strategii działania i co za tym idzie umożliwienie mu pracy na miarę potencjalnych możliwości. W takie myślenie w szczególny sposób wpisuje się konstruktywistyczny model edukacji, który zdaniem D. Klus-Stańskiej „uczy dydaktyków zainteresowania nie tym w jakim stopniu uczniowie przyswoili treści programowe, ale tym, jak myślą i jak rozumieją rzeczywistość i jej elementy, jak się w nią angażują i jakie przewidują miejsce dla siebie w procesach społecznego tworzenia prawomocnej wiedzy” (Klus-Stańska 2010, s. 345).

Literatura

1. KLUS-STAŃSKA D. *Dydaktyka wobec chaosu pojęć i zdarzeń*, Wydawnictwo Akademickie „Żak”, Warszawa, 2010. ISBN 978-83-62015-17-7.
2. KLUS – STAŃSKA D. *Rozwojowa zmiana poznawcza*, [w:] D. Klus-Stańska, M. Szczepka Pustkowska (red.), *Pedagogika wczesnoszkolna – dyskursy, problemy, rozwiązania*, Wyd. Akademickie i Profesjonalne, Warszawa, 2009. s. 460 - 473. ISBN 978-83-7644-018-7.
3. KLUS-STAŃSKA D.(2009) *Dyskursy pedagogiki wczesnoszkolnej*, [w:] D. Klus-Stańska, M. Szczepka-Pustkowska (red.), *Pedagogika wczesnoszkolna – dyskursy, problemy, rozwiązania*, Wyd. Akademickie i Profesjonalne, Warszawa, 2009. s. 25 - 78. ISBN 978-83-7644-018-7.
4. Podstawa programowa edukacji wczesnoszkolnej. I etap edukacyjny: klasy I-III, [w:] Podstawa programowa kształcenia ogólnego dla szkół podstawowych, s. 39 - 68.
5. SAJDAK A.(2003) *Indywidualizacja w nauczaniu*, [w:] *Encyklopedia pedagogiczna XXI wieku*, Wyd. Akademickie „Żak”, Warszawa, 2003. s. 298 - 306. ISBN 83-89501-06-6.

Contact address

Joanna Żądło, doktor
Instytut PPiS, Uniwersytet Pedagogiczny im. KEN,
30-060 Kraków, ul. Ingardena 4
E-mail: joannazadlo@poczta.onet.pl

OBSAH A ŠPECIFIKÁ PRÍPRAVY NA UČITEĽSKÉ POVOLANIE PRE PRVÝ STUPEŇ ZŠ V NEMECKEJ SPOLKOVEJ KRAJINE BAYERN

Zuzana ZADUBAN

Abstrakt: Nemecký školský systém je síce komplikovanejší, ale na druhej strane ponúka široký výber možností ďalšieho vzdelávania, ktorý má svoje špecifiká. Základným cieľom článku je oboznámiť čitateľa so štruktúrou programu vzdelávania učiteľov pre vyučovanie na základných školách prvého stupňa spolkovej krajiny Nemecka–Bayern. V článku sa stručne charakterizuje štúdium a jeho oblasti organizované v moduloch, typy stáží, jej rozsah, ako aj podmienky prijatia študenta k prvej a druhej štátnej skúške.

Kľúčové slová: model vzdelávania, oblasti štúdia, modul, prax, štátna skúška

CONTENT AND CONDITIONS OF PREPARATION FOR THE TEACHING PROFESSION IN THE FIRST LEVEL OF BASIC SCHOOL IN GERMANY-BAYERN

Abstract: German school system is more complicated but on the other hand it offers a wide range of options for education which has its own characteristics. The main objective of this article is to present the structure of the training program for teacher teaching in primary schools at first class in Germany-Bayern. The article briefly describes the study organized in modules, types of interships, as well as conditions for acceptance of a student on the first and second state examination.

Keywords: teaching model, scope of study, module, practice, state examination

1. Úvod

Nemecký školský systém v spolkovej krajine Bayern je komplikovanejší, zložitejší, avšak predovšetkým variabilnejší, prispôsobivejší individuálnym nárokom jednotlivca, so širokým spektrom výberu. V tomto článku ponúkame čitateľovi možnosť nahliadnuť do štruktúry programu pre budúcich učiteľov prvého stupňa študujúcich na univerzitách v nemeckej spolkovej krajine Bayern.

2. Štruktúra programu výučby učiteľov pre základné školy

2.1. Podmienky prijímacieho konania

Ešte pred prvým vstupom na univerzitu upozorňuje centrálné školské poradenstvo, aby sa študenti zaoberali problematikou, či sú vhodnými kandidátmi k vykonávaniu učiteľskej profesie. Záujemcom ponúkajú nápomocné testy, ako aj informácie o možnostiach praxe, kde sa môže budúci študent taktiež preskúšať, či je povolanie, ktoré si vybral pre neho vhodné.

Ďalším predpokladom prijatia na štúdium učiteľstva základných škôl je predmetové a všeobecné vzdelanie. Podmienky pre prijatie na štúdium sú podmienené známami, ktoré dosiahol študent v predchádzajúcom štúdiu z jednotlivých predmetov a z výsledkov maturitnej skúšky. Prijímacieho konania, resp. talentových skúšok (Eignungsprüfung) sa musí študent zúčastniť, len ak by si vybral ako základný vyučovací predmet (Unterrichtsfach) výtvarnú výchovu (Kunst), hudobnú výchovu (Musik) a telesnú výchovu (Sport). Ak si študent vyberie anglický jazyk ako základný vyučovací predmet, musí sa pred štúdiom zúčastniť skúšky spôsobilosti (Eignungsfeststellungsverfahren) k výučbe anglického jazyka. Toto neplatí pri štúdiu didaktiky anglického jazyka, výtvarnej, telesnej a hudobnej výchovy (Bildungsstandards und Kompetenzmodelle, 2010).

2.2 . Oblasti štúdia

- Oblasť výchovy a vzdelávania v rámci pedagogiky (Erziehungswissenschaften)
- Základné vyučovacie predmety (Unterrichtsfach-Studium)
- Didaktika základnej školy - 3 didaktické predmety (Didaktik der Grundschule)
- Písomná práca (Hausarbeit)
- Voľný výber (Freier Bereich)

K jednotlivým študijným odborom/oblastiam prislúcha určitý počet kreditov (Leistungspunkte=LP), ktoré pri prihlásení k prvej štátnej skúške musia byť podložené potrebnými dokladmi (Bildungsstandards und Kompetenzmodelle, 2010).

Učiteľstvo prvého stupňa /Lehramt Grundschule, 210 LP					
Erziehungswissenschaft insgesamt 43 LP	Didaktik der Grundschule 70 LP	Unterrichtsfach 69 LP	Hausarbeit 10 LP	Praktikum 6 LP	Freier Bereich 12 LP

Tabuľka 1 Základné oblasti štúdia

3. Štúdium organizované v moduloch

Štúdium sa realizuje v moduloch a končí sa písomnou záverečnou prácou. Regulárny študentský čas trvá 6 - 7 semestrov. V ojedinelých prípadoch zvládne študent štúdium počas 6 semestrov. Dĺžku štúdia smie študent prekročiť len o dva semestre. Ak študent prekročí dĺžku štúdia o viac ako dva semestre musí sa podrobiť testom, ktoré sú dané príslušnou univerzitou. Ak štúdium presiahne 11 semestrov a nesplní podmienky testu, považuje sa jeho štúdium za neúspešné. Skúšanie sa realizuje na základe skúšobného poriadku (Prüfungsordnung) pre skúšanie v moduloch na základe plánov danej univerzity, ktoré sú záväzné a zastúpené platnými predpismi univerzity. Štúdium sa realizuje na základe modulov zo záväzných štruktúr s prehľadom o celom štúdiu. Predovšetkým v prvom semestri sa týmto spôsobom študijný plán prednášok výrazne uľahčí (Friedrich, 2011).

Táto „modularizácia“ poskytuje prehľad študentovi kedykoľvek sa informovať o doterajších pokrokoch, nakoľko 40% z jeho celkového študijného priemeru sa zaráta za priemeru prvej štátnej skúšky. Počas štúdia zbiera študent kredity na základe európskeho kreditného systému (ECTS). Kredity sú určitým opatrením, ktorým sa meria množstvo vynaloženej práce študentom, akými je úspešná účasť v príslušnom kurze, resp. v module. Jeden kredit odpovedá na 25-30 hodín práce. Celé štúdium je zostavené do študijných modulov, ktorý je definovaný obsahovým, metodickým a časovým študijným celkom. Študijný celok (Studieneinheit) pozostáva z prednášok, seminárov, cvičení, projektov a pod. V študijnom celku si môže študent

pozrieť jednotlivé pravidlá pre skupiny modulu. Zvyčajne sa základný modul študuje viac ako dva semestre (Freidrich, 2011).

Ku každému typu modulu dostane študent príručku (Modulhandbuch), v ktorej má presné informácie, pokyny pre sekvencie o poradí modulov a popis ako sa do určitých požadovaných modulov dostane v závislosti na určitých podmienkach. O tom, čo je potrebné pre získanie daného počtu kreditov rozhoduje vyučujúci. Celý modul zvyčajne pozostáva z 2 – 3 skúšok a považuje sa za zvládnutý, ak študent získa potrebný počet kreditov. Zápis kreditov z celého modulu sa realizuje až potom, keď študent zvládne tzv. modulovú skúšku (Modulprüfung), ktorá pozostáva zo sledovania výkonnosti/kontroly (Leistungskontrolle) akými sú: potvrdenie o účasti na seminároch, z hodnotenia na ústnej skúške, z písomnej práce (schriftliche Seminar - oder Hausarbeit), projektu, ktorý je spracovaný v Power Pointe a pod. Až po úspešnom absolvovaní kontroly môžu byť priradené k danému modulu kredity (Leistungspunkte).

Hodnotenie môže byť minimálne ohodnotené ako dostatočné (ausreichend) a taktiež môžu byť ohodnotené slovne namiesto známok pojmami: prospel alebo neprospel. V tom prípade sa táto skutočnosť uvedie do formulára o kontrole úspešnosti študenta v danom module. Ak študent nedosiahne požadovaný výkon, je potrebné, aby sa skúšky zúčastnil, počas nasledujúceho semestra (Bildungsstandards und Kompetenzmodelle, 2010).

4. Stáže v štúdiu pre vyučovanie na základných školách

Nasledujúce stáže sú súčasťou kurzu pre výučbu na podľa plánov:

- Orientačná prax (ein Orientierungspraktikum)

Táto prax trvá po dobu troch týždňov a je potrebné ju začať ešte pred samotným začiatkom štúdia alebo pred pedagogicko-didaktickou školskou praxou. Obsahuje približne 20 vyučovacích hodín týždenne. Táto stáž je dôležitá pre prvotné oboznámenie sa so školským prostredím a jedná sa o určitú kontrolu pre samotného študenta o vyšetrenie záujmu a schopnosti k zamýšľanej profesii. Odporúča sa, aby študent navštívil niekoľko typov škôl, akými sú verejné a štátom uznané súkromné školy. V druhej časti stáže sa odporúča navštíviť aj rôzne zariadenia, akými sú materské školy, špeciálne školy pre deti a mládež s postihnutím, a pod. Prax si vyhľadáva študent sám na základe osobného dohovoru s vedením škôl (Wiater. 2003).

- Podniková/ závodná prax (ein Betriebspraktikum)

Prax trvá osem týždňov a môže sa jednať o stáže učiteľov v závodných podnikoch, v rôznych firmách v rôznych odboroch, ako je strojárstvo, reštauračné služby, práca v sklade a pod. Ide o prax, ktorá nemá nič spoločné so školským prostredím, vzdelávacími aktivitami a poskytuje dôkladné nahliadnutie do profesionálneho sveta mimo školu so získaním praktických skúseností. Vojenská, alebo civilná služba, ako taktiež praktické vzdelávanie (Berufsausbildung) pred maturitou nie je v tomto prípade uznávaná. Túto prax je možné absolvovať aj v zahraničí a povolenie udeľuje Ministerstvo kultúry. Ideálne je, ak ju študent absolvuje ešte pred začatím samotného štúdia, napríklad v čase prázdnin. Zároveň je povinnosťou študenta si vybaviť túto prax sám, najneskôr do prvej štátnej skúšky, kde predkladá potvrdenie o jej absolvovaní. Pre uľahčenie následného uznania zo strany kontrolného úradu (Prüfungsämter), je užitočné popísať činnosť v bodoch. Prax sa realizuje ako celok, alebo v dvoj týždňových intervaloch. Študent pracuje ako bežný zamestnanec, napr. 8 hodín denne, 40 hodín za týždeň (Freidrich, 2011).

- Pedagogicko-didaktická školská prax (ein pädagogisch-didaktisches Schulpraktikum)

- školská pedagogická prax v blokoch (ein schulpädagogisches Blockpraktikum)
- odborná didaktická prax v závislosti od zvoleného odboru študentom (ein fachdidaktisches Blockpraktikum in einem vom Studierenden gewählten Fach)

Rozsahovo ide o päťtýždňovú prax (fünfwöchiges Blockpraktikum) obsahujúcu 150-160 vyučovacích hodín a je potrebné ju realizovať počas skúškového obdobia (Semesterferie) po treťom semestri. Do praxe sa započítava všetok čas strávený v učebni, pričom sa započítavajú aj malé opravy písomiek, ako aj akákoľvek pomoc pedagógom, ktorý majú daného študenta na starosti. Pred začatím praxe sa musia študenti prihlásiť na kontrolný úrad praxe (Praktikumsamt) na univerzite a predložiť potvrdenie o absolvovaní orientačnej praxe. V tejto stáži by mal študent dostať dostatok informácií o učiteľskom povolaní, ako aj vidieť mnoho odučených vyučovacích hodín vo všetkých triedach prvého stupňa, zúčastniť sa na kurzoch (Vorkurs) realizovaných pre deti cudzincov, ktoré majú problémy s nemeckým jazykom. Absolvovať niekoľko hodín s učiteľkou (Förderlehrerin), ktorá pracuje s deťmi prichádzajúcimi do školy a nemajú žiadnu znalosť nemeckého jazyka. Študent dostane presné informácie o tom, ako treba s týmito deťmi pracovať a žiaľ je zrejmé, že dieťa v tomto prípade opakuje minimálne jeden ročník. Každý deň na záver vyučovania sa koná stretnutie s učiteľom, ktorý informuje skupinku študentov o využití možných kníh, pracovných zošitov v závislosti od toho, akú kombináciu študenti študujú, ako reagovať v určitých situáciách, ako pracovať napr. s interaktívnou tabuľou a pod. Táto prax by mala napomôcť študentom reálne vyhodnotiť ich schopnosti a záujem o požadované zamestnanie (Friedrich, 2011).

Nasledujúcu prax je dôležité nahlásiť na príslušnú katedru Univerzity v závislosti od kombinácie.

- Profesijná vyučovacia prax/ stáže z odborových predmetov (ein studienbegleitendes fachdidaktisches Praktikum)

Profesijná vyučovacia prax prebieha počas piateho semestra raz týždenne najmenej štyri hodiny na vybraných predmetoch. Prebieha priamo vzdelávanie, ako aj diskusie, v závislosti od vybraných odborových predmetov.

- Profesijná vyučovacia prax v závislosti od zvoleného predmetu

Najčastejšie prebieha počas šiesteho semestra raz týždenne najmenej štyri hodiny vrátane diskusie, v závislosti od vzdelávacieho predmetu, akým je školská pedagogika (Grundschulpädagogik, oder ein gewähltes Didaktikfach), alebo didaktika zvoleného predmetu (Wiater, 2010).

5. Podmienky prijatia k prvej a druhej štátnej skúške

Po preukázaní dokladov o zvládnutí modulových skúšok a praxe sa môže študent prihlásiť k prvej štátnej skúške (Erste Staatsprüfung LPO I). Štúdium pre učiteľské povolanie je úspešne ukončené, ak je zvládnutá 1. Učiteľská skúška (Lehramtprüfung), ktorá pozostáva z modulových skúšok (Studienbegleitende Modulprüfungen), ktoré stanovuje Univerzita a z prvej štátnej skúšky (Erste Staatsprüfung LPO I). Známkou z prvej učiteľskej štátnej skúšky pozostáva:

1. Lehramtsprüfung =Prvá učiteľská skúška
Zo známky z modulových skúšok (40 %) + zo známky prvej štátnej skúšky = 60%Note der studienbegleitenden Modulprüfungen (40 %) + Note der Ersten Staatsprüfung (60 %)

Tabuľka 2 Zloženie prvej učiteľskej skúšky

Zvládnutie prvej učiteľskej skúšky (Erste Lehramtprüfung)poukazuje na odbornú spôsobilosť dôležitú na vykonávanie z tzv. prípravy (Vorbereitungsdienst) k budúcu povolaniu, ktorá trvá 2 roky. Pridelenie na určitú školu vykonáva ministerstvo školstva Bayern v Mníchove. V tomto prípade je budúci učiteľ hodnotený ako asistent učiteľa a postupom času preberá výučbu každý deň. Na konci prípravy na povolanie čaká študenta druhá štátna skúška (Zweite Staatsprüfung nach LPO II), ktorá sa koná za prítomnosti inšpekcie a riaditeľa školy v rámci odučenej vyučovacej hodiny a odovzdania písomnej práce. Po úspešnom ukončení dostáva záverečné osvedčenie pre vykonávanie učiteľskej profesie (Zaduban, 2011).

6. Záver

V predkladanom článku sa venujeme štruktúre programu vzdelávania učiteľov pre vyučovanie na základných školách prvého stupňa v Nemeckej spolkovej krajine Bayern. V každom programe vzdelávania existujú určité špecifiká jednotlivých systémov vzdelávania a ak ich máme možnosť spoznať, je vhodné sa z nich poučiť, a tým obohatiť aj náš systém vzdelávania učiteľov pre základné školy. Nadobudnuté poznatky boli získané priamo zo študijného pobytu cez projekt Erasmus v letnom semestri 2011 v nemeckej spolkovej krajine Bayern.

Literatúra

1. BILDUNGSSTANDARDS UND KOMPETENZMODELLE: *Beiträge zu einer aktuellen Diskussion über Schule, Lehrerbildung und Unterricht*. 2010. ISBN 978-37815-1733-2.
2. FRIEDRICH, A: *Lehramt an Grundschulen (neue LPO)*. S:\Abt-L\L3\Infos_Lehramt\Lehramt_Grundschule_2011.doc. [Online] prevzaté 01. 02. 2012
http://www.unierlangen.de/studium/studienangebot/studfaecher/neu_Grundschulen.pdf
3. WIATER, W.: *Der Praktikumsbegleiter: Intensivkurs Schulpraktikum. Beobachten und analysieren, planen und versuchen, überprüfen und verbessern* [Taschenbuch] Verlag: Auer Gmbh; Auflage: N.-A. (11. Mai 2010) S. 100. ISBN-10: 3403025195.
4. WIATER, W.: *Orientierungspraktikum für den Lehrerberuf: Ein Leitfaden für erste Erfahrungen*. Verlag: Auer Gmbh; Auflage: 1 (1.Oktober 2003) S.52 ISBN-10: 3403040909.
5. ZADUBAN, Z.: *Školský systém a vyučovanie geometrie na 1. stupni ZŠ v Nemeckej spolkovej republike Bayern..* Zborník Pedagogickej fakulty trnavskej Univerzity. Matematika, Fyzika, Informatika *Acta Facultatis Paedagogicae Universitatis Tyrnaviensis* Ročník 15. Trnava 2011. (v tlači).

Kontaktná adresa

Mgr. Zuzana Zaduban

Katedra matematiky a informatiky, Pedagogická fakulta, Trnavská univerzita
Priemyselná 4, P. O. Box 9, 918 43 Trnava, SR

Telefon: +421 33 5514 618

e-mail: zaduban.z@gmail.com

MODULO DESIGNS IN ARITHMETIC

Tomáš ZDRÁHAL

Abstract

This paper deals with the fact that to be reflecting within mathematics is often the only way to understand mathematics properly even on the level of elementary mathematics. There is on modulo designs demonstrated that to think about mathematical notions first is better than trying those first and seeing how they work. Modular arithmetic with modulo numbers can bring the didactic and methodological mathematical material for the demonstration of the modern concept of teaching mathematics, which is a good opportunity for the teacher to encourage and develop reflective learners' creative activities. At the same time the importance of a balance of reflective and active category is shown in this article.

Key words: modular arithmetic, modulo numbers, modulo designs, Cabri Geometry, reflective learners, active learners

Active and reflective learners – both groups have their positives and negatives. When learners are forced to focus on a bit difficult problems it seems that to act quickly before reflecting can result in both complete misunderstanding and frustrating to follow-up the further interpretation. It seems that to think about it quietly first (and alone) better enables to figure to oneself. Especially it is true within mathematics (even elementary mathematics) – because the basic implement for an acquirement of knowledge in the mathematics is the language of mathematics and that this implement is so much preferred, that every knowledge obtained in different way, e.g. on the basis of an observation, an experiment, an intuition etc. is considered to be the mathematical knowledge only when it is proved by means of the language. The acquirement of new knowledge only by consideration is characteristic for the mathematics; this makes mathematics to be exact science word for word. Each other science is exact only to the extent, to which it uses just mathematics.

The purpose of this article is to “introduce” the issues of modulo designs in arithmetic as the very suitable material for nurturing reflective learners. Why modulo designs? Because their simplicity and yet sufficient abstraction.

Modular arithmetic was introduced by Karl Friedrich Gauss in 1801. The main idea is that equations can be analyzed from the perspective of remainders. While “ordinary” equations use the “=” signs, modular arithmetic uses the “ $\equiv$ ” signs. Two values that are “ $\equiv$ ” to each other are said to be congruent relative the modulus. More precisely, we say that the integers a and b are congruent modulo m (where m is an integer greater than 1) if the difference $a - b$ is divisible by m ; we write $a \equiv b \pmod{m}$. Modulo numbers can be used to create so called modulo designs. Let us introduce new concepts first by means of the Cabri Geometry and show that there are some patterns among modulo designs. Their proof is a quite different matter; let us say even the second stage. We'd like to show here without a big number of modulo designs' figures one could hardly

even find these patterns. With this respect the Cabri Geometry plays very significant role in detecting of the patterns. We can observe here the difference between reflective and active learners' work very well: Reflective learners prefer to think about first few figures and they want to work alone, the active learners, on the contrary, tend to draw more and more figures and prefer a group work. The purpose of this activity is to investigate neither mathematical background of these patterns nor the theory of modular arithmetic but to outline different reasoning in this two learners' categories. Let us start with modulo designs then.

Let n, k are two positive integers such that k is less or equal than n . To construct the (n, k) modulo design proceed as follows:

Draw a regular $n-1$ polygon and label its vertices as $1, 2, \dots, n-1$. Now we connect the pair of vertices according this rule:

If

$i.k \equiv j \pmod{n}$, where $i = 1, 2, \dots, n-1$,

then we connect vertices labeled by numbers i and j ; otherwise said we draw the **segment** with endpoints i and j .

So for example the modulo design $(7, 3)$ we get by connecting these vertices of a regular hexagon:

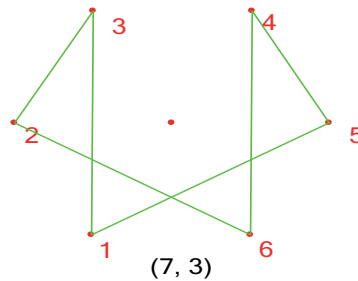
Because $1.3 \equiv 3 \pmod{7}$, we connect vertices **1** and **3**,

because $2.3 \equiv 6 \pmod{7}$, we connect vertices **2** and **6**,

because $3.3 \equiv 2 \pmod{7}$, we connect vertices **3** and **2**,

etc. till

because $6.3 \equiv 4 \pmod{7}$, we connect vertices **6** and **4**.



Using of the Cabri Geometry appears to be very fruitful. It enables students to discover some patterns concerning in the symmetry of modulo designs and their mutual “pair” identity. The Cabri Geometry namely facilitates drawing of big number of figures for different n even big one. And only by means of these figures can students at the beginning first detect and then intuitively formulate above mentioned patterns.

Let us state the advice, that can students find the patterns:

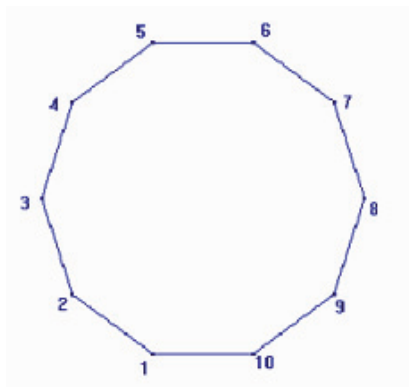
To shade in the regions you have found!

Let us formulate some interesting results that students can detect by means of sufficient number of figures drawn by the Cabri Geometry:

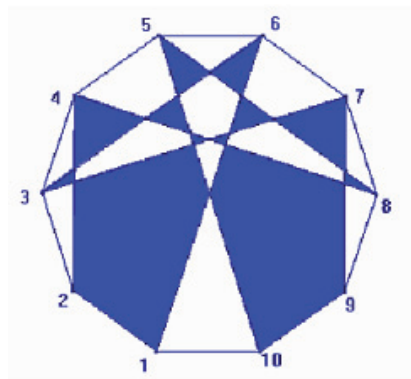
Let n be a prime number. Then

1. All modulo designs (i.e. all figures) are symmetric by the segment with endpoints **1** and **$n-1$** .
2. Modulo designs (n, k) and (n, l) are identical (i.e. figures are same) if $k.l \equiv 1 \pmod{n}$.

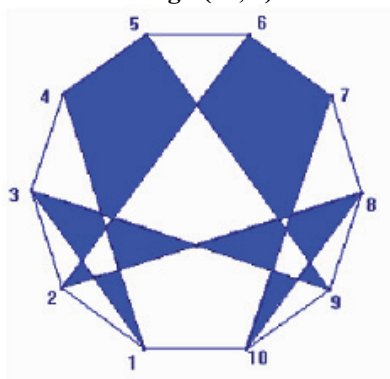
So, let n be e.g. 11, then we can obtain by means of the Cabri Geometry the figures
 – **modulo designs (11, k)**, for $k = 1, 2, \dots, 10$ as follows



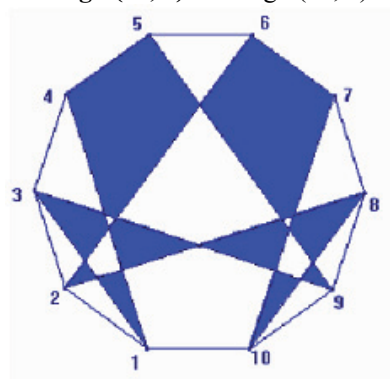
Design (11, 1)



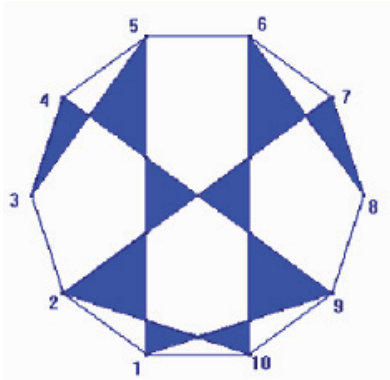
Design (11, 2) = Design (11, 6)



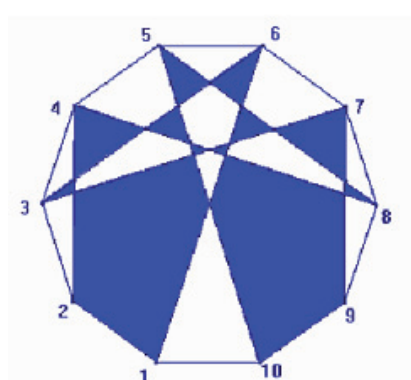
Design (11, 3) = Design (11, 4)



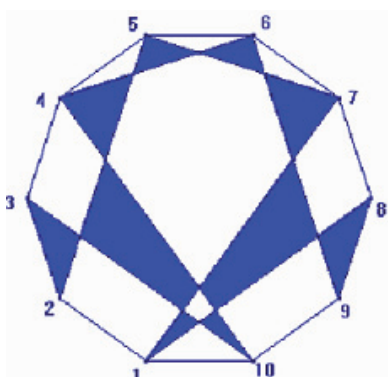
Design (11, 4) = Design (11, 3)



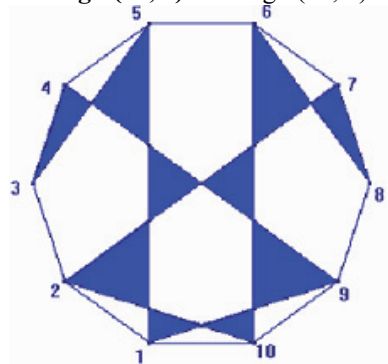
Design (11, 5) = Design (11, 9)



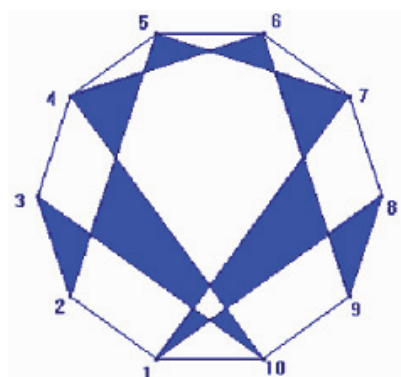
Design (11, 6) = Design (11, 2)



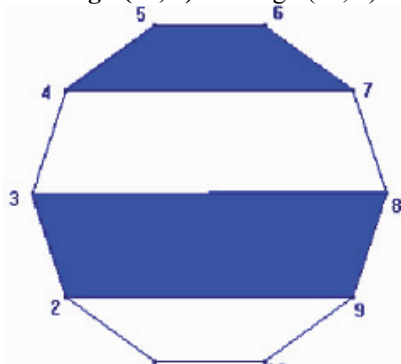
Design (11, 7) = Design (11, 8)



Design (11, 9) = Design (11, 5)



Design (11, 8) = Design (11, 7)



Design (11, 10)

Now, after the activities above described, we have found that everybody should be active sometimes and reflecting sometimes because if one always acts before reflecting he could get into trouble for incorrect reasoning while if he spends too much time reflecting he may never get any results. The balance of the two learners 'categories is optimal. This statement fully corresponds to the fact that our topic of modulo designs in arithmetic contains two mathematical ways of thinking:

- Inductive reasoning - the method of making observations, noticing patterns and forming conclusions (the students detected patterns by means of big number of figures).
- Deductive reasoning - the method of drawing conclusions from other ideas we accept as true by using logic (students should prove "theorems" labeled by **1.** and **2.** respectively).

References

MILLER, C., HEEREN, V. *Mathematical ideas*. Scott, Foresman, Glenview, Illinois, Oakland, London, 1982.

Contact address

Doc. RNDr. Tomáš Zdráhal, CSc.

Department of Mathematics, Faculty of Education

Palacký University in Olomouc

Žižkovo nám. 5, 771 40 Olomouc

Telefon: +420 585 635 088, E-mail: tomas.zdrahal@upol.cz

SOULAD ROZVÍJENÍ PROSTOROVÝCH PŘEDSTAV MEZI PREPRIMÁRNÍM A PRIMÁRNÍM VZDĚLÁVÁNÍM

Renáta ZEMANOVÁ

Abstrakt

Článek se zabývá návazností matematiky s aspektem na geometrii mezi mateřskou a základní školou, a to jak v teoretické, tak v praktické rovině. V teoretické části poukazuje na stav této (ne)návaznosti na českých školách, vyplývající důsledky a popisuje konkrétní návaznosti podle rámcových vzdělávacích programů pro příslušné vzdělávání (předškolní, základní). V praktické části ukazuje jedno z mnoha řešení podpory návaznosti, a to na konkrétním příkladu organizace a zejména obsahové náplně přípravných kroužků pro předškoláky.

Klíčová slova: matematická gramotnost, návaznost geometrie, školní způsobilost, přípravné kroužky

SPATIAL SKILLS DEVELOPMENT AND ITS CONCORD WITH PRE-PRIMARY AND PRIMARY EDUCATION

Abstract

This article addresses the link-up of mathematics with accent on geometry between nursery and primary schools, on both theoretical and practical level. In the theoretical part, the article focuses on the situation of this (non)link-up at the Czech schools, its consequences, and a description of particular link-ups in accordance with general educational programmes for the relevant educational level (pre-school, primary). In the practical part, the article shows one of the many solutions for the support of link-up in a way of a particular exemplary organization and mainly of preparative courses for pre-schoolers.

Key words: mathematical literacy, geometry link-up, school competence, preparatory courses

Motivace:

*O přijetí dítěte na kvalitní vysokou školu rozhoduje jeho přijetí do správné mateřské školy, které si musíš zajistit už v těhotenství.
(film Baby Boom, USA, 1987)*

1. Matematika v mateřské škole

Zpráva České školní inspekce k podpoře matematické gramotnosti v předškolním a základním vzdělávání (ČŠI, leden 2011) v části věnované předškolnímu vzdělávání konstatuje, že pedagogičtí pracovníci MŠ v RVP PV postrádají vymezení

konkrétnějších témat a způsob jejich zpracování. Důsledkem je nedostatečné zařazení těchto témat do školních vzdělávacích programů nebo jejich úplná absence. Za hlavní faktory úrovně matematické gramotnosti považuje zpráva kvalifikovanost pedagogů a úroveň jejich informační gramotnosti, a dále definuje podněty k jejímu zvýšení, mimo jiné: (1) dopracovat standardy v RVP PV, (2) zvážit možnost vyčlenění podpory rozvoje MG v samostatné vzdělávací oblasti RVP PV, (3) zlepšit provázanost v RVP PV a RVP ZV, (4) zpracovat standard školní zralosti dětí v elementárních matematických dovednostech, (5) vytvořit podmínky pro širší nabídku DVPP na podporu tvorby ŠVP a strategií matematické gramotnosti, inovaci forem a metod v předškolním vzdělávání a pro rozvoj informační gramotnosti pedagogů. Zpráva informuje o zcela scházející síti mezi MŠ a 1. stupněm ZŠ. Dále je konstatováno, že pedagogové obou stupňů často neznají RVP návazného stupně (předcházejícího nebo následného).

Důležitými nástroji pro podporu návaznosti předškolní a školní matematiky, a to jak v obsahu tak formě práce, se nabízejí tematicky zaměřené: (1) knihy, pracovní listy nebo počítačový software, (2) součinnost předškolních dětí, jejich rodičů a současných a budoucích pedagogů (pedagogů závěrečných tříd MŠ a 1. tříd ZŠ), (3) součinnost pedagogů MŠ a 1. stupně ZŠ.

2. Návaznost geometrických témat mezi mateřskou a základní školou

V následujícím textu se zaměříme pouze na geometrická témata. RVP PV předpokládá, že dítě na výstupu z MŠ v oblastech: (1) planimetrie: umí pojmenovat tvary reálných rovinných modelů (trojúhelník, obdélník, čtverec, kruh), orientuje se v rovině (vlevo, vpravo, nahore, dole, uprostřed, za, pod, nad, u, vedle, mezi,...), sestavit rovinný útvar podle skutečné předlohy nebo obrázku, sledovat danou cestu (čtvercová síť), hledat a znázorňovat cestu v rovině a řešit jednoduché labyrinty, (2) stereometrie: umí pojmenovat tvary reálných prostorových modelů (krychle, kvádr, válec, koule), orientuje se v prostoru (vlevo, vpravo, nahore, dole, uprostřed, za, pod, nad, u, vedle, mezi,...), sestavit prostorový útvar podle skutečné předlohy nebo obrázku, (3) geometrická zobrazení: umí právně používat pojmy „stejný“, „podobný“, (4) míra geometrických útvarů: umí uspořádat reálné modely geometrických útvarů podle jejich velikosti (délka úsečky, obsah obrazce, objem tělesa). (RVP PV, 2006)

Ve většině případů bude dítě po celou 1. třídu upevňovat výše uvedené znalosti. Např. v učebnicové řadě nakladatelství Alter v 1. díle není obsaženo žádné geometrické téma, ve 2. díle geometrie v rovině ve výše uvedeném rozsahu, ve 3. díle geometrie v prostoru ve výše uvedeném rozsahu. Vždy velmi omezeně; je na učiteli, jak dokáže náměty dále rozpracovat tak, aby byla témata důsledně upevněna. Problémové úlohy zastoupeny nejsou, opět zůstávají v aktivitě učitele. (Landová, Staudková, Tůmová, 2004 – 2005)

Školní zralost, resp. připravenost, je posuzována na několika úrovních, mimo jiné v pedagogicko-psychologických poradnách (IPPP, 2011), my se zaměříme na nám tematicky nejbližší úroveň, a to posuzování pedagogem při zápisu dítěte do 1. třídy. Pedagog zde v rámci hodnocení úrovně poznávací funkce sleduje: (1) vnímání prostoru: pojmy „nahore, dole“, „vpředu, vzadu“, „vpravo, vlevo“, „první, poslední“, „uprostřed, prostřední, předposlední“, „hned před, hned za“, (2) základní matematické představy: porovnávání, přiřazování, třídění, uspořádání, množství, počet, geometrické tvary. (Bednářová, Šmardová, 2011)

3. Náměty do praxe

Připravili jsme konkrétní námět na cyklus setkávání budoucích prvňáčků, jejich rodičů a jejich současných i budoucích učitelů. Zaměříme se na podporu plynulého

přechodu v oblasti matematických, resp. geometrických kompetencí, ale součástí by jistě měla/mohla být i další témata, a to jak předmětová tak organizačně-informační. Aktivní účast je očekávána od všech přítomných.

V organizačních záležitostech vycházíme ze stávající praxe na Základní a mateřské škole Ostrava, Ostrčilova 1, která je fakultní školou Pedagogické fakulty Ostravské univerzity. Na této škole probíhá velká část pregraduálních praxí studentů fakulty, škola navíc s fakultou významně spolupracuje v projektech a dalších tvůrčích činnostech.

Zápisy do 1. tříd probíhají v průběhu měsíce ledna. Současně s doručením rozhodnutí o přijetí dostávají rodiče budoucích prvňáčků nabídku účasti pro sebe a své děti v odpoledních přípravných kroužcích.

Motivace: Součástí nabídky přípravného kroužku určené pro rodiče bude dopis pro děti, který jim rodiče přečtou nebo si děti mohou přečíst samy. Autorem dopisu je moudrá sova, učitelka v lesní škole. Vzdělávací systém lesních zvířat kopíruje vzdělávací systém v České republice, tedy po lesní školce následuje základní lesní škola (poté střední, vysoká... a nejšikovnější zvířata se mohou dopracovat až k akademickým titulům). Sova zve děti na setkání se zvířátky (přípravné kroužky), formou motivačních hovorů mezi sovou, zvířátky a dětmi budou děti vyzývány k činnostem. Za provedení činnosti získají děti příslušnou kartičku pro vlepění do hrací karty. V každém odpoledni vyplní jednu kartu.

Činnosti pro děti: (1) poznej tvary, roztříd' tvary, slož obrázků podle pokynů, slož obrázků podle předlohy, nakresli obrázků jen z tvarů, postav stavbu podle předlohy, postav stavbu podle pokynů, (2) mozaika, stavebnice, origami, tangram, puzzle, (3) navlékací korálky, provlékací šňůrky, (4) mikádo, (5) labyrint rovinný, labyrint 3D, (6) plastelína, modurit, (7) barevné papíry na vystřihování a nalepování, (8) kreslení, vybarvování, dokreslování, (9) obrázky na rozlišování objektu a pozadí.

Všechny uvedené činnosti podporují rozvoj matematických kompetencí pro školní geometrii, na vhodné obtížnostní úrovni je zvládne dítě předškolního věku, jsou nástrojem pro posuzování školní zralosti/připravenosti. (Bednářová, Šmardová, 2007)

Obsah činností pro děti bude doplněn dalšími oblastmi pro rozvoj trivia a dalších funkcí s nástupem do školy souvisejících.

Činnosti pro rodiče: (1) teorie k rozvoji matematické kompetence pro školní geometrii, (2) náměty konkrétních činností s dětmi, (3) vhodné publikace a počítačový software, (4) nabídka mailové komunikace – informace, rady, připomínky.

Obsah činností pro rodiče bude doplněn dalšími oblastmi pro rozvoj trivia ve výše uvedeném schématu, a obecnou problematikou zahájení školní docházky.

Činnosti pro učitele: (1) setkání, předání informací, (2) RVP PV – RVP ZV, školní vzdělávací programy zúčastněných škol, (3) informace o činnosti pedagogicko-psychologických poraden, (4) prohlídka zázemí ZŠ, (5) nabídka mailové komunikace.

Cílem přípravných kroužků není (ani nemůže být) doplnění všech případných nedostatků a nižší úrovně specifických činností dítěte před zahájením školní docházky. Cílem je (1) podpora alespoň některých činností alespoň v omezené míře, (2) ukázka konkrétních námětů na další práci doma či v MŠ, (3) setkání dětí, rodičů a učitelů v prostorách školy, (4) navození radostného očekávání dětí, resp. rodičů, věcí příštích.

4. Aplikace ve vysokoškolské přípravě budoucích učitelů

Problematika vzájemné návaznosti vývoje matematické kompetence s ohledem na školní geometrii mezi mateřskou a základní školou je obsahem předmětu Didaktika geometrie (povinný předmět v oboru učitelství pro 1. stupeň základních škol) a Předmatematické činnosti (povinně volitelný předmět v oborech Učitelství pro mateřské školy a Speciální pedagogika). Studenti jsou seznamováni s RVP předchozího,

resp. následného stupně, s příslušnými aspekty posuzování školní zralosti; budoucí učitelé v MŠ a speciální pedagogové s některou z učebnicových řad matematiky pro 1. stupeň ZŠ, zejména s ohledem na 1. ročník; budoucí učitelé 1. stupně s metodami a formami podpory rozvoje matematické kompetence v mateřské škole, s pracovními listy pro předškoláky a dalšími publikacemi, které tuto kompetenci rozvíjejí.

V další fázi plánujeme v oboru Učitelství pro MŠ s ohledem na jeho akreditaci rozšíření didaktiky předmatematických činností, a to jednak změnou stávajícího povinně volitelného předmětu na povinný, a dále zařazením nového povinného a nového povinně volitelného předmětu. Studenti by tak získali ucelený přehled znalostí a dovedností v oblasti podpory vývoje předčíselných a prostorových představ, včetně jejich provázanosti se školní matematikou a včetně dostupných zdrojů pro použití v praxi MŠ (publikace, pracovní listy, internetové programy, počítačový software...).

Literatura

1. BEDNÁŘOVÁ, J., ŠMARDOVÁ, V.: *Diagnostika dítěte předškolního věku. Co by dítě mělo umět ve věku od 3 do 6 let*. Computer Press, Brno 2007. ISBN: 978-80-251-1829-0.
2. BEDNÁŘOVÁ, J., ŠMARDOVÁ, V.: *Školní zralost. Co by mělo umět dítě před vstupem do školy*. Computer Press, Brno 2011. ISBN: 978-80-251-2569-4.
3. *Rámcový vzdělávací program pro předškolní vzdělávání*. [online]. Výzkumný ústav pedagogický, Praha 2006. Dostupné z <http://www.vuppraha.cz>.
4. *Tematická zpráva České školní inspekce. Podpora rozvoje matematické gramotnosti v předškolním a základním vzdělávání*. [online]. ČŠI, Praha 2011. Dostupné z <http://www.csicr.cz>.
5. *Diagnostika školní zralosti*. [online]. Institut pedagogicko-psychologického poradenství ČR, Praha 2011. Dostupné z <http://www.ippp.cz>.

Kontaktní adresa

RNDr. Renáta Zemanová, Ph.D.
Katedra matematiky s didaktikou
Pedagogická fakulta
Ostravská univerzita v Ostravě
Mlýnská 5
701 03 Ostrava
Telefon: +420 731 505 282
E-mail: renata.zemanova@osu.cz

DELTAÉDER NIE JE DELTOÉDER

Oliver ŽIDEK

Abstrakt

Príspevok obsahuje vymedzenie pojmov deltaéder a deltoéder ako príklady konvexných mnohostenov s veľmi podobnými názvami, avšak s rozdielnymi tvarmi. Prezentované netradičné zobrazenia týchto telies využívajú didaktický softvér s názvom Poly v modifikáciách 1.11 a 1.32. Možnosti využitia prezentovaných poznatkov sú v didaktickej príprave študentov učiteľstva pre primárny stupeň vzdelávania.

Kľúčová slova: mnohosten, deltaéder, deltoéder, príprava učiteľov

DELTAHEDRON IS NOT DELTOGEDRON

Abstract

The paper contains definitions of the terms deltahedron and deltohedron as examples of convex polyhedra with very similar names but with different shapes. The presented unusual transformations of these solids use the educational software called Poly in modifications 1.11 and 1.32. Possibilities of using the presented findings are in didactics preparation of students for primary level education.

Key words: polyhedron, deltahedron, deltohedron, preparation of teachers

1. Úvod

Geometrická príprava učiteľov pre primárny stupeň vzdelávania bola i je v rôznych vzdelávacích kurzoch rozdielna a spravidla kopíruje budovanie geometrie ako vedy od základných a odvodených pojmov, pokračuje v charakteristike niektorých geometrických útvarov a končí poznávaním niektorých geometrických telies a ich častí. Aj najstaršie, systematicky písané dielo pojednávajúce o geometrii Euklidove Základy, tiež poskytuje čitateľovi podobný spôsobom štúdia geometrických poznatkov, a tak až v trinástej knihe nájdeme opis množiny telies s názvom pravidelné mnohosteny.

Načrtnutý systematický spôsob štúdia geometrie nie je plne akceptovateľný v praktickej didaktike žiaka základnej školy a nie je optimálny ani v geometrickej a didaktickej príprave študentov učiteľstva najmä pre primárny stupeň vzdelávania. Ak si uvedomíme, že získavanie geometrických predstáv a poznatkov sa od útleho detstva nadobúda nielen zrakom, ale najmä hmatom, tak významnou prioritou v posilnení obsahu geometrického vzdelávania môžeme vidieť v budovaní poznatkov o geometrických telesách. V tejto súvislosti je vhodné obohatiť tradičnú množinu geometrických telies ako sú kocky, kvádre, hranoly, ihlany, valce, kužele a gule o niektoré menej frekvencované telesá, ktoré sa do vyučovania nedostali najmä z príčin náročnosti ich geometrického zobrazenia. Túto hypotézu potvrdzuje aj historická skúsenosť, pretože štúdium geometrie sa rokmi významne zdeformovalo na štúdium

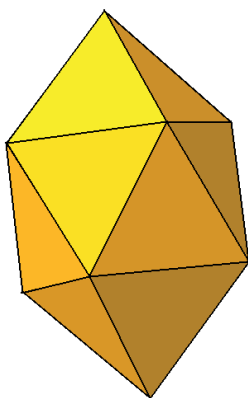
„obrázkov“, nie modelov telies, čím sa receptor hmatu takmer vylúčil z poznávania geometrie trojdimenzionálnych objektov .

2. Pravidelné mnohosteny

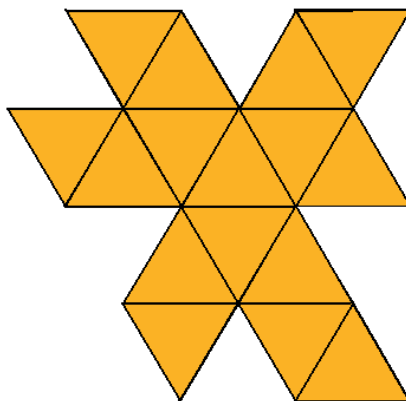
Trinásta kniha Euklidových Základov obsahuje opis známej „veľkej päťky“ telies ako konvexných mnohostenov, ktorých všetky steny sú zhodné pravidelné n -uholníky s požiadavkou, aby pri každom vrchole bolo zhodné zoskupenie stien (hrán) mnohostena. V samotnom diele Euklida sa požiadavka pravidelnosti viaže na existenciu opísanej guľovej plochy danému telesu, avšak naše vymedzenie je taktiež úplné a z didaktického hľadiska aj prijateľnejšie. Z praxe vieme, že zo všetkých typov pravidelných mnohostenov (pravidelný štvorsten, šesťsten, osemsten, dvanásťsten, dvadsaťsten) sa vo vyučovaní geometrie základnej školy vyskytovala iba kocka (pravidelný šesťsten) a možno na úrovni stredoškolskej matematiky sa objavil štvorsten a pravidelný osemsten. Pravdepodobné príčiny tohto vyučovacieho javu sme už uviedli a môžeme konštatovať, že vo viacerých vzdelávacích programoch moderných učiteľov a škôl sa dostavila aj inovačná náprava.

3. Deltaédry a ich zobrazenia

Je známe, že z piatich typov pravidelných mnohostenov majú tri typy telies (štvorsten, osemsten a dvadsaťsten) spoločnú vlastnosť – ich steny sú zhodné rovnostranné trojuholníky. Táto skutočnosť ich zaraďuje do početnejšej množiny telies s názvom deltaédry (konvexné mnohosteny, ktorých všetky steny sú zhodné rovnostranné trojuholníky, pričom netrváme na tom, aby zoskupenia stien mali pri každom vrchole rovnaký počet). Historická skutočnosť je taká, že zatiaľ čo pravidelné mnohosteny boli v rôznych etapách ich poznania stredobodom záujmu geometrov, stavbárov, chemikov i filozofov, osemprvkovú množinu všetkých typov deltaédrov taxatívne definovali až v roku 1947 Freudenthal a Waerden. Názov deltaéder je veľmi príznačný (**delta** - trojuholník, **polyéder** - mnohosten) a z dôvodu stručnosti uvedieme, že počet všetkých typov deltaédrov je osem so zaujímavým rastom počtu stien, vrcholov a hrán týchto telies.



Obr. 1 Ukážka zobrazenia 16-stenného deltaédra



Obr. 2 Sieť 16-stenného deltaédra

Napriek skutočnosti, že nie je táto téma v školskej geometrii veľmi frekventovaná, skúsenosti ukazujú jej opodstatnenosť a didaktickú významnosť jednak z hľadiska „žiackeho objavovania“, a taktiež z hľadiska využitia a zlyhania intuície pri získavaní

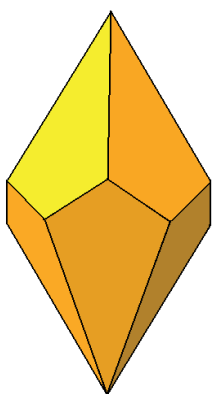
matematických poznatkov. Možnosti osvedčených didaktických postupov spracovania tejto témy nájde čitateľ v odporúčaných článkoch.

Zobrazenia niektorých typov deltaédrov sú nenáročné (štvorsten, osemsten, desaťsten ako dipyramída), avšak ďalšie z nich nezobrazíme bez problémov prostriedkami voľného rovnobežného zobrazenia, máme však k dispozícii viac typov didaktického softvéru, ktorý využijeme ako podporný didaktický prostriedok.

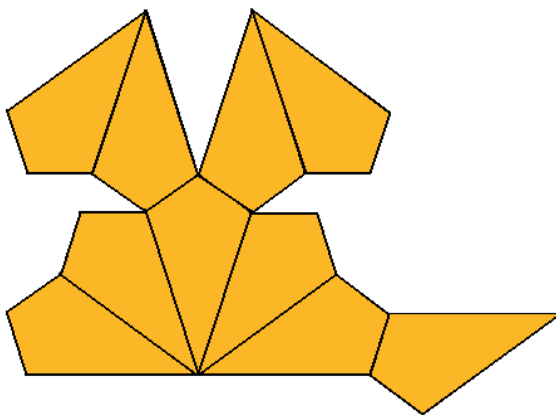
4. Deltoédry a ich zobrazenia

Modely deltoédrov nenájde v súčasnej školskej matematike, ale určitú predstavu o nich môžeme žiakovi priblížiť, na príkladoch z iných vedných odborov, prípadne z praxe. Dobrou aplikačnou ukážkou modelu tohto telesa je v kryštalografii, výskyt by možno mohol byť aj v architektúre a v umení.

Názov deltoéder je pravdepodobne odvodený zo slova „éder – stena“ (polyéder – mnohosten) a počiatočná časť „delto-“ je časť z názvu špeciálneho rovinného štvoruholníka s názvom **deltoid** (pre žiakov známy model jedného z rôznych tvarov šarkanov). Triedenie štvoruholníkov nájde čitateľ v rôznych matematických publikáciách, avšak mnohé z nich o vhodnom triedení čitateľa nielen nepoučia, ale zdezorientujú – tie zo zrejmých dôvodov uvádzať nebudeme, avšak za vydarené a použiteľné triedenie môžeme považovať triedenie podľa K. Žilkovej v práci [6]. Samotnú definíciu pojmu deltoid môžeme čitateľovi priblížiť nasledovne: ***deltoid** – konvexný štvoruholník, ktorého uhlopriečky sú na seba kolmé a práve jedna z nich je druhou delená na dve polovice.*



Obr. 3 Ukážka zobrazenia deltoédra



Obr. 4 Sieť deltoédra

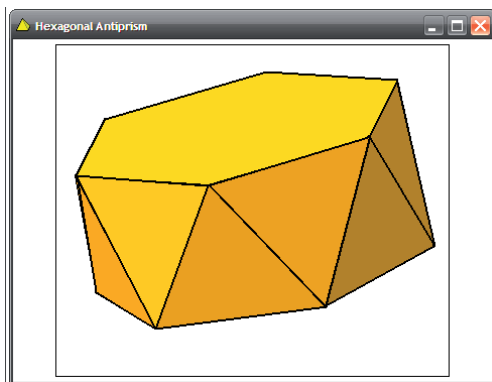
Ak sme čitateľovi doteraz poskytli iba intuitívnu predstavu o telesách typu deltoéder, tak nech takmer prekvapujúcim zadosťučinením je upriamenie pozornosti na vznik deltoédra ako duálneho telesa k antihranolom. Keďže telesá typu antihranol tiež nenájde v každej učebni matematiky, bude pravdepodobne užitočné aspoň čiastočne ich priblížiť. *Antihranoly sú telesá, ktorých existujúce dve podstavy sú zhodné pravidelné n -uholníky a všetky bočné steny sú zhodné, rovnostranné trojuholníky;* z nekonečného počtu týchto typov telies sa tradičnou zobrazovacou metódou dajú nenáročne získať iba niektoré.

5. Zobrazenie deltaédrov a deltoédrov prostriedkami IKT

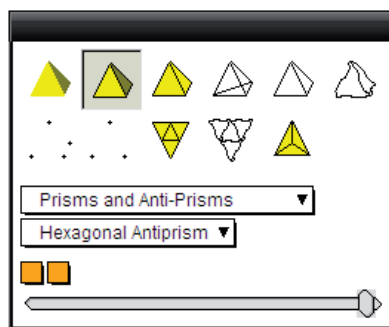
Aj prostredníctvom zobrazenia geometrických útvarov smeruje naša didaktická cesta k posilneniu abstraktných predstáv o geometrických objektoch. Na tejto vzdelávacej ceste môžeme s úspechom využiť virtuálnu poznávaciu aktivitu, využívajúcu pritom vhodný didaktický softvér, ktorého „interpretačné možnosti môžu zdokonaľiť proces učenia a prispieť k rozvoju myšlienkových a tvorivých aktivít žiakov“ (Žilková, 2005).

V uvedenej súvislosti môžeme za vydarený produkt považovať softvér s označením Poly 1.05, 1.08, 1.10, 1.11, 1.32 – postupne modifikovaný a dostupný aspoň v demoverzii na internete (www.peda.com). Čitateľ má možnosť získať informácie o prevádzkových podmienkach využívania programu, ako aj o možnosti zakúpenia uvedeného softvéru. Program umožňuje užívateľovi získať prehľad o nasledujúcich typoch telies: *Platónove telesá*, *Archimedove telesá*, *Hranoly a antihranoly*, *Johnsonove telesá*, *Deltaédry*, *Katalánske telesá*, *Dipyramídy a deltoédry*, *Geodetické guľovité kupoly*.

Z uvedených ponúk programu Poly vyplýva, že zobrazenie deltaédrov a deltoédrov sa, v obmedzenom rozsahu, dá získať pomerne jednoducho, čo umožňuje získať kvalitné „obrázky“ týchto (i ďalších) typov telies pomocou voľne dostupného didaktického softvéru aj tým žiakom, ktorí zatiaľ nemajú požadované geometrické poznatky pre úspešné zvládnutie tohto problému. Program racionalizuje výučbu v tej fáze, kedy nie je cieľom iba zobraziť teleso, ale na zobrazenom telese riešiť niektoré polohové, alebo metrické úlohy s obvyklým didaktickým, prípadne technickým námetom. S využitím programu sú výborné skúsenosti napríklad pri zobrazovaní duálnych telies k daným zvoleným telesám a to tak, že zobrazenie základného telesa (v zvolenej polohe) si vytlačíme pre žiaka na papier a do takto pripraveného zobrazenia narysujeme tradičným spôsobom *obraz duálneho telesa*. Tieto cvičenia majú významný vplyv na testovanie i rozvoj priestorovej predstavivosti žiakov, s výrazným vplyvom na schopnosť vytvárania esteticky zaujímavých obrázkov z geometrickým obsahom.



Obr. 5 Antihranol s vyznačením hrán a farebným zvýraznením stien s aplikáciou tieňovania



Obr. 6 Nástroje pedagogického softvéru Poly Pro

6. Záver

Prezentované upriamenie pozornosti na telesá, ktoré sa v školskej geometrii takmer nevyskytujú, sleduje cieľ poukázať na ich geometrickú krásu, ale aj na ich výskyt

v rôznych objektoch technickej, vedeckej a umeleckej praxe. V pedagogickej činnosti sa s učivom o špeciálnych typoch mnohostenov vyskytuje rad didaktických situácií podporujúcich *tvorivosť žiakov*, ale môžeme zaznamenať aj rozmanité poznatkové obohacovanie realizované diskretným spôsobom, pretože riešiteľ je postavený pred problém ako uplatniť elementárne poznatky zo zobrazovacích metód, využívajúc pri tom *názornosť a geometrickú predstavivosť*. Cieľavedomé využitie didaktického *softvéru* obohacuje riešiteľa a poskytuje priestor pre jeho racionálne využitie smerujúce k uľahčeniu a k efektívite práce v podobe vytvorených estetických obrázkov. Ak sme sa v spracovaní témy zaoberali podrobnejšie jej prípravnou časťou, nebol to únik od problematiky, ale mal to byť akcent na *pochopenie poznatkových súvislostí* a ich využití pri samostatnom riešení úloh, s ktorými si šikovný žiak, cieľavedome vedený učiteľom, už poradí v takmer samostatnej činnosti.

Príspevok bol spracovaný ako súčasť grantového projektu s názvom „Manipulačné a virtuálne geometrické modelovanie v príprave učiteľov pre primárne matematické vzdelávanie“ (MŠ KEGA 028UK-4/2011).

Literatúra

1. ŽIDEK, O.: Manipulačné a virtuálne štúdium niektorých vlastností špeciálnych mnohostenov. In: *Vyučování matematice z pohledu kompetenci žáka a učitele 1. stupně základního vzdělávání*. Plzeň: Západočeská univerzita, 2007. s. 204-209. ISBN 978-80-7043-548-9.
2. ŽIDEK, O.: O pravidelných mnohostenoch na ZŠ. In: *Matematika a fyzika ve škole*. roč. 11, č. 2 a pokr. v č. 3, 1980.
3. ŽIDEK, O.: Štúdium duality niektorých mnohostenov. In: Zborník *ACTA MATHEMATICA 8*. Nitra: UKF, Prírodovedec č. 188, 2005, ISBN 80-8050-896-8.
4. ŽIDEK, O.: Siete niektorých hranatých telies, In: *Tvorivost v počátečním vyučování matematiky*. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2011, s. 238 – 242, ISBN 978 - 80-7043-992-0.
5. ŽILKOVÁ, K.: Dualita pravidelných telies v dynamickom geometrickom systéme. In: *Education and Technology* [ed. Bednarczyk, H. – Salata, E.]. Radom: Wydawnictwo Instytutu Technologii Eksploatacji, 2010, s. 286-290, ISBN 978-83-7204-915-5.
6. ŽILKOVÁ, K.: Poznatkové defekty v učive o mnohouholníkoch a možnosti ich korekcií prostredníctvom digitálnych technológií, In: *Tvorivost v počátečním vyučování matematiky*. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2011, s. 243 – 247, ISBN 978 - 80 – 7043 – 992 -0
7. www.peda.com

Kontaktní adresa

Doc. PhDr. Oliver Židek, CSc.
 Katedra matematiky a informatiky
 PdF, Trnavská univerzita v Trnave
 Priemyselná 4, P. O. Box 9
 918 43 Trnava, SR
 E-mail: oliver.zidek@gmail.com

ŠTÚDIUM SYMETRIÍ V KALEIDOSKOPE

Katarína ŽILKOVÁ

Abstrakt

Významnou témou v matematickom vzdelávaní učiteľov pre prvý stupeň základnej školy sú súmerné útvary a ich vlastnosti. Kaleidoskop môže byť nielen užitočnou pomôckou pri skúmaní symetrií, ale môže sa stať aj výsledným produktom vzdelávacích aktivít. Príspevok je zameraný na geometrickú podstatu tvorby symetrických obrazov v kaleidoskope. Zároveň je uvedený návod na zostrojenie jednoduchého reálneho modelu kaleidoskopu, a tiež virtuálneho modelu v prostredí dynamickej geometrie.

Kľúčové slová: kaleidoskop, matematika, model, vzdelávanie, symetria, zrkadlo

THE STUDY OF SYMMETRIES IN KALEIDOSCOPE

Abstract

Symmetrical shapes and their properties are an important topic in math education for primary school teachers. Kaleidoscope can be more than just a very useful exploration tool for investigation of symmetries, but it can also become the final product of educational activities. The focus of the article is to show the geometrical background for creation symmetrical pictures in a kaleidoscope. The article also provides instructions for creation of a very simple real model of kaleidoscope together with its virtual model in dynamical geometry system.

Key words: education, kaleidoscope, math, model, mirror, symmetry

1. Objav kaleidoskopu, význam kaleidoskopu v matematike

So zrkadlovou hračkou, v ktorej pri otáčaní môžeme sledovať rôzne pestrofarebné obrazce, sa stretli mnohí z nás v detskom veku. Obrazy sú typické nielen svojou farebnosťou, ale najmä symetriou.

Objav kaleidoskopu sa datuje do roku 1815 a stojí za ním Sir David Brewster, ktorý sa sám o svojom nápade zmieňuje ako o novom optickom nástroji na tvorbu a prezentovanie pekných tvarov, pričom prvá myšlienka vzišla z viacnásobných pokusov o polarizáciu svetla postupnými odrazmi medzi platňami skla (Brewster, 1858). Sám, v úvode svojej knihy, uvádza, že až po vylepšovaní svojho nápadu, t. j. po pridaní ďalšej platne skla, si všimol, že obrazy sú usporiadané spôsobom, ktorý je ďaleko viac pravidelný a symetrický, než dovtedy pozoroval. Teda využitie kaleidoskopu bolo pôvodne vo funkcii vedeckého nástroja, neskôr sa našlo jeho uplatnenie v oblasti zábavy – ako hračka. Odvtedy vznikali rôzne variácie a modifikácie kaleidoskopov, z ktorých mnohé z nich sú umeleckými dielami. Nádherné historické aj moderné kaleidoskopy si môže čitateľ pozrieť v online galérii (Light Opera Gallery).

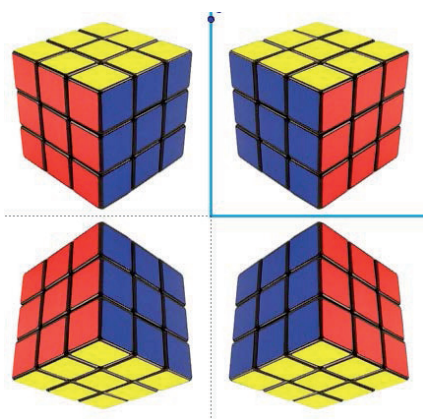
Poznávanie symetrie a jej vlastností patrí k významným matematickým elementom, a preto využitie kaleidoskopu nadobudlo pre matematikov aj ďalšiu dimenziu. Jednak sa môže stať užitočnou didaktickou pomôckou pri skúmaní súmernosti, súmerných útvarov a ich vlastností, ale aj výsledným produktom predchádzajúceho objavovania, experimentovania a štúdia. Cieľom nasledujúceho textu je poskytnúť námet na spôsob sprístupňovania poznatkov o matematickej podstate zrkadlenia s vyústením do samotnej tvorby kaleidoskopu, resp. do vytvorenia jeho geometrického modelu (napríklad aj v prostredí dynamického geometrického systému).

2. Zrkadlá a súmernosti

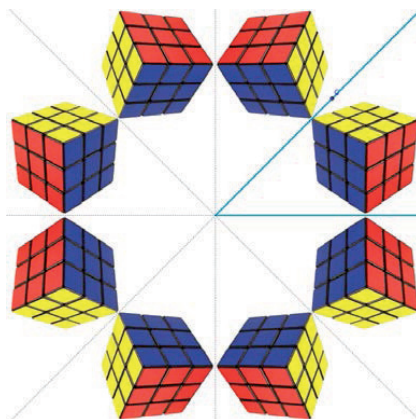
Matematické skúmanie geometrických vlastností symetrií možno začať jednoduchými manipuláciami so skutočnými zrkadlami. Jednoduché námety aktivít so zrkadlom, resp. s dvomi zrkadlami, možno nájsť v príspevku s názvom „Manipulácie na tému súmernosti“ (Žilková, 2011). Rôzne variácie a gradácie úloh umožňujú získať potrebné skúsenosti a poznatky na to, aby študent rozpoznal princíp kaleidoskopu a vedel vytvoriť jeho jednoduchý model.

2.1. Skúmanie s dvomi zrkadlami

Sledujme najskôr počet obrazov jednoduchého vzoru (kocky) v dvoch zrkadlách, ktoré sú umiestnené kolmo na podložku, pričom uhol medzi nimi bude variabilný. Ľahko sa dá vypočorovať, že ak uhol medzi dvomi zrkadlami je pravý, tak počet obrazov vrátane vzoru je štyri. Ak sa uhol medzi zrkadlami zväčšuje počet obrazov spolu so vzorovým útvarom sa znižuje a naopak, ak sa uhol medzi zrkadlami znižuje, počet obrazov je väčší. V nadväznosti na predchádzajúce skúsenosti s prácou s jedným, resp. dvomi zrkadlami, a teda so zobrazovaním jednoduchých útvarov v jednej, resp. dvoch osových súmernostiach, môžeme uplatniť poznatky o skladaní osových súmerností a vytvoriť model správania sa zrkadlových obrazov v prostredí dynamickej geometrie (obr. 1). Modelom zrkadiel budú priamky, resp. polpriamky (osi súmernosti). Zmenou vzájomnej polohy polpriamok (zrkadiel) pozorujeme nielen tvorený symetrický obraz, ale aj počet znázornených obrazov (obr. 2).



Obr. 1 Model zrkadlových obrazov kocky v dynamickej geometrii



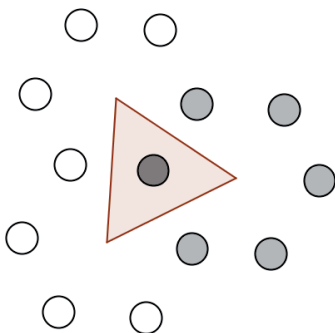
Obr. 2 Skúmanie počtu obrazov kocky podľa veľkosti uhlov medzi dvomi zrkadlami

Vytvorenie modelu na tvorbu zrkadlového obrazu pomocou dvoch zrkadiel v dynamickej geometrii umožňuje efektnú vizualizáciu zdôvodnenia počtu sledovaných

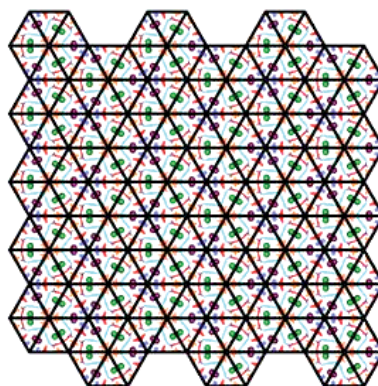
obrazov (obr. 2). Je zrejme, že nie každá veľkosť uhla je „vhodná“ na vytvorenie symetrického obrazu bez toho, aby sa jednotlivé časti prekrývali. Ak má byť v symetrickom vzore zobrazených n obrazov (vrátane pôvodného vzoru) bez toho, aby sa jednotlivé obrazy prekrývali, potom veľkosť uhla α musí byť $360^\circ/n$. Teda, ak sú zrkadlá umiestnené tak, že veľkosť uhla, ktorý je nimi tvorený, je n° , potom počet predmetov, ktoré budú zobrazené (vrátane vzoru) je $360/n$. Z uvedeného je zrejme, že „dobré uhly“ pre skúmanie symetrií v kaleidoskope sú napríklad 90° , 72° , 60° , 45° , 36° , 30° , 20° , 18° , 15° , atď.

2.2. Skúmanie s tromi zrkadlami

V ďalšom skúmaní pridáme tretie zrkadlo, ktoré umiestnime tiež kolmo na podložku, ale tak, aby s predošlými dvomi tvorili hranicu rovnostranného trojuholníka. Do vnútra umiestnime predmet (predmety), ktorého (ktorých) obrazy budeme skúmať. Na základe skúseností z predchádzajúcej aktivity je zrejme, akým spôsobom sa daný útvar, vložený medzi tri zrkadlá usporiadané do tvaru rovnostranného trojuholníka, bude „odrážať“, vzhľadom na veľkosti vnútorných uhlov trojuholníka (ukážka na obr. č. 3). Ak vložíme medzi umiestnené zrkadlá viac rôznofarebných drobných predmetov, vzniká symetrický obraz (napr. obr. 4), ktorý svojou štruktúrou nápadne pripomína a korešponduje s princípom vyplňania roviny rovnostrannými trojuholníkmi.



Obr. 3 Spôsob zrkadlenia prostredníctvom troch zrkadiel umiestnených v konfigurácii rovnostranného trojuholníka $\{60^\circ, 60^\circ, 60^\circ\}$

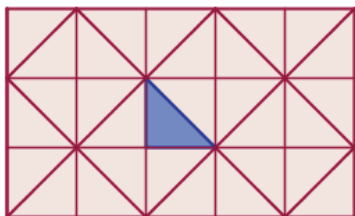


Obr. 4 Viacnásobne aplikovaná symetria
zdroj obrázku:
<http://www.flashandmath.com/flashcs4/kal3mir/>

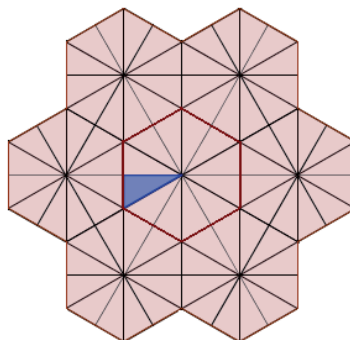
Veľkosti vnútorných uhlov rovnostranného trojuholníka sú 60° a v zmysle vyššie uvedeného sú teda „dobrými uhlami“ kaleidoskopu. V zmysle zachovania pôvodnej ideí o symetrických vzoroch bez prekrývania môžeme konštatovať, že v troj-zrkadlovom systéme možno umiestniť zrkadlá do tvaru trojuholníka, ktorého veľkosti vnútorných uhlov budú tiež „dobré uhly“.

V ďalšom experimentovaní nastavíme zrkadlá (alebo ich modely) tak, že budú síce tvoriť hranicu trojuholníka, ale tentoraz pravouhlého a rovnoramenného. Teda počet obrazov (vrátane) vzoru, ktoré „uvidíme“ pri vrchole pravého uhla bude štyri a počet predmetov zobrazených pri ostatných dvoch vrcholoch je po osem (obr. 5). Uvedenú konfiguráciu môžeme z hľadiska poznatkov o vyplňovaní roviny nazvať **parket** (podrobnejšie informácie sa môže čitateľ dozvedieť z Marcinek, 1999), podobne ako

predchádzajúcu konfiguráciu tvorenú iba rovnostrannými trojuholníkmi (obr. 4). Keďže **pravidelné parkety** môžu byť tvorené aj pravidelnými šesťuholníkmi, symetrie pravidelného šesťuholníka môžeme využiť na ďalšiu konfiguráciu zrkadiel. Ak vytvoríme zoskupenie troch zrkadiel tak, že tvoria hranicu pravouhlého trojuholníka s veľkosťami vnútorných uhlov 30° , 60° a 90° , vzniká po odrazoch symetrický vzor typu pravidelného parketu generovaného pravidelnými šesťuholníkmi (obr. 6). Pri vrchole uhla s veľkosťou 30° sa tvorí 12 obrazov (vrátane vзору), pri vrchole uhla s veľkosťou 60° bude po odrazoch zoskupených 6 výsledkov a pri pravom uhle budú tri odrazy a jeden vzor.



Obr. 5 Spôsob zrkadlenia prostredníctvom troch zrkadiel umiestnených v konfigurácii pravouhlého rovnostranného trojuholníka $\{90^\circ, 45^\circ, 45^\circ\}$

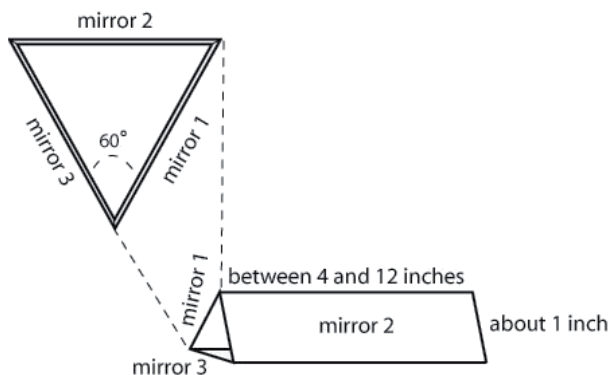


Obr. 6 Spôsob zrkadlenia prostredníctvom troch zrkadiel umiestnených v konfigurácii trojuholníka typu $\{30^\circ, 60^\circ, 90^\circ\}$

Dá sa ukázať, že sú len tri vyššie uvedené možnosti, ako umiestniť tri zrkadlá tak, aby bol generovaný symetrický obraz bez prekrývania.

2.3. Tvorba jednoduchého modelu kaleidoskopu

Pri tvorbe jednoduchého modelu kaleidoskopu budeme vychádzať z konfigurácie zrkadiel umiestnených do tvaru rovnostranného trojuholníka, resp. trojbokého hranolu (obr. 7).



Obr. 7 Princíp tvorby jednoduchého modelu kaleidoskopu
zdroj obrázku: <http://www.brewstersociety.com/mirrors.html>

Namiesto zrkadiel môžeme, z hľadiska použitého materiálu, využiť napríklad vlastnosti zrkadlovej samolepiacej fólie. Zoskupenie zrkadiel sa buď obalí tvrdším

papierom tak, aby vznikla trubica, alebo s úspechom možno použiť odpadový materiál uvedeného tvaru (napr. vnútorná papierová trubica z kuchynských utierok). Podrobnejšie návody na dokončenie kaleidoskopu sú dostupné na internete, preto ich, z hľadiska rozpracovanej matematickej témy, netreba na tomto mieste uvádzať.

3. Záver

Kaleidoskopy sú ukážkou nielen aplikačného výsledku skúmania geometrických transformácií, ale aj ukážkou toho, ako sa môže realizovať poznávanie geometrie prostredníctvom užitočnej didaktickej pomôcky. Využitie oboch uvedených prístupov umožňuje použiť rôzne didaktické postupy s rôznymi výstupmi, pričom za najdôležitejšie považujeme samotnú prácu s aplikačným geometrickým modelom. Činnosť s reálnymi alebo aj virtuálnymi modelmi kaleidoskopu nie je tradičná, avšak poskytuje námety na zábavnú, zaujímavú a užitočnú aktivitu v matematickom vzdelávaní.

Príspevok bol spracovaný ako súčasť grantového projektu s názvom „Manipulačné a virtuálne geometrické modelovanie v príprave učiteľov pre primárne matematické vzdelávanie“ a registračným číslom MŠ KEGA 028UK-4/2011.

Literatúra

1. BREWSTER, D.: *The kaleidoskope, its history, theory an contruction with its application to the fine and useful arts*. Second Edition. London: John Murray, 1858. 192 s.
2. KASKOSZ, B. – ENSLEY, D. – GRIES, D.: *Flash & Math* (online). 2011. Dostupné na <http://www.flashandmath.com/about/contact.html>
3. KARADIMOS, Ch.: Kaleidoscope Mirror Systems. In: *Kaleidorama* by Cozy Baker (online). Dostupné na <http://www.brewstersociety.com/mirrors.html>
4. Light Opera Gallery: *Kaleidoscopes* (online). Dostupné na: <http://www.lightopera.com/gallery.cfm?Dept=kaleidoscopes&SKU=HS-K-0001&NextRow=1>
5. MARCINEK, T.: Vypĺňovanie roviny: anatómia tvorivosti. In: *Matematika v príprave učiteľů 1. Stupně ZŠ*. Olomouc: 1999, s. 43-46. ISBN 80-7067-997-2.
6. THE HOLLANDER: *Do the math*. (online) 2003. Dostupné na <http://the-hollander.com/math.html>
7. ŽILKOVÁ, K.: Manipulácie na tému súmernosť. In: *Acta Facultatis Paedagogicae Universitatis Tyrnaviensis*. Séria C, roč. 15. Trnava: PdF TU. 2011

Kontaktní adresa

*PaedDr. Katarína Žilková, PhD.
Ústav primárnej a preprimárnej pedagogiky
Katedra preprimárnej a primárnej edukácie
Pedagogická fakulta UK v Bratislave
Račianska 59
813 34 Bratislava, SR
E-mail: katarina@zilka.sk*

RECENZE

Na recenzích příspěvků se podíleli:

Doc. RNDr. Jaroslav Beránek, CSc.
RNDr. Růžena Blažková, CSc.
Doc. RNDr. Jaroslava Brincková, CSc.
Doc. RNDr. Pavel Klenovčan, CSc.
Doc. RNDr. Jitka Laitochová, CSc.
Doc. PhDr. Bohumil Novák, CSc.
Doc RNDr, Edita Partová, CSc.
PaedDr. Anna Stopenová, Ph.D.
Dr. hab. Grażyna Rygał
RNDr. Martina Uhlířová. Ph.D.
RNDr. Milena Vaňurová, CSc.
Doc. RNDr. Tomáš Zdráhal, CSc.
Doc. PhDr. Oliver Židek, CSc.

ACTA UNIVERSITATIS PALACKIANAE OLOMUCENSIS
FACULTAS PAEDAGOGICA, MATHEMATICA VIII

MATEMATIKA 5

Hlavní uspořadatel RNDr. Martina Uhlířová
Odborný redaktor doc. PhDr. Bohumil Novák, CSc.
Odpovědná redaktorka Mgr. Jana Kreiselová
Technická úprava RNDr. Martina Uhlířová

Vydala a vytiskla Univerzita Palackého v Olomouci
Křížkovského 8, 771 47 Olomouc
www.upol.cz/vup
e-mail: vup@upol.cz

1. vydání

Olomouc 2012

ISSN 0862-9765
ISBN 978-80-244-3048-5

Neprodejné